

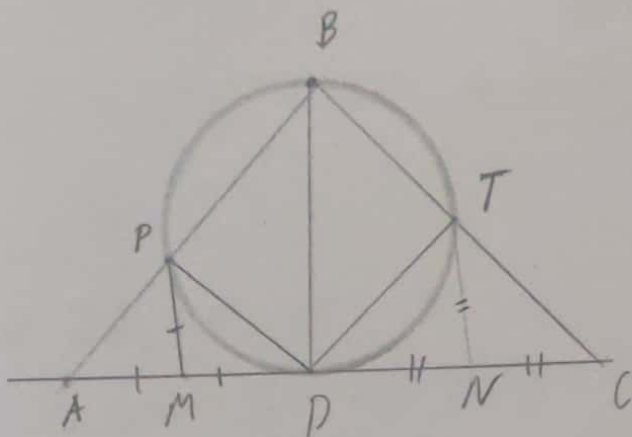
Часть 1

Олимпиада: **Математика, 10 класс (1 часть)**

Шифр: **211007170**

ID профиля: **264814**

Вариант 9



-) $\triangle BPD$: BD - диаметр
 $P \in$ окружности $\Rightarrow \angle BPD = 90^\circ$ (св-во впис. угла, опирающ. на диаметр окр.)

-) $\angle APD$ и $\angle BPD$ - смежн. $\Rightarrow \angle APD + \angle BPD = 180^\circ$
 $\Rightarrow \angle APD = 90^\circ$

-) $\triangle APD$: $\angle APD = 90^\circ \Rightarrow \triangle APD$ - прямоугол.
 M - середина $AD \Rightarrow PM$ - медиан. $\Rightarrow PM = AM = MD$
 (св-во медиан. прямоу. треугол., проведен. к гипот.)

-) $\triangle BTD$: BD - диаметр
 $T \in$ окружности $\Rightarrow \angle BTD = 90^\circ$ (св-во впис. угла, опирающ. на диаметр окружности.)

-) $\angle BTD$ и $\angle DTC$ - смежн. $\Rightarrow \angle BTD + \angle DTC = 180^\circ$
 $\Rightarrow \angle DTC = 90^\circ$

-) $\triangle DTC$: $\angle DTC = 90^\circ \Rightarrow \triangle DTC$ - прямоугол.
 N - середина $DC \Rightarrow TN$ - медиан. $\Rightarrow TN = DN = NC$
 (св-во медиан. прямоу. треугол., проведен. к гипотенузе.)

-) $PM \parallel TN$
 AC - секущ.
 $\angle PMD$ и $\angle TNC$ - одностор. $\Rightarrow \angle PMD = \angle TNC$

-) $\triangle PMD$ и $\triangle TNC$: $PM = MD \Rightarrow \triangle PMD$ - равнобедр.; $TN = NC \Rightarrow \triangle TNC$ - равнобедр.
 $\angle PDM = \angle MPD = \frac{180^\circ - \angle PMD}{2}$ (св-во равнобедр. \triangle); $\angle NTC = \angle NCT = \frac{180^\circ - \angle TNC}{2}$
 (св-во равнобедр. \triangle)

Чистовик

страница №2

Т.к. $\angle PMD = \angle TNC$ и $\angle PDM = \frac{180^\circ - \angle PMD}{2}$ и $\angle PDM = \angle PDM$
 $\angle NCT = \frac{180^\circ - \angle TNC}{2}$

$$\angle PDM = \angle TCN$$

→ $\Delta DP; CT, AC:$

предположим, что $PD \parallel CT$, тогда:

$$PD \parallel CT$$

AC - секущая

$\angle PDM$ и $\angle TCM$ - одностор.

$$\Rightarrow \angle PDM = \angle TCM$$

НО! в предположении пункта докажем, что $\angle PDM = \angle TCM$

$$\Rightarrow PD \parallel CT$$

→ $PD \parallel CT$

AB - секущая

$\angle APD$ и $\angle ABC$ - одностор.

$$\Rightarrow \angle APD = \angle ABC = 90^\circ$$

Отв: $\angle ABC = 90^\circ$

→ $MP = \frac{1}{2}$

$$MP = AM = MD$$

$$AM + MD = AD$$

$$\Rightarrow AD = 2MP = 1$$

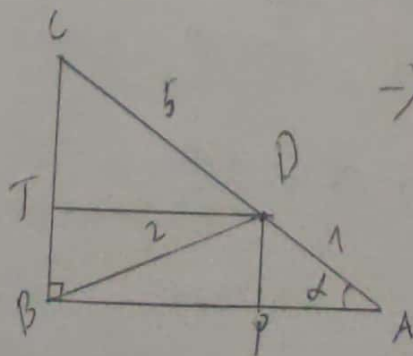
→ $NT = \frac{5}{2}$

$$NT = DN = NC$$

$$DN + NC = DC$$

$$\Rightarrow DC = 2NT = 5$$

→ $\Delta ABC:$



→ ΔAPD и ΔABC

$$\angle APD = \angle ABC = 90^\circ$$

$\angle DAP$ - общ.

$\Rightarrow \Delta APD$ и ΔABC - подобны
(признак подобия)

Условие

Страница №3

→ $\triangle ABC$ и $\triangle DTC$

$$\angle ABC = \angle DTC = 90^\circ$$

$\angle TCD$ - общий

⇒ $\triangle ABC$ подобен $\triangle DTC$ (по двум углам)

→ $\triangle ABC$ подобен $\triangle DTC$
 $\triangle ABC$ подобен $\triangle APD$ | ⇒ $\triangle DTC$ подобен $\triangle APD$

→ по св-ву подобия в $\triangle APD$ и $\triangle DTC$: $\frac{AD}{DC} = \frac{AP}{DT} = \frac{DP}{TC} = \frac{1}{5}$

обозначим $AP = x$; тогда: $DT = 5x$; $CT = 5y$
 $DP = y$

→ $\triangle BTP$: $\angle PBT = \angle BTD = \angle BPD = 90^\circ$ ⇒ BTP - прямоугольный (по двум углам)

→ из $\triangle APD$: по т. Пифагора: $PD = y = \sqrt{1 - x^2}$

→ в BTP : $BT = DP = y$ (св-во прямоугол.) ⇒ по т. Пифагора в $\triangle BTD$
 $TD = BP = 5x$
 $BT = y = \sqrt{4 - 25x^2}$

$$\begin{cases} y = \sqrt{1 - x^2} \\ y = \sqrt{4 - 25x^2} \end{cases} \Rightarrow \sqrt{4 - 25x^2} = \sqrt{1 - x^2}$$

$$4 - 25x^2 = 1 - x^2$$

$$24x^2 = 3$$

$$x^2 = \frac{3}{24} = \frac{1}{8}$$

$$x = \frac{1}{\sqrt{2} \cdot 2} = \frac{\sqrt{2}}{4}; \quad y = \sqrt{1 - \frac{1}{8}} = \sqrt{\frac{7}{8}}$$

$$\rightarrow AB = BP + PA = 5x + x = 6x = 6 \cdot \frac{\sqrt{2}}{4} = \frac{3\sqrt{2}}{2}$$

$$BC = BT + TC = 5y + y = 6y = 6 \cdot \frac{\sqrt{7}}{2\sqrt{2}} = \frac{3\sqrt{7} \cdot \sqrt{2}}{2} = \frac{3\sqrt{14}}{2}$$

$$\rightarrow S_{\triangle ABC} = \frac{BC \cdot BA}{2} = \frac{3\sqrt{14} \cdot 3\sqrt{2}}{2 \cdot 2 \cdot 2} = \frac{9}{8} \cdot 2\sqrt{7} = \frac{9\sqrt{7}}{4}$$

$$\boxed{\text{Отв: } S_{\triangle ABC} = \frac{9\sqrt{7}}{4}}$$

$$2. \sqrt{x+4} - \sqrt{6-x} + 4 = 2\sqrt{24+2x-x^2}$$

$$\text{Одн.: } \begin{cases} x+4 \geq 0 \\ 6-x \geq 0 \\ 24+2x-x^2 \geq 0 \end{cases}$$

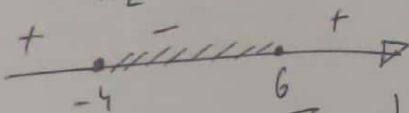
$$\begin{cases} x \geq -4 \\ x \leq 6 \\ x^2 - 2x - 24 \leq 0 \end{cases}$$

$$\cancel{x^2 - 2x - 24 \leq 0}$$

по т. Виета:

$$x_1 = -4$$

$$x_2 = 6$$



$$\begin{cases} x \in [-4; 6] \\ x \geq -4 \\ x \leq 6 \\ x \in [-4; 6] \end{cases}$$

$$\Rightarrow \underline{x \in [-4; 6]}$$

$$\text{Т.к. } 2\sqrt{24+2x-x^2} \geq 0:$$

$$\sqrt{x+4} - \sqrt{6-x} + 4 \geq 0$$

$$\sqrt{x+4} \geq \sqrt{6-x} - 4 \Leftrightarrow \begin{cases} \sqrt{6-x} - 4 \geq 0 \\ x+4 \geq (\sqrt{6-x} - 4)^2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \sqrt{6-x} \geq 4 \\ x+4 \geq 6-x-8\sqrt{6-x}+16 \end{cases}$$

$$6-x \geq 16$$

$$-x \geq 10$$

$$x \leq -10 \quad \text{НО! } x \in [-4; 6] \Rightarrow x \in \emptyset$$

ответ: $x \in \emptyset$

$$3. \quad 26a^2 - 22ax - 20ay + 5x^2 + 8xy + 4y^2 = 0$$

$$ax^2 + 2a^2x - ay + a^3 + 1 = 0$$

$$3x - y = 4 \Leftrightarrow y = 3x - 4$$

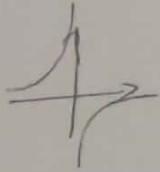
$$\neq ax^2 + 2a^2x - ay + a^3 + 1 = 0; \quad ax^2 + 2a^2x + a^3 + 1 = ay \quad | : a$$

найдем координ. вершины параб.: $x^2 + 2ax + a^2 + \frac{1}{a} = y$

$$x_0 = -\frac{b'}{2a'} = -\frac{2a^2}{2a} = -a$$

$$y_0 = a^2 - 2a^2 + a^2 + \frac{1}{a} = \frac{1}{a}$$

подставим $x_0 = -a$ в $y_0 = \frac{1}{a}$:

$y_0 = -\frac{1}{x_0}$ — гиперб. (перевёрнут.), имеет вид: 

найдем т. пересек $y_0 = -\frac{1}{x_0}$ с $y = 3x - 4$

$$-\frac{1}{x_0} = 3x - 4$$

$$3x - 4 + \frac{1}{x} = 0 \quad | \cdot x$$

$$3x^2 - 4x + 1 = 0$$

~~$$\text{нет. Внет: } x_1 = 1; x_2 = \frac{1}{3}$$~~

т.к. сумма коэфф. равна 0:

$$x_1 = 1$$

по т. Внет: $x_2 = \frac{1}{3}$

$$\sqrt{x+4} - \sqrt{6-x} + 4 = 2\sqrt{2x+2x-x^2} \quad \& \quad \sqrt{x+4} - \sqrt{6-x} + 4 = 2\sqrt{x+6-x}$$

$$x^2 - 2x - 24 \leq 0$$

no. r. roots

$$x_1 = -4$$

$$x_2 = 6$$

$$\sqrt{x+4} = a$$

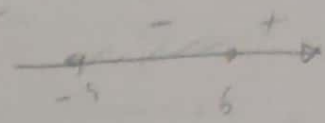
$$\sqrt{6-x} = b$$

$$\begin{cases} x+4 \geq 0 \\ 6-x \geq 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x \geq -4 \\ x \leq 6 \end{cases}$$

$$x \in [-4; 6]$$

$$2x - 2x - x^2 = (x+4)/(6-x)$$



$$= a - b + 4 - 2ab$$

$$a = \sqrt{x+4}$$

$$b = \sqrt{6-x}$$

$$a^2 + b^2 = x+4 + 6-x = 10$$

$$a^4 + b^4 = 10$$

$$a + 2ab - b + 4 + a^4 + b^4 - a^2 - b^2 =$$

$$= (a-b)^2 + a - b + 4 - a^2 - b^2 =$$

$$= (a-b)(a-b+1) + 4 + 10 =$$

$$= (a-b)(a-b+1) + 14$$

$$\sqrt{x+4} - \sqrt{6-x} + 4 = 2\sqrt{2x+2x-x^2}$$

$$x \in [-4; 6]$$

$$\begin{cases} a - b + 4 = 2ab \\ a^2 + b^2 = 10 \end{cases}$$

$$a - b + 4 = (a+b)^2$$

$$a + 4 = 2ab + b$$

$$a + 4 = (2a+1)b$$

$$\sqrt{x+4} - \sqrt{6-x} + 4 \geq 0$$

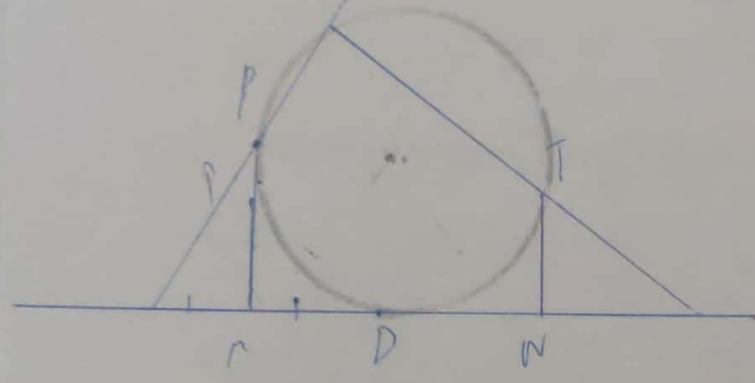
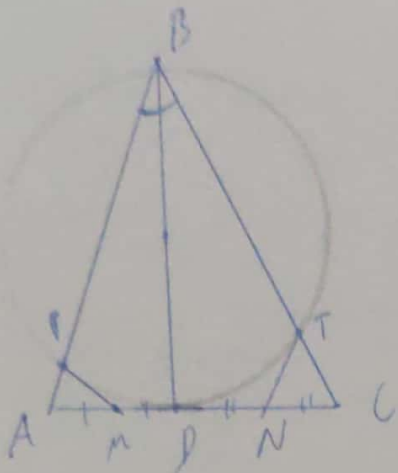
$$\sqrt{x+4} \geq \sqrt{6-x} - 4$$

$$\begin{cases} \sqrt{6-x} - 4 \geq 0 \\ x+4 \geq 6-x - 8\sqrt{6-x} + 16 \end{cases}$$

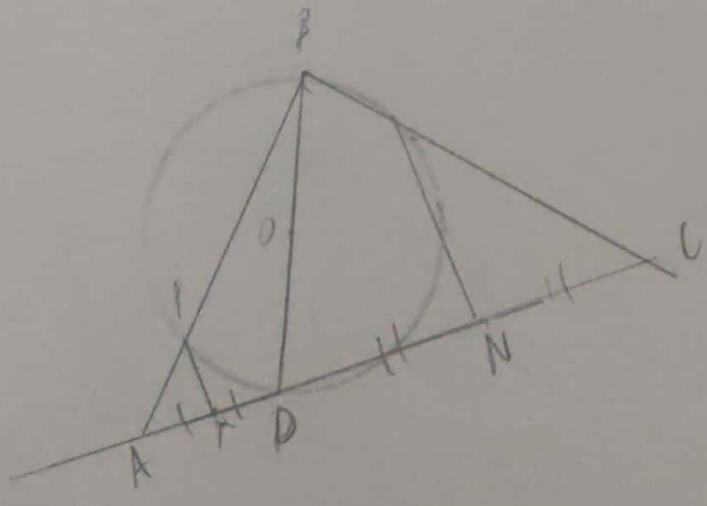
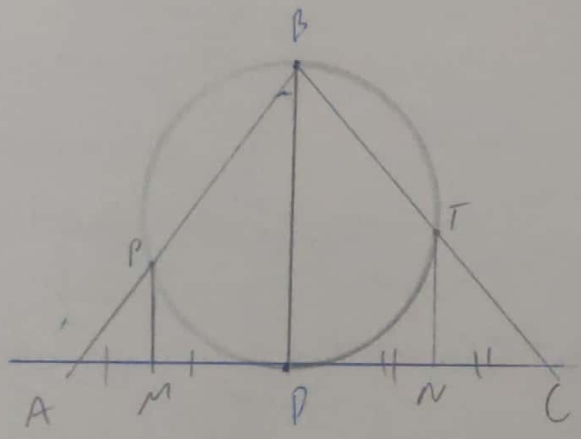
$$\sqrt{6-x} \geq 4 \Rightarrow 6-x \geq 16$$

$$-x \geq 10$$

$$\boxed{x \leq -10}$$



$\angle ABC = ?$



$$26a^2 - 22ax - 20ay + 5x^2 + 8xy + 4y^2 = 0$$

$$ax^2 + 2a^2x - ay + a^3 + 1 = 0$$

$$x_0 = \frac{-2a^2}{2a} = -a$$

$$ax^2 + 2a^2x + a^3 + 1 = ay$$

$$y = \left(x^2 + 2ax + a^2 + \frac{1}{a} \right)$$

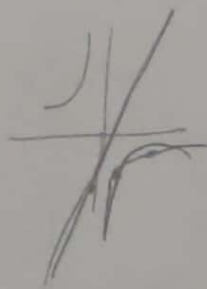
$$x_0 = \frac{-2a}{2} = -a$$

$$y_0 = \cancel{a^2} + 2\cancel{a^2} + \cancel{a^2} + \frac{1}{a} = \frac{1}{a}$$

$$M = \left(-a; \frac{1}{a} \right) \rightarrow 3x - y = 7$$

$$y = -\frac{1}{x}$$

$$y = 3x - 7$$



$$-\frac{1}{x} = 3x - 7$$

$$a = 3x + \frac{1}{x} - 7 \quad (\cdot x)$$

$$0 = 3x^2 - 7x + 1 = 0$$

$$x_1 = 1$$

$$x_2 = \frac{1}{3}$$

или $x \in (-\infty; 0) \cup (1; \frac{1}{3})$

$M > \text{справа}$

$(0, 1) \cup (\frac{1}{3}; +\infty)$

$M < \text{справа}$

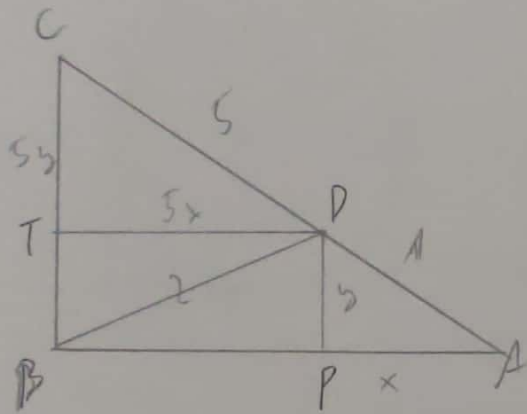
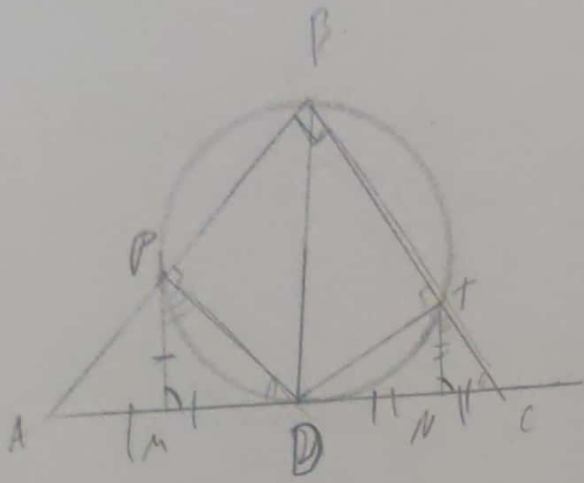
$$26a^2 - 22ax - 20ay + 5x^2 + 8xy + 4y^2 = 0$$

$$26a^2 - 22ax + 5x^2 = 20ay - 8xy - 4y^2$$

$$= \frac{b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$26a^2 - 2a(11x + 10y) + 5x^2 + 8xy - 4y^2 = 0$$

$$(11x + 10y)^2 - 26 \cdot (5x^2 + 8xy - 4y^2) = 121x^2 + 220xy + 100y^2 - 130x^2 - 106xy + 104y^2 = 20xy - 9x^2 + 192xy$$



$$6 \cdot \frac{1}{\sqrt{8}} = \sqrt{\frac{36}{8}} = \sqrt{\frac{9}{2}}$$

$$y = \sqrt{1 - x^2}$$

$$y = \sqrt{4 - 5x^2}$$

1. $\angle PAB = 67^\circ$; $\angle PBA = 2$

Часть 2

Олимпиада: **Математика, 10 класс (2 часть)**

Шифр: **211007170**

ID профиля: **264814**

Вариант 9

$$(0) \begin{cases} \frac{2}{x^2+y^2} + x^2y^2 = 2 \\ x^4+y^4+3x^2y^2 = 5 \\ x^2 = a; y^2 = b \end{cases}$$

$$\begin{cases} \frac{2}{a+b} + ab = 2 & (1) \\ a^2+b^2+3ab = 5 & (2) \end{cases}$$

Отнимаем от (2) выразим из (1)

$$a^2+b^2 - \frac{2}{a+b} + 3ab - ab = 5 - 2$$

$$\underline{a^2+b^2} - \frac{2}{a+b} + \underline{2ab} = 3$$

$$(a+b)^2 - \frac{2}{a+b} = 3$$

$$a+b = t$$

$$t^2 - \frac{2}{t} = 3$$

$$t^2 - 3 - \frac{2}{t} = 0 \quad / \cdot t$$

$$t^3 - 3t - 2 = 0$$

$$t^3 + t^2 - t^2 - t - 2t - 2 = 0$$

$$t^2(t+1) - t(t+1) - 2(t+1) = 0$$

$$(t+1)(t^2 - t - 2) = 0$$

$$t^2 - t - 2 = 0$$

но т. Буэра:

$$t_1 = -1$$

$$t_2 = 2$$

$$(t+1)(t^2 - t - 2) = (t+1)(t+1)(t-2) = 0$$

$$\text{T. e. I) } t = -1 \quad \text{II) } t = 2$$

$$t = a + b = x^2 + y^2 \Rightarrow t \geq 0 \Rightarrow t \neq -1 \Rightarrow t = 2$$

$$a+b=2 \Rightarrow \frac{2}{2} + ab = 2 \Rightarrow ab = 1$$

$$\begin{cases} a+b=2 \\ ab=1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1+x_2=2 \\ x_1x_2=1 \end{cases} \Leftrightarrow x^2 - 2x + 1 = 0$$

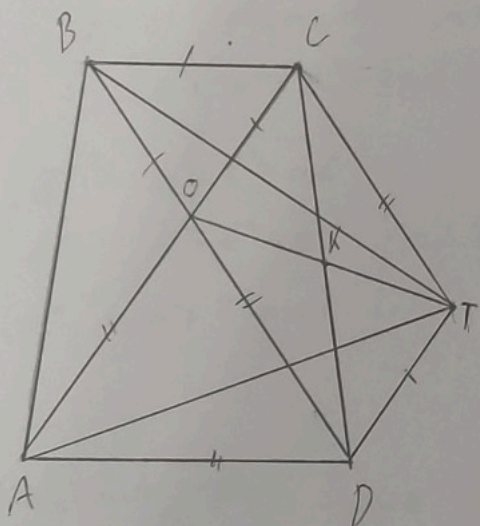
по т. Виета:

$$x_1 = x_2 = 1 \Leftrightarrow a = b = 1 \Rightarrow x^2 = y^2 = 1$$

тогда есть следующие пары x и y : $(1; 1); (1; -1); (-1; 1); (-1; -1)$

Отв: $(1; 1); (1; -1); (-1; 1); (-1; -1)$

(3)



т. К - середина CD

обозначим стороны $\triangle OCB$ за a
стороны $\triangle AOD$ за b

$\rightarrow CK = KD$ (по условию)

т. Т симметрична (относ. точки К) т. О $\Rightarrow OK = KT \Rightarrow OSTD$ - параллелограмм (признак паралл-ма)

$\rightarrow OSTD$ - паралл-грамм $\Rightarrow OC = DT = a; OD = CT = b$ (св-во паралл-грамма)

\rightarrow т.к. $\triangle BOC$ - равносторонний: $\angle BOC = 60^\circ$

$\rightarrow \angle BOC$ и $\angle DOC$ - смежные $\Rightarrow \angle DOC + \overset{60^\circ}{\angle BOC} = 180^\circ \Rightarrow \angle DOC = 120^\circ$

$\rightarrow \angle OSTD: \angle COD = \angle STD = 120^\circ$ (св-во паралл-грамма)

$$\angle OCT = \angle OPT = 180^\circ - \angle COD = 60^\circ$$

Условие

Страница 3

→ * Δ BCT: ∠ BCT = ∠ BCO + ∠ OCT
 ∠ BCO = 60° (т.к. Δ BCO - правильный) | ⇒ ∠ BCT = 120°
 ∠ OCT = 60°

по т. косинусов: $BT^2 = BC^2 + CT^2 - 2BC \cdot CT \cdot \cos 120^\circ$

$BT^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos 120^\circ = a^2 + b^2 + ab$

→ * Δ ATD: ∠ ADT = ∠ ADO + ∠ ODT

∠ ODT = ∠ OCT = 60°

∠ ADO = 60° (т.к. Δ AOD - правильный) | ⇒ ∠ ADT = 120°

по т. косинусов: $AT^2 = AD^2 + DT^2 - 2AD \cdot DT \cdot \cos 120^\circ$

$AT^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos 120^\circ = a^2 + b^2 + ab$

→ * Δ ABO: ∠ BOA и ∠ COD - вертикальные ⇒ ∠ BOA = ∠ COD = 120°

по т. косинусов: $AB^2 = BO^2 + AO^2 - 2BO \cdot AO \cdot \cos 120^\circ$

$AB^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos 120^\circ = a^2 + b^2 + ab$

→ $\begin{cases} BT^2 = a^2 + b^2 + ab \\ AT^2 = a^2 + b^2 + ab \\ AB^2 = a^2 + b^2 + ab \end{cases} \Rightarrow BT = AT = AB \Rightarrow \Delta ATB - \text{равносторонний}$

479

→ заметим, что: $S_{\Delta BCD} + S_{\Delta ABD} = S_{ABCD}$

$S_{\Delta BCD} = \frac{BC \cdot (BO + OD)}{2} \cdot \sin 60^\circ = \frac{a(a+b)}{2} \sin 60^\circ$

$S_{\Delta ABD} = \frac{AD \cdot (BO + OD)}{2} \sin 60^\circ = \frac{b(a+b)}{2} \sin 60^\circ$

⇒ $S_{ABCD} = S_{\Delta BCD} + S_{\Delta ABD} = \frac{(a+b)}{2} \sin 60^\circ (a+b) = \frac{(a+b)^2}{2} \sin 60^\circ$

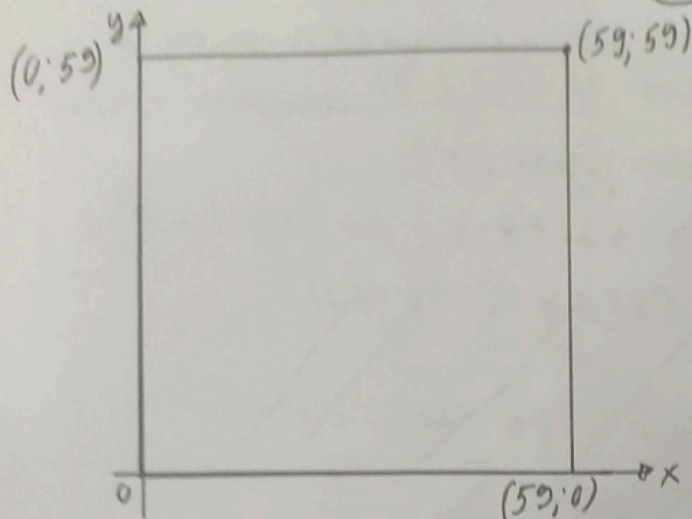
→ $S_{\Delta ABT} = \frac{BT \cdot TA}{2} \cdot \sin 60^\circ = \frac{BT^2}{2} \sin 60^\circ = \frac{a^2 + b^2 + ab}{2} \sin 60^\circ$

→ $\frac{S_{\Delta ABT}}{S_{ABCD}} = \frac{(a^2 + b^2 + ab) \sin 60^\circ \cdot 2}{2 (a+b)^2 \sin 60^\circ} = \frac{a^2 + b^2 + ab}{(a+b)^2} = \frac{a^2 + b^2 + 2ab - ab}{(a+b)^2} = \frac{(a+b)^2 - ab}{(a+b)^2} =$

$= 1 - \frac{ab}{(a+b)^2}$

$a=3$
 $b=7$
 $\frac{21}{100} = 0,21$

Ответ: 0,79



Т.к. хотя бы одна точка должна лежать на диагонали, т.е. принадлежать либо прямой $y=x$, либо $y=-x+59$,

Сделаем обход по всем узлам диагоналей и поможим сколько-ни способами можно выбрать второй узел для каждого такого узла. Начнем из узла с координатами $(1; 58)$. Всего в квадрате $58 \cdot 58$ узлов, но по условию мы не можем выбрать вторым узлом тот узел, который лежит с нами в одном ряду или одном столбце. Тогда для нашего узла можно выбрать еще один из $57 \cdot 57$ узлов. Заметим, что так как в одной диагонали 58 узлов (четное кол-во), то диагонали квадрата пересекаются в центре клетки, а не в узле \Rightarrow всего узлов, лежащих на диагоналях: $58 \cdot 2$.

И того, для каждого узла на диагонали существуют $57 \cdot 57$ вариантов выбрать узел \Rightarrow Всего вариантов:

$$57 \cdot 57 \cdot 58 \cdot 2$$

Но заметим, что в таком случае мы дважды выбираем то же узел на диагонали (выбрано как первый узел и выбрано как второй узел, рассматривая одну и ту же пару узлов) \Rightarrow необходимо исключить повтор. Выбрав один из узлов на диагонали, вторым узлом мы можем взять одну из $(58 \cdot 2 - 1)$ точек, лежащих в узлах на диагонали. Для всех точек способов выбрать вторую точку:

Числовик

↓ -3, т.к. мы не можем выбрать в своем столбце и строке страница 5

$58 \cdot 2(58 \cdot 2 - 3)$ - в таком случае мы выбираем одну и ту же точку два раза \Rightarrow мы взяли $\frac{58 \cdot 2(58 \cdot 2 - 3)}{2}$ лишних точек

Тогда, всего способов выбрать два узла (N):

$$N = 57 \cdot 57 \cdot 58 \cdot 2 - 58 \cdot (58 \cdot 2 - 3) = 57 \cdot 57 \cdot 58 \cdot 2 - 58 \cdot (58 \cdot 2 - 3) =$$

$$= \cancel{58(57 \cdot 57 \cdot 2 - 58 - 57)} = \cancel{58(57(57 \cdot 2 - 1) - 58)}$$

~~получаем: $57 \cdot 2 - 1 = 113$~~

~~$57 \cdot 113 - 58 = 57(113 - 1) - 1 = 57 \cdot 112 - 1 = 6383$~~

~~$58 \cdot 6383 = 370214$~~

~~Ответ: 370214~~

$$N = 58(57^2 \cdot 2 - 58 \cdot 2 + 3)$$

$$57^2 = 3249$$

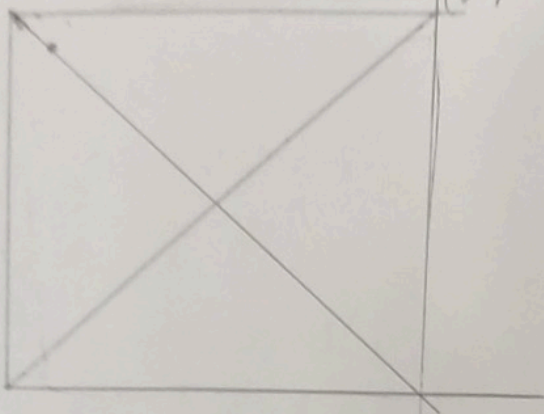
$$57^2 \cdot 2 = 6498$$

$$58 \cdot 2 = 116$$

$$57^2 \cdot 2 - 58 \cdot 2 + 3 = 6382 + 3 = 6385$$

$$N = 58 \cdot 6385 = 370330$$

Отв: 370330



(58, 58)

Черновик

$$2 \cdot 58 \cdot 58 \cdot 58 - \frac{(58+58)}{2}$$

$$\frac{58 \cdot 58 \cdot 58 \cdot 58}{2}$$



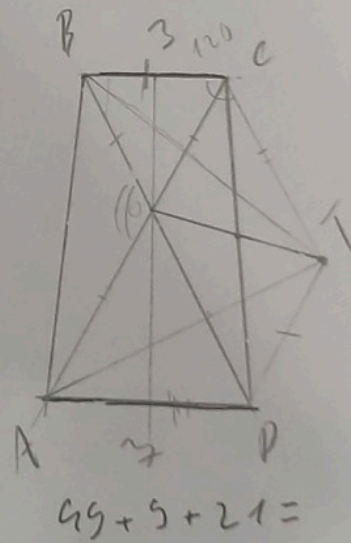
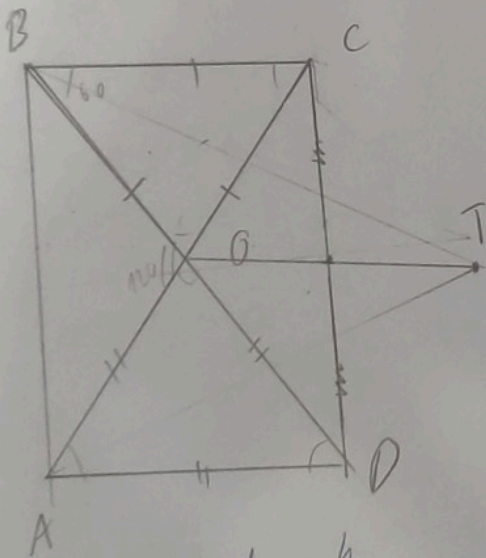
$$\frac{(58 + 57) \cdot (58 + 58)}{2}$$

$$2 \cdot 58^3 - \frac{(58 + 57) \cdot 58}{2} =$$

$$= \frac{4 \cdot 58^3 - 58^2 - 57 \cdot 58}{2} = \frac{58(4 \cdot 58^2 - 58 - 57)}{2} = \frac{58(4 \cdot 58^2 - 115)}{2}$$

$$= \frac{58(58(4 \cdot 58 - 1) - 57)}{2} = 29 \cdot (58(4 \cdot 58 - 1) - 57)$$

на границах/а



$$\sin \alpha = \frac{h}{b}$$

$$h = \sin \alpha \cdot b = 9 + 99 + 9 \cdot 99 =$$

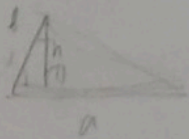
$$= 58 + 441 = 499$$

$$S = a \cdot b \cdot \sin 60^\circ$$

$$S = \frac{a \cdot (a+b) \sin 60^\circ + b \cdot (a+b) \sin 60^\circ}{2} = \dots$$

$$S = \frac{(a+b)^2 \sin 60^\circ}{2}$$

$$\frac{a \cdot b}{2} = S$$



$$\begin{cases} \frac{2}{x^2+y^2} + x^2y^2 = 2 & (x^2+y^2) \\ x^2+y^2+3x^2y^2 = 5 \end{cases} \quad \text{Чертовик}$$

$$\left\{ \begin{aligned} 2 + x^2y^2(x^2+y^2) &= 2(x^2+y^2) \\ x^2+y^2+2x^2y^2+x^2y^2 &= 5 \Leftrightarrow (x^2+y^2)^2 = 5-x^2y^2 \end{aligned} \right.$$

$$x^2 = a; \quad y^2 = b$$

$$\left\{ \begin{aligned} \frac{2}{a+b} + ab &= 2 \\ a^2 + b^2 + 3ab &= 5 \end{aligned} \right.$$

$$\frac{2}{a+b} - ab = 2$$

$$a^2 + b^2 + 3ab = 5$$

$$\left\{ \begin{aligned} a^2 + 2ab + b^2 &= 5 - 5ab \\ \frac{2}{a+b} - ab &= 2 - 2ab \end{aligned} \right.$$

$$\frac{6}{a+b} - a^2 - b^2 = -3$$

$$\frac{2}{a+b} - ab = 2 - 2ab$$

$$3 = \frac{(a^2+b^2)(a+b) - 6}{(a+b)}$$

$$(a-b)^2 = 5(1-ab)$$

$$\frac{2-ab(a+b)}{a+b} = 2(1-ab)$$

$$a^2 + b^2 - \frac{2}{a+b} + 2ab = 3$$

$$(a+b)^2 - \frac{2}{a+b} = 3$$

$$(a+b)^3 - 3(ab) - 2 = 0$$

$$a+b = t$$

$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 2 \\ x^2 \cdot y^2 = 1 \end{cases}$$

$$t^3 - 3t - 2 = 0$$

$$t^3 + nt^2 - nt^2 - 3t - 2 = 0$$

$$t^3 + nt^2 - t^2 - t - 2t - 2 = 0$$

$$t^2(t+1) - t(t+1) - 2(t+1) = 0$$

$$(t+1)(t^2 - t - 2) = 0$$

$$t = 2$$

$$\frac{2}{2} + ab = 2$$

$$ab = 1$$

$$(t+1)(t+1)(t-2) = 0$$

$$\boxed{a+b=2}$$

$$57 \cdot 2 - 1 = 113$$

Черновик

$$113 \cdot 57 - 57 - 1 = 57(113 - 1) - 1$$

$$57 \cdot 112 - 1$$

11

$$\begin{array}{r} \cdot 57 \\ 112 \\ \hline 114 \\ 57 \\ 57 \\ \hline 6384 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \cdot 6383 \\ \cdot 58 \\ \hline 51064 \\ 31915 \\ \hline 370214 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \cdot 6383 \\ \cdot 58 \\ \hline 3624 \\ 51064 \\ + 31915 \\ \hline 370214 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \times 57 \\ \times 57 \\ \hline 1359 \\ 3 \\ \hline 3249 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \times 6385 \\ \cdot 58 \\ \hline 51080 \\ + 31925 \\ \hline 370330 \end{array}$$