Часть 1

Олимпиада: **Математика, 10 класс (1 часть)**

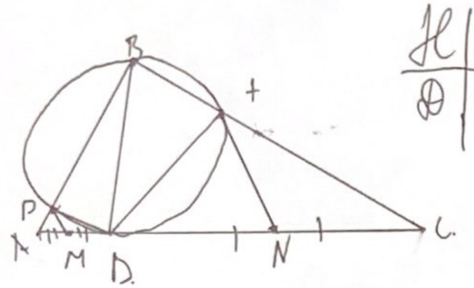
Шифр: **211007814**

ID профиля: **85404**

Вариант 9

Чистовик.
Вариант №9.

№1).



Н	а) $\angle ABC$; б) $S_{\triangle ABC}$
Д	а) M, середина AD; N - серед CD. $PM \parallel TN$
	б) а) + $MP=\frac{1}{2}$, $NT=\frac{5}{2}$, $BD=?$

а) Т.к BD - диаметр, то $\angle BTD = 90$, как $\angle$ опирающийся на диаметр $\Rightarrow \angle DTC = 180 - \angle BTD = 180-90 = 90^\circ$

BPD так же равен 90 т.к опирается на диаметр, $\Rightarrow$

$\Rightarrow \angle DPA = 180 - \angle BPD = 180 - 90 = 90^\circ$

$\triangle APD$ и $\triangle DTC$ − прямоугольные $\Rightarrow$ $PM = \frac{1}{2}AD = MD$; $TN = \frac{1}{2}DC = NC$ $\Big\} \Rightarrow$

$\Rightarrow \triangle PMD$ и $\triangle TNC$ − р/б

$PM \parallel TN \Rightarrow \angle PMD = \angle TNC$ − одностор при секущ AC.

$\triangle TNC \sim \triangle PMD$.

$\angle PMD = \angle TNC$

$\cancel{\angle TNC}$ $\angle NTC = \angle NCT = \frac{180 - \angle TNC}{2} = \frac{180 - \angle PMD}{2} = \angle MPD = \angle MDP$

$\triangle APD \sim \triangle DTC \Rightarrow \angle DAP = \angle CDT$.

$\angle APD = \angle DTC = 90$

$\angle ADP = \angle DCT$

$\angle CDT + \angle \overset{DCT}{\cancel{DTC}} = 90$; $\angle DCT = \angle ADP$ $\Big\} \Rightarrow \angle CDT + \angle ADP = 90^\circ$

$\angle PDT = 180 - (\angle CDT + \angle ADP) = 180 - 90^\circ = 90^\circ$.

$4^{х}$ угольник PBTD вписан в окружность на диаметре BD $\Rightarrow$

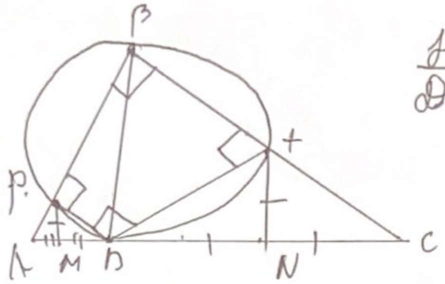
$\Rightarrow \angle PBT + \angle PDT = 180 \to \angle PBT = 180 - \angle PDT = 180 - 90^\circ = 90^\circ$

$\angle ABC = \angle PBT = 90^\circ$

Ответ: $\angle ABC = 90^\circ$.

Чистовик.

б).



Д: S_{ABC}

Дано: $DM=\frac{1}{2}$, $NT=\frac{5}{2}$, $BD=2$.

Решение:

из пункта а): $TN=\frac{1}{2}DC$; $DM=\frac{1}{2}AD$

$\Downarrow$ $\Downarrow$

$DC=2TN=\frac{5}{2}\cdot 2=5$ $2DM=AD=\frac{1}{2}\cdot 2=1$.

$AC=AD+DC=1+5=6$.

из пункта а): $\angle BTD=90$, $\angle BPD=90$, $\angle ABC=\angle PBT=90$, $\angle PDT=90$ $\Rightarrow$ $PBTD$ - прямоугольник

$\triangle DBC \sim \triangle TDC$

$\angle DTC=\angle BDC=90°$, $\angle TCD$ - общий $\Rightarrow \angle DBC=\angle CDT \Rightarrow$

$\Rightarrow \triangle DTB \sim \triangle CTD$.

$\angle DTB=\angle DTC=90°$

$\angle DBT=\angle CDT$.

$\triangle DTB \sim \triangle CTD \Rightarrow$

$\Rightarrow \angle DCT=\angle BDT$, $\angle DCT=\angle ADP$ $\Rightarrow \angle BDT=\angle ADP$

$\angle ADT=\angle ADP+\angle PDT=\angle ADB+\angle BDT$.
$\angle ADP=\angle BDT$
$\Rightarrow \angle PDT=\angle ADB=90 \Rightarrow$

$\Rightarrow BD$ - высота $\Rightarrow$

$\Rightarrow S_{ABC}=\frac{BD\cdot AC}{2}=$

$=\frac{\cancel{2}\cdot 6}{\cancel{2}}=6$.

Ответ: $S_{ABC}=6$.

чистовик.

№ 2.

$$\sqrt{x+4} - \sqrt{6-x} + 4 = 2\sqrt{24+2x-x^2}.$$

$\boxed{\text{Ответ: } x = 1 - \frac{3}{2}\sqrt{11} \quad x = 5}$

Заметим, что $\sqrt{24+2x-x^2} = \sqrt{x+4}\cdot\sqrt{6-x}$.

$\sqrt{x+4} = \sqrt{a}$
$\sqrt{6-x} = \sqrt{b}$.

ОДЗ: $\left.\begin{matrix} x \geq -4 \\ x \leq 6 \end{matrix}\right\} \Rightarrow x \in [-4; 6]$

$\sqrt{a} - \sqrt{b} + 4 = 2\sqrt{ab}$

$\sqrt{a} - \sqrt{b} = 2\sqrt{ab} - 4$ / возв. в квадрат.

$a - 2\sqrt{ab} + b = 4ab - 16\sqrt{ab} + 16$ / $+2\sqrt{ab}$

$a + b = 4ab - 14\sqrt{ab} + 16$

$a + b = x + 4 + 6 - x = 10$

$10 = 4ab - 14\sqrt{ab} + 16$ / -10

$4ab - 14\sqrt{ab} + 6 = 0$ / $:2$.

$2ab - 7\sqrt{ab} + 3 = 0$ $\quad \sqrt{ab} = t \geq 0$

$2t^2 - 7t + 3 = 0$

$D = 49 - 4\cdot 2\cdot 3 = 49 - 24 = 25$

$t = \frac{7 \pm 5}{4}$ $\quad t_1 = \frac{12}{4} = 3$; $t_2 = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$

$(\sqrt{ab})^2 = t^2$.

1) $(x+4)(6-x) = 24 + 2x - x^2 = 3^2 = 9$

$x^2 - 2x - 15 = 0$

$x = 5$; $x = -3$.

$x = 5$; $\sqrt{\underset{9}{5+4}} - \sqrt{\underset{1}{6-5}} + 4 = 2\sqrt{\underset{9}{(5+4)}\underset{1}{(6-5)}}$.

$3 - 1 + 4 = 2\cdot 3$

$6 = 6 \Rightarrow x = 5$ - подход.

$x = -3$: $\sqrt{4-3} - \sqrt{6+3} + 4 = 2\sqrt{\underset{1}{(4-3)}\underset{9}{(6+3)}}$

$1 - 3 + 4 \neq 2\cdot 3$

$2 \neq 6 \Rightarrow x = -3$ неподходит

2) $24 + 2x - x^2 = \left(\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{1}{4}$

$x^2 - 2x + \frac{1}{4} - 24 = x^2 - 2x - 23\frac{3}{4} = 0$ / $\cdot 4$

$4x^2 - 8x + (\underset{92}{23\cdot 4} + 3) = 4x^2 - 8x + 95 = 0$.

$D = 64 + 4\cdot 4\cdot 95 = 16(\overset{99}{4+95}) = 16\cdot 9\cdot 11$

$x = \frac{8 \pm 4\cdot 3\sqrt{11}}{8}$

$x = 1 \pm \frac{3}{2}\sqrt{11}$.

$x = 1 + \frac{3}{2}\sqrt{11} < 6$.

$\frac{3}{2}\sqrt{11} < 5$.

$\sqrt{11} < \frac{10}{3}$

$11 < \frac{100}{9}$

$99 < 100$.

чистовик

$x = 1 - \frac{3}{2}\sqrt{11} > -4$,

$-\frac{3}{2}\sqrt{11} > -5$.

$5 > \frac{3}{2}\sqrt{11}$

$\sqrt{24+2x-x^2} = \sqrt{25-(x^2-2x+1)} = \sqrt{25-(x-1)^2}$ — пол окружности с $R=5$ и центром в $O(1;0)$

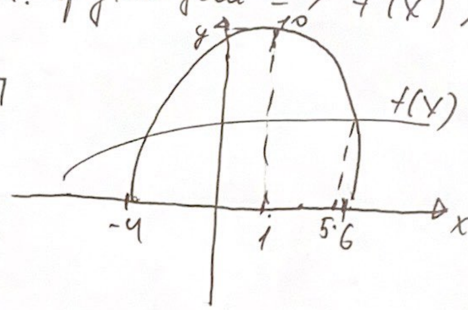
$f(x) = \sqrt{x+4} - \sqrt{6-x} + 4 \nearrow$

$\sqrt{6-x}$ — $\searrow$ - функция $\Rightarrow -\sqrt{6-x} \nearrow$.

$f(x) = \Sigma$ 2х возраст. функций $\Rightarrow f(x) \nearrow$.

$f(x) = 2\cdot\sqrt{25-(x-1)^2}$

график — множество значений половины окружности $\sqrt{25-(x-1)^2}$, каждое из которых увеличено в 2 раза



Т.к $f(x)$ и половина окружности имеют общую точку $x=5$, то общих точки будет хотя бы 2.

$25-(x-1)^2 \geq 25$ при равенство при $x=1 \Rightarrow x=1$ вершина

От $[-4;1]$ — ~~ОК~~ $2\sqrt{25-(x-1)^2} \nearrow$.

От $[1;6]$ — $\searrow$

$f(x)$ на $[1;6]$ $\nearrow$. $\Big\} \Rightarrow$ только 1 пересечение

$x = 1+\frac{3}{2}\sqrt{11} \in [1;6]$, на [1;6] уже есть корень $x=5 \Rightarrow$ $x = 1+\frac{3}{2}\sqrt{11}$ не подходит.

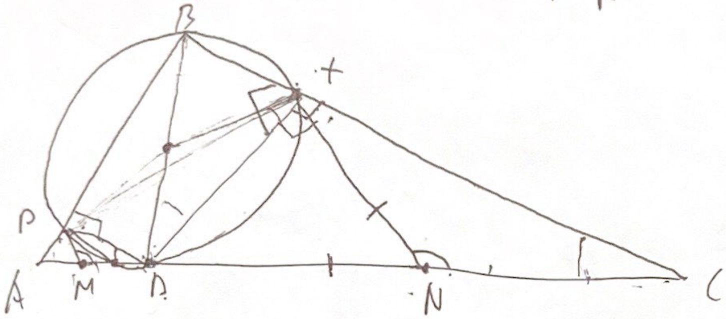
Остается $x = 1-\frac{3}{2}\sqrt{11}$, который очевидно является корнем уравнения.

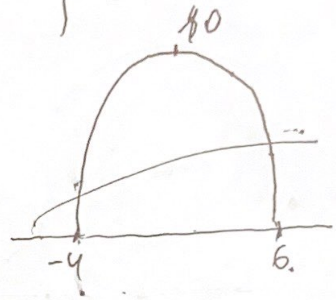
$-4 < 1-\frac{3}{2}\sqrt{11} < -3$

$f(-4) = \sqrt{4-4} - \sqrt{6+4} + 4 = 4-\sqrt{10}$; $2\sqrt{(4-4)(6+4)} = 0$ окр.

$f(-3) = \underbrace{\sqrt{4-3}}_{1} - \underbrace{\sqrt{6+3}}_{3} + \underbrace{4}_{4} = 1-3+4 = 2$; $2\sqrt{1\cdot 9} = 6 > 2$ $\Big\} \Rightarrow$ на $[-4;-3]$ есть корень и это $1-\frac{3}{2}\sqrt{11}$ (1)

Черновик.





$\sqrt{23+(x-1)^2}$.

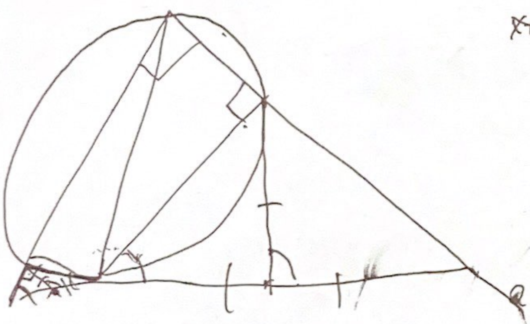
$x+\sqrt{5+4}-\sqrt{6-1}+4.$

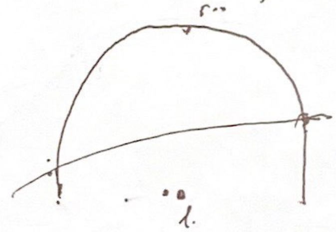
$3 \quad 1$

$-x^2+2x-1+25.$

$2\sqrt{25-(x-1)^2}$.

6.





$24+10-25=9,$

$1-\sqrt{6+3}+4=2$

3

$25+2x-x^2$

$29-6-9=$

$x=-4.$

$\sqrt{0}-\sqrt{10}+4=0$

$4-\sqrt{10}.$

$a=\sqrt{x+4}.\ a=3-$

$24-4-4=16=4.$

$a^2+b^2=10$

$a-b+4=2ab \Rightarrow a+4=b(1+2a)$

$b=\frac{a+4}{1+2a}.$

$\times$ 38, 9, 342

$a=3$

$4\cdot 81+4\cdot 27-38\cdot 9-32\cdot 3+6=$

$324+108-342-96+6$

$-18+12+6=0.$

$a^2+\left(\frac{a+4}{1+2a}\right)^2=10.$

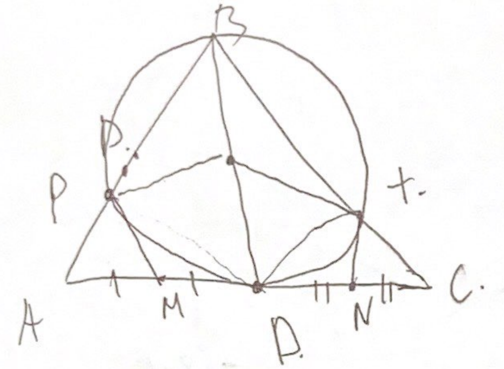
$a^2(1+2a)^2+(a+4)^2=10(1+2a)^2.$

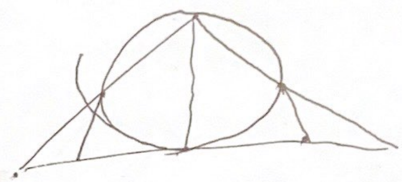
$a^2(1+4a+4a^2)+a^2+8a+16=10(1+4a+4a^2).$

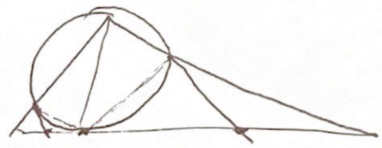
$4a^4+4a^3+a^2+a^2+8a+16-40a^2-40a-10=0.$

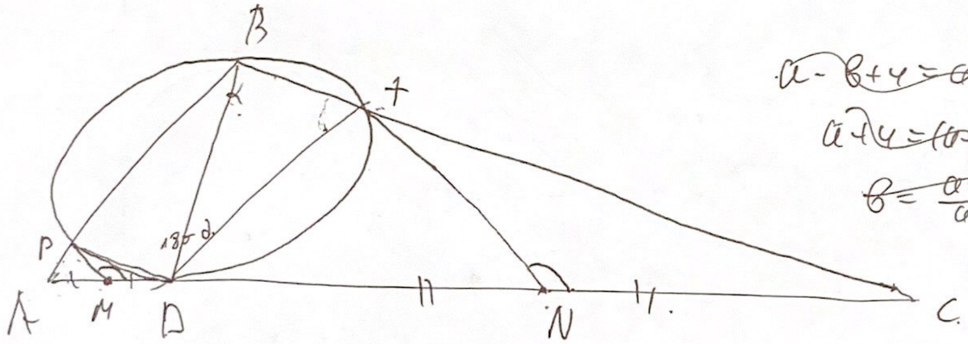
$4a^4+4a^3-38a^2-32a+6=0.$

Черновик.









$\cancel{a - b + 4 = ab}$

$\cancel{a + 4 = (a+1)\, b}$

$\cancel{b = \frac{a+4}{a+1} =}$

$\sqrt{a} - \sqrt{b} + 4 = \sqrt{ab}$

$\sqrt{a} + 4 = (\sqrt{a}+1)(\sqrt{b})$

$\sqrt{b} = \frac{\sqrt{a}+4}{\sqrt{a}+1}$

$\sqrt{6-x} = \frac{\sqrt{x+4}+4}{\sqrt{x+4}+1} = 1 + \frac{3}{\sqrt{x+4}+1}$

$$6 - x = \frac{\overset{x+20}{x+4+16} + 8\sqrt{a}}{x+4+1+2\sqrt{a}} =$$

$=$

$(a+b)^2 - (a^2+b^2) = 2ab$

$a - b + 4 = (a+b)^2 - (\overset{10}{a^2+b^2})$

$a - b + 14 = (a+b)^2$

мертовин.

$4a^4+4a^3-38a^2-32a+6 \mid a-3$

$4a^3-12a^3 \quad | \; 4a^3+16a^2+10a+2$

$16a^3-38a^2$

$18a^2-48a^2$

$+10a^2$

$+14a^2-48a$

$\frac{3}{2}\sqrt{11} \quad 5$

$\sqrt{11} \quad \frac{10}{3}$

$2a^3+8a^2+5a+1$

$2\cdot\left(-\frac{1}{2}\right)^3+8\cdot\frac{1}{4}+\frac{5}{2}+1$

$2a+1$

$8\cdot -\frac{1}{4}+2-\frac{5}{2}+1$

$2a^3+8a^2+5a+1 \mid 2a+1$

$2a^3+a^2 \quad | \; a^2+3,5a$

$7a^2+5a$

$x(22a-8y)=26a^2-20ay$

$26a^2-22ax-20ay+$

$5x^2+8xy+4y^2$

$\sqrt{x+4}+\sqrt{6-x}+4=2\sqrt{25-(x-1)^2}$

$a \quad b \quad ab$

$\sqrt{a}-\sqrt{b}+4=2\sqrt{ab}$

$y=\frac{ax^2+2a^2x+a^3+1}{a}$

$a-2\sqrt{ab}+b=4ab-16\sqrt{ab}+16$

$26a^2-22ax-2$

$\underbrace{a+b}_{10}=4ab-14\sqrt{ab}+16$

$D=4a^4-4(a(a^3-ya+1)$

$4ab-14\sqrt{ab}+6=0 \;/:2$

$4a^2y+4a$

$2ab-7\sqrt{ab}+3=0$

$D=49-8\cdot3=25 \quad 5^2$

$1-\frac{3}{2}\sqrt{11} > -4$

$\frac{7\pm5}{4}$

$\sqrt{ab}=3$

$\sqrt{ab}=\frac{1}{2}$

$-\frac{3}{2}\sqrt{11} > -5$

$-\sqrt{11} > -\frac{10}{3}$

$ab=9$

$ab=\frac{1}{4}$

$2x^2a^2-$

$x=1\pm\frac{3}{2}\sqrt{11}$

$24+2x-x^2=9$

$\frac{10}{3}>\sqrt{11}$

$x^2-2x+9-24=0 \qquad x^2-2x-15 \quad 5 \; -3$

$\frac{100}{9}>11$

$24+2x-x^2=\frac{1}{4}$

$100>99$

$23\cdot4+3 \quad 92$

$x^2-2x-23\frac{3}{4}=0 \;/\cdot4$

$x=\frac{8\pm4\cdot3\sqrt{11}}{8} \quad 12$

$4x^2-8x-95=0$

$D=64+16\cdot95=16(4+95)=16\cdot9\cdot11 \quad 99$

Часть 2

Олимпиада: **Математика, 10 класс (2 часть)**

Шифр: **211007814**

ID профиля: **85404**

Вариант 9

Вариант №4.
Чистовик.

№ 4.

$$\begin{cases} \dfrac{2}{x^2+y^2}+x^2y^2=2. \\ x^4+y^4+3x^2y^2=5. \end{cases}$$

$$x^4+y^4+2x^2y^2+x^2y^2=(x^2+y^2)^2+x^2y^2=5.$$

$$\begin{cases} \dfrac{2}{x^2+y^2}+x^2y^2=2. \\ (x^2+y^2)^2+x^2y^2=5 \end{cases} \Leftrightarrow (x^2+y^2)^2+\cancel{x^2y^2}-\frac{2}{x^2+y^2}-\cancel{x^2y^2}=5-2.$$

$$(x^2+y^2)^2-\frac{2}{x^2+y^2}=3 \quad x^2+y^2=t\geq 0.$$

$$t^2-\frac{2}{t}-3=0\,/\cdot t. \quad (x^2+y^2\neq 0$$

$x=0;\ y=0$ не явл. решением.)

$$t^3-3t-2=0$$

$t=-1$ корень.
$(t>0\ t\neq -1)$.

$$t^3-3t-2=\cancel{(t+1)(t^2+2t+1)}=(t+1)(t^2-t-2)=(t+1)^2(t-2)$$

$$\boxed{t>0 \Rightarrow t\neq -1;\ t=2}.$$

$$x^2+y^2=2. \Rightarrow \frac{2}{x^2+y^2}+x^2y^2=\frac{2}{2}+y^2x^2=$$

$$=x^2y^2+1=2. \Rightarrow x^2y^2=1 \Rightarrow x^2=\frac{1}{y^2}.$$

$$\begin{cases} x^2=\dfrac{1}{y^2} \\ x^2+y^2=2. \end{cases} \Rightarrow y^2+\frac{1}{y^2}=2 \Leftrightarrow y^2-2+\frac{1}{y^2}\,/\cdot y^2\ (y\neq 0$$

т.к $x^2y^2=1$.
$x=0$ или $y=0 \Rightarrow$
$x^2y^2=0\cdot x^2(\text{или } y^2)\neq 1$)

$$y^4-2y^2+1=0.$$

$$\underbrace{(y^2-1)^2}_{\geq 0}=0 \Rightarrow y^2=1 \quad x^2=\frac{1}{y^2}=\frac{1}{1}=1.$$

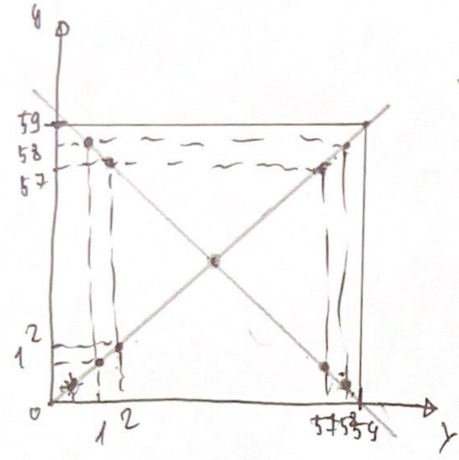
$$x=\pm 1;\ y=\pm 1.$$

Ответ:

$x=1;\ y=1.$
$x=1;\ y=-1.$
$x=-1;\ y=1.$
$x=-1;\ y=-1$

Чистовик.

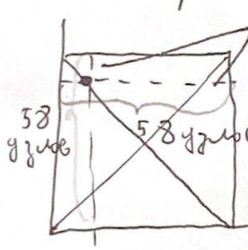
№ 5.



– прямые $y=x$ и $y=59-x$ – это диагонали квадрата. Хотя бы один узел должен лежать на диагонали.

Оба выбранных узла не лежат ни на какой прямой $\parallel$ любой из координатных осей

Тогда рассмотрим 1 точку на диагонали



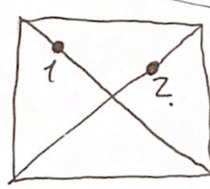
ни на одной из этих прямых не лежит 2ой узел (на прямых $\parallel$ осям) тогда узлов остается (для любой (·) диагонали) $58\cdot 58 - 58 - 58 + 1 = 57\cdot 57$

58.58 всего узлов

−58.2 узлы лежащие на прямых $\parallel$ осям

+1 Т.К вычитаем 2 раза по 58 мы 2 раза вычли их общую точку

Так же пока исключим узлы на диагоналях т.к когда мы считаем узлы, находящиеся на диагоналях т.к некоторые случаи мы будем считать дважды. пример:



считаем случаи выбора узлов: считаем выборы для узла 1, будет случай когда мы выберем 2 узел, но так же мы посчитаем этот случай когда будем считать выборы для 2.

тогда выборов без узлов на диагоналях

$57^2 \cdot (\underbrace{58}_{1\text{ диагон}} + \underbrace{57}_{2\text{ диагон.}})$ 57 т.к мы посчитали точку $\cap$ диагоналей в первой диагон.

Теперь будем считать сколько вариантов выборов узлов только на диагоналях, при возможно 3 случая

1) оба узла лежат на 1 диагонали
2) один из узлов это (·) пересечения диагоналей
3) узлы лежат на разных ~~пр~~ диагоналях

Чистовик.

1), если узлы на одной диагонали.

не будем считать узел являющийся пересечением диагоналей т.к мы это посчитаем во 2 случае

тогда на каждой диагонали 57 узлов из которых нам надо выбрать 2, кол-во способов $C_{57}^{2} = \frac{56\cdot 57}{2}$

всего способов $56\cdot 57$ т.к диагонали 2

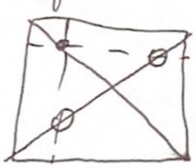
2) ~~оо~~ узел — (·) ∩ диагоналей

всего узлов на диагоналях остается $57+57 = 57\cdot 2$.

из них нам нужно выбрать 1, это или раз $57\cdot 2$ способов.

3) узлы на разных диагоналях.

Для каждого ~~точки~~ узла диагонали мы исключаем 2 узла на другой диагонали



– 2 точки лежащие на прямых || осям.

тогда всего способов выбрать 2 узла в таком случае $\underbrace{58}_{\text{на 1 диагон}}\cdot\underbrace{56}_{\text{на 2}}$

Всего способов будет: $(58+57)57^2 + 56\cdot 57 + 57\cdot 2 + 56\cdot 58 =$

$= \overset{115}{(58+57)}(\overset{3249}{57^2}+56)^{3305} + \overset{114}{57\cdot 2} = 380189$

380075

Ответ: 380189.

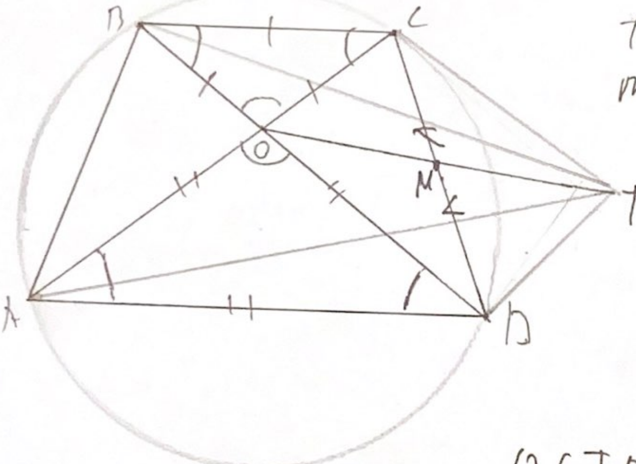
чистовик.

№6.

а) Док-ть | ABT - рівносторон

Дано | $\triangle BOC$ и $\triangle AOD$ - правильн.
T - сим-ма O - (·) ∩ диагон.
относительно середины CD

Решение:



Т.к BOC и $\triangle AOD$ - правильные
то $\angle OCB = \angle OAD = 60 \Rightarrow$
$\Rightarrow BC \parallel AD$
так же:
$AC = AO + OC$
$BD = BO + OD$
$BO = OC$
$AO = OD$
$\Rightarrow AC = BD \Rightarrow$
$\Rightarrow ABCD$ - равнобок. трапеция
от. $AB = CD$.

$OCTD$ - # т.к OM - медиана
T симметр. относительно $M \Rightarrow MT = OM$
$MT = OM$
$CM = MD$ } $= OCTD$ #

$\angle COD = 180 - \angle BOC = 120$

$\angle COD = CTD = 120$

$\angle OCT = 180 - \angle COD = 60$

$\angle OCT = \angle ODT = 60.$

пусть $BC = BO = OC = B$
$AO = OD = AD = a.$

из $\triangle CTD$:
по т. cos: $CD = \sqrt{CT^2 + DT^2 - 2\cos \underset{(\angle CTD)}{120} \cdot CT \cdot DT} = \sqrt{a^2 + b^2 - 2\cos 120 \cdot a \cdot b}$

$CT = OD = A$
$DT = OC = B$ } из # $OCTD$.

из $\triangle BCT$ по т. cos: $\angle BCT = \angle BCO + \angle OCT = 60 + 60 = 120°$

$BT = \sqrt{BC^2 + CT^2 - 2\cos \underset{(\angle BCT)}{120} \cdot BC \cdot CT} = \sqrt{a^2 + b^2 - 2\cos 120 \cdot a \cdot b}.$

из $\triangle ADT$: $AT = \sqrt{AD^2 + DT^2 - 2\cos 120 \cdot AD \cdot DT} = \sqrt{a^2 + b^2 - 2\cos \cdot a \cdot b}$

$\angle ADT = \angle ADO + \angle ODT = 60 + 60 = 120$

чистовик.

Получаем, что $BT = AT = CD = \sqrt{a^2+b^2-2\cos_{120}\cdot ab}$

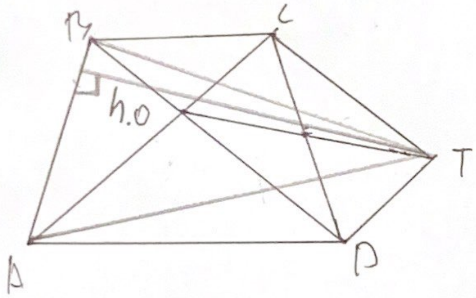
$CD = AB$ т.к трапеция $ABCD$ равнобок $\Rightarrow BT=AT=AB \Rightarrow$
$\Rightarrow \triangle ABT$ правильный ч.т.д.

б) Н | $\frac{S_{ABT}}{S_{ABCD}}$
Д | $BC=3$, $AD=7$.

$BC=3 \Rightarrow b=3$ (из пункта а)
$AD=7 \Rightarrow a=7$.

$$S_{ABCD} = \frac{AC\cdot BD\cdot \sin\angle BOC}{2} = \frac{(a+b)^2}{2}\cdot \sin 60$$

$$S_{\triangle ABT} = \frac{AB\cdot h}{2} \qquad h = \frac{BT\cdot\cos 30}{2} = \frac{AB\cdot \sin 60}{2}$$



$$S_{ABT} = \frac{AB\cdot AB\cdot \sin 60}{2}$$

$$\frac{S_{ABT}}{S_{ABCD}} = \frac{AB^2\cdot \cancel{\sin 60}}{AC\cdot BD\cdot \cancel{\sin 60}} =$$

$$= \frac{a^2+b^2-2\cos \overset{-\frac{1}{2}}{120}\cdot ab}{(a+b)^2} =$$ ← из пункта а) $AB=BD$

$$= \frac{a^2+b^2+ab}{a^2+b^2+2ab} = \frac{3^2+7^2+3\cdot 7}{3^2+7^2+2\cdot 3\cdot 7} = \frac{\overset{30}{9+49+21}}{9+49+42} = \frac{79}{100} = 0{,}79$$

Ответ: $\frac{S_{ABT}}{S_{ABCD}} = \frac{79}{100} = 0{,}79$

Мерлошик.

$$\begin{cases} \frac{2}{x^2+y^2}+x^2y^2=2 \\ x^4+y^4+3x^2y^2=5 \end{cases}$$

$(x^2+y^2)^2+x^2y^2=5$

$x^2+y^2=t>0$

$(x^2+y^2)^2-\frac{2}{x^2+y^2}=3$

$t^2-\frac{2}{t}-3=0$

$t^3-3t-2=0$

$t=-1$

$$\begin{array}{r|l} t^3-3t-2 & t+1 \\ \cline{2-2} t^3+t^2 & t^2-t-2 \\ -t^2-3t & \\ -t^2-t & \\ -2t-2 & \\ -2t-2 & \end{array}$$

$(t^3-3t-2)=(t+1)(t^2-t-2)$

$(t-2)(t^2+2t+1)=t^3+2t^2+t-2t^2-4t-2=t^3-3t-2$

22

$15+12$

$5+6+6+5+5+7=$

$x^2+y^2=2$

$\frac{2}{x^2+y^2}+x^2y^2=2$

$x^2y^2=1$

$x^2=\frac{1}{y^2}$

$y^2=L$

$\frac{1}{y^2}+y^2=2$

$L^2-2L+1=0$

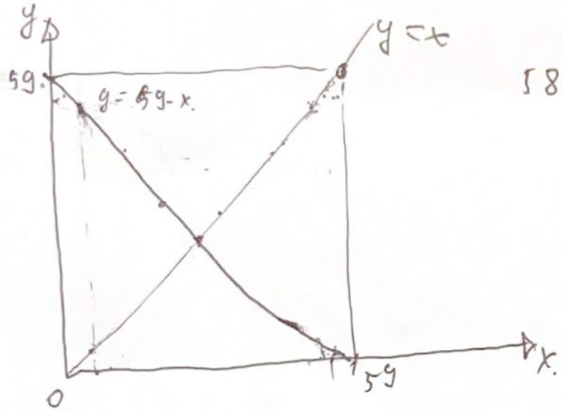
$\frac{1}{L}+L=2 / \cdot L$

$(L-1)^2=0$

$y^2=1$

$y=\pm1 \quad x=\pm1$

Черновик



58 , 57

$58 \cdot 58 - 58 = 57 \cdot 57$

$57 \cdot 58$

$57 \cdot 57, 58$

$57 \cdot 56.$

$57 \cdot (\overset{113}{57+56})$

$57 \cdot 113.$

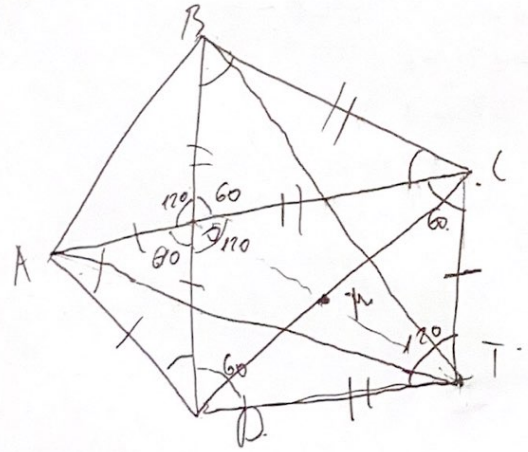
$\frac{58 \cdot 57}{2}.$

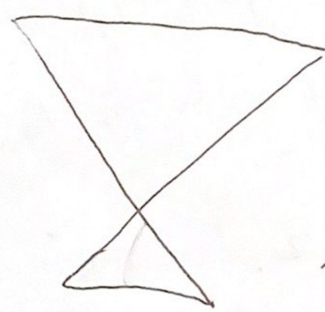
$57 \cdot 57 - 57 = 57 \cdot 56 - 56 = 56 \cdot 56$

$(\overset{115}{58+57}) \cdot 56^2 + \frac{57 \cdot 56}{2} + \frac{57 \cdot 56}{2} +$ $57 \cdot 56.$

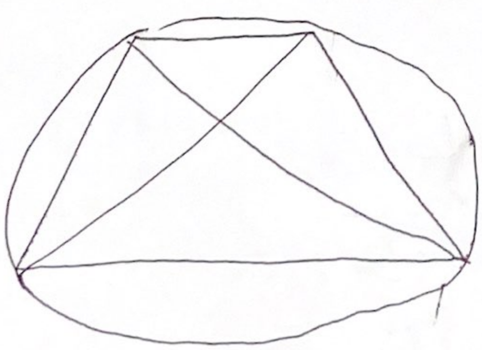
$57 \cdot 2.$

$57 \cdot 58.$ $58 \cdot 57$





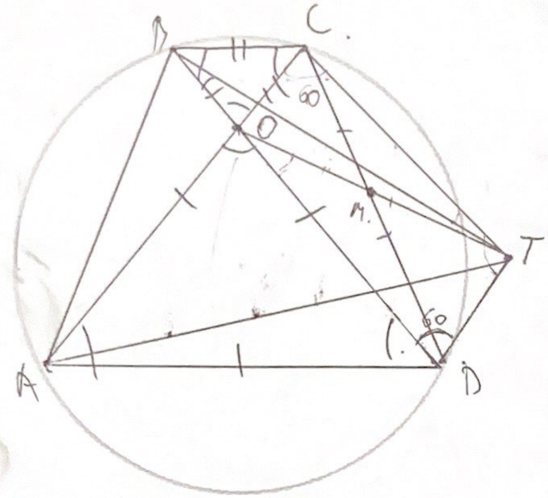
```
    1
  3305
×  195
 16525
 3305
3305
380045
  1144
380189
```



```
   42
   57
 × 57
  399
 285
 3249
× 56
  31
```

```
    1
  3249
+   56
  3305
```

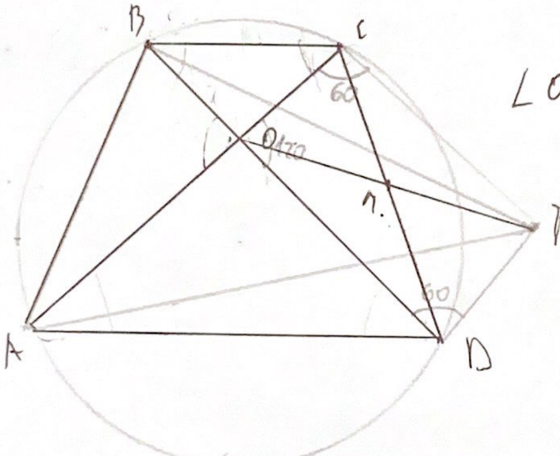
Чертежи



$\dfrac{a^2\cdot\sin 60 + b^2\cdot\sin 60}{2}$

$\dfrac{2ab\cdot\sin 120}{2} = \dfrac{2ab\cdot\sin 60}{2}$

$S_{ABCD} = \dfrac{(a+b)^2\cdot\sin 60}{2}$



$\angle OCT = 60$

$BC = CO = OB = b$

$AO = OD = AD = a.$

$\triangle$ $OCTD$ − #

удвоение медианы

$COD = CTD = 120°.$

$CD = \sqrt{a^2+b^2-2\cos 120\cdot ab}$

$\triangle$ BCD.

$\angle BCO + \angle OCT = \angle BCT = 120°$

$CT = OD = a.$

$BT = \sqrt{a^2+b^2-2\cos 120\cdot ab}$

~~AT~~

$\triangle$ ADT.

$\angle ADT = \angle ADO + \angle ODT = 120°.$

$AT = \sqrt{a^2+b^2-2\cos 120\cdot ab}$

$AB = CD = BT = AT \Rightarrow \triangle ABT$ − р/с.

ABT.

$S = \dfrac{h\cdot AB}{2}$

$h = AB\cdot\cos 30.$

$S = \dfrac{AB^2\cdot\cos 30}{2} = \dfrac{(a^2+b^2+ab)\cdot\cos 30}{2}$

$\dfrac{S_{ABT}}{S_{ABCD}} = \dfrac{(a^2+b^2+ab)\cos 30}{(a+b)^2\cdot\sin 60}$

$\dfrac{a^2+ab+b^2}{a^2+2ab+b^2} = \dfrac{9+21+49}{9+42+49} = \dfrac{79}{100} = 0{,}79.$