Часть 1

Олимпиада: **Математика, 11 класс (1 часть)**

Шифр: **21100070**

ID профиля: **162034**

Вариант 17

①

Чистовик №1. $\forall i < j \in \mathbb{N}\ a_j > a_i \Rightarrow d > 0$

$\{a_i\}$ - арифм. прог. $\forall i \in \mathbb{N}\ a_i \in \mathbb{Z} \Rightarrow d = a_{i+1} - a_i \in \mathbb{Z}$. $S = \sum_{i=1}^{10} a_i = \frac{(2a_1 + (10-1)d)10}{2} =$

$= 10a_1 + 45d$. Заметим, что $a_6 = a_1 + 5d$ $a_{11} = a_1 + 10d$ $a_7 = a_1 + 6d$ $a_{12} = a_1 + 11d$ $\Rightarrow a_1^2 + 16a_1 d + 55d^2 + 16 = (a_1 + 5d)\cdot$

$\cdot(a_1 + 11d) + 16 = a_6 a_{12} + 16 > S + 1 + 16 > a_7 a_{11} = (a_1 + 6d)(a_1 + 10d) = a_1^2 + 16da_1 + 60d^2 \Rightarrow 55d^2 + 16 > 60d^2$

$\Rightarrow \frac{16}{5} > d^2 \overset{\text{т.к. } d \in \mathbb{Z}}{\Rightarrow} 1 = \left\lfloor \sqrt{\frac{16}{5}} \right\rfloor \geq |d| \overset{d>0}{=} d \Rightarrow$ т.к. $d \in \mathbb{Z}$, $d > 0$, то $d = 1$.

$a_6 a_{12} > S + 1 \Leftrightarrow a_1^2 + 16a_1 d + 55d^2 > 10a_1 + 45d + 1 \overset{d=1}{\Leftrightarrow} a_1^2 + 6a_1 + 9 > 0 \Leftrightarrow (a_1+3)^2 > 0 \Rightarrow a_1 \neq -3$ (1)

$a_7 a_{11} < S + 17 \Leftrightarrow a_1^2 + 16a_1 d + 60d^2 < 10a_1 + 45d + 17 \overset{d=1}{\Leftrightarrow} a_1^2 + 6a_1 - 2 < 0 \Leftrightarrow (a_1 + (\sqrt{11} + 3))(a_1 - (\sqrt{11} - 3)) < 0$

$\overset{\text{т.к. } a_1 \in \mathbb{Z}}{\Leftrightarrow} -6 = \lceil -3 - \sqrt{11} \rceil \leq a_1 \leq \lfloor \sqrt{11} - 3 \rfloor = 0 \Rightarrow$ с учетом (1) имеем: $a_1 \in \{-6, -5, -4, -2, -1, 0\}$

Ответ: $a_1 \in \{-6, -5, -4, -2, -1, 0\}$.

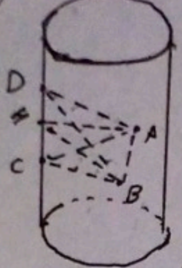
21100070 (U162034 M1298081)

② № 2. Чистовик

Дано: C, D ∥ оси цилиндра, A, B, C, D ∈ боковая поверх. цилиндра

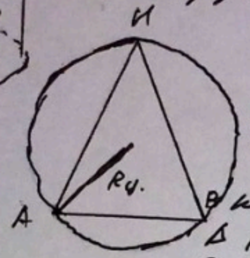
ABCD – тетраэдр. $AC = CB = 5$, $AD = DB = 6$

Найти: CD, такое, что $R_{ц.} \to \min$



Решение.

~~Спроецируем тетраэдр на основание цилиндра~~:



Заметим, что т.к. $AC = CB$, $AD = DB$, то $\Delta BCD = \Delta ACD \Rightarrow$ основания перпендикуляров из (.) A, B совпадают, обозначим её за (.) И, $AИ \perp CD$, $BИ \perp CD$, $AИ = ИB$ (т.к. $\Delta BCD = \Delta ACD$, а это их высоты.) Таким образом плоскость AИB перпендикулярна CD ⇒ перпендикулярна оси цилиндра ⇒ т.к. (.) И, A, B лежат на поверхности цилиндра, то радиус описанной окр-сти $\Delta ABИ$ равен $R_{ц.}$

Из ΔADC $AИ = \dfrac{2S_{ADC}}{CD}$. Из $\Delta ABИ$ по ф-ле радиуса описанной окруж.:

$R_{ц.} = \dfrac{AИ \cdot ИB \cdot AB}{4 \cdot S_{ABИ}}$ т.к. $\Delta ABИ$ – равноб. ($AИ = ИB$), то $S_{ABИ} = \sqrt{AИ^2 - \left(\frac{AB}{2}\right)^2} \cdot \dfrac{AB}{2} \Rightarrow$

$\Rightarrow R_{ц.} = \dfrac{AИ^2 \cdot AB}{2\sqrt{AИ^2 - \left(\frac{AB}{2}\right)^2} \cdot AB} = \dfrac{AИ^2}{2\sqrt{AИ^2 - \left(\frac{AB}{2}\right)^2}}$. Пусть $h = AИ \Rightarrow R_{ц} = \dfrac{h^2}{2\sqrt{h^2 - \left(\frac{2}{1}\right)^2}} = \dfrac{h^2}{2\sqrt{h^2 - 1}}$

$h^2 = AИ^2 = \dfrac{(2S_{ADC})^2}{CD^2} = \dfrac{(AD+AC+DC)(AD+AC-DC)(AD+DC-AC)(AC+DC-AD)}{4CD^2} = \dfrac{(11+CD)(11-CD)(1+CD)(CD-1)}{4CD^2} =$

$= \dfrac{1}{4}\left(121 + 1 - \dfrac{121}{CD^2} - CD^2\right)$. Пусть $f(CD) = 122 - \dfrac{121}{CD^2} - CD^2 \to \dfrac{df(CD)}{d(CD)} = 2\dfrac{121}{CD^3} - 2CD \Rightarrow$

⇒ минимум h дост. при $CD^4 = 121 \Leftrightarrow CD = \sqrt{11}$. При этом $h^2 = \dfrac{1}{4}\left(121 + 1 - \dfrac{121}{11} - 11\right) =$

$= \dfrac{1}{4} \cdot 100 = 25 \Rightarrow h \geq 5$ (min дост. при $CD = \sqrt{11}$).

Заметим, что $g(h) = \dfrac{h^2}{2\sqrt{h^2-1}}$ $\dfrac{dg}{dh} = \dfrac{2h\sqrt{h^2-1} - h^2 \cdot \frac{h}{\sqrt{h^2-1}}}{h^2-1}$ $\dfrac{dg}{dh} \vee 0 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow h(h^2-2)(h^2-1) \vee 0 \Rightarrow$ на промежутке $h \in [5; +\infty)$ ф-ция g возр. ⇒

⇒ $\min(R_ц)$ достигается при min h на этом промежутке, т.е при $h = 5$, а он бывает при $CD = \sqrt{11}$

Ответ: $CD = \sqrt{11}$

21100070 (U162034 M1298081)

Чистовик №3.

M:

$$\begin{cases}(x-a)^2+(y-b)^2\le 2 & (1)\\ a^2+b^2\le \min(2a+2b,2) & (2)\end{cases}$$

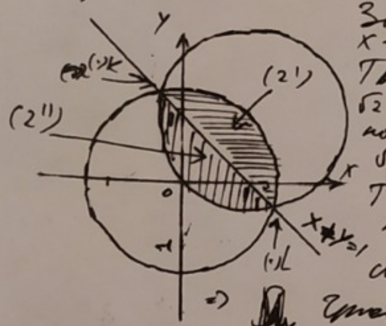
Будем рассм. ~~эту~~ фигуру на дек. пл. с ск (x,y). Заметим, что $(2) \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\begin{cases}a^2+b^2\le 2\\ 2(a+b)\ge 2\end{cases}\\ \begin{cases}a^2+b^2\le 2(a+b)\\ 2(a+b)\le 2\end{cases}\end{array}\right. \Leftrightarrow$

3

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\begin{cases}a^2+b^2\le 2 & (2')\\ a+b\ge 1\end{cases}\\ \begin{cases}a+b<1\\ (a-1)^2+(b-1)^2\le 2 & (2'')\end{cases}\end{array}\right.$$

N – такая фигура, что $\forall (x,y)\in N$ $a=x, b=y$ удовл. (2), тогда

Заметим, что $(2')$ – часть ~~окружности~~ внут. круга с центром в (·) (0,0) и радиусом $\sqrt2$, лежащей „над" прямой $x+y=1$. Аналогично $(2'')$ – часть внутренности круга с центром в (1,1), радиусом $\sqrt2$, лежащая „под" прямой $x+y<1$:



Заметим, что N симметрична относительно прямой $x+y=1$. Заметим, что (1) – ~~окружность~~ внутренность окр. радиуса $\sqrt2$ с центром в $(a,b)\in(2)$. Таким образом M – объединение всех окружностей радиуса $\sqrt2$ с центрами в (·) фигуры N. Заметим, что $N\subset M$, действительно: для каждой (·) $\in N$ есть ~~окружн.~~ круг с центром в ней и радиуса $\sqrt2$ $\Rightarrow$ она лежит в M.

Т.к. N симметрична отн. прямой $x+y=1$ и для каждой (·) $\in N$ получаются (·) M одинаковым образом, что M тоже симметрична относительно прямой $x+y=1$ $\Rightarrow$

$\Rightarrow$ Чтобы найти площадь M достаточно рассмот ~~площадь~~ найти площадь в полуплоскости $x+y\ge 1$, искомая площадь будет равна удвоенной площади N в полупл. $x+y\ge 1$.

~~Заметим, что область~~

Заметим, что если провести окр-ти с центром в (0,0) и радиусом $x^2+y^2\le 2$ и $(x-1)^2+(y-1)^2\le 2$ то $(\sqrt2+\sqrt2)=2\sqrt2$, то если (·)K, L – (·) перес. окр-стей

это максимальное . . . . .

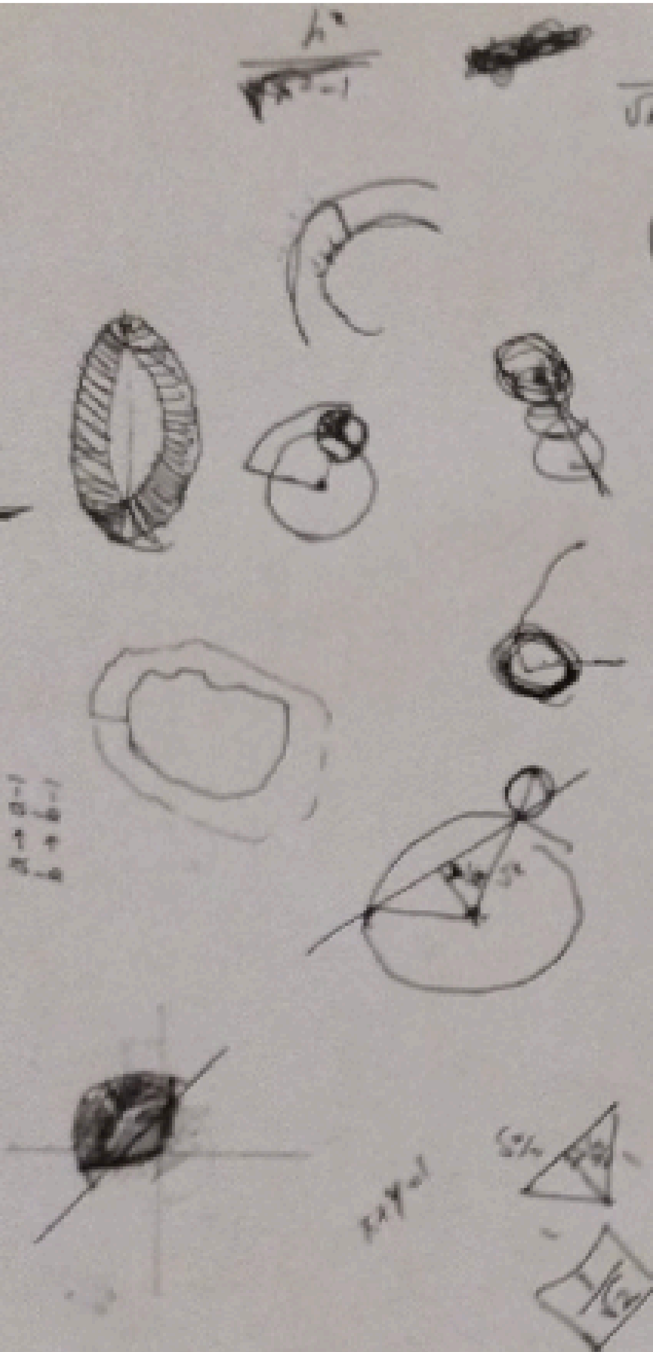
$a^2+b^2<\min(2a+2b,1)$

$(a-1)^2+(b-1)^2<2$
$2(a+b)<2$

$a^2+b^2<2$
$2(a+b)>2$

$a\to a-1$
$b\to b-1$

$x+y=1$



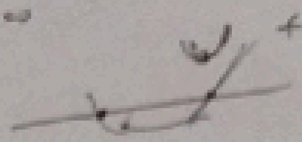
$$\frac{h^2}{\sqrt{h^2-1}}=\frac{2h\cdot\sqrt{h^2-1}-h^2\cdot\frac{h}{\sqrt{h^2-1}}}{h^2-1}=0$$

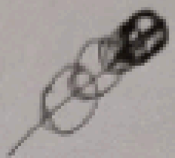
$$\left(\frac{f}{g}\right)'=f'g^{-1}+f(g^{-1})'$$

$\sqrt{h^2-1}$

$$(h^2-1)^{\frac{1}{2}}=\frac{1\cdot 2h}{2\sqrt{h^2-1}}$$

$2h(h^2-1)-h^3=0$
$h(2h^2-2-h^2)=0$
$h(h^2-2)=0$
$h=0$





$$\frac{h_1^2}{2\sqrt{h_1^2-1}}<\frac{h_1^2}{}$$

$h_1^2\sqrt{h_0^2-1}<$
$h_1^4(h_0^2-1)<h_0^4(h_1^2-1)$

$$\frac{h_1^4}{h_1^2-1}=h^2+\frac{1}{h_0^2-1}<$$

21100070 (U162034 M1298081)

$S=\sum_{i=1}^{12} a_i$

$=\frac{(2a_1+(n-1)d)\cdot n}{2}$

$S=5(2a_1+9d)$

$a_5 a_{12} > S+1$

$a_5 a_{12}=(a_1+5d)(a_1+11d)=a_1^2+16a_1d+55d^2$

$a_6 a_{11}=(a_1+5d)(a_1+10d)=a_1^2+16a_1d+60d^2$

$a_1^2+16a_1d+55d^2+16$

$a_6 a_{11}+16>S+1+16>a_1^2+16a_1d+60d^2$

$16>5d^2 \Rightarrow d^2<\frac{16}{5} \Rightarrow \boxed{d=1}$

$a_1^2+16a_1d+55d^2>5(2a_1+9d)+1$

$a_1^2+16a_1+55>10a_1+45+1$

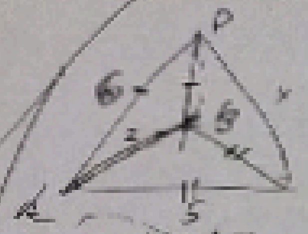
$\boxed{a_1^2+6a_1+9>0}$

$(a_1+3)^2>0$

$a_1 \neq -3$

$\frac{16}{4}>\frac{16}{5}$

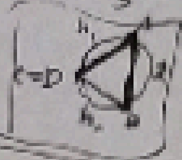
$2>\sqrt{5}$

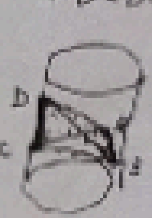


$AB=4$

$AC=CB=6$

$AD=DB=6$





$\frac{1}{2}hx=\sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$

$10a_1+45+17>a_1^2+16a_1d+60$

$a_1^2+6a_1-2<0$

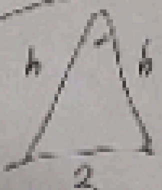
$-3-\sqrt{11}$

$a_1 \in \{-6,-5,-4,-3,-2,-1\}$

$\begin{cases} a^2+b^2<2 \\ 2(a+b)>2 \end{cases}$

$\begin{cases} a^2+b^2<2(a+b) \\ 2(a+b)<2 \end{cases}$ $a^2-2a+1+b^2-2b+1<2$

$\begin{cases} (x-a)^2+(y-b)^2\le 2 \\ a^2+b^2\le \min(2(a+b),2) \end{cases}$



$R=\frac{2}{2\sin\alpha}$

$R\to\min$

$\sin\alpha\to\max$

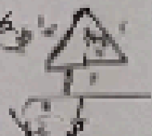
$\cos\alpha\to\min$

$\frac{2h^2-c^2}{2h^2}=1-\frac{c^2}{2h^2}$

$\frac{c^2}{2h^2}\to\max$

$h^2\to\min$

$h^2=\frac{4p(p-a)(p-b)(p-c)}{x^2}$



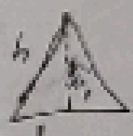
$\frac{a^2\sqrt{3}}{4}$

$\frac{(a+b+x)(a+b-x)(a+x-b)(b+x-a)}{16x^2}$

$=\frac{(11+x)(11-x)(x+x)(x-1)}{4x^2}$

$=\frac{(121-x^2)(x^2-1)}{4x^2}$

$R=\frac{a}{2\sin\alpha}$



$S=\sqrt{h^2-1}$

$\frac{1}{2}\sin\alpha\, bc=S$

$\frac{1}{2\sin\alpha}\cdot\frac{bc}{2S}$

$R=\frac{abc}{4S}$

$R=\frac{ah^2}{2\sqrt{h^2-1}}$

$R\to\min$

$\sqrt{\frac{h^4}{h^2-1}}\to\min$

$\frac{h^4}{h^2-1}=h^2+\frac{1}{h^2-1}$

$2h-\frac{1}{(h^2-1)^2}\cdot 2h$

$2h\left(1-\frac{1}{(h^2-1)^2}\right)$

$h=1$

$h=5$

$\left(\frac{h5}{2}\right)^2$

$\left(\frac{121}{x}-x\right)\left(x-\frac{1}{x}\right)$

$121-\frac{121}{x^2}-x^2+1$

$\frac{121}{x^3}-2x=0$

$\frac{121}{x^3}=x$

$121=x^4$

$x=\sqrt{11}$

$h^2=\frac{(121-11)(11-1)}{4\cdot 11}$

$\frac{110\cdot 10}{4\cdot 11}=\frac{1100}{44}=25$

Часть 2

Олимпиада: **Математика, 11 класс (2 часть)**

Шифр: **21100070**

ID профиля: **162034**

Вариант 17

Чистовик №4

1) $\begin{cases} НОД(a,b,c)=6=2\cdot 3 \\ НОК(a,b,c)=2^{15}\cdot 3^{16} \end{cases}$ т.к. $НОК(a,b)=НОК(\prod\limits_{i=1} p_i^{\alpha_i}, \prod\limits_{i=1} p_i^{\beta_i})=\prod\limits_{i=1} p_i^{max(\alpha_i;\beta_i)}$, а $НОД(a,b)=НОД(\prod\limits_{i=1} p_i^{\alpha_i}, \prod\limits_{i=1} p_i^{\beta_i})=\prod\limits_{i=1} p_i^{min(\alpha_i;\beta_i)}$ (разлож. и-в на пр. мн.) и, что аналогично с большим числом чисел, то т.к. $НОК(a,b,c)=2^{15}\cdot 3^{16}$, то $a,b,c \in \{2^k \cdot 3^l \mid k,l \in \mathbb{N}\cup\{0\}\}$, причем среди k и l для чисел a,b,c $max(k)$ равно 15, а $max(l)$ равно 16. Аналогично из $НОД(a,b,c)=2^1\cdot 3^1$ $min(k)=1$, $min(l)=1$.

тогда кол-во ~~способов~~ троек (a,b,c) равно кол-ву таких k, l, т.е.

выбираем из a,b,c числа с min и max k; выбираем k для ост.; ~~т.к.~~ аналогично для l

$$\left(A_3^2 \cdot C_{15}^1 - 2\cdot C_3^1\right)\cdot\left(A_3^2\cdot C_{16}^1 - 2\cdot C_3^1\right)=(6\cdot 15-6)\cdot(6\cdot 16-6)=36(15-1)\cdot(16-1)=$$

получили либо 2 k по 15 либо по 1

случаи когда 2 k одинаковы считали дважды (т.е. 15 15 1 15 14 1 ... 15 15 1 14 15 1 ...)

$=36\cdot 14\cdot 15=7560$

Ответ: 7560 троек (a,b,c)

② Чистовик №5.

∃ a = $\log_{\sqrt{5x-1}}(4x+1)$, ∃ c = $\log_{4x+1}\left(\frac{x}{2}+2\right)^2$, ∃ d = $\log_{\frac{x}{2}+2}(5x-1)$.   a, b, c

∃ $\alpha=\sqrt{5x-1}$, $\beta=4x+1$, $\gamma=\frac{x}{2}+2$ $\Rightarrow$

тогда $\Leftrightarrow \log_\alpha \beta,\ \log_\beta \gamma^2,\ \log_\gamma \alpha^2 \Leftrightarrow \frac{\ln\beta}{\ln\alpha},\ 2\frac{\ln\gamma}{\ln\beta},\ 2\frac{\ln\alpha}{\ln\gamma} \Rightarrow$.

$a\cdot b\cdot c = 4\cdot\frac{\ln\beta}{\ln\alpha}\cdot\frac{\ln\gamma}{\ln\beta}\cdot\frac{\ln\alpha}{\ln\gamma}=4.$

∃ $a=b=c+1 \Rightarrow \begin{cases} a=c+1 \\ a^2=\frac{4}{c}\end{cases} \Leftrightarrow \frac{4}{c}=c^2+2c+1 \Leftrightarrow 0=c^3+2c^2+c-4=(c-1)(c^2+3c+4)$, но

$c^2+3c+4=(c^2+3c+\frac{9}{4})+\frac{5}{4}=(c+\frac{3}{2})^2+\frac{5}{4}>0 \Rightarrow c=1.$

∃ $a=c=b+1 \Rightarrow$ Аналогично (т.к. $abc=4$) имеем: $b=1$.

∃ $b=c=a+1 \Rightarrow$ Аналогично имеем $a=1$

Таким образом условие равносильно тому, что:

$$\left[\begin{array}{l}\log_\alpha\beta=1\\ \log_\beta\gamma^2=1\\ \log_\gamma\alpha^2=1\end{array}\right. \Leftrightarrow \begin{cases}\left[\begin{array}{l}\alpha=\beta\\ \beta=\gamma^2\\ \gamma=\alpha^2\end{array}\right.\\ \alpha,\beta,\gamma>0,\neq1\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}\left[\begin{array}{l}\alpha^2=\beta^2\ (1)\\ \beta=\gamma^2\ (2)\\ \gamma=\alpha^2\ (3)\end{array}\right.\\ \alpha,\beta,\gamma>0,\neq1\end{cases}$$

$(1)\Leftrightarrow 5x-1=16x^2+8x+1 \Leftrightarrow 16x^2+3x+2=0$ $D=3^2-2\cdot4\cdot16<0.$

$(2)\Leftrightarrow 4x+1=\frac{x^2}{4}+2x+4 \Leftrightarrow x^2-8x+12=0 \Leftrightarrow (x-2)(x-6)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x=2\\ x=6\end{array}\right.$

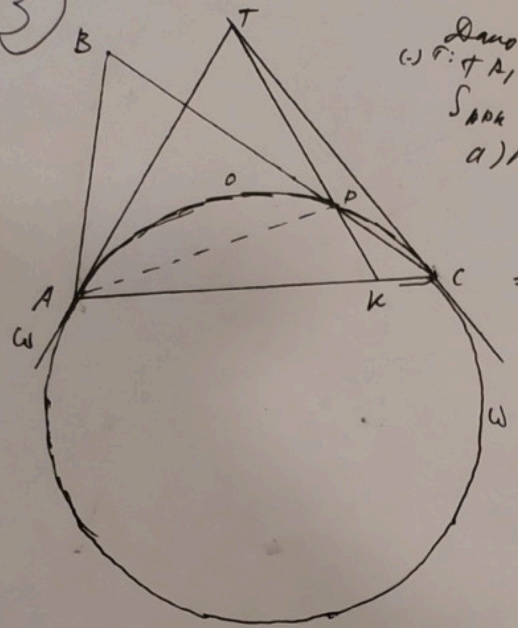
$(3)\Leftrightarrow \frac{x}{2}+2=5x-1 \Leftrightarrow x=\frac{2}{3}.$

Заметим, что при $x=2$ $\begin{array}{l}\alpha=3\\ \beta=9\\ \gamma=3\end{array}>0,\neq1$, $x=6$ $\begin{array}{l}\alpha=\sqrt{29}\\ \beta=25\\ \gamma=5\end{array}>0,\neq1$, $x=\frac{2}{3}$ $\begin{array}{l}\alpha=\sqrt{\frac{7}{3}}\\ \beta=\frac{11}{3}\\ \gamma=\frac{7}{3}\end{array}>0,\neq1.$

Таким образом при $x\in\{\frac{2}{3},2,6\}$ и только при них условие выполн

Ответ: $x\in\{\frac{2}{3},2,6\}$.

3



Частовик №6.

Дано: $\triangle ABC$, O - центр опис. $\triangle ABC$ (окр.) окр. ω, $(\cdot)A, O, C \in \omega$.

$(\cdot)T$: TA, TC - кас. к ω. ~~...~~ отрезок $BC \cap \omega = \{C, P\}$. $TP \cap AC = K$.

$S_{APK} = 6$, $S_{CPK} = 4$.

а) Найти: S_{ABC}.

Решение

Т.к. $(\cdot)A, O, P, C \in \omega$, то $\angle APC = \angle AOC = 2\angle ABC \Rightarrow \angle BAP =$
$= \angle APC - \angle ABC = \angle ABC \Rightarrow \triangle ABP$ - ~~равн~~ ($AP = PB$).

$S_{ABC} : S_{APC} = BC : PC$ (т.к. у них общ. вершина и стороны на одной прямой). $\Rightarrow S_{ABC} = (S_{APK} + S_{CPK}) \cdot \frac{BC}{PC}$. $\frac{BC}{PC} = 1 + \frac{AP}{PC}$.

$\frac{AP}{PC} =$ ~~...~~ $\frac{\sin(\angle PCA)}{\sin(\angle PAC)}$

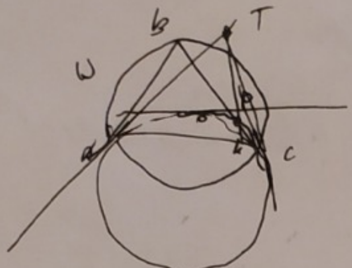
$НОД(a,b,c)=6$, $НОК(a,b,c)=2^{15}\cdot 3^{16}$

$НОК(a,b,c)\cdot НОД(a,b,c)$

$a=6a'$, $b=6b'$; $c=6c'$

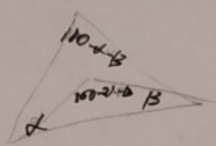
$a=2^{\alpha_1}\cdot 3^{\beta_1}$
$b=2^{\alpha_2}\cdot 3^{\beta_2}$
$c=2^{\alpha_3}\cdot 3^{\beta_3}$

$\max(\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3)=15$
$\min(\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3)=1$
...



$S_{ABK}=6$

$S_{CDK}=4$

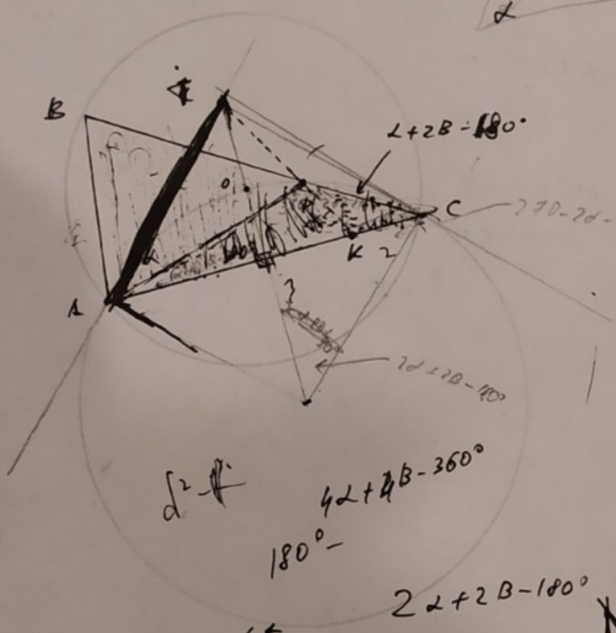


$15 \times 14 = 60 + 15 = 210$

$360-720+5\alpha+5\beta$

$2\alpha+2\beta-180$

$180-(360-2\alpha-2\beta)=2\alpha+2\beta-180°$



$\alpha+2\beta-180°$

$270-2\alpha-2\beta$

$2\alpha+2\beta-180$

$4\alpha+4\beta-360°$

$180°-$

$2\alpha+2\beta-180°$

$C_3^1\cdot C_2^1$ $\quad C_3^2=\frac{3\cdot 2}{2}$

36
$15 \cdot 210 = 360 + 72 = 7560$

$A_3^2\cdot C^1$

15

$k=15$

$(15,15,1)$

C_3^2

$(15,15,1)$ $\quad (15,15,1)$

C_3^1

C_3^1

$\angle ABC=\operatorname{arcctg}\frac{4}{5}.$

$180°-(4\alpha+4\beta-360°)$

S

$S=AC\cdot h$

$\frac{a}{2}$

$R=\frac{a}{}$

$4R=\frac{abc}{S}$

$\frac{1}{1-h^2}-1$

$\frac{h^2}{1-h^2}=\frac{1}{1-h^2}$

$\frac{a}{\sin\alpha}$

$4R\cdot 2R$

$h=$

$tg\,\alpha+tg\,\beta$

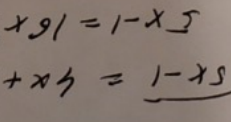
$S=\frac{abc}{4R}$

$\frac{a}{2R}\cdot\frac{b}{2R}\cdot\frac{c}{2R}$

$tg(2\alpha+2\beta)$ $\frac{AC}{2}=h$

$AC=h(ctg\,\alpha+ctg\,\beta)$

$tg(2\alpha)=\frac{2\,tg\,\alpha}{1-tg^2\alpha}$



$9x=6$

$x=\frac{2}{3}$

$x+4=10x-2$

$\frac{3}{11}=1+\frac{3}{8}$

$=2+\frac{3}{1}$

$=1-\frac{3}{10}$

$\sqrt{5x-1}=4x+1$

$5x-1=16x^2+8x+1$

$D=9-$

$\frac{x}{2}+2$

$\frac{1}{2}(x+4)$

$\frac{x^2+8x+16}{4}$

$x^2+8x+16=16x+4$

x^2-

x^2

$D=$

$64-48=$

$x^2-2x+3=0$

$\log_{\sqrt{5x-1}}(4x+1)$, $\log_{4x+1}\left(\frac{x}{2}+2\right)^2$, $\log_{\frac{x}{2}+2}(5x-1)$

$\neq 1$ >0 $a = 4x+1$
$b = \sqrt{5x-1}$
$c = \frac{x}{2}+2$

$x: \log_b a$, $y: 2\log_a c$, $z: 2\log_c b$

$1) \cancel{\ln^2 a = 2\ln b \cdot \ln c}$

$1)\ 2\log_a c = 2\log_c b = \log_b a + 1$, $\log_b b$

$\frac{\ln a}{\ln b}$ $\quad 2\frac{\ln c}{\ln a}$ $\quad 2\frac{\ln b}{\ln c}$

$8c-15=a$

$b^2+1=\frac{5}{4}(a-1)$
$4(b^2+1)=5(a-1)$

$\log_b 2\log_a c$
$\log_b a = 2\log_c b^2 + \log_c c$

$a=8c-15$ $\quad 8(c-2)$
$4(b^2+1)=5(8c-16)$
$1 \leq b^2+1 = 10(c-2)$
$10c-20 \geq 1$
$c \geq 2$

$\cancel{\log_a c = \log_a b \cdot \log_a c}$
$\log_a^2 c = \log_a b$

$x \cdot y \cdot z = 4$
$x = y = z+1$

$x = \log_b a = \frac{\ln a}{\ln b}$
$y = \log_a c^2 = 2\frac{\ln c}{\ln a}$
$z = 2\frac{\ln b}{\ln c}$

$\frac{4}{z} = z+1$

$\frac{d\left(\frac{\ln a}{\ln b}\right)}{dx} =$

$4 = z^2+z$
z^2+z-4
$D = 1+16 = 17$
$\frac{-1\pm\sqrt{17}}{2}$

$xyz = 4$.
$1)\ x = y = z+1$

$\frac{\ln b \cdot \frac{1}{a}}{\ln^2 b}$

$\log_c b^2 = \frac{-1\pm\sqrt{17}}{2}$

$2)\ x = z = y+1 \Rightarrow y+1 = \frac{4}{z}$

$\log_{\sqrt{5x-1}}(4x+1) = \frac{-1\pm\sqrt{17}}{2}$

$a^2 z = 4$
$a = z+1$
$\frac{4}{z} = z^2+2z+1$
$z^3+2z^2+z-4=0$
$z=1$ $\quad 1+2+1-4=0$
$(z-1)(z^2+3z+4)$
$(z+4)(z+1)$
$(z-1)^2(z+4)=0$

$\log_{b^2} a^2 = \log_{10c-21} 1$
$2\log_a c$
$\log_c b^2$

$x^3+2x^2+x-4 \mid x-1$
$-(x^3-x^2)$ $\quad x^2+3x+4$
$3x^2+x$
$-(3x^2-3x)$
$4x$

$D = 9+16 = 25$ $\quad 2\cdot\frac{3}{2}$
$\frac{-3\pm 5}{2}$ $\quad -\frac{8}{2} = -4$ $\quad \frac{9}{4}$

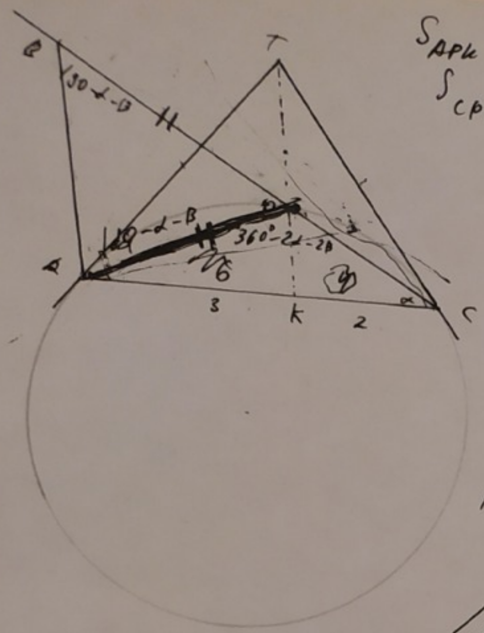
$(z-1$

x^3+3x+4
x^3

$-1+2-1-4$

$c^3+2c^2+c-4 \mid c-1$
$-(c^3-c^2)$ $\quad c^2+3c+4$
$3c^2+c$
$-(3c^2-3c)$
$4c-4$
$4c-4$.

$D = 9-16$



$S_{APK} = 6$

$S_{CPK} = 4$

$AK : KC = 3 : ?$

$\frac{1}{2} PC \cdot CK \sin\alpha = S_{PCK}$

$\frac{1}{2} PC \cdot AC \sin\alpha = S_{APK}$

$tg(\alpha+\beta) = \frac{tg\alpha \cdot tg\beta}{1 - tg\alpha \cdot tg\beta}$

$AC : CK =$

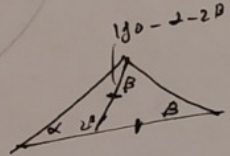
$h = \frac{AC}{2} \cdot tg(2(\alpha+\beta))$

$tg(2\alpha+2\beta) =$

$h = \frac{AC}{ctg\alpha + ctg\beta} = \frac{AC\, tg\alpha \cdot tg\beta}{tg\alpha + tg\beta}$

$\boxed{CP : PB - ?}$

$AB \cdot BC$



$\frac{AP}{\sin}$

AP

$\frac{1}{2} AP \cdot AK \cdot \sin($