Часть 1

Олимпиада: **Математика, 10 класс (1 часть)**

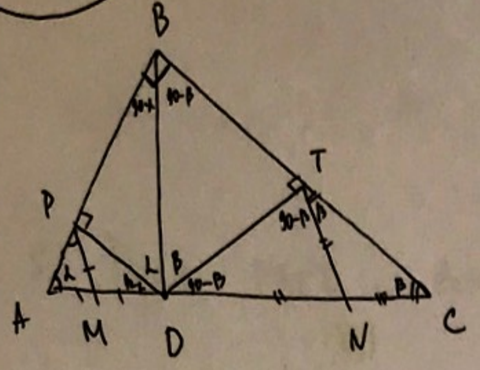
Шифр: **211007554**

ID профиля: **372868**

Вариант 9

Чистовик

1



а) 1. т.к. BD – диаметр $\Rightarrow$ $\angle BPD = 90^\circ$, $\angle BTD = 90^\circ$ $\Big|$ $\Rightarrow$ $\triangle BPD$ – п/у-ный, $\triangle BTD$ – п/у-ный

т.к. $PD \perp AB$, $DT \perp BC$ (вписанные углы) $\Rightarrow$ $\triangle APD$ и $\triangle CTD$ – п/у-ные

2. по св-ву медианы п/у $\triangle$: $PM = AM = MD$ (в $\triangle APD$)

$TN = CN = DN$ (в $\triangle DTC$)

3. Пусть $\angle BAD = \alpha$, $\angle BCD = \beta$ $\Big|$ $\Rightarrow$ $\angle PDA = 90 - \alpha$, $\angle TDC = 90 - \beta$

4. Из пункта 2 следует, что $\triangle AMP$, $\triangle PMD$ – р/б $\triangle$ ($AM = PM$, $PM = MD$, ……)

$\triangle DNT$, $\triangle TNC$ – р/б $\triangle$

Из этого следует равенство углов: $\angle PMA = \alpha$

$\angle MPD = 90 - \alpha$

$\angle NTC = \beta$

$\angle DTN = 90 - \beta$

5. Тогда по сумме углов $\triangle$:

в $\triangle TND$: $\angle TNB = 180 - (90 - \beta)\cdot 2 = \beta \cdot 2$

в $\triangle PDM$: $\angle PMD = 180 - (90 - \alpha)\cdot 2 = 2\alpha$

6. По условию: $PM \parallel TN \Rightarrow \angle PMD + \angle TND = 180°$ (как односторонние углы при $PM \parallel TN$ и сек. MN)

Тогда: $2\alpha + 2\beta = 180 \Rightarrow \alpha + \beta = 90°$

5. Рассм. $PBTD$ - вписан $\Rightarrow \angle PBT + \angle PDT = 180°$

6. $\angle MPD = \angle PBD = 90 - \alpha$ (угол между касат. и хордой и опир. на эту хорду вписан. угол)

Чистовик

Аналогично, $\angle NTD = \angle TBD = 90 - \beta$

Тогда, $\angle PBT = 180 - \alpha - \beta = 180 - (\alpha + \beta) = 180 - 90 = 90°$

$$\left.\begin{matrix} P \in AB \\ T \in BC \end{matrix}\right| \Rightarrow \angle ABC = 90°$$

б) 1. По сумме остр. углов п/у Δ:

$\angle PDB = \alpha$

$\angle BDT = \beta$

2. Заметим, что $90 - \alpha + \alpha = \angle ADP + \angle PDB = 90° \Rightarrow BD$ - высота в ΔABC

$BD \perp ABC$

3. $AD = AM + MD = 2 \cdot PM$ (доказано выше)

$\Downarrow$

$AD = 2 \cdot 0{,}5 = 1$

$DC = DN + NC = 2 \cdot TN \Rightarrow DC = TN \cdot 2 = 2{,}5 \cdot 2 = 5$ (доказано выше)

Тогда $AC = 1 + 5 = 6$

4. $S_{ABC} = \dfrac{BD \cdot AC}{2} = \dfrac{2 \cdot 6}{2} = 6$

Ответ: а) $\angle ABC = 90°$

б) $S_{ABC} = 6$

Черновик

(2) $\sqrt{x+4} - \sqrt{6-x} + 4 = 2\sqrt{24+2x-x^2} \quad |^2$

$96+8x-4x^2$

$x+4+6-x+2\sqrt{(x+4)(6-x)} + 16 + 8\sqrt{x+4} - 8\sqrt{6-x} = 4(24+2x-x^2)$

$70+8x-4x^2 = 14\sqrt{24+2x-x^2} - 32$

$96+6+8x-4x^2 = 14\sqrt{24+2x-x^2}$

Пусть $t = \sqrt{24+2x-x^2}$, $t \geq 0$, тогда ур. прим. вид

$6 + 4t^2 = 14t$

Ограничения: $\begin{cases} x \geq -4 \\ x \leq 6 \end{cases}$

$x \in [-4; 6]$

$4t^2 - 14t + 6 = 0 \quad |:2$

$2t^2 - 7t + 3 = 0$

$D = 49 - 4 \cdot 2 \cdot 3 = 25$

$t_{1,2} = \frac{7 \pm 5}{4}$

$\left[\begin{array}{l} t_1 = 3 \\ t_2 = \frac{1}{2} \end{array}\right.$

Обратная замена:

$24 + 2x - x^2 = 9$

$x^2 - 2x - 15 = 0$

$(x-5)(x+3) = 0$

$\left[\begin{array}{l} x = 5 \\ x = -3 \end{array}\right.$

$24 + 2x^2 - x^2 = \frac{1}{4}$

$4x^2 - 8x - 95 = 0$

$D = 4^2 + 4 \cdot 95 = 396 = 3 \cdot 4 \cdot 4 \cdot 11$

$x_{1,2} = \frac{4 \pm 6\sqrt{11}}{4}$

$x_1 = 1 + 1{,}5\sqrt{11}$ надо проверить

$x_2 = 1 - 1{,}5\sqrt{11}$

↑ корни ∈ огранич.

Проверка $x = -3$:

$1 - 3 + 4 \neq 24 - 15 \Rightarrow x = -3$ не подходит

Ответ: $\{5; 1 \pm 1{,}5\sqrt{11}\}$

Черновик

③ Рассм. параболу:

$ax^2+2a^2x+a^3+1=ay \quad | :a\neq 0$ если $a=0$, то $1=0$ – неверно

$x^2+2ax+a^2+\frac{1}{a}=y$

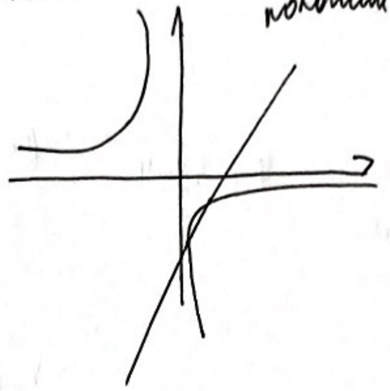
$x_в=\frac{2a}{2}=-a$

$y_в=a^2-2a^2+a^2+\frac{1}{a}= \quad +\frac{1}{a}$

Координаты вершины: $B\ (-a;\ \frac{1}{a})$

схематично:

положение в завис от a



$3x-y=\frac{-1}{x}$

$3x^2-4x+1=0$

$\left[\begin{array}{l} x_1=1 \\ x_2=\frac{1}{3} \end{array}\right.$

т.е B лежит выше $3x-y=4$ при $a>0$

$a\in(-1;-\frac{1}{3})$

и ниже $3x-y=4$

при $a\in(-\infty;-1)\cup(-\frac{1}{3};+\infty)$

Как расположена точка A? (отно-но $3x-y=4$)

$4y^2+8xy+5x^2-26ay-22ax+28a^2=0$

$4(y^2+2xy-5ay)+5x^2-22ax+26a^2=0$

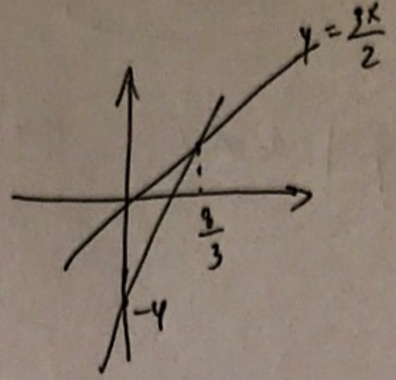
~~$4(x-\frac{5a}{2})^2=0$~~ Выделим полные квадрат:

$4(y+x-\frac{5a}{2})^2+(x-a)^2=0$ сумма и $=0$, если оба слаг

Чистовик

$x = a$

$y = \frac{3a}{2} - x = \frac{3a}{2}$



при $a > 8/3$.

A лежит ниже прямой

при $a < \frac{8}{3}$ — выше

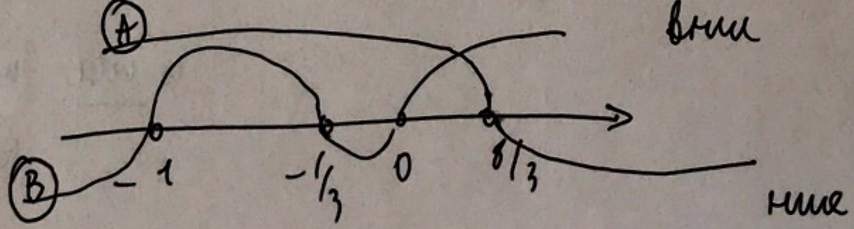
Итог:

A лежит выше $y = 3x-4$ при $a < 8/3$

ниже $a > 8/3$

B лежит выше $y=3x-4$ при $a>0$ или $a \in (-1; -\frac{1}{3})$

при $a \in (-\infty; -1) \cup (-\frac{1}{3}; 0)$

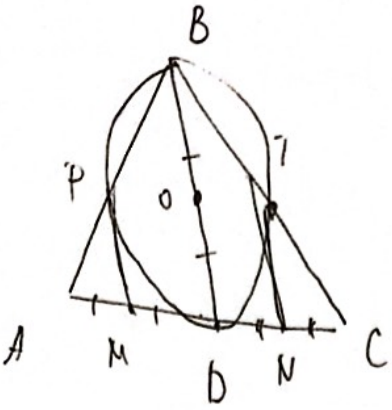


Тогда нам нужно

$$\left[\begin{array}{l} a < -1 \\ -\frac{1}{3} < a < 0 \\ a > 8/3 \end{array}\right.$$

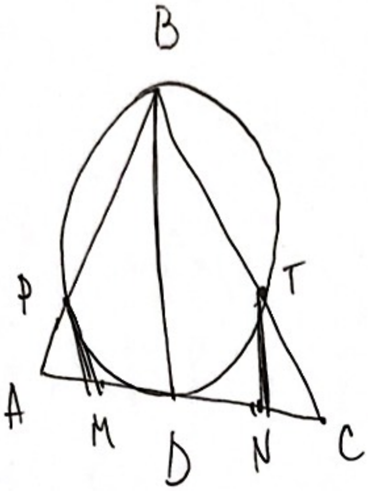
Ответ: $a \in (-\infty; -1) \cup (-\frac{1}{3}; 0) \cup (8/3; +\infty)$

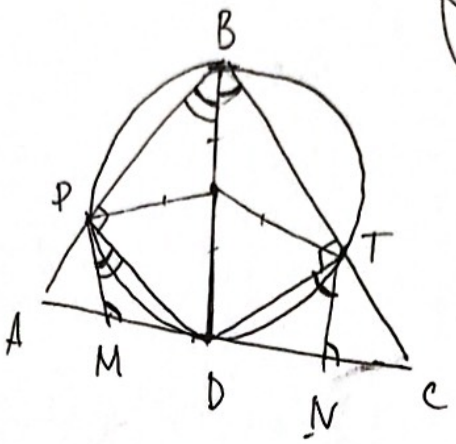
1.



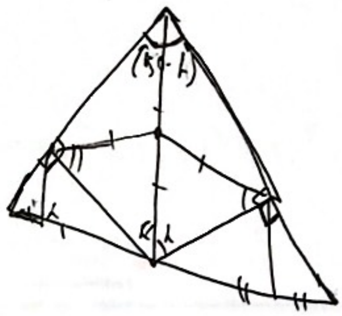
∠ABC

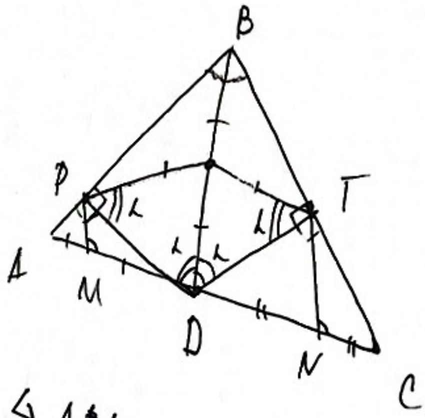
PM ∥ TN



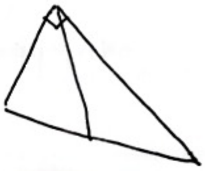


PM – медиана APD
TN – медиана PTC

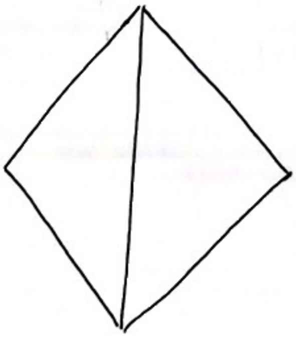


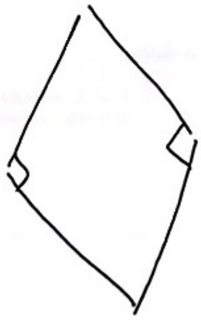


△APM – р/б (PM – медиана)
△PTN – р/б (TN – медиана)



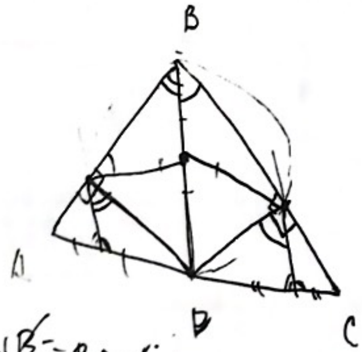
BD –

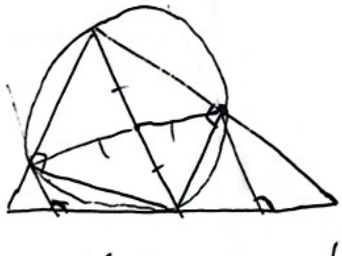


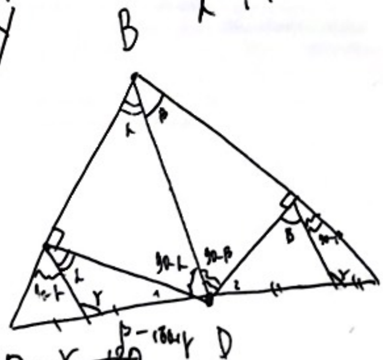


α+β

α+1+







α+β = 180+β−α

~~180~~

2α = 180

α = 90

β

~~180~~

~~180~~ β+γ+180−α+γ =

180−α+β

∠2 = 180−~~γ−180~~

∠1 = 180−α−γ

180−α−β

∠1+∠2 = α+β

$26a^2 - 22ax - 20ay + 5x^2 + 8xy + 4y^2 = 0$ — A

$ax^2 + 2a^2x - ay + a^3 + 1 = 0$ — $\cup$ B - вершина

$26a^2 - 22\underline{ax} - 20\underline{\underline{ay}} + \underline{5x^2} + 8xy + \underline{\underline{4y^2}} = 0$

• $ax^2 + 2a^2 x + a^3 + 1 = ay \quad | : a \neq 0$

$x^2 + 2ax + \left(a^2 + \frac{1}{a}\right) = y$ Вершина $\left(a ; 4a^2 + \frac{1}{a}\right)$

Вершина: $x_b = a$

$y_b = a^2 + 2a^2 + a^2 + \frac{1}{a} = 4a^2 + \frac{1}{a}$

• $26a^2 - 22ax \overset{-20ay}{} + 5x^2 + 8xy + 4y^2 = 0$

$5x^2 - 22ax + \ldots + 4y^2 - 20ay + \ldots + 8xy = 0$

$2{,}5^2 = 6{,}25$

$4\left(y^2 - 5ay + 6{,}25a^2\right)$

$4(y -$

$a^3 + 1$

$\sqrt{x+4} - \sqrt{6-x} + 4 = 2\sqrt{24+2x-x^2}$

$-x^2+2x+24 \geq 0$

$x^2-2x-24=0$

$\begin{cases} x_1 \cdot x_2 = -24 \\ x_1+x_2 = 2 \end{cases}$

$(x-6)(x+4)$

$6 \quad -4$

$a - b + 4 = 2ab$

$a-b=t \qquad ab=s$

$t+4=2s$

$a=\sqrt{x+4}$

$b=\sqrt{6-x}$

$a - b + 4 = 2ab$

$a - 2ab - b + 4 = 0$

$a - 2ab - b + 4$

$\cancel{a + 4ab + 2ab - b + 4}$

$a(a-2b)$

$\cancel{a(1+2b)}$

$a-2ab-b+4=0$

$a-b$

$(a+4) \cdot b(2a+1)$

$a-b-2ab+4=0$

$a-2ab-b$

$a-b-2ab=-4$

$a-2ab=b-4$

$a-b-2ab$

$a(1-2b)=(b-4)$

$a-b=2ab-4$

$a-b=2(ab-2)$

$\frac{a-b}{2}=ab-2$

$a-b+4=2ab$ $\quad$ $y=3x-4$

2

$26a^2-22ax-20ay+5x^2+8xy+4y^2=0$

$a-b+4=2ab$

$a-b+4=2ab$ $\quad$ $a-2ab+4=b$

$a-b=2ab-4$

$a-b=2(ab-2)$

$a-b+2+2=ab$

$\frac{a-b}{2}=ab-2$

$a-ab-b$

$a(1-b)$ $\quad$ $\frac{a}{2}-\frac{b}{2}+2=ab$

$a-b+2+2=4ab-2ab$ $\quad$ $2-\frac{b}{2}=ab$

$a-4ab+b+2ab+4$

$a(1-4b)+b(1-2a)+4=0$

$\underline{a}-\underline{b}-\underline{ab}-\underline{ab}-2-2$

$a-$

$(a-ab-2)+(b+ab+2)=0$

$a-b+4=2ab$

$\underline{a}-\underline{b}-\underline{ab}-\underline{ab}-4$

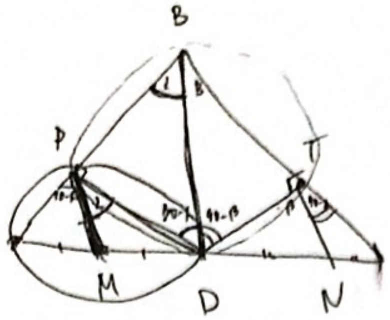
$\sqrt{a}-\sqrt{b}+4=2\sqrt{ab}$ $\quad$ $(a(1-b)-2)-(b(1+a)+2)=$

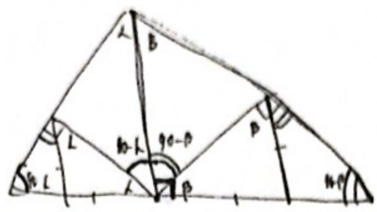
$a(1-b)+b(1+a)$

$\sqrt{-b}$

$a(1-b)-b(1+a)-4=0$

$a-b-2ab=-4$





$90 - \alpha + 180 - \alpha - \gamma =$

$90 - \beta$

$90 - \alpha + \cancel{180 - \alpha} -$

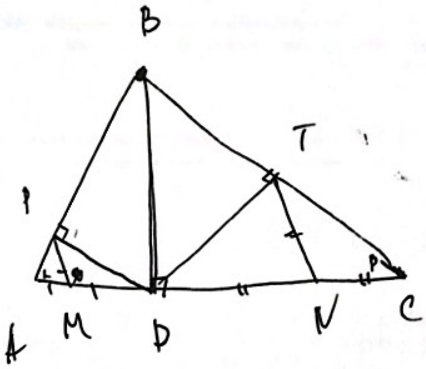
$90 - \alpha + 90 - \beta = 180 - \alpha - \beta$ ✓

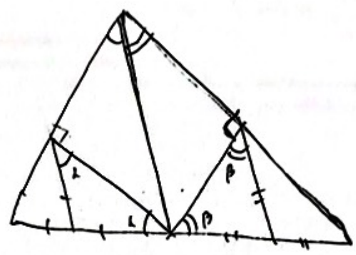
$\alpha + \beta = 90 - ?$

$180 - \alpha - \beta$

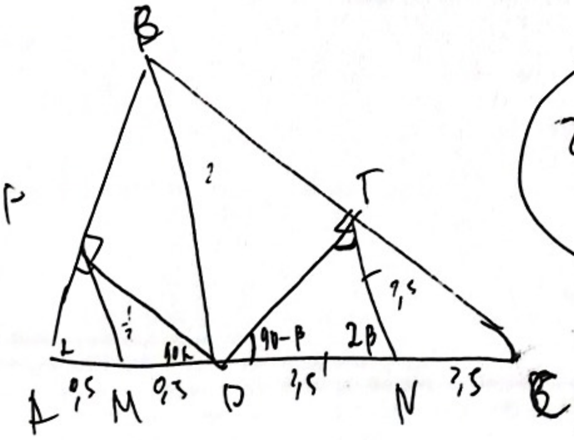
$\alpha + \beta = 8?$

$BD \perp AC$





$90 = \alpha + \alpha$



$2\alpha + 2\beta = 180$

$\alpha + \beta = 90$

BD - высота

$1 + 5 = 6 \Rightarrow S = \frac{6 \cdot 2}{2} = 6$

Часть 2

Олимпиада: **Математика, 10 класс (2 часть)**

Шифр: **211007554**

ID профиля: **372868**

Вариант 9

Черновик

4) $$\begin{cases} \dfrac{2}{x^2+y^2}+x^2y^2=2 \\ x^4+y^4+3x^2y^2=5 \end{cases}$$

(!) $x^4+y^4=(x^2+y^2)-2x^2y^2$

Ограничение на x и y: $\begin{cases} x\neq 0 \\ y\neq 0 \end{cases}$

Пусть $x^2+y^2=t$, $x^2y^2=v$, тогда система примет вид:

Заметим, что $\begin{cases} t>0 \\ v>0 \end{cases}$

$$\begin{cases} \dfrac{2}{t}+v=2 \\ t^2+v=5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \dfrac{2}{t}+v=2 & (1) \\ v=5-t^2 & (2) \end{cases}$$

подставим в (1) из (2)-го:

$$\frac{2}{t}+5-t^2=2 \quad \Big|\cdot t$$

$$-t^3+3t+2=0$$

$$t^3-3t-2=0$$

из суммы коэффиц. ур-я: $t=-1$ - корень $\Rightarrow$

$$\begin{array}{r|l} t^3-3t-2 & t+1 \\ \underline{-\;t^3+t^2} & \overline{t^2-t-2} \\ -t^2-3t & \\ \underline{-\;-t^2-t} & \\ -2t-2 & \\ \underline{-\;-2t-2} & \\ 0 & \end{array}$$

Тогда: $(t+1)(t+1)(t-2)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t=-1 \notin \text{ограничению (см. выше)} \\ t=2 \end{array}\right. \Rightarrow$

$$t=2$$

Тогда $v=5-4=1$

Обратная замена:

$$\begin{cases} x^2+y^2=2 \\ x^2y^2=1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2+y^2=2 & (3) \\ y^2=\frac{1}{x^2} & (4) \end{cases}$$

из (4) в (3): $x^2+\frac{1}{x^2}=2$

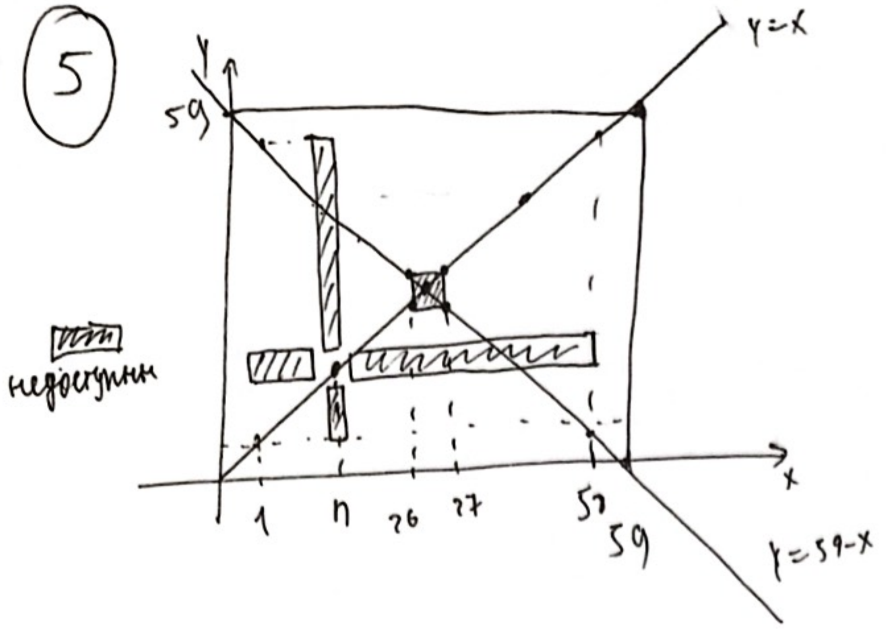
$x^2=1$

$x=\pm1 \Rightarrow y=\pm1$

Ответ: $(1;1)$; $(-1;-1)$; $(-1;1)$; $(1;-1)$

Чистовик

5



$y = x$
$y = 59 - x$ задают диагонали квадр. (□)

! Заметим, что точка пересеч. диагоналей имеет нецелые координаты ⇒ не является узлом

Нужно выбрать: одну точку на одной из диагоналей и ещё одну точку так, чтобы полученная прямая не была параллельна OX или OY.

столько точек на 1-ой диагонали

Выбрать одну точку на диагонали можно $\boxed{58 \cdot 2}$ способами

диагоналей две

Выбрав одну опр. точку n на одной из диагоналей мы должны выбрать вторую, причем нам недоступны точки с совпадающей абсциссой или ординатой с исходной, т.е из общего числа вариантов вычтем $58 - 1$ вариантов абсцисс
$58 - 1$ вариантов ординат)

т.е $(58-1)^2$ вариантов точек.
имеем 57^2

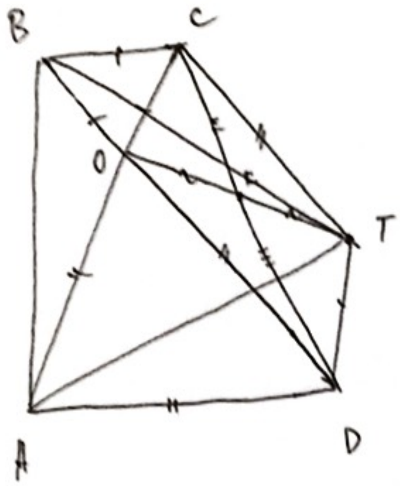
Тогда общее кол-во пар точек: $\dfrac{57^2 \cdot 58 \cdot 2}{2 \cdot 2} =$ т.к. на двух диагоналях существуют точки с одинаковыми абсциссами и ординатами

$= \dfrac{57^2 \cdot 58}{2} = 57^2 \cdot 26 = 84474$

Ответ: 84474

лист 3

6 Чистовик



Дано: см. рис

а) Док-ть: ABT - р/ст Δ

1. рассм. четырехуг. $OCTD$: диагонали $CD \cap OT = F$ так, что $OF = FT$ (следует из симметрии T отн-но F), $CF = FD$ (следует из условия) $\Rightarrow$

$\Rightarrow OCTD$ - пар-мм (из св-ва пар-мма) $\Rightarrow \begin{cases} CT \parallel OD \\ CT = OD \\ OC \parallel TD \\ OC = TD \end{cases} \Rightarrow \angle DOC + \angle OCT = 180^\circ$ (как односторонн. при $CT \parallel OD$ и сек. OC)

2. $\angle BOC + \angle COD = 180^\circ$ (смежные) $\Rightarrow \angle COD = 180^\circ - 60 = 120^\circ$

тогда $\angle OCT = 60^\circ$

$\Downarrow$

$\angle BCT = 60^\circ + 60^\circ = 120^\circ$

3. Рассм. ΔBOA и ΔBCT: $\begin{cases} BC = BO \ (\Delta BOC \text{ - правильн.}) \\ CT = AO \ (\Delta AOD \text{ - правильн.}; OD = CT \text{ из пар-мма}) \\ \angle BOA = 120^\circ \ (\text{как смежн с } \angle BOC) = \angle BCT \end{cases} \Rightarrow \Delta BOA = \Delta BCT$ (по 2-м сторонам и $\angle$ между ними)

Из равенства следует: $AB = BT$

Чистовик

4. по св-ву углов пар-мма: $\angle OCT = \angle TDO = 60^\circ$

Тогда $\angle ADT = \angle ADO + \angle TDO = 60^\circ + 60^\circ = 120^\circ$

5. Рассм. $\triangle ADT$ и $\triangle BOA$:

$$\left\{\begin{array}{l} 1.\ \angle BOA = \angle TDA = 120^\circ \\ 2.\ TD = BC\ (\text{т.к. } \triangle BOC - \text{прав};\ OC = TD, \text{ т.к. } OCTD - \text{пар-мм}) \\ 3.\ AO = AD\ (\triangle AOD - \text{прав.}) \end{array}\right. \Rightarrow \triangle ADT = \triangle BOA$$

(по 2-м сторонам и углу м. ними)

Из равенства $\triangle$ следует: $AB = AT$

6. $\left.\begin{array}{l} AB = BT \\ AB = AT \end{array}\right| \Rightarrow AB = BT = AT \Rightarrow \triangle ABT$ – р/ст (правильный) по опр.

ч.т.д.

8) 1. $S_{ABCD} = BD \cdot AC \cdot \sin 120^\circ = 100 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}$

$BD = BO + OD = 10$

$AC = AO + OC = 10$

2. Найдём AB для $\triangle ABT$

рассм. $\triangle BOA$:

по т. cos.:

$$AB = \sqrt{BO^2 + OA^2 + \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot BO \cdot OA} = \sqrt{9 + 49 + 21} = 79$$

Тогда S_{ABT} (как прав. $\triangle$):

$$S_{ABT} = \frac{\sqrt{3}}{4} \cdot AB^2 = \frac{79 \cdot \sqrt{3}}{4}$$

3. $$\frac{S_{ABT}}{S_{ABCD}} = \frac{79\sqrt{3} \cdot 2}{4 \cdot 100\sqrt{3}} = \frac{79}{200}$$

Ответ: $\frac{79}{200}$

$$\begin{cases} x^2+y^2=2 \\ x^2y^2=1 \Rightarrow y^2=\frac{1}{x^2} \end{cases}$$

$$x^2+\frac{1}{x^2}=2$$

$$x=\pm1 \Rightarrow y=\pm1$$

Отг.: $1\ 1$; $-1\ -1$

$-1\ 1$ $\quad 1\ -1$

#4

$$\begin{cases} \frac{2}{x^2+y^2}+x^2y^2=2 \\ x^4+y^4+3x^2y^2=5 \end{cases}$$

$$x^4+y^4=(x^2+y^2)^2-2x^2y^2+3x^2y^2$$

$$t^2+v$$

Нека $x^2+y^2=t$

$x^2y^2=v$

$$\frac{2}{t}+v=2$$

$$\begin{cases} \frac{2}{t}+v=2 \\ t^2+v=5 \Rightarrow v=5-t^2 \end{cases}$$

$$\frac{2}{t}+5-t^2=2 \quad |\cdot t$$

$$2+5t-t^3-2t=0$$

$$-t^3+3t+2=0$$

$$t^3-3t-2=0$$

$-3t - -t$

$-3t+t=-2t$

$t^3-3t-2 \mid t+1$

$-t^3+t^2 \quad | \ t^2 - t - 2$

$-t^2-3t$

$-t^2-t$

$t^3-3t-2 \mid t+1$

$-t^2+t \quad | \ t^2-2$

$-2t-2$

$-2t-2$

0

$$(t+1)(t^2-t-2)=$$

$$(t+1)^2(t-2)=0$$

$$t=2 \Rightarrow v=5-4=1$$

$-t^3+t^2 \quad | \; t^2+t-2$

$-t^2-3t$

$-t^2-t$

$2+5t-t^3-2t=0$

$-t^3+3t+2=0$

$t^3-3t-2 \;|\; t+1$

$-t^2+t \quad | \; t^2-2$

$\sin 120=\frac{\sqrt{3}}{2}$

$S=d_1 \cdot d_2 \cdot \sin\alpha$

$S_{ABCD}=BD \cdot AC \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}$

$R=\frac{3}{7}$ подобни

$\cos 120=-\frac{1}{2}$

$BD=3+7=10$

$AC=10$

$+\frac{49}{9} \quad +\frac{21}{9} \quad \frac{}{30} \quad -49$

$S_{ABCD}=100 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}$

кот. cos у $\triangle BOA$:

$S_{ABT}=\frac{\sqrt{3}}{4} \cdot a^2=\frac{79\sqrt{3}}{4}$

$BA^2=9+49+\frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 21 \Rightarrow \sqrt{79}=BA$

79

$\frac{79\sqrt{3} \cdot 2}{4 \cdot 100 \cdot \sqrt{3}}=\frac{79}{200}$

$9+49+\frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 21$

$AC = 10$

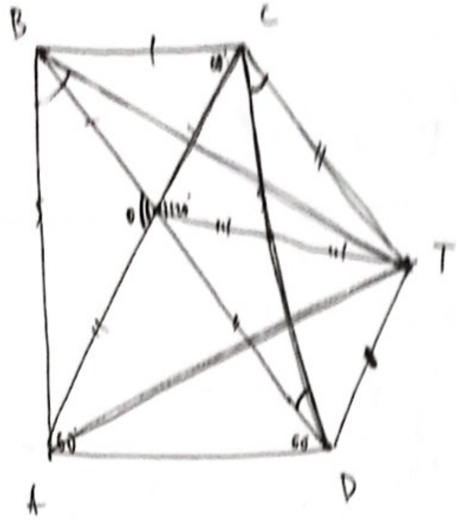
$49 \cdot 4 \quad \frac{721}{30} \quad 44$

$S_{ABCD} = 100\frac{\sqrt{3}}{2}$

$S_{ABT} = \frac{\sqrt{3}}{4} \cdot a^2 = 79$

..т ст. и к.в.б. А:

ABCD - трапеция р/б

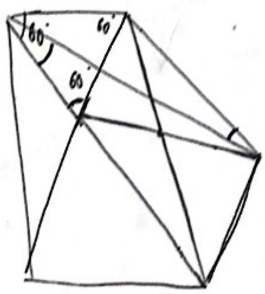


△ CTD получене поворотом на 360° △OD

для того, чтобы доказать р/ст:
р/б + угол 60°

△ BCT получается поворотом у △BOA против часовой стрелки =>

△ BA = BT



CTDO - пар-мм $\Rightarrow^{т.к.}$ $\angle COT = 120° \Rightarrow \angle OCT = 180-120=60°$

$\Rightarrow \angle BCT = 120°$

Тогда △ABT - р/б

△ADT = △BCT (СУС)

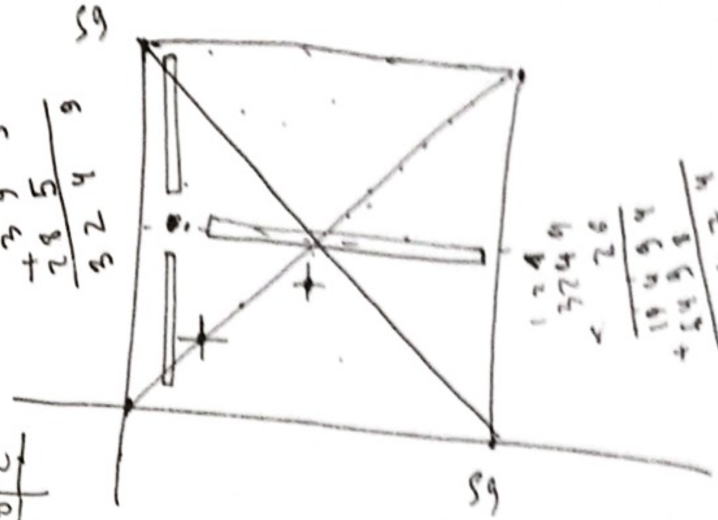
BC = TD
CT = AD
∠ ADT = 120°

=> BT = AT

Тогда BT = AT
BA = BT
р/ст. =>

по ... $BA = BT$ ... ⇒

$C + PO$ — пар-нн ⇒ ... $\angle COT = 120°$ ⇒ ...

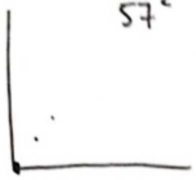


$(58-1)^2\cdot 58$

2 узла: один — на диагонали
другой не проводим
1/3 угл 90°

Выбрать один из узлов:

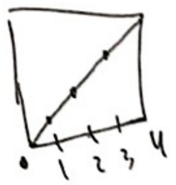
для точки n на диагонали:
57^2



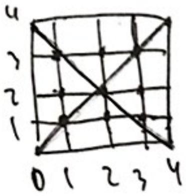
58 узлов на диагонали 1

⇓

$58\cdot 2-1$ — узлов всего



Сколько способов выбрать любую точку внутри квадрата?



$3-1=2$

Сколько всего целых точек внутри квадрата? $(59-1)^2 = 58^2$

$16 - x = 9$

$(4-1)^2 = 3^2 = 9$

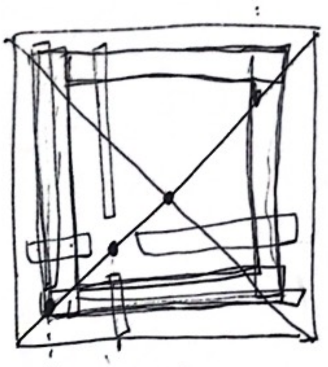
Из этого надо вычесть для подсчета только ~~диаг. точек~~ узлов II-го типа:

$\underbrace{58^2 - 58\cdot 2+1}_{(58-1)^2=57^2} - 57\cdot 2$ $\quad \frac{57^2\cdot 58^2}{2}$ $\quad 58^2\cdot 58 - 58\cdot 57\cdot 57$ $\quad 58(58^2-57^2) = 58\cdot(58+57)$

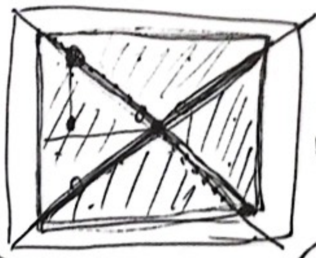
57 | 58

n уровень ⇒ $(58-n)\cdot 2$

если я выбираю опр. уровень $n=1$ ⇒ я убираю для данного варианта $(58-1)\cdot 2 = 57\cdot 2$ точек до среднего варианта



$58^2 - 57^2 = 1 \cdot 58 \cdot 57$



выбрать не на диагонали

$58^2 - (58 \cdot 2 - 1) = 57^2$

для каждой n точки на диагонали у нас отсутствует вариант поставить вторую в $5\cancel{7} \cdot 2$ случаях

выбираю n (выбрать n можно $5\cancel{7}^2$) $\longrightarrow$

выбираю любую другую точку в квадрате 58×58, включая границы и не включая $57 \cdot 2$ случаев для каждого n и диагонали квадрата сами.

всего $n = 58$

$58^2 - 58 \cdot 57 \cdot 57$

$58 \cdot 1 + 57 \cdot 2 + 56$

$58^2 \cdot 57^2$

58^2 вариантов выбрать точку любую в квадрате

$(58 \cdot 2 - 5)$

$57 + 57 + 57 + 57 + (57 - 1)$

точек на диагонали

$57^2 \cdot ((58 \cdot 2 - 1) - 4)$

$\frac{59}{2} =$

$58 \cdot 2$

$58 \cdot 58 \qquad 57 \qquad 58 \cdot 2 \cdot 57^2$

$36 | 2$, -4, 16, 16

и этого надо вычесть уже

$(59 - 1)^2 = 58^2$

квадрата?