

Часть 1

Олимпиада: **Математика, 10 класс (1 часть)**

Шифр: **211006858**

ID профиля: **322959**

Вариант 9

Задача 2

$$\sqrt{x+4} - \sqrt{6-x} + 4 = 2\sqrt{24+2x-x^2}$$

Решим неравенства: 1) $x+4 \geq 0$ 2) $6-x \geq 0$ 3) $24+2x-x^2 \geq 0$

$$x \geq -4$$

$$x \leq 6$$

$$x^2 - 2x - 24 \leq 0$$

$$x \in [-4; +\infty)$$

$$x \in (-\infty; 6]$$

$$(x-6)(x+4) \leq 0$$

$$x \in [-4; 6]$$

Пересечением этих множеств будет: $[-4; 6]$ - это ОДЗ уравнения

$$\sqrt{x+4} - \sqrt{6-x} = 2\sqrt{24+2x-x^2} - 4 \Rightarrow (\sqrt{x+4} - \sqrt{6-x})^2 = (2\sqrt{24+2x-x^2} - 4)^2$$

$$\Rightarrow (x+4) - 2\sqrt{(x+4)(6-x)} + (6-x) = 4(24+2x-x^2) - 16\sqrt{24+2x-x^2} + 16$$

$$5 - \sqrt{24+2x-x^2} = 2(24+2x-x^2) - 8\sqrt{24+2x-x^2} + 8$$

$$2(24+2x-x^2) - 8\sqrt{24+2x-x^2} + 3 = 0 \quad (*)$$

Пусть $\sqrt{24+2x-x^2} = t$. Здесь $t \geq 0$. Уравнение примет вид:

$$2t^2 - 8t + 3 = 0$$

$$D = 49 - 4 \cdot 2 \cdot 3 = 25$$

$$t_1 = \frac{8+5}{4} = 3 \quad t_2 = \frac{1}{2}$$

оба числа условию $t \geq 0$ удовлетворяют

Уравнение (*) равносильно:

$$\begin{cases} \sqrt{24+2x-x^2} = 3 \\ \sqrt{24+2x-x^2} = \frac{1}{2} \end{cases}$$

1) $\sqrt{24+2x-x^2} = 3 \Leftrightarrow 24+2x-x^2 = 9$

$$x^2 - 2x - 15 = 0$$

По теореме Виета:

$$x_1 = 5 \quad x_2 = -3$$

2) $\sqrt{24+2x-x^2} = \frac{1}{2} \Leftrightarrow 24+2x-x^2 = \frac{1}{4}$

$$-4x^2 + 8x + 96 = 1$$

$$4x^2 - 8x - 95 = 0$$

$$D = 64 + 4 \cdot 4 \cdot 95 = 16 \cdot 99$$

$$x_1 = \frac{8 + 4\sqrt{99}}{8} = \frac{2 + \sqrt{99}}{2}$$

$$x_2 = \frac{2 - \sqrt{99}}{2}$$

Проверка уравнения $\sqrt{x+4} - \sqrt{6-x} + 4 = 2\sqrt{24+2x-x^2} = 0$

1) При $x=5$, уравнение примет вид: $\sqrt{9} - \sqrt{1} + 4 = 2\sqrt{9 \cdot 1} = 3 - 1 + 4 - 6 = 0$, верно, уравнение

2) При $x=-3$, $\sqrt{1} - \sqrt{9} + 4 = 2\sqrt{9 \cdot 1} = 1 - 3 + 4 - 6 = -4$, неверно

3) При $x = \frac{2+\sqrt{99}}{2}$,

$$\sqrt{5 + \frac{\sqrt{99}}{2}} - \sqrt{5 - \frac{\sqrt{99}}{2}} + 4 - 2\sqrt{\left(5 - \frac{\sqrt{99}}{4}\right)\left(5 + \frac{\sqrt{99}}{4}\right)} = \frac{\sqrt{5 + \frac{\sqrt{99}}{2}}}{2} + \frac{\sqrt{5 - \frac{\sqrt{99}}{2}}}{2} - \sqrt{\frac{25 - \frac{99}{4}}{4}}$$

$$= \frac{\sqrt{5 + \frac{\sqrt{99}}{2}}}{2} + \frac{\sqrt{5 - \frac{\sqrt{99}}{2}}}{2} + 4 - 2 \cdot \sqrt{\frac{1}{4}} = \sqrt{\frac{9}{4}} + \sqrt{\frac{9}{4}} + 4 - 2 \cdot \frac{1}{2} = 3 - 1 = 2, \text{ неверно}$$

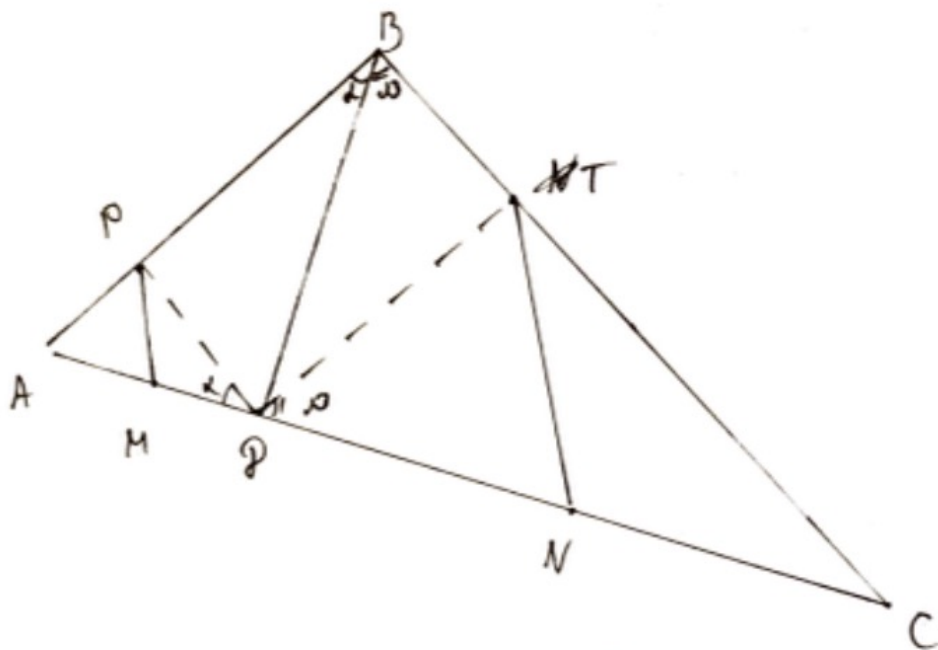
4) При $x = \frac{2-\sqrt{99}}{2}$,

$$\sqrt{\frac{5 + \frac{\sqrt{99}}{2}}{2}} - \sqrt{\frac{5 - \frac{\sqrt{99}}{2}}{2}} - \sqrt{\frac{5 + \frac{\sqrt{99}}{2}}{2}} - \sqrt{\frac{5 - \frac{\sqrt{99}}{2}}{2}} + 4 - 2 \cdot 1 = -\sqrt{\frac{9}{4}} - \sqrt{\frac{9}{4}} + 4 - 2 = -3 + 4 - 2 = 0, \text{ верно}$$

211006858 (U322959 M1278036)

Ответ: $5; \frac{2-\sqrt{99}}{2}$

Задача 1.



Дано: BD - диаметр

$PM \parallel TN$

Кос α и β к ABC в S_1 и S_2

Решение

а) П.к. BD - диаметр, то $\angle BQP = \angle BTQ = 90^\circ$ как опирающиеся на диаметр

Пусть $\angle PBP = \alpha$, $\angle QBT = \beta$, тогда $\angle ABC = \alpha + \beta$ и $\angle ACB + \angle PQT = 180^\circ$

Q - единственная общая точка AC и $BD \Rightarrow AC$ - касательная, $BD \perp AC$

Поскольку углы MPQ и TQN будут углами между хордой и касательной, поэтому $\angle PQA = \angle PBP = \alpha$ и $\angle TBP = \angle TQN = \beta$

Получается, что $\angle PQT = 180^\circ - \angle APQ - \angle NTQ = 180^\circ - \alpha - \beta \Rightarrow \angle ACP + \angle PQT = 180^\circ$

Углы MPQ и TQN будут углами между хордой и касательной, поэтому $\angle APQ = \alpha$ и $\angle TQN = \beta$

Треугольники APQ и QTC прямоугольные и PQ и TN их медианы, тогда треугольники MPQ и TQN равнобедренные, $\angle MPQ = \alpha$ и $\angle QTN = \beta$. $\Rightarrow \angle ACP = 2\alpha$ и $\angle TNP = 2\beta$ как внешние углы. Тогда т.к. $MP \parallel TN$, то $\angle MPQ + \angle QTN = 180^\circ$; $2\alpha + 2\beta = 180^\circ$ $\Rightarrow \alpha + \beta = 90^\circ$

б) Если $\angle ABC = 90^\circ$ BD - высота треугольника ABC , PM и TN - медианы

в) Прямоугольные треугольники APQ и $QTC \Rightarrow AM = MQ = MP = \frac{1}{2} AC$ и $QN = NC = TN = \frac{1}{2} BC$. Тогда площадь треугольника ABC

равно: $S_{ABC} = \frac{1}{2} AC \cdot BC = \frac{1}{2} (2AM + 2QN) = 1 + 5 = 6$

Ответ: 90° ; 6

Черновики

$$\sqrt{x+4} - \sqrt{6-x} + 4 = 2\sqrt{24+2x-x^2}$$

ОДЗ: $x \in [-4; 6]$

$$\begin{aligned} 24+2x-x^2 &\geq 0 \\ x^2-2x-24 &\leq 0 \\ (x-6)(x+4) &\leq 0 \\ (6-x)(x+4) &\geq 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} x-y+4 &= 2xy \\ x-2xy-y+4 &= 0 \end{aligned}$$

$$\sqrt{x+4} - \sqrt{6-x} + 4 = 2\sqrt{(6-x)(x+4)}$$

При условии $\sqrt{x+4} - \sqrt{6-x} \geq 0$ упрощаем уравнение

$$\frac{(\sqrt{x+4} - \sqrt{6-x})^2}{(2\sqrt{(6-x)(x+4)} + 4)} = 2$$

$$x+4 - 2\sqrt{(x+4)(6-x)} + 6-x = 4(6-x)(x+4) - 4\sqrt{(6-x)(x+4)} + 4$$

$$10 - 2\sqrt{(x+4)(6-x)} = 4(6-x)(x+4) - 16\sqrt{(6-x)(x+4)} + 16 \quad | : 2$$

$$5 - \sqrt{(x+4)(6-x)} = 2(6-x)(x+4) - 8\sqrt{(6-x)(x+4)} + 8$$

$$2(6-x)(x+4) - 7\sqrt{(6-x)(x+4)} + 3 = 0$$

17 год $\sqrt{(6-x)(x+4)} = t, t > 0.$

$$2t^2 - 7t + 3 = 0$$

$$D = 49 - 4 \cdot 3 \cdot 2 = 49 - 24 = 25$$

$$t_1 = \frac{7+5}{4} = 3 \quad t_2 = \frac{1}{2}$$

$$\frac{2+\sqrt{25}}{2} \quad \frac{2-\sqrt{25}}{2}$$

1) $6 \Rightarrow -x^2 + 2x + 24 = 9$

$$x^2 - 2x - 15 = 0$$

$$p = 4 + 60 = 64$$

$$x_1 = \frac{2+8}{2} = +5$$

$$x_2 = -3$$

2) $-x^2 + 2x + 24 = \frac{1}{4}$

$$-4x^2 + 2x + 96 = 1$$

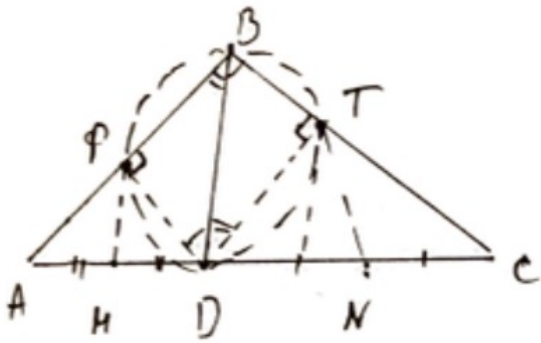
$$4x^2 - 2x - 95 = 0$$

$$p = 64 + 16 \cdot 95 = 16(4+95) = 16 \cdot 99$$

$$x_1 = \frac{2 + 4\sqrt{99}}{8} \approx \frac{2+40}{8} = 6$$

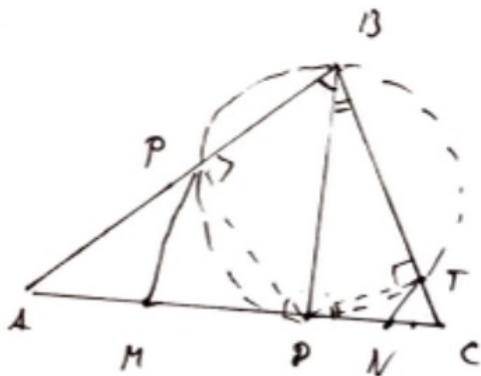
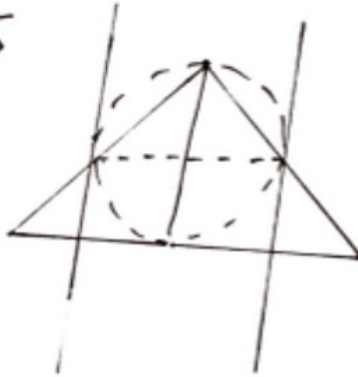
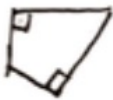
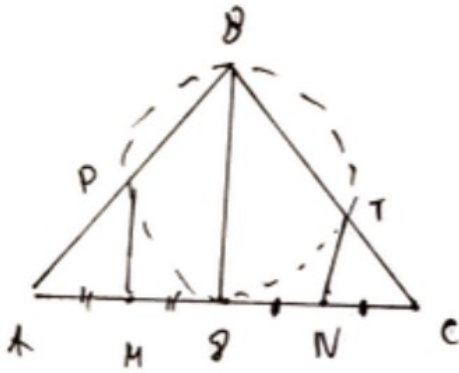
$$x_2 = \frac{2 - 4\sqrt{99}}{8} \approx \frac{2-40}{8} = -5$$

Упробук



$\triangle PBD \sim \triangle TND$ по АА
 $\angle P = \angle T$
 $BD = PD$ $PB = DT$

HP и TN — медианы
 $AM = MP$ и $DN = NC$
 $\angle ABC = ?$



$$\frac{180 - 2\alpha}{2} \quad \frac{180 - 2\beta}{2}$$

$$90 - \alpha \quad 90 - \beta$$

$\triangle APH$ — равнобедренный $\angle A = \alpha$ PH и NT — медианы

$$2(\alpha + \beta) = 180^\circ$$

$$\alpha + \beta = 90^\circ$$

$$180 - (180 - 2\alpha - 2\beta) = 2\alpha + 2\beta$$

Задача

$$\frac{2 + \sqrt{99}}{2} + 4$$

$$6 - \frac{2 + \sqrt{99}}{2}$$

$$\frac{2 - \sqrt{99}}{2} + 4$$

$$6 - \frac{2 - \sqrt{99}}{2}$$

$$\frac{10 + \sqrt{99}}{2}$$

$$\frac{10 - \sqrt{99}}{2}$$

$$\frac{10 - \sqrt{99}}{2}$$

$$\frac{10 + \sqrt{99}}{2}$$

$$\sqrt{24 + 211 - 11^2} = \sqrt{\frac{100 - 99}{4}} = \frac{\sqrt{1}}{2} = \frac{1}{2}$$

$$\dots = 1$$

$$\sqrt{\frac{10 + \sqrt{99}}{2}}$$

$$\sqrt{5 + \frac{\sqrt{99}}{2}} = \sqrt{\frac{25 + \sqrt{25 \cdot \frac{99}{4}}}{2}} + \sqrt{\frac{25 - \sqrt{25 \cdot \frac{99}{4}}}{2}}$$

$$\sqrt{\frac{5 + \frac{3}{2}}{2}} + \sqrt{\frac{5 - \frac{3}{2}}{2}}$$

$$\sqrt{\frac{11}{4}} + \sqrt{\frac{9}{4}} = \frac{\sqrt{11}}{2} + \frac{3}{2}$$

$$u \frac{\sqrt{11}}{2} - \frac{3}{2}$$

$$6 - \frac{10 - \sqrt{99}}{2} = \sqrt{5 - \frac{\sqrt{99}}{2}} = \frac{\sqrt{11}}{2} - \frac{3}{2}$$

$$\frac{\sqrt{11}}{2} + \frac{3}{2}$$

1; 0

$$1) \frac{\sqrt{11}}{2} + \frac{3}{2} - \sqrt{\frac{11}{4}} + \frac{3}{2} + 4 \neq 1$$

$$-3 + 4 = 1$$

$$1 = 1$$

$$x^2 - 2x + 1$$

$$1) 26x^2 - 22ax - 20ay + 5x^2 + 8xy + 4y^2 = 0 \quad A$$

$$2) ax^2 + 2a^2x - ay + x^2 + 1 = 0$$

ответ 1) 0

$$-\frac{10}{2a} \quad \left(-\frac{6}{2a}\right)$$

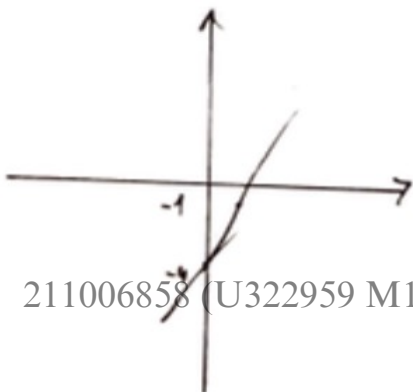
$$y = 3x - 4$$

$$y = \frac{ax^2 + 2a^2x + a^2 + 1}{a} = x^2 + 2ax + a^2 + \frac{1}{a}$$

$$B = \frac{-2a}{1}$$

1) уравн

$$\begin{cases} 3x - 4 = -2a \\ 3x - 4 < 26a^2 - 22ax - 20ay + 5x^2 + 8xy + 4y^2 \end{cases}$$

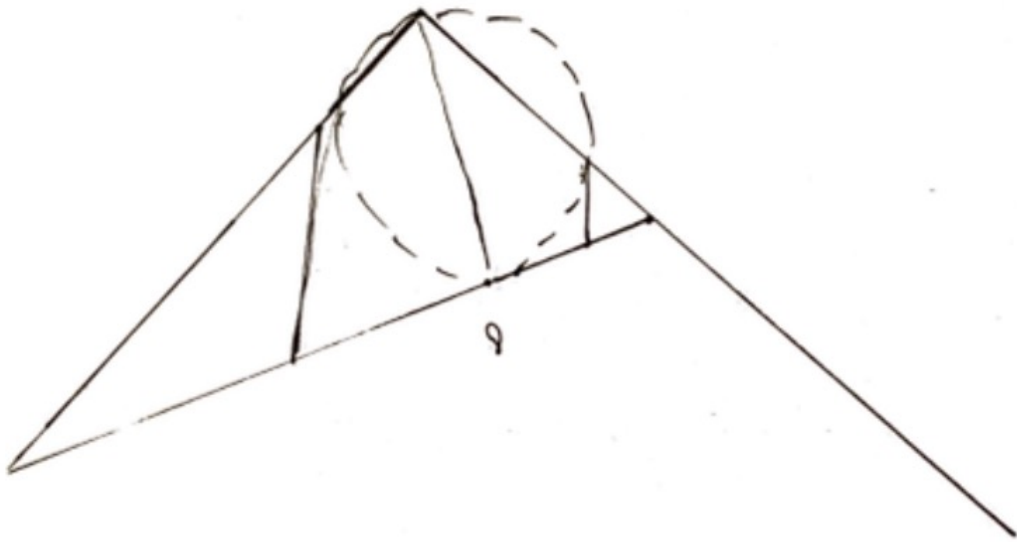


Черновики

$$\text{гд } (x-x_0)^2 + (y-y_0)^2 = R^2$$

$$-220x - 200y + 5x^2 + 6xy + 4y^2 = -26x^2$$

$$5x^2 - 220x + 6xy + 4y^2 - 200y = -26x^2$$



Часть 2

Олимпиада: **Математика, 10 класс (2 часть)**

Шифр: **211006858**

ID профиля: **322959**

Вариант 9

Задача 4

$$\begin{cases} \frac{2}{x^2+y^2} + x^2y^2 = 2, \\ x^4 + y^4 + 3x^2y^2 = 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{2}{x^2+y^2} + x^2y^2 = 2, \\ x^4 + 2x^2y^2 + y^4 = 5 - x^2y^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{2}{x^2+y^2} + x^2y^2 = 2, \\ (x^2+y^2)^2 = 5 - x^2y^2 \end{cases}$$

При условии $5 - x^2y^2 > 0$ система равносильна:

$$\begin{cases} \frac{2}{x^2+y^2} + x^2y^2 = 2, \\ x^2y^2 = \sqrt{5 - x^2y^2}; \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{2}{\sqrt{5 - x^2y^2}} + x^2y^2 = 2, \\ x^2y^2 = \sqrt{5 - x^2y^2}. \end{cases}$$

1) $\frac{2}{\sqrt{5 - x^2y^2}} = 2 - x^2y^2 \quad (*)$

При условии $2 - x^2y^2 > 0$ уравнение равносильно:

$$\frac{4}{5 - x^2y^2} = 4 - 4x^2y^2 + x^4y^4$$

$$4 = (5 - x^2y^2)(4 - 4x^2y^2 + x^4y^4)$$

$$4 = 20 - 20x^2y^2 + 5x^4y^4 - 4x^2y^2 + 4x^4y^4 - x^6y^6$$

$$x^6y^6 - 9x^4y^4 + 24x^2y^2 - 16 = 0$$

Пусть $x^2y^2 = t$. Здесь $t > 0$. Уравнение примет вид:

$$t^3 - 9t^2 + 24t - 16 = 0$$

$$(t^3 - t^2) - (8t^2 - 24t + 16) = 0$$

$$t^2 \cdot (t - 1) - 8(t - 1)(t - 2) = 0$$

$$(t - 1)(t^2 - 8t + 16) = 0 \quad \Leftrightarrow \begin{cases} t - 1 = 0 \\ t^2 - 8t + 16 = 0 \end{cases}$$

1) $t = 1$

2) $t^2 - 8t + 16 = 0$

$$D = 64 - 64 = 0 \quad \Leftrightarrow t = 4$$

Число 1 всем условиям удовлетворяет оно будет решением уравнения (*). Число 4 условию $2 - x^2y^2 > 0$ не удовлетворяет, оно не будет решением уравнения (*).

Исходная система равносильна: $\begin{cases} x^2+y^2 = \sqrt{5-x^2y^2}, \\ x^2y^2 = 1; \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2+y^2 = 2, \\ x^2y^2 = 1; \end{cases}$

При $y=0$ система не имеет решений, поэтому $\begin{cases} x^2+y^2 = 2, \\ x^2y^2 = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2+y^2 = 2, \\ x^2y^2 = 1 \end{cases}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x^2+y^2 = 2, \\ x^2 = \frac{1}{y^2} \end{cases}$$

211006898 (U322959 M1278037)

1) $\frac{1}{y^2} + y^2 = 2$

$1 + y^4 = 2y^2$

Шестовик

$$y^4 - 2y^2 + 1 = 0$$

$$(y^2 - 1) = 0$$

$$(y-1)(y+1) = 0 \Rightarrow \begin{cases} y=1 \\ y=-1 \end{cases}$$

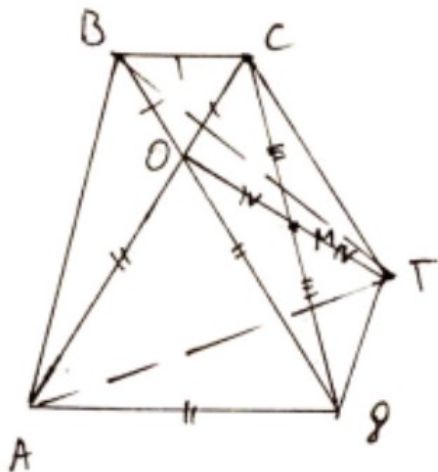
При $y = 1$ и $y = -1$, второе уравнение системы примет вид:

$$x^2 = \frac{1}{1}; \quad x^2 = 1 \Rightarrow \begin{cases} x=1 \\ x=-1 \end{cases}$$

Итого: имеем 4 пары $(1; 1); (1; -1); (-1; 1); (-1; -1)$.

Ответ: $(1; 1) \quad (1; -1) \quad (-1; 1) \quad (-1; -1)$

Задача 6



- 1) Т.к. точка T построена симметрично точке O относительно середины M стороны CF, то $OM = MT$
- 2) Получается, что в четырехугольнике OETF диагонали имеют пересечение делится пополам \Rightarrow OETF параллелограмм \Rightarrow $OC = FT$ и $OF = CT$
- 3) Т.к. треугольники BOC и AOF равны

Имеем: $BC = OC = BO = FT$; $BC = FT = BO$

$AO = OF = AF = CT$; $CT = AF = AO$

4) $\angle BOA = 180^\circ - \angle BOC = 120^\circ$ (как смежные)

$\angle OCT = \angle OFT = 180^\circ - \angle COF = 60^\circ$ (как углы параллелограмма)

при лежании каждой стороне

$\Rightarrow \angle BCT = \angle AFT = \angle BOA = 120^\circ$ ($\angle BCT = \angle BCO + \angle OCT = 60^\circ + 60^\circ = 120^\circ$.
Аналогично $\angle AFT = 120^\circ$)

~~5) Тогда применив теорему косинусов к стороне треугольника~~

5) Тогда $\triangle BCT = \triangle AFT = \triangle BOA$ по двум сторонам и углу между ними $\Rightarrow AB = BT = AT \Rightarrow \triangle ABT$ равносторонний ч.т.д.

6) В треугольнике AFT по теореме косинусов:

$$AT^2 = AF^2 + FT^2 - 2 \cdot AF \cdot FT \cdot \cos \angle AFT$$

$$AT^2 = 49 + 49 - 2 \cdot 7 \cdot 7 \cdot \cos 120^\circ$$

$$AT^2 = 49 + 49 - 2 \cdot 7 \cdot 7 \cdot (-\frac{1}{2}) = 58 + 49 = 107$$

Площадь треугольника ABT равна: $S_{ABT} = \frac{AT^2 \cdot \sqrt{3}}{4} = \frac{107 \sqrt{3}}{4}$

4) Площадь четырехугольника AOCF равна: $S_{AOCF} = S_1 + S_2 + S_3 + S_4 =$
 $= \frac{1}{2} BO \cdot OC \cdot \sin \angle BOC + \frac{1}{2} AO \cdot OF \cdot \sin \angle AOF + \frac{1}{2} BO \cdot OA \cdot \sin \angle BOA + \frac{1}{2} OC \cdot OF \cdot \sin \angle COF =$
 $= \frac{1}{2} \cdot 7 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2} \cdot 49 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} + 3 \cdot 7 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{9\sqrt{3}}{4} + \frac{49\sqrt{3}}{4} + \frac{42\sqrt{3}}{4} = \frac{100\sqrt{3}}{4}$

2) $\frac{S_{ABT}}{S_{AOCF}} = \frac{107}{100}$

Ответ: $\frac{107}{100}$

Исходные

Задача 5

Прямые $y=x$ и $y=59-x$ берут начало соответственно в левом нижнем и правом нижнем углах квадрата, причем они будут пересекаться не в узле сетки $n \times n$. n - количество узлов сетки.

$$n = 58 \cdot 58 = 58^2$$

Поискать все пары узлов в которых только один узел лежит на одной из наших прямых и удовлетворяющие условию.

$$n_1 = (58^2 - 228) \cdot 116, \text{ где } 228 = 57 + 57 + 1 + (116 - 3); \quad 57 + 57 - \text{узлы}$$

которые нельзя брать в пару по вертикали и горизонтали, 1 - один узел и $(116 - 3)$ - узлы, лежащие на прямой $y=x$ и на $y=59-x$ без рассматриваемого узла и двух узлов пересечения по горизонтали и вертикали, 116 - общее кол-во узлов

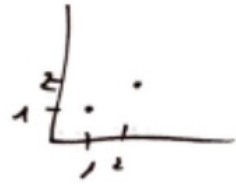
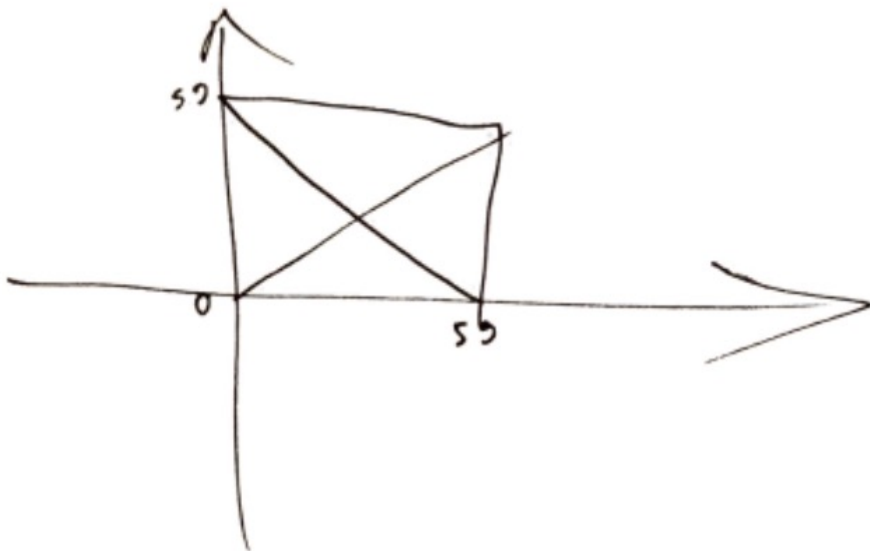
Теперь посчитать все пары узлов одновременно лежащих на на двух прямых $y=x$ и $y=59-x$: $n_2 = \frac{116 \cdot 115}{2}$, где

115 - кол-во свободных узлов, 116 - общее количество узлов, x делится на 2, $n \times n$. Каждый раз мы считаем дважды.

$$n = (58^2 - 228) \cdot 116 + 58 \cdot 115 = 390224 + 58 \cdot 115 = 390224 + 6670 = 396894$$

Ответ: 396894

Упрощение



Умножим оба сомножителя $5x+58$

$$5x+58 + 115 - 2$$

$$120 + 5x$$

$$115 + 56 + 56$$

$$112$$

Умножим оба сомножителя $5x+58 + 114$

$$5x+58 + 112 = 228$$

Второй множитель $58 \cdot 58$

Множители $58 + 57 = 115$ и 58

1) $58^2 - (57+58)$

2) $58^2 - (57+59)$

Вычитаем
приращаем

$$(58^2 - 227) \cdot 116 + 58^2 - 58 - 57 = 114$$

$$114 \cdot 58^2 - 114 \cdot 227 + 58^2 - 115 - 114$$

$$(115 \cdot 58^2 - 114 \cdot 228 - 115)$$

	2040
x 58	19800
x 58	1800
464	1800
200	
3364	18000

$$114 \cdot 115$$

$$116 \cdot 58^2 - 116 \cdot 220 + 58 \cdot 115$$

$$114 + 113 + 112$$



$$228$$

$$2 \cdot 114$$

$$2 \cdot 58 \cdot 2$$

y 3364	
116	
20184	
+ 3364	
3364	
380224	

$$116 \cdot (58^2 - 228 + 58)$$

$$115 \dots 58 \dots \textcircled{1}$$

$$116$$

$$115 \cdot 58$$

$$\frac{116 \cdot 115}{2}$$

$$116 \cdot 58$$

$$(58^2 - 228) \cdot 116 + 116 \cdot 58$$

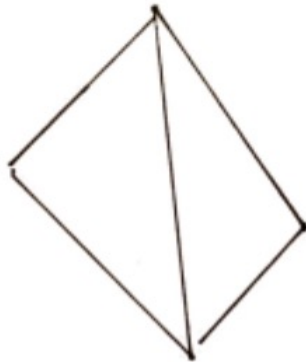
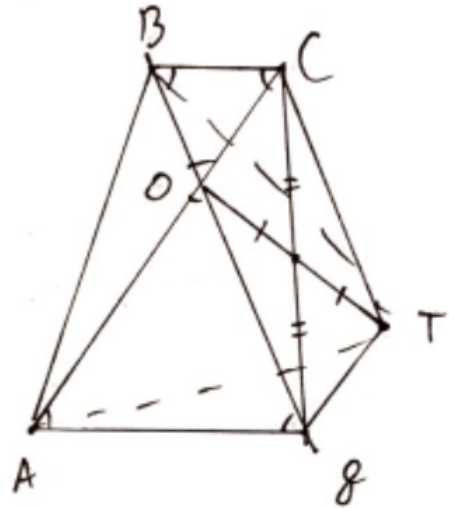
x 115	
58	
920	
575	
6670	

$$116 \cdot (58^2 - 228) + 58 \cdot 115$$

Черковик

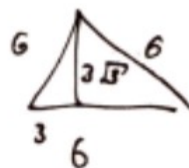
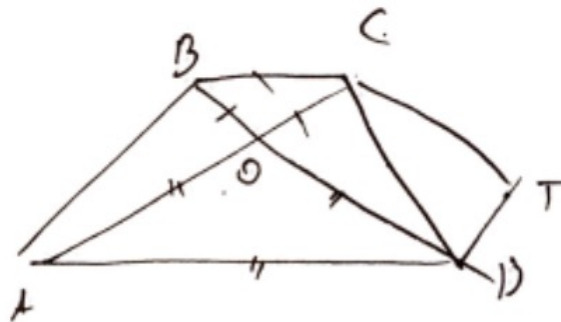
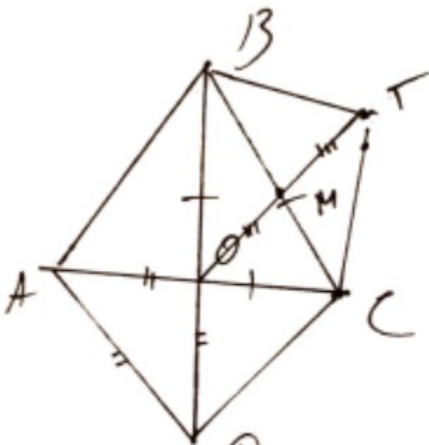


$b=y$ - все по 58 южн



- 1) $\angle AOT = \angle OCT = \angle BOA = 120^\circ$
- 2) $BO = OC = OT = OB$
- 3) $OA = AT = OT = CT$
- $\Rightarrow \triangle OCT = \triangle AOT$
- $\Rightarrow \triangle OCT \cong \triangle AOT$
- $\Rightarrow OT \perp AC$ - параллелограмм

$BT \parallel OC$
 $BO \parallel TC$



$$S = \frac{3\sqrt{3} \cdot 6}{2} = 9\sqrt{3} \frac{6 \cdot 6 \sqrt{3}}{4}$$

$$\frac{8^2 \sqrt{3}}{4}$$

$$58 + 42 = 100$$

$$\frac{1\sqrt{3}}{2} \cdot 6$$

$$36 - 9 = 27 = 9 \cdot 3 = 3\sqrt{3}$$

Черновики

$$\begin{cases} \frac{2}{x^2+y^2} + 11x^2y^2 = 2, \\ x^4 + y^4 + 31x^2y^2 = 5 \end{cases}$$

$$\frac{6}{x^2+y^2} + 31x^2y^2 = 6$$

$$31x^4 + y^4 + 31x^2y^2 = 5$$

$$\frac{6}{x^2+y^2} - (x^4+y^4) = 1$$

$$x^4 + y^4 + 2x^2y^2 = 5 - 2x^2y^2$$

$$(x^2+y^2)^2 = 5 - x^2y^2$$

При условии $5 - x^2y^2 > 0 \iff \frac{2}{\sqrt{5-x^2y^2}} + x^2y^2 = 2$

$$\frac{4}{5-x^2y^2} = 4 - 4x^2y^2 + x^4y^4$$

$$4 = (5-x^2y^2)(4-4x^2y^2+x^4y^4)$$

$$x^2y^2 = 1 \text{ или } x^2y^2 = 4 \pm 4\sqrt{2}$$

$$4 = 20 - 20x^2y^2 + 511x^4y^4 - 411x^2y^2 + 4x^4y^4 - x^6y^6$$

$$x^6y^6 - 9x^4y^4 + 24x^2y^2 - 16 = 0$$

$$t^3 - 9t^2 + 24t - 16 = 0$$

$$t^2(t-9) +$$

$$t^3 - t^2 + 8t^2 + 24t - 16 = 0$$

$$8(t^2 + 3t - 2)$$

$$t^3 - t^2 - (8t^2 - 24t + 16) = 0$$

$$t^2(t-1) - 8(t^2 - 3t + 2) = 0$$

$$t^2(t-1) - 8(t-1)(t-2) = 0$$

$$(t-1)(t^2 - 8t + 16) = 0$$

$$D = 64 + 64 = 2 \cdot 64$$

$$t_1 = \frac{8 + 8\sqrt{2}}{2} = 4 + 4\sqrt{2}$$

$$t_2 = 4 - 4\sqrt{2}$$

$$x^4 + y^4 = 2$$

$$11x^2y^2 = 1$$

$$y^2 = \frac{1}{x^2}$$

$$x^2 = \frac{1}{y^2}$$

$$\frac{1}{y^4} + y^4 = 2$$

$$1 + y^8 = 2y^4$$

$$y^4 = 1 \iff y = 1 \text{ или } -1$$

$$x^2 = 1$$

$$\frac{16}{y^4 + y^8} = 2$$

$$16 + 8\sqrt{2} + 32 - 32 - 16$$