Часть 1

Олимпиада: **Математика, 10 класс (1 часть)**

Шифр: **211007483**

ID профиля: **871876**

Вариант 9

Черновик

№2

$\sqrt{x+4} - \sqrt{6-x} + 4 = 2\sqrt{24+2x-x^2}$ $\quad 24+2x-x^2 = (x+4)(6-x)$ $\quad$ ОДЗ: $\begin{cases} x+4 \geq 0 \\ 6-x \geq 0 \end{cases}$ $x \in [-4; 6]$.

$A = \sqrt{x+4}$, $A \geq 0$; $B = \sqrt{6-x}$, $B \geq 0$ $\Rightarrow$ $A^2 = x+4$, $B^2 = 6-x$ $\qquad A^2B^2 = (x+4)(6-x) = 24+2x-x^2$

$A - B + 4 = 2\cdot\sqrt{(A B)^2} = 2|AB| = 2AB$

$A - 2AB - B + 4 = 0$ $\qquad A - B = 2AB - 4$

~~$A(1-2B) - B + 4 = 0$~~ $\qquad A^2 + B^2 - 2(AB) = 4(AB)^2 + 16 - 16(AB)$

~~$A(1-2B) + \frac{1}{2} - B$~~ $\qquad 10 - 2(t) = 4t^2 - 16(t) + 16$

$4t^2 - 14t + 6 = 0$

$A(1-2B) = B - 4$ $\qquad 2t^2 - 7t + 3 = 0$ $\qquad 24 - 9 = 15$

~~$A = \frac{B-4}{1-2B} = \sqrt{x+4} =$~~ $\qquad D = 49 - 24 = 5^2$

$t = \frac{7 \pm 5}{4} = 3; \frac{1}{2}$

$\left[\begin{array}{l} \sqrt{24+2x-x^2} = 3 \\ \sqrt{24+2x-x^2} = \frac{1}{2} \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 24+2x-x^2 = 9;\ x^2 - 2x - 15 = 0 \\ \qquad (x-5)(x+3) = 0 \quad x_1 = 5 \quad x_2 = -3 \\ 24+2x-x^2 = \frac{1}{4}; \end{array}\right.$

~~$A - B = 2AB - 4$~~ $\qquad \sqrt{A} = \sqrt{B}$ $\quad 4x^2 + 1 - 8x - 96 = 0$

$2\sqrt{\ }$ $\qquad A = B$ $\qquad 4x^2 - 8x - 95 = 0$

$\sqrt{x+4} \geq \sqrt{6-x}$ $\qquad \frac{D}{4} = 16 + 4\cdot 95 =$

$x+4 \geq 6-x$ $\quad 2x \geq 2$ $\quad x \geq 1$ $\qquad = 4(4+95) = 4\cdot 99$

$x_3 = \frac{4 - 2\sqrt{99}}{4} = 1 - \frac{\sqrt{99}}{2}$ $\qquad x_4 = 1 + \frac{\sqrt{99}}{2}$

$\sqrt{x+4} - \sqrt{6-x} = 2\sqrt{24+2x-x^2} - 4$

$x+4+6-x-2\sqrt{(x+4)(6-x)} = 4\left(\sqrt{(x+4)(6-x)}\right)^2 - 16\sqrt{(x+4)(6-x)} + 16$

$t = \sqrt{(x+4)(6-x)}$ (Замена)

$10 - 2t = 4t^2 - 16t + 16$

$4t^2 - 14t + 6 = 0$

$2t^2 - 7t + 3 = 0$

$D = 49 - 2\cdot 4\cdot 3 = 5^2;$ $\left[\begin{array}{l} t = \frac{7-5}{4} = \frac{1}{2} \\ t = \frac{7+5}{4} = 3 \end{array}\right.$

Обр. замена: $\left[\begin{array}{l} \sqrt{(x+4)(6-x)} = 3; \quad x^2 - 2x - 15 = 0 \\ \qquad (x-5)(x+3) = 0 \\ \qquad x = 5 \text{ или } x = -3 \\ \sqrt{(x+4)(6-x)} = \frac{1}{2}; \quad 4x^2 - 8x - 96 + 1 = 0 \end{array}\right.$

$1 - 4,9 = -3,9.$ $\qquad 4x^2 - 8x - 95 = 0$

$\frac{D}{4} = 16 + 4\cdot 95 =$

$= 4(4+95) = 4\cdot 99$

$x = \frac{4 - 2\sqrt{99}}{4} = 1 - \frac{\sqrt{99}}{4}$ или $x = 1 + \frac{\sqrt{99}}{4}$.

Черновик

$$\begin{cases} \sqrt{x+4} - \sqrt{6-x} \geqslant 0 \\ 2\sqrt{24+2x-x^2} \geqslant 4 \end{cases} ; \quad 24+2x-x^2 \geqslant 4$$

$$x^2 - 2x - 20 \leqslant 0$$

$$\frac{D}{4} = 1 + 20 = 21$$

$$x \in [1-\sqrt{24}; 1+\sqrt{24}]$$

$$1 - \sqrt{21} \vee -4$$

$$5 \vee \sqrt{21}$$

$$25 > 21$$

$$4(24+2x-x^2) = -4x^2+8x+96$$

$$1 - \frac{\sqrt{100}}{2} < 1 - \frac{\sqrt{99}}{2} < 1 - \frac{\sqrt{81}}{2}$$

$$1-5 = -4 \qquad \approx -3{,}75 \qquad 1 - \frac{9}{2} = -1 - 4{,}5 = -3{,}5$$

$$1 - \sqrt{25} < 1 - \sqrt{21} < 1 - \sqrt{16}$$

$$1-5 = -4 \qquad \approx -3{,}5 \qquad 1-4 = -3$$

$$1 - \sqrt{21} \overset{>}{\vee} 1 - \frac{\sqrt{99}}{2}$$

$$\frac{\sqrt{99}}{2} \vee \sqrt{21}$$

$$\sqrt{99} \vee 2\sqrt{21}$$

$$99 \underset{>}{\vee} 4 \cdot 21 = 84$$

$$1 + \sqrt{21} \overset{<}{\vee} 1 + \frac{\sqrt{99}}{2}$$

$$2\sqrt{21} \vee \sqrt{99}$$

$$4 \cdot 21 \overset{<}{\vee} 99$$

$$1 - \sqrt{21} \overset{<}{\vee} -3$$

$$4 \underset{<}{\vee} \sqrt{21}$$

Черновик

I)

$26a^2 - 22ax - 20ay + 5x^2 + 8xy + 4y^2 = 0$

~~$26 - 22\frac{x}{a} - 20\frac{y}{a} + 5\left(\frac{x}{a}\right)^2$~~

$5x^2 + x(8y - 22a) + 26a^2 - 20ay + 4y^2 = 0$

$\frac{D}{4} = (4y - 11a)^2 - 5(26a^2 - 20ay + 4y^2) =$

$= 16y^2 - 88ay + 121a^2 - 130a^2 + 100ay - 20y^2 =$

$= -4y^2 + 12ay - 9a^2 = -(2y - 3a)^2$

$2y - 3a = 0$

$y = \frac{3a}{2} = 1,5a$

$x = \frac{11a - 4y}{5} = \frac{11a - 6a}{5} = a$. $A(x;y) = (a; 1,5a)$

$y = 1,5x$

II) $ax^2 + 2a^2x - ay + a^3 + 1 = 0$

$ay = ax^2 + 2a^2x + a^3 + 1$

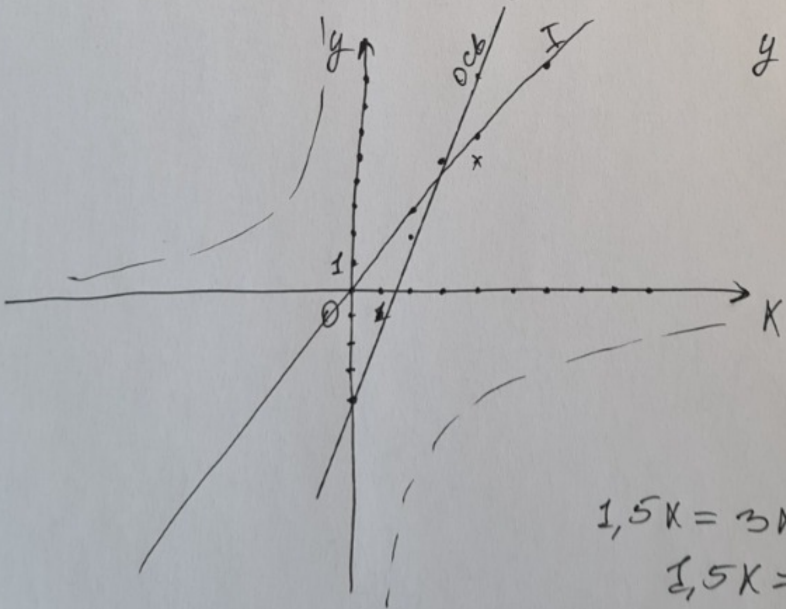
$y = x^2 + 2ax + a^2 + \frac{a^3+1}{a}$

$x_в = -\frac{2a}{2} = -a$

$y_в = a^2 - 2a^2 + \frac{a^3+1}{a} = \frac{1}{a}$

$B(x;y) = (-a; \frac{1}{a})$

$y = -\frac{1}{x}$



$1,5x = 3x - 4$

$1,5x = 4$

$x = \frac{4}{1,5} = \frac{8}{3}$

$\frac{3}{2} \cdot \frac{8}{3} = 4$

211007483 (U871876 M1277970)

Чистовик

Вариант 9. № 2

ОДЗ: $\begin{cases} x+4\geq 0; \ x\geq -4 \\ 6-x\geq 0; \ x\leq 6 \end{cases}$

$x\in[-4;6]$.

$\sqrt{x+4}-\sqrt{6-x}=2\sqrt{24+2x-x^2}-4$

$24+2x-x^2=(x+4)(6-x)$

$\sqrt{x+4}-\sqrt{6-x}=2\sqrt{(x+4)(6-x)}-4$ (2)

Заметим, что равенство верно только тогда, когда обе части имеют один знак, т.е.:

$$\left[\begin{array}{l} \begin{cases} \sqrt{x+4}-\sqrt{6-x}\geq 0 \\ 2\sqrt{(x+4)(6-x)}-4\geq 0 \end{cases} \\ \begin{cases} \sqrt{x+4}-\sqrt{6-x}<0 \\ 2\sqrt{(x+4)(6-x)}-4<0 \end{cases} \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \begin{cases} x+4\geq 6-x; \ x\geq 1 \\ (x+4)(6-x)\geq 4; \ x^2-2x-20\leq 0 \end{cases} \\ \begin{cases} x+4<6-x; \ x<1 \\ (x+4)(6-x)<4; \ x^2-2x-20>0 \end{cases} \end{array}\right. \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \begin{cases} x\geq 1 \\ \left(x-\frac{1-\sqrt{21}}{1}\right)\left(x-\frac{1+\sqrt{21}}{1}\right)\leq 0 \end{cases} \\ \begin{cases} x<1 \\ \left(x-\frac{1-\sqrt{21}}{1}\right)\left(x-\frac{1+\sqrt{21}}{1}\right)>0 \end{cases} \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \begin{cases} x\geq 1 \\ x\in[1-\sqrt{21}; 1+\sqrt{21}] \end{cases} \\ \begin{cases} x<1 \\ x\in(-\infty; 1-\sqrt{21})\cup(1+\sqrt{21}; +\infty) \end{cases} \end{array}\right. \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x\in[1; 1+\sqrt{21}] \\ x\in(-\infty; 1-\sqrt{21}) \end{array}\right. \overset{\text{ОДЗ}}{\Longleftrightarrow} x\in[-4; 1-\sqrt{21})\cup[1; 1+\sqrt{21}] \ (1)$$

С учётом (1) имеем право возвести (2) в квадрат:

$x+4+6-x-2\sqrt{(x+4)(6-x)}=4\left(\sqrt{(x+4)(6-x)}\right)^2+16-16\sqrt{(x+4)(6-x)}$

Замена: $t=\sqrt{(x+4)(6-x)}$:

$10-2t=4t^2+16-16t$

$4t^2-14t+6=0$

$2t^2-7t+3=0$

$D=49-4\cdot 2\cdot 3=5^2$; $\left[\begin{array}{l} t=\frac{7-5}{4}=\frac{1}{2} \\ t=\frac{7+5}{4}=3 \end{array}\right.$

Обратная замена: $\left[\begin{array}{l} \sqrt{(x+4)(6-x)}=\frac{1}{2} \\ \sqrt{(x+4)(6-x)}=3 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 4(x+4)(6-x)=1 \\ (x+4)(6-x)=9 \end{array}\right. \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 4x^2-8x-95=0 \ (3) \\ x^2-2x-15=0 \ (4) \end{array}\right.$

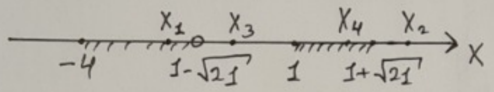
(3): $\frac{D}{4}=16+4\cdot 95=4(4+95)=4\cdot 99$

$x_1=\frac{4-2\sqrt{99}}{4}=1-\frac{\sqrt{99}}{2}$; $x_2=\frac{4+2\sqrt{99}}{4}=1+\frac{\sqrt{99}}{2}$

(4): $(x-5)(x+3)=0 \Leftrightarrow x_3=-3$; $x_4=5$.

Чистовик

Проведём отбор корней с помощью условия (1):



$1-\frac{\sqrt{99}}{2} \overset{<}{\vee} 1-\sqrt{21}$ $\quad$ $1-\frac{\sqrt{99}}{2} \overset{>}{\vee} -4$

$\sqrt{21} \vee \frac{\sqrt{99}}{2}$ $\quad$ $5 \vee \frac{\sqrt{99}}{2}$; $10 \vee \sqrt{99}$; $100 > 99$

$2\sqrt{21} \vee \sqrt{99}$

$84 \underset{<}{\vee} 99$

$-3 \overset{>}{\vee} 1-\sqrt{21}$ $\quad$ $5 \overset{<}{\vee} 1+\sqrt{21}$

$\sqrt{21} \vee 4$ $\quad$ $4 \vee \sqrt{21}$; $16 < 21$

$21 > 16$

$1+\frac{\sqrt{99}}{2} \overset{>}{\vee} 1+\sqrt{21}$

$\sqrt{99} \vee 2\sqrt{21}$

$99 > 84$

Итог: подходят только x_1 и x_4.

Ответ: $1-\frac{\sqrt{99}}{2}$; 5.

Во №3

I) $26a^2-22ax-20ay+5x^2+8xy+4y^2=0$

Решим как квадратное ур-ие относительно перемен-ной x:

$5x^2+x(8y-22a)+26a^2-20ay+4y^2=0$

$\frac{D}{4}=(4y-11a)^2-5(26a^2-20ay+4y^2)=-4y^2+12ay-9a^2=-(2y-3a)^2$.

Чтобы точка A существовала, необходимо, чтоб $D \geq 0$; но $D \leq 0 \Rightarrow D=0$: $-(2y-3a)^2=0$; $2y-3a=0$; $y=1{,}5a$, тогда $x=\frac{11a-4y}{5}=\frac{11a-6a}{5}=a$. $A(x;y)=A(a;1{,}5a)$ и в зависимости от "a" точка A лежит на прямой $y=1{,}5x$ (1)

II) $ax^2+2a^2x-ay+a^3+1=0$

$ay=ax^2+2a^2x+a^3+1$

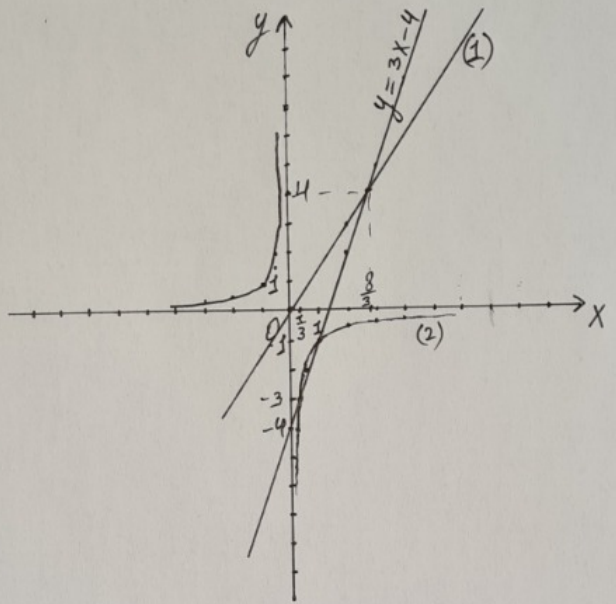
$y=x^2+2ax+a^2+\frac{1}{a}$

$x_в=\frac{-2a}{2}=-a$;

$y_в=(-a)^2+2a\cdot(-a)+a^2+\frac{1}{a}=\frac{1}{a}$

Т.е. точка $B(x;y)=B(-a;\frac{1}{a})$ и лежит на гиперболе $y=-\frac{1}{x}$ (2)

Чистовик



I) На участке $x<0$ (2) находится выше $y=3x-4$, т.е. $a>0$, тогда (1) должна находиться ниже неё, т.е. $x>\frac{8}{3}$ и $a>\frac{8}{3}$

Объединение: $a \in \left(\frac{8}{3};+\infty\right)$

II) На участке $x \in \left(0;\frac{1}{3}\right) \cup (1;+\infty)$ (2) находится ниже $y=3x-4$, т.е. $a\in(-\infty;-1)\cup\left(-\frac{1}{3};0\right)$, тогда (1) должна находиться выше и $x\in\left(-\infty;\frac{8}{3}\right)$, т.е. $a\in(-\infty;-1)\cup$
$a\in\left(-\infty;-\frac{8}{3}\right)$
$\cup\left(-\frac{1}{3};0\right)$.

III) На участке $x\in\left(\frac{1}{3};1\right)$ (2) находится выше $y=3x-4$, но тогда $a\in\left(-1;-\frac{1}{3}\right)$ и (1) тоже находится выше.

Ответ: $x\in\left(-\infty;\frac{8}{3}\right)\cup\left(-\frac{1}{3};0\right)\cup$

Часть 2

Олимпиада: **Математика, 10 класс (2 часть)**

Шифр: **211007483**

ID профиля: **871876**

Вариант 9

Чистовик

Вариант 9 № 4

$$\begin{cases} \frac{2}{x^2+y^2}+x^2y^2=2 \\ x^4+y^4+3x^2y^2=5 \end{cases}$$

Замена: $x^2=a\geq 0$; $y^2=b\geq 0$

$$\begin{cases} \frac{2}{a+b}+ab=2 \quad (1) \\ (a+b)^2+ab=5 \quad (2) \end{cases}$$

$(2)-(1)=(a+b)^2-\frac{2}{a+b}=3$

Замена: $a+b=t\geq 0$, но знаменатель $\neq 0 \Rightarrow t>0$

$t^2-\frac{2}{t}=3 \mid \cdot (t)>0$

$t^3-3t-2=0$

$t=-1$ – корень: $(-1)^3-3\cdot(-1)-2=-1+3-2=0$ верно, но $t>0$.

$$\begin{array}{r|l} t^3-3t-2 & t+1 \\ \cline{2-2} -\underline{t^3+t^2} & t^2-t-2 \\ -t^2-3t & \\ -\underline{-t^2-t} & \\ -2t-2 & \\ -\underline{-2t-2} & \\ 0 & \end{array}$$

$t^2-t-2=0$

$(t-2)(t+1)=0$

$\left[\begin{array}{l} t=-1, \text{ но } t>0 \\ t=2 \end{array}\right. \Leftrightarrow t=2$

Обратная замена: $a+b=2$

$(a+b)^2+ab=5$; $ab=5-(a+b)^2=5-2^2=1$,

тогда $\begin{cases} ab=1 \\ a+b=2; a=2-b \end{cases} \Rightarrow b(2-b)=1$

$b^2-2b+1=0$

$(b-1)^2=0$

$b=1 \Rightarrow a=1$

Обратная замена:

$$\begin{cases} x^2=1 \\ y^2=1 \end{cases} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \begin{cases} x=1 \\ y=1 \end{cases} \\ \begin{cases} x=-1 \\ y=-1 \end{cases} \\ \begin{cases} x=1 \\ y=-1 \end{cases} \\ \begin{cases} x=-1 \\ y=1 \end{cases} \end{array}\right.$$

Ответ: $(-1;-1)$; $(-1;1)$; $(1;-1)$; $(1;1)$.

Чистовик

Вариант 9 № 5

Рассмотрим общий случай задачи, где вместо числа 59 в условии используем n (нечётное натур. число). Заметим, что внутри такого квадрата $(n-1)^2$ узлов.

Заметим, что на части прямой $y=x$, лежащей внутри квадрата лежит $n-1$ узел, столько же на прямой $y=59-x$, при чём узлы, лежащие на этих прямых, не совпадают. Тогда общее кол-во узлов, лежащих на данных прямых $=2n-2$.

I случай) Одна из точек не лежит не на одной прямой, таких узлов $(n-1)^2-(2n-2)=n^2-2n+1-2n+2=n^2-4n+3=$ $=(n-1)(n-3)$. Такой точке по условию сопоставляется вторая точка, лежащая на одной из прямых ($y=x$ или $y=n-x$), не составляющая с ней прямую, параллельную OX или OY. Легко убедиться, что таких узлов $2n-2-4$, т.к. перпендикуляры к OX и OY ~~из~~ некоторой точки, не лежащей на данных прямых пересекают эти прямые 4 раза. Итак, кол-во способов, удовлетворяющих первому случаю $=$ $=(n-1)(n-3)(2n-6)=2(n-1)(n-3)^2$

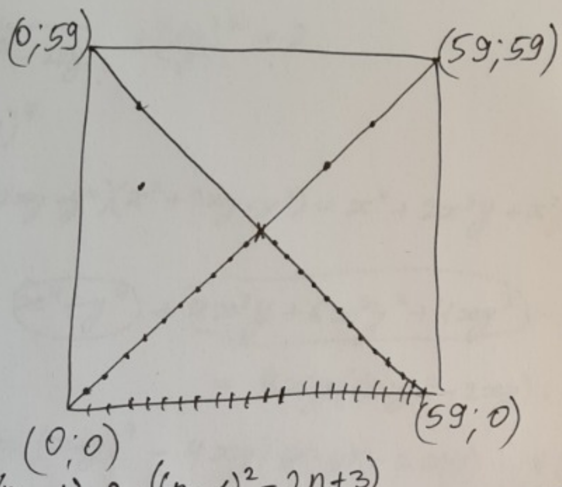
II случай) Обе точки лежат на прямых. Тогда 1-ая точка может находиться в одном из $(2n-2)$ узлов. 2-ая точка может лежать в одном из $(2n-3)$ узлов, но исходя из условия (…оба выбранных узла не лежали …осей) необходимо вычесть ещё две точки, т.к. перпендикуляры к OX и OY пересекают прямые в двух точках, в которых не ~~могут~~ может находиться 2-я точка. Тогда общее кол-во случаев 2-го случая: $(2n-2)(2n-5)=2(n-1)(2n-5)$, но в 2 раза меньше, т.к. точки посчитаны два раза

I & II случай: $\cancel{2(n-1)(n-3)^2+(2n-5)=2(n-1)(n^2-6n+9+2n-5)}$ $\cancel{=2(n-1)(n^2-4n+4)=2(n-1)(n-2)^2}$

$2(n-3)^2(n-1)+(n-1)(2n-5)=(n-1)(2n^2-12n+18+2n-5)=$ $=(n-1)(2n^2-10n+13)$.

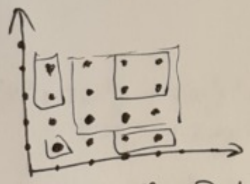
Для $n=59$ из условия: $(59-1)(2\cdot59^2-10\cdot59+13)=370330$.

Ответ: 370330.



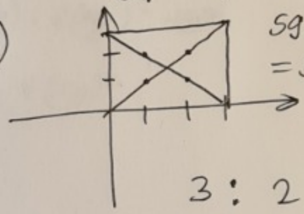
Черновик $\times 58$

3 : 2



$\frac{9\cdot 8}{2} =$

5:



$59\cdot(118-10)=$
$=59\cdot 108$

3 : 2

$\begin{array}{r} \times\, 108 \\ 59 \\ \hline 72 \end{array}$

$n:\ \frac{(n-1)\cdot 2\cdot((n-1)^2-2n+3)}{2} =$

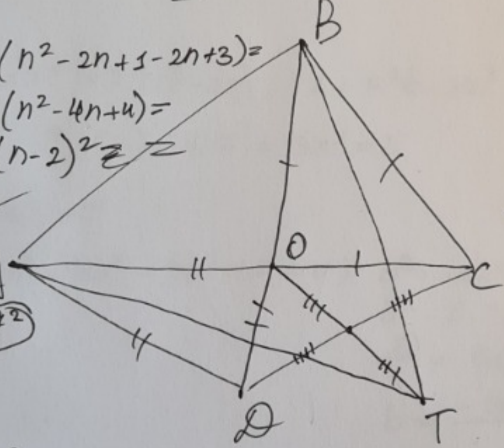
$= (n-1)(n^2-2n+1-2n+3) =$

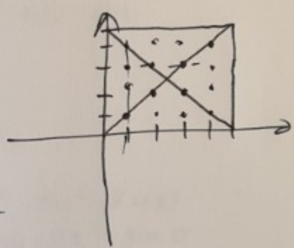
$= (n-1)(n^2-4n+4) =$

$= (n-1)(n-2)^2 =$

$= 4\,\cancel{3^2}$

$= 58\cdot 57^2$



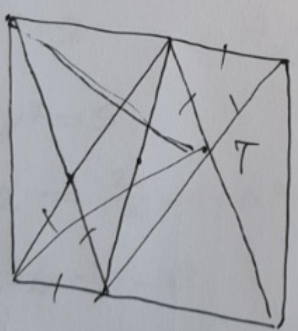


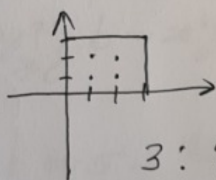
5:

$n=3:\ 2\cdot(2\cdot 9-10\cdot 3-23)=$
$=2(18-30-23)=0.$

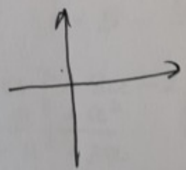
$\begin{array}{r} +\,18 \\ 8 \\ \hline 26 \end{array}$ $\begin{array}{r} +\,12 \\ 6 \\ \hline 18 \end{array}$

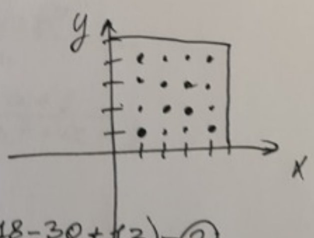
$\begin{array}{r} +\,26 \\ 18 \\ \hline 44 \\ +\,8 \\ \hline 52 \end{array}$ $\begin{array}{r} +\,6 \\ 2 \\ \hline 8 \end{array}$

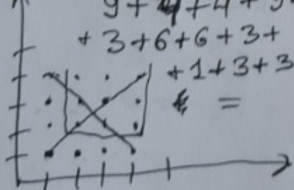




3 : 2







$9+4+4+9+$
$+3+6+6+3+$
$+1+3+3+1=$
$4 =$

$8\cdot(16-8$

$n=3:\ 2\cdot(18-30+13)=2$

$\frac{D}{4}=25+2\cdot 23=\cancel{71}$

$\frac{D}{4}=25-$

$n=5:\ 4\cdot(2\cdot 25-10\cdot 5+13)=4\cdot(50-50+13)=52.$

Черновик

$$\begin{cases} \frac{2}{(x+y)^2-2xy} + (xy)^2 = 2 \\ (x+y)^4 \end{cases}$$

$$(x^2+2xy+y^2)(x^2+2xy+y^2) = x^4 + 2x^3y + x^2y^2 + 2x^3y + 4x^2y^2 + 2xy^3 + $$
$$+ x^2y^2 + 2xy^3 + y^4 =$$

$$= (x^4+y^4) + (4x^3y + 6x^2y^2 + 4xy^3) = 4xy(x^2+y^2) + 6(xy)^2 =$$

$$= 4xy((x+y)^2 - 2xy) + 6(xy)^2$$

$$x^4+y^4 = (x+y)^4 - 4xy((x+y)^2 - 2xy) - 6(xy)^2$$

$$\begin{cases} a = xy \\ b = (x+y)^2 \end{cases};$$

$$\begin{cases} \frac{2}{b-2a} + a^2 = 2 \,\Big|\cdot(b-2a); \quad 2 + a^2b - 2a^3 = 2b - 4a \\ b^2 - 4a(b-2a) - 6a^2 + 3a^2 = 5 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \frac{2}{b-2a} + a^2 = 2 \\ b^2 - 4ab + 8a^2 - 3a^2 - 5 = 0; \quad b^2 - 4ab + 5a^2 - 5 = 0 \end{cases}$$

$$b^2 - b\cdot 4a + 5a^2 - 5 = 0$$

$$\frac{D}{4} = 4a^2 - 5a^2 + 5 = 5 - a^2$$

$$b = \frac{-2a \pm \sqrt{5-a^2}}{1}$$

$$\frac{2}{x^2+y^2} + x^2y^2 = 2 \qquad \underset{\geq 0}{a} = \underset{\geq 0}{x^2+y^2}; \; b = x^2y^2$$

$$(x^2+y^2)^2 + x^2y^2 = 5$$

$$b = 5 - \frac{1+5+2\sqrt{5}}{4} =$$
$$= 5 - \frac{6+2\sqrt{5}}{4} = 5 -$$

$$\begin{cases} \frac{2}{a} + b = 2 \Rightarrow \frac{2}{a} + 5 - a^2 \\ a^2 + b = 5; \; b = 5 - a^2 \end{cases}$$

$$\begin{array}{l|l} a^3 - 3a - 2 & a+1 \\ \hline -\; a^3 + a^2 & a^2 - a - 2 \\ \quad -a^2 - 3a & \\ -\; -a^2 - a & \\ \quad\quad -2a - 2 & \end{array}$$

$$2a = 2 + 5a - a^3$$

$$a^3 - 3a - 2 = 0$$

$a = -1$: $-1 + 3 - 2 = 0$, верно, не подх.

$$D = 1 + 4 = 5. \quad a = \frac{1 \pm \sqrt{5}}{2} \Rightarrow \frac{1+\sqrt{5}}{2}$$

211007483 (U871876 M1277971)

№ 4 черновик

$$\begin{cases} \frac{2}{x^2+y^2} + x^2y^2 = 2 \\ (x^2+y^2)^2 + x^2y^2 = 5 \end{cases}$$

$(59-1)($

$$x^2+y^2 - \frac{2}{x^2+y^2} = 3$$

$$(x^2+y^2)^2 - 3(x^2+y^2) - 2 = 0$$

$$D = 9 + 8 = 17$$

$$\left[\begin{array}{l} x^2+y^2 = \frac{3+\sqrt{17}}{2} \\ x^2+y^2 = \frac{3-\sqrt{17}}{2} \text{ не подходит.} \end{array} \right.$$

$$x^2y^2 = 5 - \left(\frac{3+\sqrt{17}}{2}\right)^2$$

$$x^2y^2 = 5 - \frac{9+17+6\sqrt{17}}{4} = \frac{20-26+6\sqrt{17}}{4} = \frac{6\sqrt{17}-6}{4} = \frac{3\sqrt{17}-3}{2}$$

$\cancel{xy = \pm\sqrt{\frac{3\sqrt{17}-3}{2}}}$

$x^2 = a;\ y^2 = b$

$$\begin{cases} \frac{2}{a+b} + ab = 2 \\ (a+b)^2 + ab = 5 \end{cases}$$

$$(a+b)^2 - \frac{2}{a+b} = 3 \,\Big|\cdot (a+b)$$

$$(a+b)^3 - 3(a+b) - 2 = 0$$

$\underset{\geq 0}{a} + \underset{\geq 0}{b} = t \geq 0$

$t^3 - 3t - 2 = 0$

$t = -1$ – корень, не подх.

$\begin{array}{r} \times\, 59 \\ 59 \end{array}$ $(60-1)^2 =$

$= 3600 + 1 - 120 =$

$= 3601 - 120 =$

$= 3501 - 20 =$

$= 3500 - 19 =$

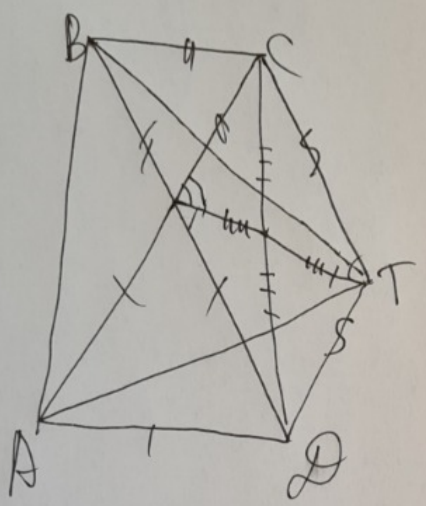
$= 3481$

$\begin{array}{r} \times\, 3481 \\ 2 \\ \hline 6962 \end{array}$

$\begin{array}{r} -\,6962 \\ 590 \\ \hline 6372 \\ +\,1413 \\ \hline 6385 \\ \times\, 58 \\ \hline 51080 \\ 31925 \\ \hline 370330 \end{array}$

211007483 (U871876 M1277971)

Черновик.



211007483 (U871876 M1277971)