Часть 1

Олимпиада: **Математика, 10 класс (1 часть)**

Шифр: **211006845**

ID профиля: **824825**

Вариант 9

Чистовик

б) 1) $MP = AM = MD = \frac{1}{2} \Rightarrow AD = 2 \cdot \frac{1}{2} = 1$

$NT = ND = NC = \frac{5}{2} \Rightarrow DC = 2 \cdot \frac{5}{2} = 5$

2) ~~Т.к. BD - диаметр, то ω касается AC в точке D, D∈AC~~

3) ΔABD: по т. cos; пусть $\angle ADB = \alpha$

$AB^2 = AD^2 + BD^2 - 2\,AD \cdot BD \cdot \cos\alpha$

$AB^2 = 1 + 4 - 2 \cdot 1 \cdot 2 \cdot \cos\alpha$

$AB^2 = 5 - 4\cos\alpha$

$4\cos\alpha = 5 - AB^2$

4) ΔCBD: по т. cos; $\angle BDC = 180° - \alpha$

$BC^2 = BD^2 + CD^2 - 2 \cdot BD \cdot CD \cdot \cos(180° - \alpha)$

$BC^2 = 4 + 36 + 2 \cdot 2 \cdot 6 \cos\alpha$

$BC^2 = 40 + 24\cos\alpha \Rightarrow 4\cos\alpha = \frac{BC^2 - 40}{6}$

5) По т. Пифагора для ΔABC:

$AB^2 + BC^2 = AC^2$

$AB^2 + BC^2 = 49 \Rightarrow BC^2 = 49 - AB^2$

6) $4\cos\alpha = 4\cos\alpha$

$5 - AB^2 = \frac{BC^2 - 40}{6}$

$30 - 6AB^2 = BC^2 - 40$

$30 - 6AB^2 = 49 - AB^2 - 40$

$5AB^2 = 30 + 40 - 49$

$5AB^2 = 21$

$AB^2 = \frac{21}{5}$

$AB = \sqrt{\frac{21}{5}} \Rightarrow BC = \sqrt{49 - AB^2} = \sqrt{49 - \frac{21}{5}} = \sqrt{\frac{224}{5}}$

7) $S_{ABC} = \frac{1}{2} \cdot AB \cdot BC = \frac{1}{2}\sqrt{\frac{21 \cdot 224}{5^2}} = \frac{1}{2}\sqrt{\frac{3 \cdot 7 \cdot 2^5 \cdot 7}{5^2}} = \frac{1}{2} \cdot \frac{7 \cdot 2^2}{5}\sqrt{6} =$

прямоуг. Δ-ик

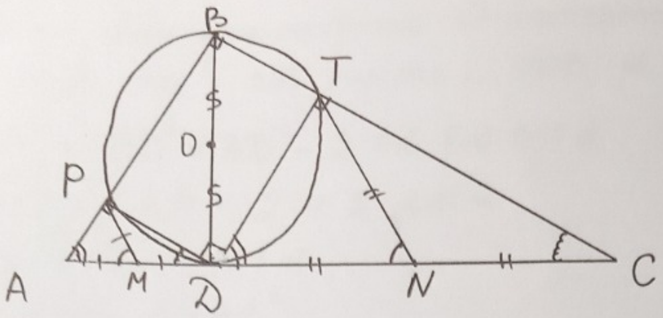
$= \frac{14}{5}\sqrt{6} = 2{,}8\sqrt{6}$

Ответ: а) $90°$

б) $2{,}8\sqrt{6}$.

Чистовик. Вариант 9.

Задание 1



Дано:

$\triangle ABC$

$D \in AC$

$\omega(O; OB)$, BD - диаметр ω

$\omega \cap AB = P$

$\omega \cap BC = T$

$AM = MD$, $M \in AD$

$DN = NC$, $N \in DC$

$PM \parallel TN$

$MP = \frac{1}{2}$, $NT = \frac{5}{2}$, $BD = 2$

Найти:

а) $\angle ABC$

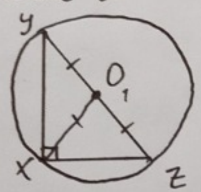
б) S_{ABC}

Решение:

(а) 1) $\angle BPD = \angle BTD = 90^\circ$ ($\angle BPD$ и $\angle BTD$ опираются на диаметр окружности ω, $P \in \omega$, $T \in \omega$) $\Rightarrow \angle APD = \angle CTD = 90^\circ$

2) PM - медиана в $\triangle APD$ (прямоугольном), проведенная из вершины прямого угла $\Rightarrow PM = AM = MD$

* Док-во:



Около прямоуг. $\triangle$-ка опишем $\omega_1(O_1; O_1Y)$. Т.к. $X \in \omega_1$, $Y \in \omega_1$, $Z \in \omega_1$, $\angle YXZ = 90^\circ \Rightarrow \angle YXZ$ опирается на диаметр $\omega_1 \Rightarrow YZ$ - диаметр $\omega_1 \Rightarrow O_1 \in YZ$, $YO_1 = ZO_1$. Тогда XO_1 - медиана $\triangle XYZ$ из верш. пр. угла, $XO_1 = YO_1 = O_1Z$ = радиус $\omega_1 \Rightarrow$ медиана прямоуг. $\triangle$-ка равна половине гипотенузы.

3) TN - медиана в прямоуг. $\triangle DTC$, провед. из вершины прямого угла $\Rightarrow TN = DN = NC$

4) $PM \parallel TN$ (по усл.), AC - секущая $\Rightarrow \angle PMA = \angle TND$ (соответств. углы)

$\triangle APM$ - равнобедр. $\Rightarrow \angle PAM = \dfrac{180^\circ - \angle APM}{2}$

$\triangle DTN$ - равнобедр. $\Rightarrow \angle TDN = \dfrac{180^\circ - \angle TND}{2}$

$\Rightarrow \angle PAM = \angle TDN$ (соответств. углы) ($= \angle APM = \angle DTN$) $\Rightarrow$
$\Rightarrow AP \parallel DT$, AC - секущая ($\Rightarrow AB \parallel DT$)

5) $\angle PDA = 90^\circ - \angle PAD$ (из $\triangle APD$)
$\angle TCD = 90^\circ - \angle TDN$ (из $\triangle CTD$)
$\Rightarrow \angle PDA = \angle TCN \Rightarrow CT \parallel PD$, AC - секущая (соответств. угла)

6) $\Rightarrow BT \parallel PD$, $PB \parallel TD \Rightarrow PBTD$ - параллелограмм $\Rightarrow$
$\Rightarrow \angle PBT = 180^\circ - \angle BPD = 180^\circ - (180^\circ - \angle APD) = 90^\circ$ (или $BT \parallel PD$, BP - секущая, $\angle PBT$ и $\angle BPD$ - односторонние)

$\angle PBT = \angle ABC = 90^\circ$ (один и тот же угол)

Чистовик.

Подставив все получившиеся значения в О.Д.З. $\sqrt{x+4} - \sqrt{6-x} + 4 \geq 0$, получаем, что они все удовлетворяют.

Ответ: $x_1 = \sqrt{22}+1$; $x_2 = 1-\sqrt{22}$; $x_3 = \frac{4+\sqrt{111}}{4}$; $x_4 = \frac{4-\sqrt{111}}{4}$.

Чистовик

Задание 2

$\sqrt{x+4}-\sqrt{6-x}+4=2\sqrt{(x+4)(6-x)}$

О.Д.З. $\begin{cases} x+4\geq 0 \\ 6-x\geq 0 \end{cases}$ $\begin{cases} x\geq -4 \\ x\leq 6 \end{cases}$

$\sqrt{x+4}-\sqrt{6-x}+4\geq 0$

$\sqrt{x+4}-\sqrt{6-x}=2\sqrt{(x+4)(6-x)}-4 \quad \uparrow^2$

$x+4+6-x-2\sqrt{(x+4)(6-x)}=\left(2\sqrt{(x+4)(6-x)}-4\right)^2$

$-\left(2\sqrt{(x+4)(6-x)}-4\right)+6=\left(2\sqrt{(x+4)(6-x)}-4\right)^2$

$\left(2\sqrt{(x+4)(6-x)}-4\right)\left(2\sqrt{(x+4)(6-x)}-3\right)=6$

Обозначим $a=2\sqrt{(x+4)(6-x)}$, $a\geq 0$

$(a-4)(a-3)=6$

$a^2-4a-3a+12-6=0$

$a^2-7a+6=0$

$D=49-24=25$

$a_1=\frac{7+5}{2}=6$

$a_2=\frac{7-5}{2}=1$

1) $2\sqrt{(x+4)(6-x)}=6$

$\sqrt{(x+4)(6-x)}=3 \quad \uparrow^2$

$24+2x-x^2=3$

$x^2-2x-21=0$

$D=4+4\cdot 21=88$

$x_1=\frac{2+\sqrt{88}}{2}=\frac{2+2\sqrt{22}}{2}=\sqrt{22}+1$

$x_2=\frac{2-\sqrt{88}}{2}=\frac{2-2\sqrt{22}}{2}=1-\sqrt{22}>-4 \Rightarrow$ удовл.

2) $2\sqrt{(x+4)(6-x)}=1 \quad \uparrow^2$

$4(24+2x-x^2)=1$

$96+8x-4x^2=1$

$4x^2-8x-95=0$

$D=64+4\cdot 95=444$

$x_3=\frac{8+\sqrt{444}}{8}=\frac{8+2\sqrt{111}}{8}=\frac{4+\sqrt{111}}{4}$

$x_4=\frac{8-\sqrt{444}}{8}=\frac{8-2\sqrt{111}}{8}=\frac{4-\sqrt{111}}{\cancel{8}\,4}>-4 \Rightarrow$ удовл.

Часть 2

Олимпиада: **Математика, 10 класс (2 часть)**

Шифр: **211006845**

ID профиля: **824825**

Вариант 9

Подставляем $x^2+y^2=2$ из равенства (1)

$2(2^2-2x^2y^2+1)=6$

$2(5-2x^2y^2)=6$

$5-2x^2y^2=3$

$2x^2y^2=2$

$x^2y^2=1 \quad (2)$

Обозначим $m=x^2$, $n=y^2$

5) Получаем систему из уравнений (1) и (2):

$\begin{cases} m+n=2 \\ mn=1 \end{cases} \quad \begin{cases} m=2-n \\ (2-n)n=1 \end{cases}$

Отдельно второе ур-е:

$(2-n)n=1$

$-n^2+2n=1$

$n^2-2n+1=0$

$D=2^2-4=4-4=0$

$n=\frac{2}{2}=1 \Rightarrow m=1$

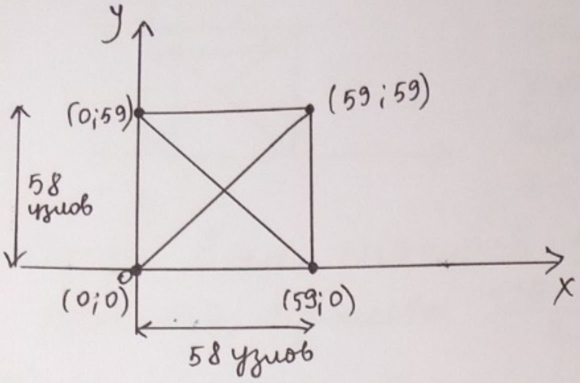
Тогда $x^2=1 \Rightarrow x=\pm 1$; $y^2=1 \Rightarrow y=\pm 1 \Rightarrow$

$\Rightarrow$ получаем решения $(1;1)$; $(-1;-1)$; $(1;-1)$; $(-1;1)$.

Т.к. в уравнениях в условии x и y в четных степенях, то не имеет ~~разности~~ разница знак самого число ($x>0$ или $x<0$; $y>0$ или $y<0$).

Ответ: $(1;1)$; $(-1;-1)$; $(1;-1)$; $(-1;1)$.

Задание 5 Чистовик.

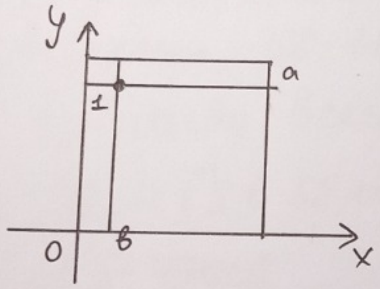


1) $f(x)=x$
$g(x)=59-x$
$f(x)=g(x)$
$x=59-x$
$x=\frac{59}{2}=29,5$
$f(29,5)=29,5$
$(29,5;29,5)$ – точка пересечение прямых $y=x$ и $y=59-x$, прямые не пересекаются в узле.

2) Всего узлов $58\cdot58$

3) Узлов, лежащих на прямых $58+58=116$ (т.к. прямые $y=x$ и $y=59-x$ проходят точно через узлы: если $x\in\mathbb{Z}$, то и $y\in\mathbb{Z}$)

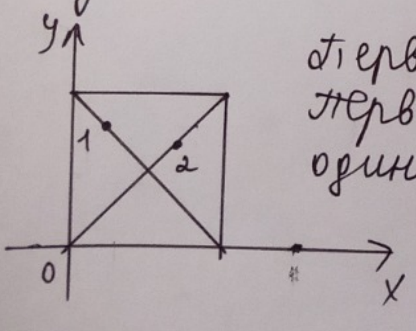
4) Рассмотрим случай, когда мы берём один узел на к-либо прямой $y=x$ или $y=59-x$ и найдем кол-во вариантов выбрать второй узел.



$a \parallel OX$, $в \parallel OY$
На ~~пр.~~ отр. а лежит 58 узлов.
На ~~пр.~~ отр. в лежит 58 узлов.
Они пересекаются в узле $\Rightarrow$ всего на прямых а и в внутри квадрата будет лежать $58\cdot2-1=115$ узлов

Для одного узла можно выбрать второй узел $58\cdot58-(58\cdot2-1)=58\cdot56+1$ способом

5) Если ~~оба узла лежат на~~ и первой узел, и второй лежат на ~~одной из~~ прямых $y=x$ и $y=59-x$, то такой случай посчитается дважды.

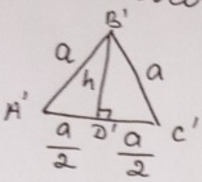


Первой узел в т. 1, второй узел в т. 2.
перв. уз. в т. 2, второй в т. 1; но т.к. узлы одинаковые, такой случай считается один раз.

211006845 (U824825 M1274873)

Чистовик.

8) 1) Выведем формулу для нахождения S прав. Δ-ка



$S = \frac{1}{2} ha$

По т. Пифагора для $\Delta A'B'D'$: $h^2 = a^2 - \frac{a^2}{4} = \frac{3a^2}{4} \Rightarrow h = \frac{\sqrt{3}a}{2}$

$S = \frac{1}{2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} a \cdot a = \frac{\sqrt{3}a^2}{4}$

2) $S_{ABCD} = S_{BOC} + S_{AOD} + S_{AOB} + S_{COD}$

3) $S_{BOC} = \frac{\sqrt{3} \cdot BC^2}{4} = \frac{\sqrt{3} \cdot 9}{4}$

$S_{AOD} = \frac{\sqrt{3}}{4} \cdot AD^2 = \frac{\sqrt{3} \cdot 49}{4}$

$S_{AOB} = \frac{1}{2} \cdot BO \cdot OA \cdot \sin \angle BOA = \frac{1}{2} \cdot 3 \cdot 7 \cdot \sin 120° = \frac{21}{2} \cdot \sin 60° = \frac{21\sqrt{3}}{4}$

$\Delta AOB \overset{\text{I пр.}}{=} \Delta COD$ ($BO = OC$; $AO = OD$; $\angle BOA = \angle COD$ (вертикальные)) $\Rightarrow$

$\Rightarrow S_{AOB} = S_{COD} = \frac{21\sqrt{3}}{4}$

4) $S_{ABCD} = \frac{\sqrt{3} \cdot 9}{4} + \frac{\sqrt{3} \cdot 49}{4} + \frac{21\sqrt{3}}{4} + \frac{21\sqrt{3}}{4} = \frac{100\sqrt{3}}{4}$

5) По т. cos для ΔAOB найдём AB:

$AB^2 = OB^2 + OA^2 - 2 \cdot OA \cdot OB \cdot \cos \angle AOB = 9 + 49 - 2 \cdot 3 \cdot 7 \cdot \cos 120° =$

$= 9 + 49 + 2 \cdot 3 \cdot 7 \cdot \cos 60 = 9 + 49 + 3 \cdot 7 = 79 \Rightarrow AB = BT = TA = \sqrt{79}$

$S_{ATB} = \frac{\sqrt{3} \cdot 79}{4}$

6) $\frac{S_{ATB}}{S_{ABCD}} = \frac{\frac{79\sqrt{3}}{4}}{\frac{100\sqrt{3}}{4}} = \frac{79}{100} = 0{,}79$

Ответ: 0,79.

Чистовик.

Задание 4

О.Д.З.
$x^2+y^2 \neq 0$

1) $\begin{cases} \frac{2}{x^2+y^2}+x^2y^2=2 \\ x^4+y^4+3x^2y^2=5 \end{cases}$ $\begin{cases} 2-x^2y^2=\frac{2}{x^2+y^2} \\ (x^2+y^2)^2-2x^2y^2+3x^2y^2=5 \end{cases}$

$\begin{cases} 2-x^2y^2=\frac{2}{x^2+y^2} \\ 5-x^2y^2=(x^2+y^2)^2 \end{cases}$ $\begin{cases} 5-x^2y^2=\frac{2}{x^2+y^2}+3 \\ 5-x^2y^2=(x^2+y^2)^2 \end{cases}$

2) $\frac{2}{x^2+y^2}+3=(x^2+y^2)^2$

Обозначим $a=x^2+y^2$, $a \neq 0$, $a>0$ (т.к. сумма квадратов не может быть отрицательным числом)

$\frac{2}{a}+3=a^2 \quad /\cdot a$

$a^3-3a-2=0$

$a_1=-1<0$ – не удовлетворяет

$$\begin{array}{r|l} a^3-3a-2 & a+1 \\ \hline -\ a^3+a^2 & a^2-a-2 \\ -a^2-3a & \\ -\ -a^2-a & \\ -2a-2 & \\ -\ -2a-2 & \\ 0 & \end{array}$$

$a^2-a-2=0$

$D=1+8=9$

$a_2=\frac{1+3}{2}=2$ – удовлетворяет

$a_3=\frac{1-2}{2}=-1<0$ – не удовлетворяет

3) $a=2 \Rightarrow x^2+y^2=2$ (1)

4) $\begin{cases} \frac{2}{x^2+y^2}+x^2y^2=2 \quad /\cdot 3 \\ x^4+y^4+3x^2y^2=5 \end{cases}$ $-\begin{cases} \frac{6}{x^2+y^2}+3x^2y^2=6 \\ x^4+y^4+3x^2y^2=5 \end{cases}$

$\frac{6}{x^2+y^2}-x^4-y^4=1$

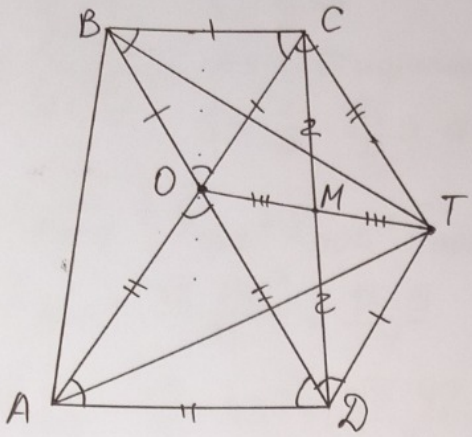
$\frac{6}{x^2+y^2}-x^4-y^4=1 \quad /\cdot(x^2+y^2)$

$6-(x^4+y^4)(x^2+y^2)=1(x^2+y^2)$

$(x^2+y^2)(x^4+y^4+1)=6$; $x^4+y^4=(x^2+y^2)^2-2x^2y^2$

$(x^2+y^2)((x^2+y^2)^2-2x^2y^2+1)=6$

Задание 6. Чистовик. С.1. Вариант 9.



Дано:

$ABCD$ – выпуклый четырехугольник

$BD \cap AC = O$

ΔBOC – правильный

ΔAOD – правильный

T симметрична O относительно середины CD M: $CM = MD$

$BC = 3$, $AD = 7$

Доказать:

а) ΔABT – правильный

Найти:

б) $\frac{S_{ABT}}{S_{ABCD}} = ?$

а) Доказательство:

1) т. T симметрична т. O относительно $M \Rightarrow OM = MT$

$CM = MD$, $OM = MT \Rightarrow OCTD$ – параллелограмм (диагонали парал-ма точкой пересечения делятся пополам)

2) $\angle COD = 180° - \angle AOD = 180° - 60° = 120°$

($\angle AOD$ и $\angle COD$ – смежные, $\angle OAD = \angle ADO = \angle AOD = \angle BOC = \angle BCO = \angle OBC = 60°$, т.к. ΔBOC и ΔAOD – правильные)

3) $OCTD$ – параллелограмм $\Rightarrow OD \parallel CT \Rightarrow \angle OCT + \angle COD = 180°$ (односторонние углы при парал-х прямых $CT \parallel OD$, OC – секущая) $\Rightarrow$

$\Rightarrow \angle OCT = 180° - \angle COD = 180° - 120° = 60° = \angle ODT$ (противоположные углы параллелограмма $OCTD$)

4) $OCTD$ – парал-м $\Rightarrow CT = OD = OA = AD$; $TD = OC = BC = OB$ (ΔBOC и ΔAOD – равносторонние)

6) $\Delta ABO \overset{I\ пр.}{=} \Delta BCT$ ($BO = BC$, $CT = OA$, $\angle BCT = \angle BCO + \angle OCT = 120° = \angle BOA$)

$\Rightarrow AB = BT$

$\Delta ABO \overset{I\ пр.}{=} \Delta ADT$ ($BO = TD$, $AO = AD$, $\angle ADT = \angle ADO + \angle ODT = 120° = \angle BOA$)

$\Rightarrow AT = AB$

7) $\Rightarrow AB = BT = AT \Rightarrow \Delta ABT$ – равносторонний $\Rightarrow \Delta ABT$ – правильный.

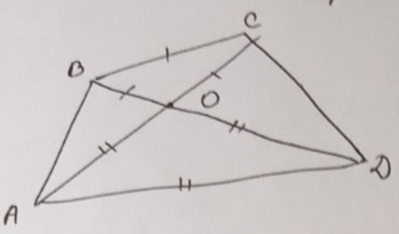
ч.т.д.

211006845 (U824825 M1274873)

Черновик.

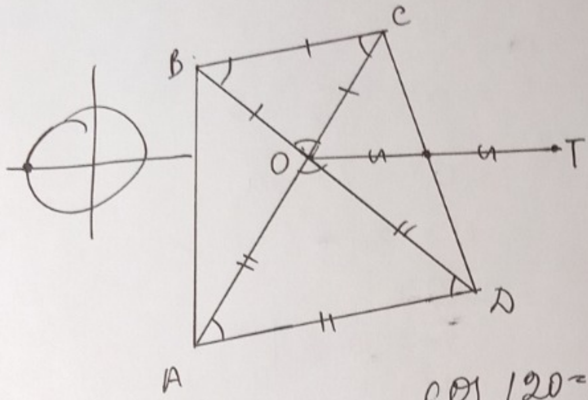
$S = \frac{79\sqrt{3}}{4}$ $\qquad \frac{S}{S} = \frac{\frac{79\sqrt{3}}{4}}{\frac{100\sqrt{3}}{4}} = \frac{79}{100}$

$a = \sqrt{79}$



$9 + 49 - 2 \cdot 7 \cdot 3 \cdot \cos 120^\circ =$

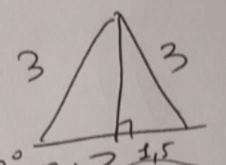
$= 9 + 49 + 7 \cdot 3 = 9 + 49 + 21 = 79$

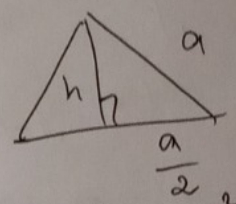


$9 + 49 - 2 \cdot \overset{14}{7} \cdot \overset{42}{3} \cos 120$

$9 + 49 + 2 \cdot \frac{1}{2} \cdot 7 \cdot 3 =$

$= 9 + 49 + 21 = 79$



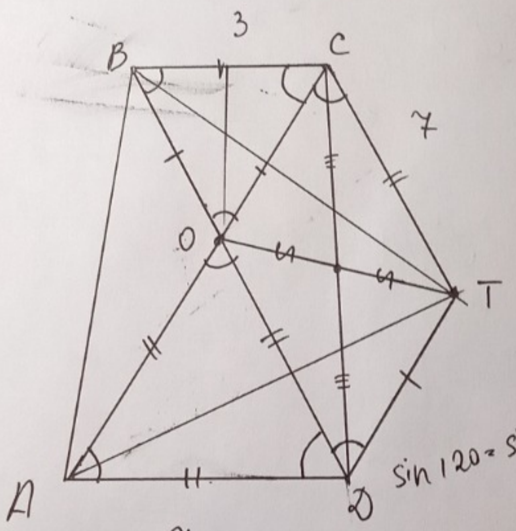


$\cos 120 = \cos(180^\circ - 60) = \cos 60$

$\cos 120 = \cos(\pi - 60^\circ) = -\cos 60$

$3^2 - \frac{9}{4} = h^2$ $\qquad h^2 = a^2 - \frac{a^2}{2} =$

$= \frac{3a^2}{4} \Rightarrow$



$BC = 3$

$AD = 7$

$\frac{S_{ABT}}{S_{ABCD}}$

$9 - \frac{9}{4} = \frac{36 - 9}{4} = \frac{27}{4} \Rightarrow h = \frac{\sqrt{3}a}{2}$

$h^2 = \frac{27}{4}$ $\qquad S = \frac{1}{2} h a = \frac{\sqrt{3}a^2}{4}$

$h = \frac{3\sqrt{3}}{2}$

$S = \frac{1}{2} h \cdot a = \frac{1}{2} \frac{3\sqrt{3}}{2} \cdot 3 = \frac{9\sqrt{3}}{4}$

$\sin 120 = \sin 60$ $\qquad 7^2 - \frac{7^2}{4} = 49 - \frac{49}{4} = \frac{147}{4}$ $\qquad \cos 120^\circ = \cos 60^\circ$

$h = \frac{\sqrt{147}}{2}$ $\qquad \frac{49\sqrt{3}}{4}$ $\qquad \sin 120^\circ = \sin 60^\circ$

$\overset{3}{49} \times 4 = 196$; $\quad 196 - 49 = 147$

$147 \,|\, 3$; $\quad 49$

$49 + 9 = 58$; $\quad 58 + 42 = 100$

$\frac{1}{2} \cdot 3 \cdot 7 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{21\sqrt{3}}{4}$

$S =$

$\cancel{\frac{9\sqrt{3}}{4}}$

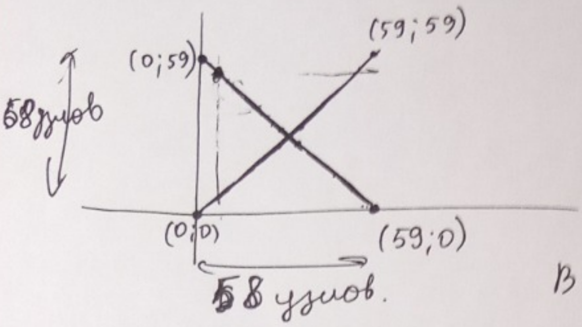
$\frac{3\sqrt{2}}{2} + \frac{\sqrt{147}}{2} = \frac{\sqrt{27} + \sqrt{147}}{2}$

$\frac{\sqrt{27} + \sqrt{147}}{2} \cdot 5 = 2,5$

$\frac{42\sqrt{3}}{4} + \frac{49\sqrt{3}}{4} + \frac{9\sqrt{3}}{4} = \frac{100\sqrt{3}}{4} =$

$= 25\sqrt{3}$

Черновик.

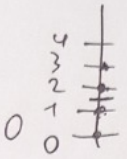


$y = x$

$y = 59 - x$

$58 \cdot 58 = 3364$

В точке пересечения прямых нет узла



Всего

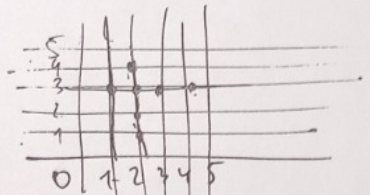
~~120 узлов.~~

на прямых

~~Всего~~ $58+58=116$ узлов

Всего узлов $58 \cdot 58 = 3364$

Для каждого



Выбрав один узел мы уменьшаем кол-во способов выбрать ещё один на $116 = 58 \cdot 2$ т.е. есть $58 \cdot 58 - 58 \cdot 2 + 1 = 58 \cdot 56 + 1$ вар-тов выбрать второй узел.

Тогда для одного узла есть вариантов $\underbrace{58 \cdot 2}_{\text{на ~~двух~~ прямых}} \underbrace{(58 \cdot 56 + 1)}_{\text{кол-во способов выбрать второй узел.}}$

Но если получилось, что оба на прямых, то такой в-т посчит дважды.

Всего вариантов, когда оба узла лет на прямых

$753652 - 6554 = 747008$

$58 \cdot 56 = 3248$

$113 \cdot 58 = 6554$

$3248 \cdot 2 = 6496$

$6496 + 1 = 6497$

$6497 \cdot 58 = 376826$

$376826 \cdot 2 = 753652$

6554

$58 \cdot 56 = 3248$

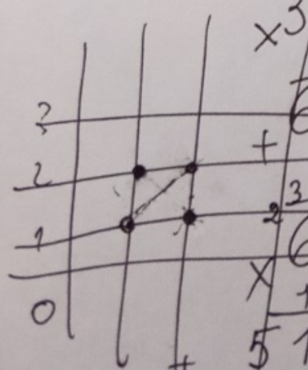
$3248 \cdot 2$

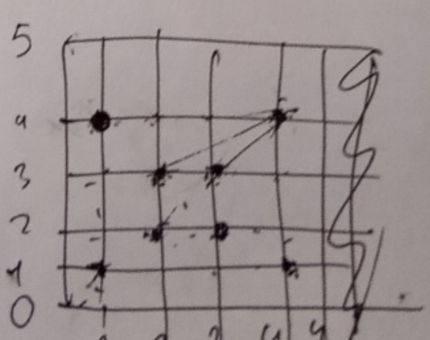
16

~~16 - 3 =~~

7 $16 - 7 = 9$

$16 \cdot 9$





0 1 2 3

$8 - 3 = 5$

$8 \cdot 5 = 40$

$40 : 2 = 20$

Черновик.

$$\begin{cases} \frac{2}{x^2+y^2} + x^2y^2 = 2 & | \cdot 3 \\ x^4+y^4+3x^2y^2 = 5 \end{cases}$$

$(x^2+y^2)^2 = 5 - x^2y^2$

$2 - x^2y^2 = \frac{2}{(x^2+y^2)}$

$$- \begin{array}{l} \frac{6}{x^2+y^2} + 3x^2y^2 = 6 \\ x^4+y^4+3x^2y^2 = 5 \end{array}$$

$(x^2+y^2)^2 = \frac{2}{(x^2+y^2)} + 3$

$a^2 = \frac{2}{a} + 3$

$\frac{6}{x^2+y^2} - x^4 - y^4 = 1$

$x^2+y^2 \neq 0$

$\begin{cases} x \neq 0 \\ y \neq 0 \end{cases}$

$a^3 = 2 + 3a$

$a^3 - 3a - 2 = 0$

~~$D = 9 +$~~

$6 - (x^4+y^4)(x^2+y^2) = x^2+y^2$

$$\begin{array}{l|l} a^3 - 3a - 2 & a+1 \\ \hline a^3 + a^2 & a^2 - a - 2 \\ -a^2 - 3a & \\ -a^2 - a & \\ -2a - 2 & \end{array}$$

$x^4+y^4 = (x^2+y^2)^2 - 2x^2y^2$

$((x^2+y^2)^2 - 2x^2y^2)(x^2+y^2) + (x^2+y^2) =$

$a_1 = -1$

a_2

$a^2 - a - 2 = 0$

$D = 1 + 8 = 9$

$a_2 = \frac{1+3}{2} = 2$

$a_2 = \frac{1-3}{2} = -1$

$= (x^2+y^2)(x^4+y^4+1) = 6$

$(x^2+y^2)(5 - x^2y^2 - 2x^2y^2 + 1) = (x^2+y^2)(6 - 3x^2y^2) = 6$

$(x^2+y^2)(2 - x^2y^2) = 2$

$a = -1$

$a = 2$

$(a+b)(2-ab) = 2$

$a+b<0 \quad a<-b$

$2-ab<0 \quad ab>2$

$x^2+y^2 = -1$ – не удовл.

$x^2+y^2 = 2$

~~$-3 + 1 \quad 2$~~

$-2 \cdot (-1)$

$-3 \quad 1$

$2(4 - 2x^2y^2 + 1) = 6$

$5 - 2x^2y^2 = 3$

$2x^2y^2 = 2$

$x^2y^2 = \cancel{2}\ 1$

$a + b = 2 \quad a = 2 - b$

$ab = 1$

$b(2-b) = 1$

$-b^2 + 2b = 1$

$b^2 - 2b + 1 = 0$

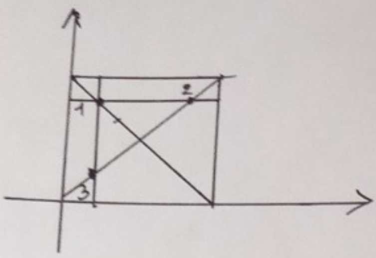
$D = 4 - 4 = 0 \quad b = \frac{2+0}{2} = 1 \Rightarrow y = 1$

$x^2 = 1 \Rightarrow x = \pm 1$

$y^2 = 1 \Rightarrow y = \pm 1$

6) Чистовик. стр. 6

Всего на ~~3~~ прямых 116 узлов.



Выбирая один узел на какой-либо прямой, мы можем выбрать второй узел $116-3=113$ способами (не учитываем узлы 1,2,3: туда нельзя поместить 2-ой узел).

Тогда всего способов выбрать ~~вт~~ первой и второй узел на прямых $\frac{116\cdot113}{2}=58\cdot113$

7) Из п. 4. для одного узла выбрать второй можно $58\cdot56+1$ способом $\Rightarrow$ всего способов для одного узла

$$\underbrace{58\cdot2}_{\text{узел на диагонали}}\cdot\underbrace{(56\cdot58+1)}_{\text{возможность выбрать второй узел}} \qquad (5)$$

8) Т.к. мы посчитали в выражении (5) дважды случай, когда оба узла лежат на прямых, необходимо вычесть $58\cdot113$.

9) Тогда всего способов:

$$58\cdot2(56\cdot58+1)-58\cdot113=58(2\cdot56\cdot58+2-113)=$$

$$=747008$$

Ответ: 747008.