Часть 1

Олимпиада: **Математика, 11 класс (1 часть)**

Шифр: **21100240**

ID профиля: **184976**

Вариант 17

№1

Пусть разность в нашей последовательности - d. Тогда

$$S = \frac{2a_1+9d}{2}\cdot 10 = 5(2a_1+9d).$$

$$a_6\cdot a_{12} = (a_1+5d)(a_1+11d) > S+1$$

$$a_7\cdot a_{11} \cancel{< S+17} = (a_1+6d)(a_1+10d) < S+17$$

$$\begin{cases}(a_1+5d)(a_1+11d) > S+1\\ (a_1+6d)(a_1+10d)\ \cancel{a_7\cdot a_{11}} < S+17\\ S = 5(2a_1+9d)\end{cases}$$

$$\begin{cases}(a_1+5d)(a_1+11d) > 5(2a_1+9d)+1\\ (a_1+6d)(a_1+10d) < 5(2a_1+9d)+17\end{cases}$$

$$\begin{cases}a_1^2+11a_1d+5a_1d+55d^2 > 10a_1+45d+1\\ a_1^2+10a_1d+6a_1d+60d^2 < 10a_1+45d+17\end{cases}$$

$$\begin{cases}a_1^2+11a_1d+5a_1d+55d^2-10a_1-45d-1>0\\ -a_1^2-10a_1d-6a_1d-60d^2+10a_1+45d+17>0\end{cases}$$

$$-5d^2+16>0$$

$$d^2 < \frac{16}{5}$$

$$\cancel{d < \frac{4}{\sqrt{5}}}$$

Т.к. прогрессия ~~неубывающая~~ возрастающая, то $d>0 \Rightarrow d < \frac{4}{\sqrt{5}}$. Т.к. прогрессия состоит из целых чисел, то $d\in\mathbb{Z}$, ведь иначе, прибавляя к целому ~~числу~~ соседний a_n, a_{n+1} не будет целым. Значит, т.к. $2 > \frac{4}{\sqrt{5}}$ (т.к. $4 > \frac{16}{5}$), $d=1$. Значит

$$S = 5(2a_1+9)$$

$$\cancel{a_1 = \frac{S-45}{10}}.$$

$$\begin{cases}(a_1+5d)(a_1+11d) > 5(2a_1+9)+1\\ (a_1+6d)(a_1+10d) < 5(2a_1+9)+17\end{cases}$$

$$\begin{cases}a_1^2+6a_1+9>0\\ a_1^2+6a_1-2<0\end{cases}$$

$$\begin{cases}(a_1+3)^2>0\\ (a_1+3+\sqrt{11})(a_1+3-\sqrt{11})<0\end{cases}$$

$$\begin{cases}a_1\neq -3\\ a_1\in(-3-\sqrt{11};-3+\sqrt{11}).\end{cases}$$

Т.к. a_1 - целое число, то систему нужно записать так

$$\begin{cases}a_1\neq -3\\ a_1\in[-6;0]\end{cases}$$

Значит $a_1 = \cancel{-7,}\ -6,-5,-4,-2,-1,0.$

Ответ: $-6,-5,-4,-2,-1,0$.

Чистовик 1

21100240 (U184976 M1297681)

$$S = 5(2a_1 + 9)$$

$$S = 10a_1 + 45$$

$$a_1 = \frac{S-45}{10}$$

Черновик (3)

№2 Чистовик ②

Дано

ABCD - тетраэдр

$AB=2$

$AC=CB=5$

$AD=DB=6$

ABCD вписан в цилиндр

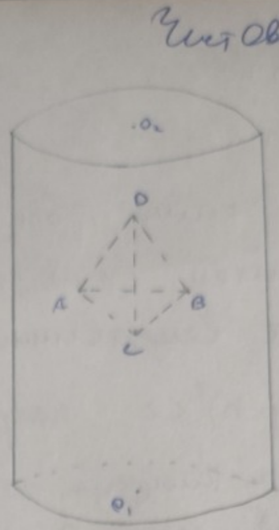
$CD \parallel O_1O_2$; O_1O_2 - ось цилиндра.

$A, B, C, D \in$ бок. пов. цилиндра

$R_ц$ - min

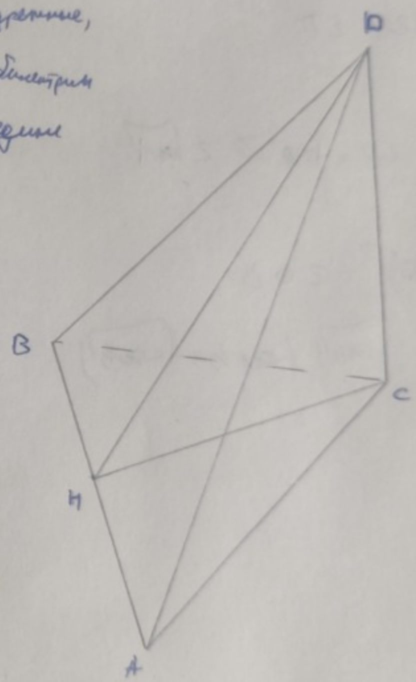
Найти

CD



Решение

Рассмотрим тетраэдр. Т.к. $\triangle ABD$ и $\triangle ABC$ равнобедренные, с одинаковым основанием AB, то высоты, медианы и биссектрисы из вершин D и C пересекаются в одной точке H - середине AB. Тогда $DH \perp AB$ и $CH \perp AB \Rightarrow AB \perp (CHD)$, т.к. она перпендикулярна двум пересекающимся прямым. А значит $AB \perp CD \Rightarrow AB \perp OO_1 \Rightarrow AB \parallel$ основанию цилиндра. ~~Теперь опустим из точки H перпендикуляр HH_1 на CD. $HH_1 \in (CHD)$ т.к.~~ Рассмотрим $\triangle ABD$. Получается $\triangle ABD$ вписан в эллипс. Т.к. $DH \perp AB$ и $BH=AH \Rightarrow DH$ - проходит через центр эллипса. Аналогично CD - проходит через центр эллипса, описанного около $\triangle ABC$. Центры этих эллипсов лежат на $O_2O_1 \Rightarrow O_1O_2 \subset (CHD)$. Значит (CHD) - плоскость, которая делит цилиндр пополам. Теперь найдем, когда радиус цилиндра будет минимальным. Т.к. AB будет хордой этой окружности, то радиус минимален, когда AB - диаметр. По т. Пифагора найдем DH и CH: $CH^2=25-1=24$; $CH=2\sqrt{6}$; $DH^2=36-1=35$; $DH=\sqrt{35}$. Т.к. AB - диаметр, то $H \in O_1O_2$. $r=1$



Значит есть 2 варианта расположения (рис. 1 и рис. 2)

1. По т. Пифагора $H_1C=\sqrt{24-1}=\sqrt{23}$; $H_1D=\sqrt{35-1}=\sqrt{34}$

$CD=H_1D-H_1C=\sqrt{34}-\sqrt{23}$.

2. По т. Пифагора $H_2C=\sqrt{24-1}=\sqrt{23}$; $H_2D=\sqrt{35-1}=\sqrt{34}$

$CD=H_2D+H_2C=\sqrt{23}+\sqrt{34}$

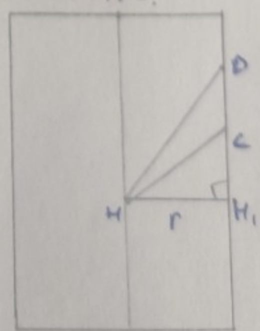


рис. 1.

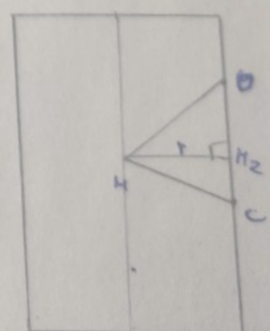
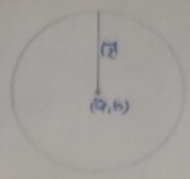


рис. 2.

Ответ: $\sqrt{34}-\sqrt{23}$; $\sqrt{23}+\sqrt{34}$.

№3

$$\begin{cases}(x-a)^2+(y-b)^2\le 2\\ a^2+b^2\le \min(2a+2b,2)\end{cases}$$



В данной системе уравнений фигуру в декартовой системе задает только неравенство $(x-a)^2+(y-b)^2\le 2$. Неравенство $a^2+b^2\le \min(2a+2b,2)$, лишь задает вещественные числа a и b.

$(x-a)^2+(y-b)^2\le 2$ - круг с центром, $(a;b)$ и радиусом $\sqrt{2}$.

Нам нужно найти площадь этого круга. Площадь круга не зависит от расположения центра. Значит, т.к. в условии сказано, что существует такая пара a и b, то $S_M=\pi r^2=2\pi$.

Ответ: 2π.

$a+b\geqslant 2\sqrt{ab}$

$(a+b)^2-2ab$

$(a+b-\sqrt{2ab})(a+b+\sqrt{2ab})$

Черновик 4

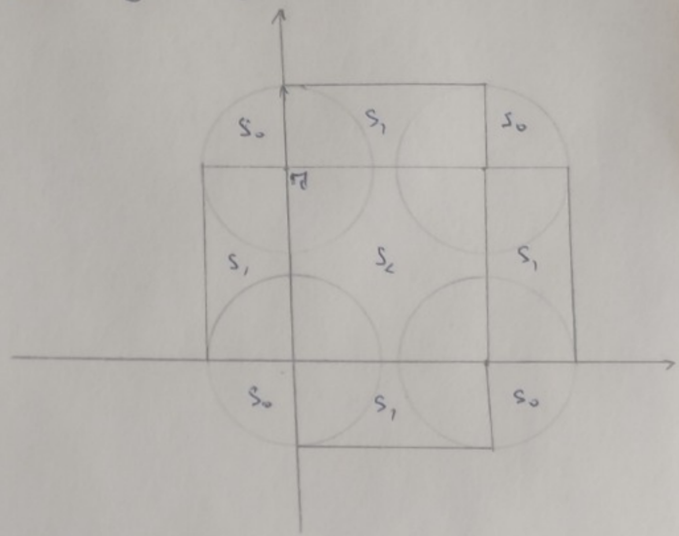
№3

$$\begin{cases} a(x-a)^2+(y-b)^2\le 2 \\ a^2+b^2\le \min(2a+2b,2) \end{cases}$$

$$\begin{cases} (x-a)^2+(y-b)^2\le 2 \\ (a^2+b^2)\le \min(2(a+b),2) \end{cases}$$

~~Для~~ $a\in[0;\sqrt{2}]$ и $b\in[0;\sqrt{2}]$. Значит наша фигура — это все окружности с центрами $(a;b)$, где $a\in[0;\sqrt{2}]$ и $b\in[0;\sqrt{2}]$. Тогда Получаем т.к. при а и b ≥ 1

Получаем фигуру, как на рисунке.



$S=4S_0+4S_1+S_2$

~~$S_0=\frac{1}{4}\pi r^2=\frac{\pi}{2},\ r=\sqrt{2}$.~~

~~$S_1=r\cdot 1=\sqrt{2}$.~~

~~$S_2=1\cdot 1=1$~~

~~$S=4\cdot\frac{\pi}{2}+4\sqrt{2}+1=2\pi+4\sqrt{2}+1$.~~

$S_0=\frac{1}{4}\pi r^2=\frac{\pi}{2}$

$S_1=\sqrt{2}\cdot\sqrt{2}=2$

$S_2=\sqrt{2}\cdot\sqrt{2}=2$

$S=4\cdot\frac{\pi}{2}+4\cdot 2+2=10+2\pi$.

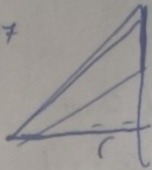
Чистовик 3

a; b: 1

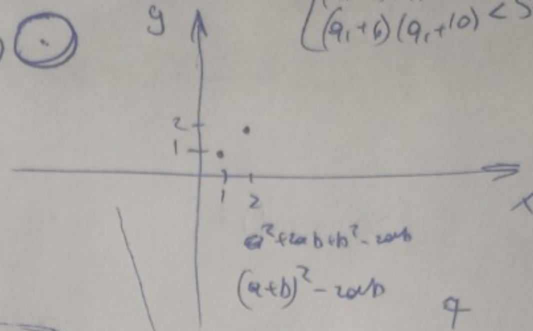
№3 f

$(x-a)^2+(y-b)^2 \le 2$

$$\begin{cases} 5(2a_1+9)=S \\ (a_1+5)(a_1+11) \ge S+1 \\ (a_1+6)(a_1+10) < S+17 \end{cases}$$



$a^2+b^2 \le \min(2a+2b, 2)$



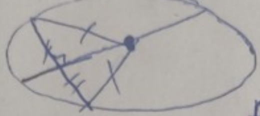
$r^2=2$

$S = \pi r^2 = 2\pi$

$a^2+2ab+b^2-2ab$

$(a+b)^2-2ab$

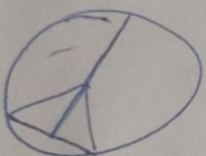
4

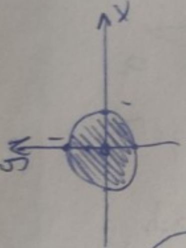


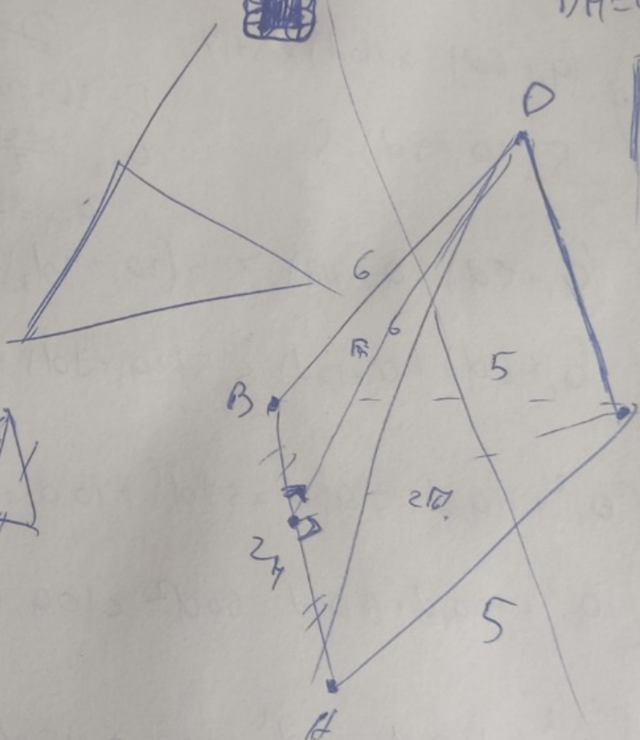
$\sqrt{4\cdot 5\cdot 1\cdot 1} = \sqrt{35}$

$DH = \sqrt{35}$

$x^2+y^2 \le 1$







$1+x^2=35$

$x^2=34$

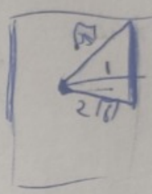
$x=\sqrt{34}$

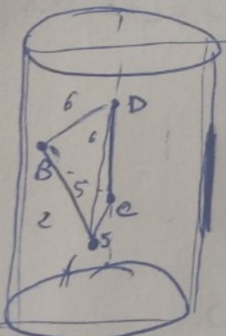
$1+x^2=24$

$x^2=23$

$x=\sqrt{23}$

$\sqrt{34}+\sqrt{23}$





$p=6$

$S_{ABC} = \sqrt{6(6-2)(6-5)(6-5)} = \sqrt{6\cdot 4} = 2\sqrt{6}$

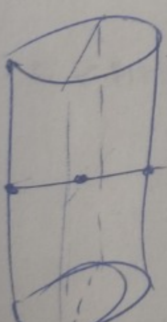
$\sqrt{35}$ $\sqrt{24}+\sqrt{34}-\sqrt{23}$

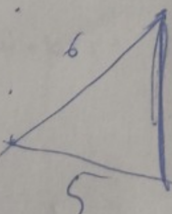
35 $(\sqrt{24}+\sqrt{34})^2 + (\sqrt{24}+\sqrt{34})\sqrt{23}+23$

$CH =$

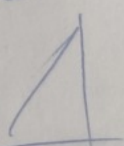
$S_{ABC} = \frac{1}{2}\cdot 2\cdot CH = CH = 2\sqrt{6}\cdot 12$

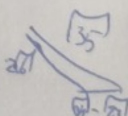
$24+34+\sqrt{24}\cdot\sqrt{34}-$

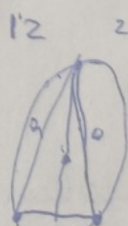




$\sqrt{34}-\sqrt{23}$







Черновик (1)

-46

$\sqrt{24}\cdot\sqrt{34} - \sqrt{23}(\sqrt{24}+\sqrt{34})$

21100240 (U184976 M1297681)

a_1 $\quad$ $a+b \geq 2\sqrt{ab}$

d $\quad$ n. $a_1+(n-1)d$ $\quad$ $a^2+2ab+b^2 \geq 4ab$

$(a-b)^2 \geq 0$

2. d $\quad a_1+d$

3. a_1+2d

$$S_{10}=S=\frac{a_1+a_{10}}{2}\cdot 10=\frac{a_1+a_1+9d}{2}\cdot 10=\frac{2a_1+9d}{2}\cdot 10=5(2a_1+9d)=S$$

$a+b \leq 1$

$5(2a_1+9d)=S$

$$\begin{cases}(a_1+5)(a_1+11)>5(2a_1+9)+1\\(a_1+6)(a_1+10)<5(2a_1+9)+17\end{cases}$$

$(a+b)^2-2ab$

$a_1^2+16a_1+55>10a_1+45+1$

$a_1^2+16a_1+60<10a_1+45+17$

$a_6\cdot a_{12}>S+1$ $\quad$ $a_7\cdot a_{11}<S+17$

$$\begin{cases}a_1^2+6a_1+9>0\\a_1^2+6a_1-2<0\end{cases}$$

$2(a+b)\geq 4\sqrt{ab}$

$a^2+b^2+2ab \geq 4ab$

$$\begin{cases}(a_1+5d)(a_1+11d)>S+1\\(a_1+6d)(a_1+10d)<S+17\\5(2a_1+9d)=S\end{cases}$$

$\cancel{D=36}$

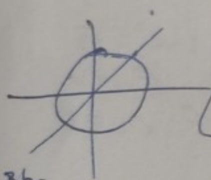
$$\begin{cases}(a_1+3)^2>0\\ \end{cases}$$

$D=36+4\cdot2=44$

$a_{1,2}=\frac{-6\pm2\sqrt{11}}{2}$

$a_{1,2}=-3\pm\sqrt{11}$

$$\begin{cases}(a_1+5d)(a_1+11d)>5(2a_1+9d)+1\\(a_1+6d)(a_1+10d)<5(2a_1+9d)+17\end{cases}$$



$+ \quad - \quad +$

$-3-\sqrt{11} \quad -3+\sqrt{11} \quad a$

$a_1\in(-3-\sqrt{11};-3+\sqrt{11})$

$a_1\in[-6;0]$.

$a=\cancel{2b}\ b$

$$\begin{cases}a_1^2+11a_1d+5a_1d+55d^2>10a_1+45d+1\\a_1^2+10a_1d+6a_1d+60d^2<10a_1+45d+17\end{cases}$$

$$\begin{cases}a_1^2+16a_1d+55d^2-10a_1-45d-1>0\\a_1^2+16a_1d+60d^2-10a_1-45d-17<0\end{cases}$$

$-a_1^2-16a_1d-60d^2+10a_1+45d+17>0$

$\cancel{a_1^2}-\cancel{a_1^2}+\cancel{16a_1d}-\cancel{16a_1d}+55d^2-60d^2\cancel{+10a_1}+\cancel{10a_1}\cancel{-45d}+\cancel{45d}-1+17>0$

$-5d^2+16>0$

$16>5d^2$ $\quad$ $d=1$

$0<d^2<\frac{4}{\sqrt{5}}$

Чернович ①

21100240 (U184976 M1297681)

Часть 2

Олимпиада: **Математика, 11 класс (2 часть)**

Шифр: **21100240**

ID профиля: **184976**

Вариант 17

ОДЗ: $\begin{cases} 5x-1>0 \\ 5x-1\neq 1 \end{cases}$ $4x+1>0$ $4x+1\neq 1$ $\frac{x}{2}+2>0$ $\frac{x}{2}+2\neq 1$ ~~$5x+1>0$~~

$\begin{cases} x>\frac{1}{5} & x>-4 \\ x\neq\frac{3}{5} & x\neq -2 \\ x>-\frac{1}{4} \\ x\neq 0 \end{cases}$ $\boxed{x>\frac{1}{5};\ x\neq\frac{3}{5}}$

$\log_{\sqrt{5x-1}}(4x+1),\ \log_{4x+1}\left(\frac{x}{2}+2\right)^2,\ \log_{\frac{x}{2}+2}(5x-1)$

$2\frac{1}{2}\log_{5x-1}(4x+1),\ 2\log_{4x+1}\left(\frac{x}{2}+2\right),\ \log_{\frac{x}{2}+2}(5x-1)$

$5x-1=a$

$4x+1=b$

$\frac{x}{2}+2=c$

$2\log_a b,\ 2\log_b c,\ \log_c a$

1.

$\begin{cases} \log_a b=\log_b c \\ \log_c a=\log_a b-1=\log_b c-1 \end{cases}$

$2^2\cdot 3^2\cdot 2^4\cdot 3\cdot 5$

$2^6\cdot 3^3\cdot 5$

НОК - наим. общее дел.

НОД - наиб. общ. дел.

$\begin{cases} \log_a b=\log_b c \\ \log_c a=\log_a b-1 \\ \log_b c-1=\log_c a \end{cases}$

$a\,\vdots\,6$ $a=6k$

$b\,\vdots\,6$ $b=6m$

$c\,\vdots\,6$ $c=6n$

$2^{15}\cdot 3^{16}\,\vdots\,a$ $\frac{2^{15}\cdot 3^{16}}{6}=2^{14}\cdot 3^{15}$

$2^{15}\cdot 3^{16}\,\vdots\,b$

$2^{15}\cdot 3^{16}\,\vdots\,c$

$\frac{1}{\log_c b}-1=\log_c a$

$+31$

$+31$

$+31$

$\frac{1}{\log_c b}-\log_c a-1=0$

$6\quad 6\quad 2^{15}\cdot 3^{16}$

$2\cdot 3\quad 2\cdot 3\quad 2^{15}\cdot 3^{16}$

$\frac{1-}{\log_c b}=0$

$2^{n_1}\cdot 3^{n_2}\quad 2^{m_1}\cdot 3^{m_2}\quad 2^{k_1}\cdot 3^{k_2}$

$k_1\leq 15$

$k_2\leq 16$

1 - 16

2 - 15

3 - 1

4 - 1

15 1 ·

15 · 1

· 15 1

1 15 ·

1 · 15

· 1 15

$2^{15}\cdot 3\quad 3^{16}\cdot 2\quad +2\cdot 3$

15 16

15 16

15 11

16 4 15

16 15

15 16

16 15

$2\cdot 3^2\quad 3\cdot 2^2$

$6\cdot 15\quad 6\cdot 31=186$

$6\cdot 16$

$2\cdot 3^2\quad 3\cdot 2^2\quad 3^2\cdot 2^2$

Черновик

6

21100240 (U184976 M1297682)

№5

$\log_{\sqrt{5x-1}}(4x+1)$; $\log_{4x+1}\left(\frac{x}{2}+2\right)^2$; $\log_{\frac{x}{2}+2}(5x-1)$.

ОДЗ: $\begin{cases} 5x-1>0 \\ 5x-1\neq 1 \\ 4x+1>0 \\ 4x+1\neq 1 \\ \frac{x}{2}+2>0 \\ \frac{x}{2}+2\neq 1 \end{cases}$ $\begin{cases} x>\frac{1}{5} \\ x\neq\frac{3}{5} \\ x>-\frac{1}{4} \\ x\neq 0 \\ x>-4 \\ x\neq -2 \end{cases}$ $x\in\left(\frac{1}{5};\frac{3}{5}\right)\cup\left(\frac{3}{5};+\infty\right)$.

Пусть $5x-1=a$; $4x+1=b$; $\frac{x}{2}+2=c$. Тогда числа

$2\log_a(\overset{b}{\cancel{4x+1}})$; $2\log_b c$; $\log_c a$

Чистовик (4)

$\frac{AT}{\sin\alpha} = OT = \frac{64}{35}CM$ – по т. синусов.

$AT = \frac{64}{35} \cdot CM \cdot \sin\alpha = \frac{64}{35} \cdot CM \cdot \frac{7}{8} = \frac{8CM}{5}$

$\angle APB = 180° - \alpha - 2\alpha \Rightarrow \angle BAP = \alpha \Rightarrow \triangle ABP$ – равнобедренный, $BP = AP$. $BA \parallel PT$, т. к. $\angle ABP = \angle TPC \Rightarrow$
$\Rightarrow ABPT$ параллелограмм, $\Rightarrow BP = AP = AT \Rightarrow BP = \frac{8}{5}CM$.

$BP = \frac{3}{5}BC$ (из подобия $\triangle ABP$ и $\triangle KPC$). $\Rightarrow \frac{3}{5}BC = \frac{8}{5}CH$

$BC = \frac{8}{3}CM = \frac{\cancel{8}4}{3}AC$.

$OC = \frac{8}{7}HC = \frac{3}{7}BC$

OC – радиус описанной окр около $\triangle ABC$. По т. синусов

$\frac{AC}{\sin\alpha} = 2OC$

$\cancel{\frac{\frac{3}{4}BC}{}}$

Чистовик (2)

№4

$$\begin{cases} \text{НОД}(a;b;c) = \cancel{8}2\cdot 3 \\ \text{НОК}(a;b;c) = 2^{15}\cdot 3^{16} \end{cases}$$

Т.к. $\text{НОК}(a;b;c) = 2^{15}\cdot 3^{16}$, то при разложении a, b и c на простые множители могут встречаться только цифры 2 и 3. Тогда пусть $a = 2^{a_1}\cdot \cancel{2}3^{a_2}$; $b = \cancel{a}2^{b_1}\cdot 3^{b_2}$; $c = 2^{c_1}\cdot 3^{c_2}$. Также, т.к. $\text{НОД}(a;b;c) = 6$, то $a, b, c \geqslant 6$, а значит $a_1; a_2; \cancel{b_1}; b_2; c_1; c_2 \geqslant 1$. Тогда обязательно нужно, чтобы одно из чисел $a_1; b_1; c_1$ равнялось $\cancel{16}$ 15, ~~а~~ другое 1, а третье принадлежало отрезку $[1; 15]$.

А числа $a_2; b_2; c_2$ равнялись: одно равнялось 16, второе 1, а третье принадлежало отрезку $[1; 16]$.

Вариантов расстановки чисел $a_1; b_1; c_1$: $6\cdot 15$ т, а чисел $a_2; b_2; c_2$ $6\cdot 16$.

Тогда всего троек $6\cdot 15\cdot 6\cdot 16 = \cancel{7}36\cdot 16\cdot 15 = 2^6\cdot 3^3\cdot 5$.

Мистович (5)

Дано

$\triangle ABC$ - вписанный в окр $(O; r)$

$\triangle AOC$ - вписан в окр $(O_1; R)$

окр $(O_1; R) \cap BC = P$

AT и AT TC - касательные к окр $(O; r)$

$AT \cap TC = T$

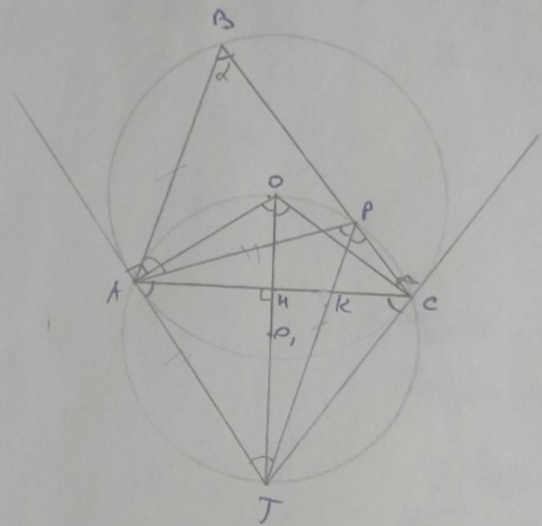
$TP \cap AC = K$

$S_{APK} = 6$

$S_{CPK} = 4$

Найти

S_{ABC}



Решение

Пусть $\angle ABC = \alpha$. Тогда

$\angle AOC = 2\alpha$. Т.к. $AO = OC$, то OO_1 - биссектриса, медиана, высота. Тогда т.к. $\angle AOC$ и $\angle APC$ опираются на одну и ту же дугу $\angle APC = 2\alpha$. Т.к. $\angle OAT = \angle OCT = 90°$, то $\angle OAT + \angle OCT = 180° \Rightarrow APCT$ - лежат на одной окр $(O_1; R)$. Значит, т.к. $\angle OAT = \angle OCT = 90°$, OT - диаметр и OO_1 и OT - одна и та же прямая. Значит, т.к. OO_1 - биссектриса, то $\smile AT = \smile TC = \alpha$. $\Rightarrow \angle AOT = \angle APT = \angle ACT = \alpha$, $\angle TOC = \angle CAT = \overset{\angle TPC = \alpha.}{\alpha}$. $S_{APK} = \frac{1}{2} AP \cdot PK \cdot \sin\alpha$, $S_{PKC} = \frac{1}{2} PK \cdot PC \cdot \sin\alpha$.

$\frac{AP}{PC} = \frac{S_{APK}}{S_{PKC}} = \frac{3}{2}$. Т.к. $\angle APK = \angle KPC = \alpha$, то $\frac{AK}{KC} = \frac{AP}{PC} = \frac{3}{2}$. Т.к. PT и AC - хорды окр., $PT \cap AC = K$, то $\triangle AKT \sim \triangle PKC \Rightarrow$ ~~$S_{AKT} =$~~ $\frac{AK}{KC} = \frac{PK}{KT} = \frac{3}{2} \Rightarrow S_{AKT} = \left(\frac{3}{2}\right)^2 \cdot S_{PKC} = 9$.

$\angle ACP = \angle ATP$ - вписанные в окр. $\Rightarrow \triangle ABC \sim \triangle ATK$. $\frac{AK}{KC} = \frac{3}{2}$. $\frac{AK}{AC} = \frac{3}{5}$. $\Rightarrow$

$\Rightarrow S_{ABC} = \left(\frac{5}{3}\right)^2 \cdot 9 = 25$.

Найти

AC, если $\angle ABC = \operatorname{arctg} \frac{7}{5}$

Решение

Пусть $OT \cap AC = H$. Тогда $\frac{AH}{OH} = \frac{HC}{OH} = \frac{7}{5}$. $\frac{CT}{OC} = \frac{HT}{CH} = \frac{7}{5}$.

$OT = OH + HT = \frac{5}{7} HC + \frac{7}{5} HC = \frac{74}{35} HC$.

Митовин (1)

21100240 (U184976 M1297682)

$2\log_a b$, $2\log_b c$; $\log_c a$.

$\frac{AK}{KC}=\frac{3}{2}$ $\frac{KC}{AC}=\frac{3}{5}$ $PC=\frac{3}{5}BC$ $BP=\frac{2}{5}BC$

$AT=\frac{3}{5}BC$

$\frac{AH}{OH}=\frac{7}{5}$ $1+tg^2\alpha=\frac{1}{\cos^2\alpha}$ $\sin^2\alpha+\cos^2\alpha+\frac{\sin^2\alpha}{\cos^2\alpha}$

$tg\alpha=\frac{4}{5}$

$S_{AKT}=9$ $\angle$ $1+ctg^2\alpha=\frac{1}{\cos^2\alpha}=\frac{1}{\cos^2\alpha}$

$\frac{CT}{OC}=\frac{9}{5}$

$S_{AKT}=\frac{1}{2}AK\cdot AT$

$\frac{CH}{OH}=\frac{7}{5}$ $OH=\frac{5}{7}CH$

$HT=\frac{9}{5}CH$

$\frac{HT}{CH}=\frac{7}{5}$

$2\log_a b+2\log_b c-2\log_c a-2=0$

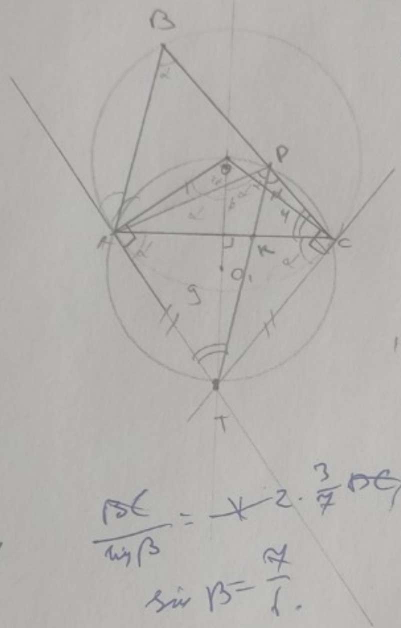
$\log_a b+\log_b c-\log_c a-1=0$

$2\log_b c-\log_c a-1=0$

$\frac{2}{\log_c b}-\log_c a-1=0$

$OT=\frac{25+49}{35}CH$

$OT=\frac{64}{35}CH$



$\frac{1}{2}AP\cdot PK\sin\alpha=6$

$\frac{1}{2}PK\,PC\sin\alpha=4$

$180-2\alpha$

$\log_c a+1=\frac{2}{\log_c b}$

$\frac{AP}{PC}=\frac{3}{2}$

$\frac{BC}{\sin\beta}=\cancel{x}\,2\cdot\frac{3}{7}BC$ Чернов

$\frac{AT}{\sin\alpha}=2R=\frac{64}{35}CH$

$\sin\beta=\frac{7}{6}$.

$\frac{AK}{KC}=\frac{3}{2}$

$AT=\sin\alpha\cdot\frac{64}{35}CH$

$AKT=\frac{9}{4}\cdot4=9$

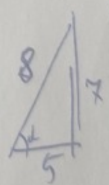
$AT=BP=\frac{3}{5}BC$

$\frac{AK}{KC}=\frac{3}{2}$ $\frac{AK}{AC}=\frac{3}{5}$

$\frac{64}{35}CH\cdot\sin\alpha=\frac{3}{5}BC$

$S_{ABC}=$

$\frac{CH}{BC}=\frac{3\cdot7}{64\cdot\sin\alpha}$ $\frac{BC}{\sin BAC}=\frac{AC}{\sin\alpha}$ $\sin\alpha=\frac{4}{3}$



10 $\frac{h}{14}=\frac{10}{25}=\frac{2}{5}$

$\frac{BC}{\sin BAC}=\frac{AC}{\frac{7}{8}}$ $\frac{\frac{4}{3}AC}{\sin\beta}=\frac{AC}{\frac{7}{8}}$ $\frac{4}{3\sin\beta}=\frac{8}{7}$ $\sin\beta=\frac{7}{6}$.

$\frac{BC}{\sin BAC}=\frac{8AC}{7}$ $\frac{4}{3\sin\beta}=\frac{8}{7}$ $\sin\beta=\frac{7}{6}$.