Часть 1

Олимпиада: **Математика, 10 класс (1 часть)**

Шифр: **211007095**

ID профиля: **282648**

Вариант 9

Чистовик

№1

Дано: $\triangle ABC$; $D \in AC$

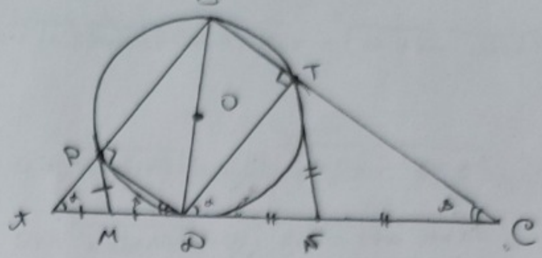
$BD = d$; $\omega(O; r = \frac{d}{2})$

$\omega(O; \frac{d}{2}) \cap AB = P$

$\omega(O; \frac{d}{2}) \cap BC = T$

M и N - середина AD и CD

$PM \parallel TN$



а) Найти: $\angle ABC$ - ?

Решение: 1) BD - диаметр; $P \in \omega(O; \frac{d}{2})$; $T \in \omega(O; \frac{d}{2})$

$\triangle PBD$: $\angle BPD$ опирается на диаметр $\Rightarrow \angle P = 90^\circ$

Аналогично с $\angle BTD$, он тоже опирается на диаметр и равен 90°

2) $\angle BPD = 90^\circ \Rightarrow \angle APD = 90^\circ$ (т.к. смежные) $\Rightarrow \triangle APD$ - прямоугольный $\Rightarrow$

PM - медиана (т.к. $AM = MD$), по св-ву медиан в прямоуг. треугольнике

$PM = \frac{1}{2} AD = AM = MD$

Аналогично с $\triangle TDC$: $\angle DTC = 90^\circ$; $TN = \frac{1}{2} DC = DN = NC$

3) $PM \parallel TN \Rightarrow \angle PMD = \angle TNC$ (т.к. соответ. углы при $\parallel$ прямых)

$PM = MD$, $TN = NC$ $\Rightarrow \frac{TN}{PM} = \frac{NC}{MD}$, $\angle PMD = \angle TNC$ $\Rightarrow \triangle PMD \sim \triangle TNC$ (по 2 сторонам и углу) $\Rightarrow \angle MPD = \angle NTC = \beta$, $\angle MDP = \angle NCT = \beta$

4) Аналогично с $\triangle APM$ и $\triangle DTN$ (они подобны) $\Rightarrow \angle PAM = \angle TDN = \alpha$

5) Пусть $\angle B = \gamma \Rightarrow PDTB$ - четырехугольник $\Rightarrow \Sigma$углов $= 360^\circ \Rightarrow \angle PDT =$

$= 360 - 90 - 90 - \gamma = 180 - \gamma$

$\angle PDA + \angle TDC = \alpha + \beta = 180^\circ - \angle PDT = \gamma \Rightarrow \gamma = \alpha + \beta \Rightarrow \angle B = \gamma$

6) $\triangle ABC$: $\angle A = \alpha$, $\angle C = \beta$, $\angle B = \alpha + \beta$ $\Rightarrow 180^\circ = \alpha + \beta + \alpha + \beta$

$\underline{\alpha + \beta = 90^\circ} \Rightarrow \underline{\angle B = 90^\circ}$

Ответ: а) $\angle B = 90^\circ$

1

211007095 (U282648 M1275420)

№2

$$\sqrt{x+4} - \sqrt{6-x} + 4 = 2\sqrt{24+2x-x^2}$$

ОДЗ:

$$\begin{cases} x+4 \geq 0 \\ 6-x \geq 0 \\ 24+2x-x^2 \geq 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x \geq -4 \\ \cancel{x} \leq 6 \\ x \in [-4;6] \end{cases} \Rightarrow \underline{x \in [-4;6]}$$

$$\left(\sqrt{x+4} - \sqrt{6-x}\right)^2 = x+4+6-x-2\sqrt{(x+4)(6-x)} = 10-2\sqrt{24+2x-x^2}$$

$$\sqrt{x+4} - \sqrt{6-x} + 4 - 2\sqrt{24+2x-x^2} = 0$$

$$\sqrt{x+4} - \sqrt{6-x} + 4 + 10 - 2\sqrt{24+2x-x^2} = 10$$

$$\sqrt{x+4} - \sqrt{6-x} - 6 + \left(\sqrt{x+4} - \sqrt{6-x}\right)^2 = 0$$

$$\left[\begin{array}{ll} \sqrt{x+4} - \sqrt{6-x} = -3 & (1) \\ \sqrt{x+4} - \sqrt{6-x} = 2 & (2) \end{array}\right.$$

(1) $\sqrt{x+4} - \sqrt{6-x} = -3$

$$\underbrace{\sqrt{x+4} + 3}_{\geq 0} = \underbrace{\sqrt{6-x}}_{\geq 0} \quad |^2$$

$$x+4+9+6\sqrt{x+4} = 6-x$$

$$6\sqrt{x+4} = -7-2x \quad |^2$$

$$\begin{cases} -7-2x \geq 0 \\ 36x+144 = 49+28x+4x^2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x \leq -\frac{7}{2} \\ 4x^2-8x-95=0 \end{cases}$$

$$D = 64+16\cdot 95 = 1584$$

$$\Downarrow$$

$$x = \frac{8 \pm \sqrt{1584}}{8} \to 39$$

$$x = 1 \pm \frac{\sqrt{1584}}{8}$$

$$\Downarrow$$

$$\left[\begin{array}{l} x > 5 \\ x < -\frac{38}{8} \end{array}\right. \quad \left[\begin{array}{l} x > 5 \\ x < -4\frac{3}{4} \end{array}\right.$$

$$\begin{cases} x \leq -\frac{7}{2} \\ \left[\begin{array}{l} x > 5 \\ x < -4\frac{3}{4} \end{array}\right. \end{cases} \quad \begin{cases} x \leq -\frac{7}{2} \\ x < -4\frac{3}{4} \end{cases} \Rightarrow \underline{x \in \varnothing}$$

+ОДЗ

(2) $\sqrt{x+4} - \sqrt{6-x} = 2$

$$\underbrace{\sqrt{x+4}}_{\geq 0} = \underbrace{2+\sqrt{6-x}}_{\geq 0} \quad |^2$$

$$x+\cancel{4} = \cancel{4}+6-x+4\sqrt{6-x}$$

$$2x-6 = 4\sqrt{6-x} \quad |:2$$

$$x-3 = 2\sqrt{6-x}$$

$$\begin{cases} x > 3 \\ x^2-6x+9 = 24-4x \end{cases} \quad \begin{cases} x > 3 \\ x^2-2x-15=0 \end{cases} \quad \begin{cases} x>3 \\ \left[\begin{array}{l} x=5 \\ x=-3 \end{array}\right. \end{cases} \quad \underline{x=5}$$

Ответ: $x = 5$

2

211007095 (U282648 M1275420)

№3

координаты т.A: $26a^2-22ax-20ay+5x^2+8xy+4y^2=0$

координаты т.B: $ax^2+2a^2x-ay+a^3+1=0$
B - вершина параболы

т.A и т.B по разные стороны от $y=3x-4$ при a - ?

① т.B $ax^2+2a^2x-ay+a^3+1=0$

$ay=ax^2+2a^2x+a^3+1 \quad |:a$, т.к. $a\neq 0$

если $a=0$: $1\neq 0 \Rightarrow a\neq 0$

$y=x^2+2ax+a^2+\frac{1}{a}$

$x_0=-\frac{b}{2a}=-\frac{2a}{2}=-a$

$y_0=a^2-2a^2+a^2+\frac{1}{a}=\frac{1}{a}$

$B(-a;\frac{1}{a})$

② т.A

$26a^2-22ax-20ay+5x^2+8xy+4y^2=0$

решим от-но a

чтобы были коорд. т.A у этого ур-ния должно быть решение

$\Downarrow$

$D\geq 0$

$D=(22x+20y)^2-4\cdot 26(5x^2+8xy+4y^2)=$

$=484x^2+880xy+400y^2-104(5x^2+8xy+4y^2)=$

$=-36x^2+48xy-16y^2=-(6x-4y)^2\geq 0$

$\Downarrow$

$6x-4y=0$

$6x=4y$

$y=\frac{3}{2}x$

при этом $a=\frac{22x+20y}{52}$

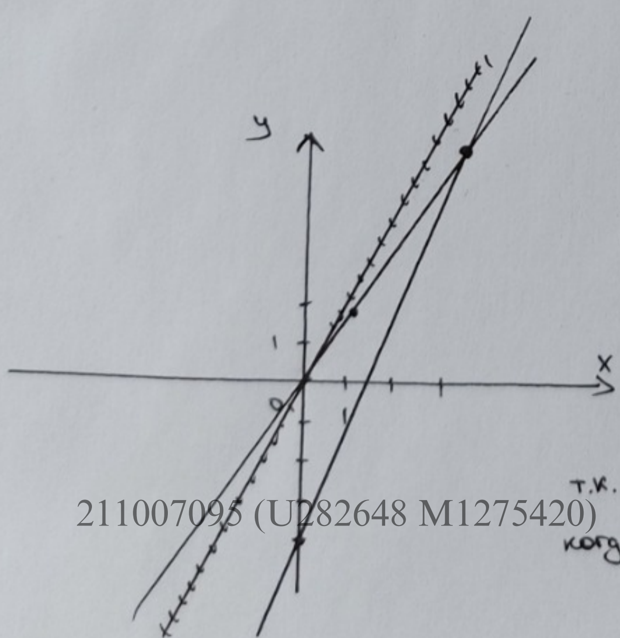
$a=\frac{11x+10y}{26}$; $y=\frac{3}{2}x$

$\Downarrow$

$a=x$

$A(x;\frac{3}{2}x)$

$A(a;\frac{3}{2}a)$



③

$y=3x-4$
$y=\frac{3}{2}x$ $\Rightarrow$ $3x-4=\frac{3}{2}x$

$x=\frac{8}{3}=a$

т.к. т.B зависит от a и т.A тоже зависит от A, то когда $y=\frac{3}{2}x$ пересекается с $y=3x-4$ т.A и B будут по разные стороны от $y=3x-4$ $\Rightarrow$ $a>\frac{8}{3}$

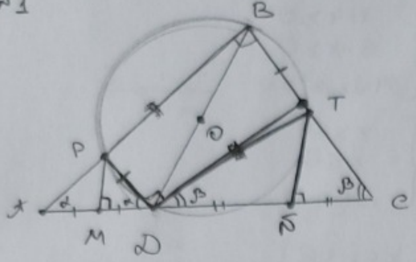
Ответ: ~~$a>\frac{8}{3}$~~ $a>\frac{8}{3}$

5

Черновик

№1

①

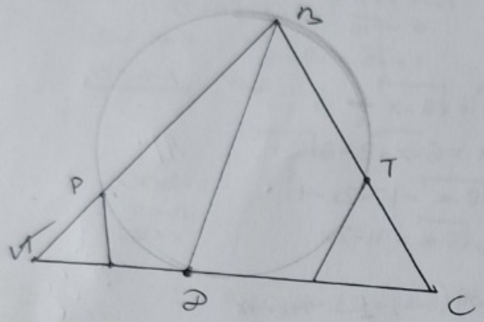


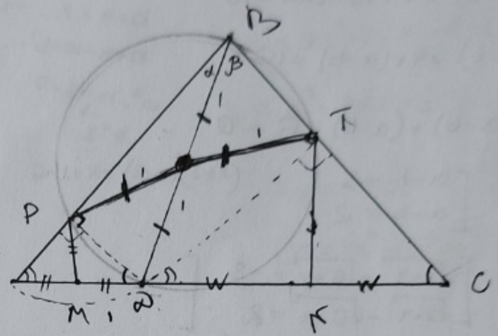
$\triangle ABC$

BD-диаметр

$PM \parallel TN$

$\angle ABC - ?$





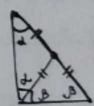
$\angle APD = \angle DTC = 90^\circ$

$\angle PDT = 180 - \alpha - \beta$

$\angle ADP + \angle TDC = \alpha + \beta$

$\frac{PD}{\sin\alpha} = 2R = \frac{TD}{\sin\beta}$

$\angle PMD = \angle TNC$



$\angle A + \angle C = \alpha + \beta \Rightarrow 180 = 2\alpha + 2\beta$

$\alpha + \beta = 90$

а) $\angle B = 90^\circ$

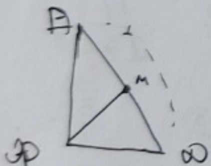
б) $MP = \frac{1}{2}$

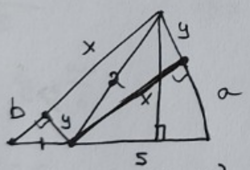
$NT = \frac{5}{2}$

$BD = 2$

$S_{\triangle ABC} - ?$

$S_{\triangle ABC} = AB \cdot BC$





$BD = 1$

$DC = 2TN = 5$

$AC = 6$

$x^2 + y^2 = 4$

$25 = x^2 + a^2$

$1 = y^2 + b^2$

$x^2 + 2xb + b^2 + y^2 + a^2 + 2ay = 36$

$2xb + 2ay = 10$

$xb + ay = 5$

$x^2 + a^2 + b^2 + y^2 = 25 + 1$

$\frac{1}{2}(x+b)\cdot(y+a) =$

$= xy + by + xa + ab =$

$= 5by + by + 25yb + 5yb =$

$= 36by$

$= \frac{36xy}{5} \cdot \frac{1}{2} = \frac{18xy}{5}$

$S = 2x \cdot y \cdot \frac{1}{2}$

$xb + ay = 5$

$5b^2 + 5y^2 = 5$

$b^2 + y^2 = 1$

$m_a = \frac{1}{2}\sqrt{2y^2 2b^2 - AD^2}$

$\frac{1}{2} = m_a = \frac{1}{2}\sqrt{2y^2 + 2b^2 - 1}$

$2y^2 + 2b^2 = 1$

$y^2 + b^2 = 1$

$25 \times 22 = 550$

$x^2 = 4 - y^2$

$b^2 = 1 - y^2$

$b = \sqrt{1 - y^2}$

$625y^2 + 4 - y^2 = 550$

$624y^2 = 546$

$y^2 = \frac{273}{312}$

$a^2 + b^2 = 22$

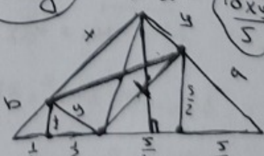
$25y^2 + \frac{x^2}{25} = 22$

$625y^2 + x^2 = 550$

$\frac{y}{a} = \frac{1}{5} \Rightarrow a = 5y$

$\frac{b}{x} = \frac{1}{5} \Rightarrow x = 5b$

$b = \frac{x}{5}$



$\frac{y}{a} = \frac{0,5}{2,5} = \frac{1}{5}$

$= \frac{10 + 1 + 25xy}{10} =$

$= \frac{18xy}{5}$

$x \cdot y + b \cdot y \cdot \frac{1}{2} + x \cdot a \cdot \frac{1}{2}$

$xy + \frac{xy}{10} + \frac{5xy}{2}$

№?

№2

②

$$\sqrt{x+4} - \sqrt{6-x} + 4 = 2\sqrt{24+2x-x^2}$$

ОДЗ:

$$\begin{cases} x+4 \geq 0 \\ 6-x \geq 0 \\ 24+2x-x^2 \geq 0 \end{cases}$$

$-4 \quad 6$

$$\begin{cases} x \geq -4 \\ x \leq 6 \\ x \in [-4;6] \end{cases}$$

$x \in [-4;6]$

$a - b + 4 = 2ab$

$a - 2ab + 4 - b = 0$

$\cancel{a(1-2b)}$

$(a-b)^2 = 10 - 2ab$

$x+4 - 2\sqrt{24+2x-x^2} + 6 - x = 10 - 2ab$

$(a-b) + 4 - 2ab = 0$ $+10$ $+10$

$(\sqrt{x+4} - \sqrt{6-x})^2$ b^2

$10 \cdot 2\sqrt{\dots}$

$(a-b) + 4 + 10 - 2ab = 10$

$b + 4 - 2\dots = 0$

$(a-b) + 4 + (a-b)^2 = 10$

$b + 4 - 10 + b^2 =$

$(a-b)^2 + (a-b) - 6 = 0$

$b^2 + b - 6 = 0$

$b = -3$

$b = 2$

$(x+3)(x-2) = x^2 + x - 6$

$$\left[\begin{array}{l} a-b = -3 \\ a-b = 2 \end{array}\right.$$

$$\left[\begin{array}{l} \sqrt{x+4} - \sqrt{6-x} = -3 \\ \sqrt{x+4} - \sqrt{6-x} = 2 \end{array}\right. \quad [$$

$\sqrt{x+4} - \sqrt{6-x}$

$0 - \sqrt{10}$

$1 - \sqrt{9} = 1 - 3 = -2$

$\sqrt{2} - \sqrt{2} = \sqrt{2}(1-2)$ $-\sqrt{2}$

$\sqrt{3} - 3 =$

$\sqrt{4} - \sqrt{6}$

$6 - x \geq 9$

$x \leq -3$

$\sqrt{x+4} = \sqrt{6-x} - 3$

$x + 4 = 6 - x + 9 - 6\sqrt{6-x}$

$6\sqrt{6-x} = 15 - 2x - 4$

$6\sqrt{6-x} = 11 - 2x$

$11 - 2x > 0$

$2x < 11$

$x < 5{,}5$

$36(6-x) = 121 - 44x + 4x^2$

$216 - 36x = 121 - 44x + 4x^2$

$4x^2 - 8x - 95 = 0$

$D = 64 + 16 \cdot 95 =$

$216 - 121 = 95$

$95 \times 16 = 570 + 95 = 1520$

1584

24

$x = \dfrac{8 \pm \sqrt{1584}}{8}$

$38 \times 38 = 304 + 114 = 1444$

$x = \dfrac{1 \pm 39}{8}$

$39 \times 39 = 351 + 117 = 1521$

$\dfrac{40}{8} = 5$ $\quad \dfrac{1-39}{8} = -\dfrac{38}{8} = -4\dots$

$x + 4 = (2 + \sqrt{6-x})^2$

$20 \times 20 = 400$

$x + 4 = 4 + 6 - x + 4\sqrt{6-x}$

$4(6-x) = x^2 - 6x + 9$

$30 \times 30 = 900$

$x + x + 4 - 10 = 4\sqrt{6-x}$

$24 - 4x = x^2 - 6x + 9$

$2x - 6 = 4\sqrt{6-x}$

$x - 3 = 2\sqrt{6-x}$

$x^2 - 2x - 15 = 0$

$$\left[\begin{array}{l} x = -3 \\ x = 5 \end{array}\right.$$

$(x-5)(x+3)$

$x^2 - 2x - 15$

2

$36 \times 4 = 144$

$\sqrt{x+4} - \sqrt{6-x} = -3$

$\sqrt{6-x} - 3 > 0$

$\sqrt{6-x} > 3$

$\sqrt{x+4} + 3 = \cancel{23} + \sqrt{6-x}$

$6 - x > 9$

$x \leq -3$

$x + 4 + 6\sqrt{x+4} + 9 = 6 - x$

$6\sqrt{x+4} = 6 - 13 - 2x$

$-2x - 7 > 0$

$2x + 7 < 0$

$\sqrt{36x+144} = -2x - 7$

$x < -\dfrac{7}{2}$

$36x + 144 = 4x^2 + 28x + 49$

$+28x - 36x$

$49 - 144 = 95$

$4x^2 - 8x$

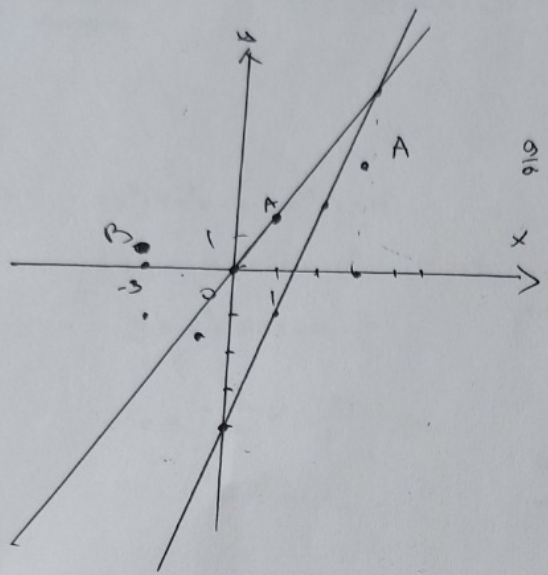
$1 - 39 = -\dfrac{38}{8} <$

№?

№3 $26a^2-22ax-20ay+5x^2+8xy+4y^2=0$ точка A

$ax^2+2a^2x-ay+a^3+1=0$ Вершина B $a\neq0$

1



2

$\frac{9}{2}=4{,}5$

$y=3x-4$

при $a>\frac{8}{3}$ 3

$3x-4=\frac{3}{2}x$ $\frac{3}{2}\cdot\frac{8}{3}=4$

$1{,}5x=4$

$x=\frac{4\cdot2}{3}=\frac{8}{3}=2\frac{2}{3}$

I $a\neq0$

пр

(B) $ax^2+2a^2x-ay+a^3+1=0$

$ay=ax^2+2a^2x+a^3+1$

$y=x^2+2ax+a^2+\frac{1}{a}$

$x_0=-\frac{b}{2a}=-\frac{2a}{2}=\underbrace{-a}$

$y_0=a^2-2a^2+a^2+\frac{1}{a}=\underbrace{\frac{1}{a}}$

4

$26a^2-22ax-20ay+5x^2+8xy+4y^2=0$

$26a^2-2a(\cancel{22x}+\cancel{20y})+5x^2+8xy+4y^2=0$

121
44 11
484
$40\times22=880$

$\times\frac{26}{4}$ 104

$D=484x^2+880xy+400y^2-104(5x^2+8xy+4y^2)=$ $520x^2$ $832xy$ 4P6

$=-36x^2+48xy-16y^2=$

$=\cancel{48x}-(36x^2-48xy+16y^2)=$ $6x\cdot4y\cdot2$

$=-(6x-4y)^2\geq0$

$6x=4y$

$\underbrace{y=\frac{3}{2}a}$ — где распологается точка А

$a=\frac{22x+20y\pm0}{52}$

$\underbrace{a=\frac{11x+10y}{26}}$ $11x+15x=$ $=\frac{26x}{26}\Rightarrow a=x$

Часть 2

Олимпиада: **Математика, 10 класс (2 часть)**

Шифр: **211007095**

ID профиля: **282648**

Вариант 9

Чистовик

№4

$$\begin{cases} \dfrac{2}{x^2+y^2} + x^2y^2 = 2 \\ x^4+y^4+3x^2y^2 = 5 \end{cases}$$

Сделаем замену: $\begin{cases} a = x^2+y^2; \ a>0 \\ b = x^2 \cdot y^2; \ b \geq 0 \end{cases}$

$$\begin{cases} \dfrac{2}{a} + b = 2 \\ a^2 - 2b + 3b = 5 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \dfrac{2}{a} + b = 2 \\ a^2 + b = 5 \end{cases}$$

$$\begin{cases} b = 2 - \dfrac{2}{a} \\ b = 5 - a^2 \end{cases} \Rightarrow \quad 2 - \frac{2}{a} = 5 - a^2 \qquad a^2 - \frac{2}{a} - 3 = 0 \qquad \frac{a^3 - 3a - 2}{a} = 0$$

$$\frac{(a+1)^2(a-2)}{a} = 0$$

$$\left[\begin{array}{l} a = 2 \\ a = -1, \notin \text{условию } a>0 \end{array}\right. \Rightarrow \underline{a = 2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} b = 2 - \dfrac{2}{a} \\ a = 2 \end{cases}$$

$$\Downarrow$$

$$\begin{cases} b = 1 \\ a = 2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x^2 \cdot y^2 = 1 \\ x^2 + y^2 = 2 \end{cases} \quad \begin{cases} x^2 = \dfrac{1}{y^2} \\ \dfrac{1}{y^2} + y^2 = 2 \end{cases} \quad \begin{cases} x^2 = \dfrac{1}{y^2} \\ \dfrac{y^4 - 2y^2 + 1}{y^2} = 0 \end{cases} \quad \begin{cases} x^2 = \dfrac{1}{y^2} \\ \dfrac{(y^2-1)^2}{y^2} = 0 \end{cases} \quad \begin{cases} x^2 = \dfrac{1}{y^2} \\ y^2 = 1 \end{cases} \Rightarrow$$

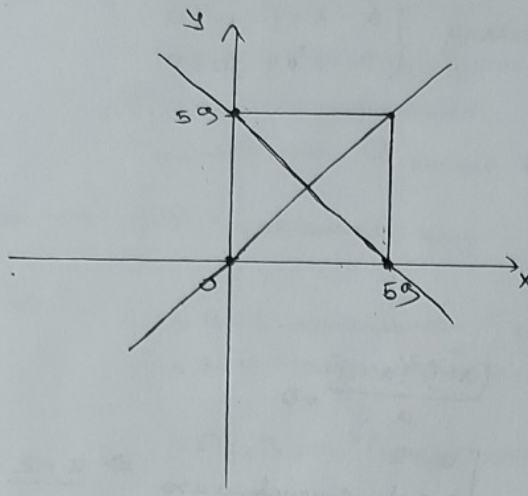
$$\Rightarrow \begin{cases} x^2 = 1 \\ y^2 = 1 \end{cases} \Rightarrow \left[\begin{array}{l} \begin{cases} x = 1 \\ y = 1 \end{cases} \\ \begin{cases} x = 1 \\ y = -1 \end{cases} \\ \begin{cases} x = -1 \\ y = 1 \end{cases} \\ \begin{cases} x = -1 \\ y = -1 \end{cases} \end{array}\right.$$

Ответ: $(1;1)$; $(1;-1)$; $(-1;1)$; $(-1;-1)$

1

211007095 (U282648 M1275421)

№5



Надо выбрать 2 точки, чтобы:

1) они лежали внутри квадрата (не включая границы)
2) хотя бы одна лежала либо на $y=x$, либо на $y=59-x$
3) обе точки не лежали на прямой $\parallel Ox$ или $\parallel Oy$

Решение: 1. У нас для выбора точки внутри квадрата есть координата x, $x \in (0;59) \Rightarrow 58$ вариантов и координата y, $y \in (0;59) \Rightarrow 58$ вариантов

2. Предположим, что выбираем 1-ую точку и она принадлежит $y=x$; на это у нас есть 58 вариантов. Тогда теперь, выбирая 2-ую точку мы из координат x исключаем ту, которая у 1-ой точки и аналогично из координат y исключаем ту, которая у 1-ой точки $\Rightarrow$ для выбора 2-ой точки у нас есть 57в. по Ox и 57в. по Oy.

Итого: $k_1 = 58 \cdot 57 \cdot 57$

3. Теперь предположим, что у нас 1-ая точка принадлежит $y=59-x$, тогда аналогично у нас будет 58 вариантов для выбора 1-ой точки. А для выбора 2-ой точки у нас будет 57 вариантов для "x" и 57 вариантов для "y": $k_2 = 58 \cdot 57 \cdot 57$

4. Из п.2 и п.3 найдем общее кол-во способов, но когда мы в п.3 выбираем вторую точку, то возможен случай, когда вариант, или способ, который мы выбрали в [redacted] 3п. уже был выбран или рассмотрен, а именно когда точки лежат на диагоналях квадрата. Поэтому, чтобы избежать такого в k_2 из 57 вычтем 1 и получается, что мы будем выбирать из 56 координат x и y, чтобы избежать повтора.

$$k_{общ} = 58 \cdot 57 \cdot 57 + 58 \cdot (57-1)(57-1) = 58 \cdot 57^2 + 58 \cdot 56^2 = \underline{58(57^2+56^2)}$$

2

Ответ: $k_{общ} = 58(57^2+56^2)$

211007095 (U282648 M1275421)

№6

Дано: ABCD – четырехугольник

O – точка пересечения диагоналей

△BOC и △AOD – правильные

T симметрична O отн-но M, где M – середина CD

Док-ть: ABT – правильный треуг.

Док-во: 1) △BOC – правильный ⇒ $\angle B = \angle O = \angle C = 60^\circ$

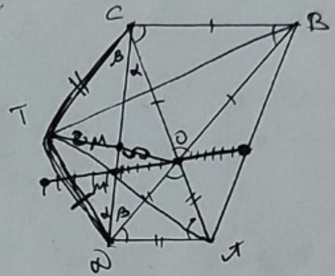
△AOD – правильный ⇒ $\angle A = \angle O = \angle D = 60^\circ$

⇓

$\angle D = \angle B = 60^\circ$ (накрест лежащие)

⇓

$CB \parallel AD$



~~2) Обозначим OC = CB = BO~~

2) Мы построили T симметрично O отн-но M

Теперь ~~продол~~ построим TC и TD: $TM = MO$

$\angle TMD = \angle CMO$

$\angle TMC = \angle DMO$ (вертикальные)

$CM = MD$ (т.к. M – середина) ⇒

⇒ $\triangle CTM = \triangle MOD$, $\triangle CMO = \triangle TMD$ ⇒ $CT = OD$, $TD = CO$

3) Рассмотрим △CTB и △DTA

$\angle COD = 180^\circ - 60^\circ = 120^\circ = \angle BOA$; $\angle OCD + \angle ODC = 60^\circ$ (α, β)

$\angle TCO = \beta + \alpha = 60^\circ = \angle TDO$

$\angle OCB = \angle ODA = 60^\circ$ } ⇒ $\angle TCB = \angle TDA = 120^\circ$

⇓

$\triangle CTB = \triangle TDA = \triangle OBA$ ($\angle BOA = \angle TCB = \angle TDA = 120^\circ$, $CB = OB = TD$, $CT = OA = DA$)

⇓

$TB = BA = TA$ ⇒ △ATB – правильный

ч.т.д.

3

Черновик

1

№4

$$\begin{cases} \frac{2}{x^2+y^2} + x^2y^2 = 2 \\ x^4+y^4+3x^2y^2=5 \end{cases}$$

$x^2+y^2=a\ ;\ a>0$

$x^2y^2=b;\ b\geq 0$

$$\begin{cases} \frac{2}{a}+b=2 \\ a^2-2b+3b=5 \end{cases}$$

$(x^2+y^2)^2=x^4+2x^2y^2+y^4=$

$=x^4+y^4+2x^2y^2$

$$\begin{cases} \frac{2}{a}+b=2 \\ a^2+b=5 \end{cases} \quad \begin{cases} b=2-\frac{2}{a} \\ b=5-a^2 \end{cases}$$

$x^4+y^4=(x^2+y^2)^2-2x^2y^2$

$2-\frac{2}{a}=5-a^2$

$a^2-\frac{2}{a}-3=0$

$\frac{a^3-3a-2}{a}=0$

$\frac{(a+1)(a^2-a-2)}{a}=0$ $\quad (a+1)(a-2)$ $\quad a^2-a-2$

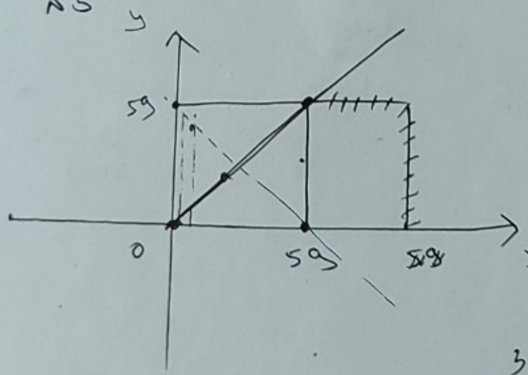
$\frac{(a+1)^2(a-2)}{a}=0$ $\quad a=2$; $a=-1$ ∉ усл. $\Rightarrow a=2$

$$\begin{cases} a=2 \\ \frac{2}{a}+b=2 \end{cases} \begin{cases} a=2 \\ 1+b=2 \end{cases} \begin{cases} a=2 \\ b=1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x^2+y^2=2 \\ x^2y^2=1 \end{cases} \begin{cases} \frac{1}{y^2}+y^2=2 \\ x^2=\frac{1}{y^2} \end{cases} \begin{cases} \frac{y^4-2y^2+1}{y^2}=0 \\ x^2=\frac{1}{y^2} \end{cases} \begin{cases} \frac{(y^2-1)^2}{y^2}=0 \\ x^2=\frac{1}{y^2} \end{cases} \begin{cases} y^2=1 \\ x^2=\frac{1}{y^2} \end{cases} \begin{cases} y^2=1 \\ x^2=1 \end{cases}$$

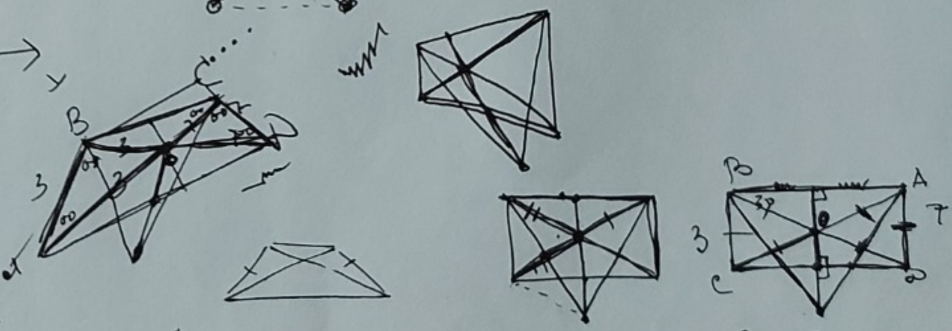
$$\left[\begin{array}{l} \begin{cases} y=1 \\ x=1 \end{cases} \\ \begin{cases} y=1 \\ x=-1 \end{cases} \\ \begin{cases} y=-1 \\ x=-1 \end{cases} \\ \begin{cases} y=-1 \\ x=1 \end{cases} \end{array}\right.$$

№5

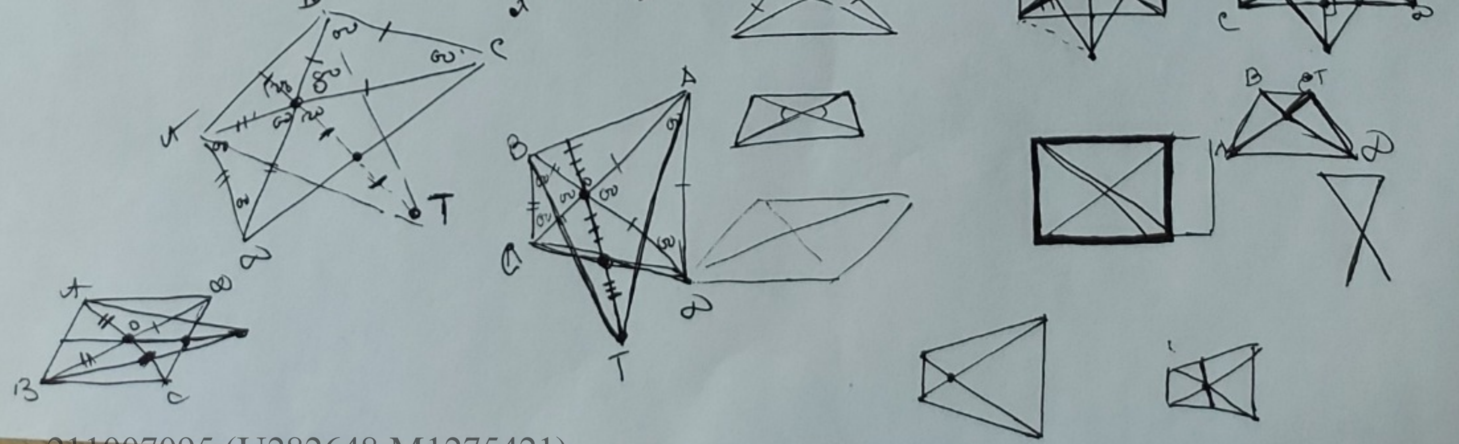


$\cancel{58}\times\cancel{58}$

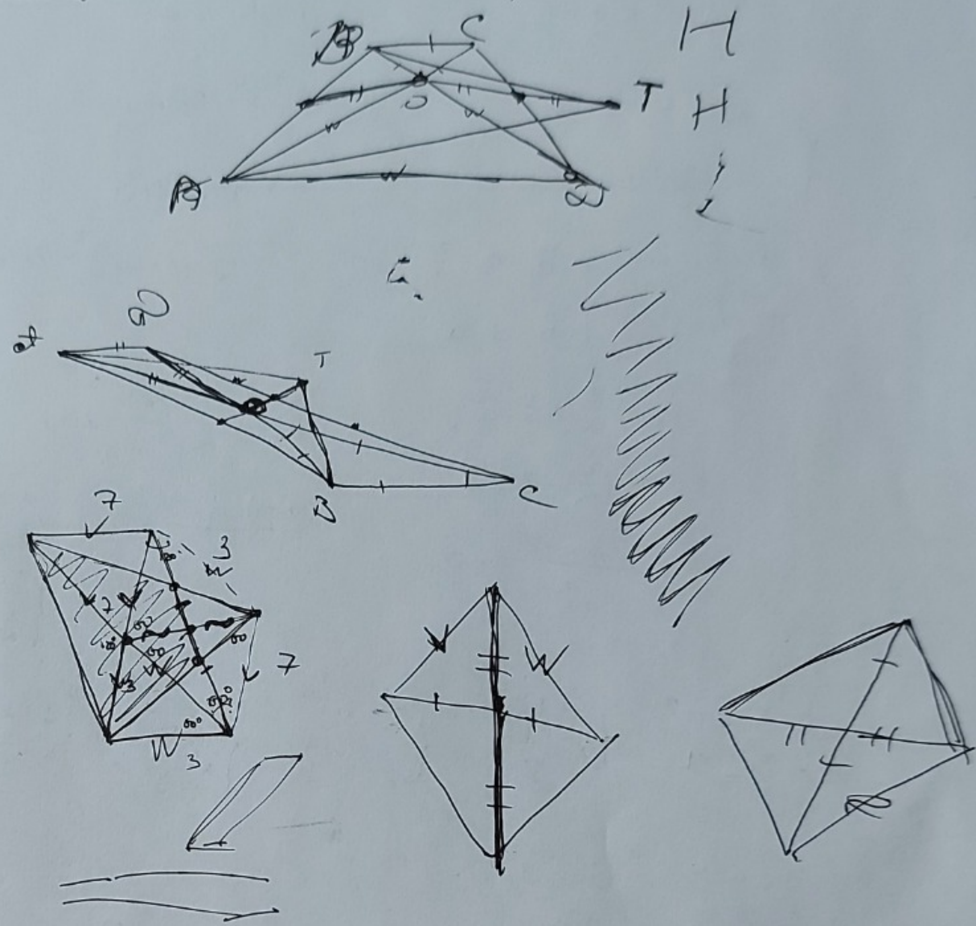
$(58-1)(58-1)$ $\quad (57\cdot 57\cdot 58)\cdot 2$



№6



2



$$\frac{S_{\triangle ADT}}{S_{ABCD}} - ? = \frac{x+\Delta}{x+2\Delta} = \frac{x+\frac{1}{2}a\cdot h}{x+2\cdot h\cdot\frac{1}{2}2a} = \frac{x+\frac{1}{2}ah}{x+2ah} =$$

$$= x+2ah \qquad 1-\frac{\frac{3}{2}ah}{x+2ah}$$