Часть 1

Олимпиада: **Математика, 10 класс (1 часть)**

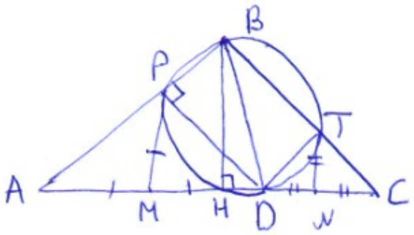
Шифр: **211006773**

ID профиля: **888031**

Вариант 9

Чистовик

ЗАДАЧА 1 Решение:



Дано:
$\triangle ABC$
$D \in AC$
BD - диаметр
$AM = MP$
$PN = NC$
$PM \parallel TN$

Найти:
а) $\angle ABC$ - ?

а) 1) $\angle BPD = \angle BTD = 90^0$ - опирается на диаметр BD

2) $\triangle APD$ - п/у, PM - медиана к гипотенузе $AD \Rightarrow PM = \frac{1}{2} AD = AM$

Аналогично, $\triangle DTC$ - п/у $\Rightarrow TN = \frac{1}{2} CD = NC$

3) ~~$\triangle AMP = 180 - 2\alpha$~~

$\triangle AMP$ - р/б $\Rightarrow \angle MAP = \angle APM = \alpha$

$\angle AMP = 180 - 2\alpha$

4) $\triangle CNT$ - р/б $\Rightarrow \angle NCT = \angle CTN = \gamma \Rightarrow \angle TNC = 180 - 2\gamma$

$\triangle DNT$ - р/б и $\angle DTC = 90^0 \Rightarrow \angle NDT = \angle DTN = 90 - \gamma \Rightarrow DNT = 2\gamma$

5) $PM \parallel TN \Rightarrow \angle AMP = \angle DNT$ - соответственные при $PM \parallel TN$ и секущей MN

$180 - 2\alpha = 2\gamma$

$\alpha = 90 - \gamma$

6) $\angle ABC = 180 - \alpha - \gamma = 180 - \alpha - 90 + \alpha = 90^0$

Ответ: а) $\angle ABC = 90^0$

Чистовик

Задача 2. Решение:

$\sqrt{x+4} - \sqrt{6-x} + 4 = 2\sqrt{24+2x-x^2}$

$24+2x-x^2=0$

$-(x^2-2x-24)=0$

$\frac{D}{4}=1+24=25$

$x=\frac{1\pm5}{1}$

$x_1=-4 \quad x_2=6$

$24+2x-x^2=-(x+4)(x-6)=(x+4)(6-x)$

$\sqrt{x+4}-\sqrt{6-x}+4=2\sqrt{(x+4)(6-x)}$

$\sqrt{x+4}-\sqrt{6-x}-2\sqrt{(x+4)(6-x)}+4=0$

$\sqrt{x+4}-\sqrt{6-x}+(x+4)+(6-x)-2\sqrt{(6-x)(x+4)}-10+4=0$

$\sqrt{x+4}-\sqrt{6-x}+(\sqrt{x+4}-\sqrt{6-x})^2-6=0$

Пусть $t=\sqrt{x+4}-\sqrt{6-x}$

$t^2+t-6=0$

$D=1+24=25$

$t=\frac{-1\pm5}{2}$

$t_1=-3 \quad t_2=2$

1) $\sqrt{x+4}-\sqrt{6-x}=-3$

$3+\sqrt{x+4}=\sqrt{6-x}$

$x+4+6\sqrt{x+4}+9=6-x$

$6\sqrt{x+4}=-2x-7$

$x\le-3{,}5\,(*)$

$36(x+4)=4x^2+28x+49$

$36x+144=4x^2+28x+49$

$4x^2-8x-95=0$

$\frac{D}{4}=16+4\cdot95=396$

$x=\frac{4\pm\sqrt{396}}{4}$

$x=\frac{4\pm6\sqrt{11}}{4}$

$x=\frac{4+6\sqrt{11}}{4}$ не удовл $(*)$

$x=\frac{4-6\sqrt{11}}{4}$

$x=\frac{2-3\sqrt{11}}{2}$ удовл. усл. $(*)$

2) $\sqrt{x+4}-\sqrt{6-x}=2$

$\sqrt{x+4}=\sqrt{6-x}+2$

$x+4=6-x+4+4\sqrt{6-x}$

$2x-6=4\sqrt{6-x}$

$x-3=2\sqrt{6-x}$

$x\ge3\,(**)$

$x^2-2x-15=0$

$\frac{D}{4}=1+15=16$

$x=1\pm4$

$x_1=-3$ не удовл. усл. $(**)$

$x_2=5$ удовл. усл. $(**)$

Ответ: $\frac{2-3\sqrt{11}}{2}$; 5

211006773 (U888031 M1274946)

Чистовик

2) $\sqrt{x+4} - \sqrt{6-x} = 2$

$\sqrt{x+4} = \sqrt{6-x} + 2$

$x+4 = 6 - x + 4 + 4\sqrt{6-x}$

$2x-6 = 4\sqrt{6-x}$

$x-3 = 2\sqrt{6-x}$

$x \geq 3$ (**)

$x^2 - 2x - 15 = 0$

$\frac{D}{4} = 1 + 15 = 16$

$x = 1 \pm 4$

$x_1 = -3$ $\quad$ $\underline{x_2 = 5}$

не удовл. усл.(**) $\quad$ удовл. усл.(**)

Ответ: $\frac{2-3\sqrt{11}}{2}$; 5

Задача 3 $\qquad$ Решение:

1) $4y^2 + (8x - 20a)y + (5x^2 - 22ax + 26a^2) = 0$

$4y^2 + 2\cdot(4x - 10a)y + (5x^2 - 22ax + 26a^2) = 0$

$\frac{D}{4} = 16x^2 + 100a^2 - 80ax - 20x^2 + 88ax - 104a^2 =$

$= -4x^2 - 4a^2 + 8ax = -4(x-a)^2$

$\frac{D}{4} \leq 0$

При $x = a$ $\quad y = \frac{-4x+10a}{4} = \frac{-4a+10a}{4} = \frac{3}{2}a$

точка $A(a; \frac{3}{2}a)$

2) $ax^2 + 2a^2x - ay + a^3 + 1 = 0$

Если $a = 0 \Rightarrow 1 = 0$, неверно

$y = x^2 + 2ax + a^2 + \frac{1}{a}$

$y = (x+a)^2 + \frac{1}{a}$

$x_B = -a$

$y_B = \frac{1}{a}$

Вершина в т. $(-a; \frac{1}{a})$

3) $3x - y = 4$

$y = 3x - 4$

1. $\begin{cases} y_A > 3x_A - 4 \\ y_B < 3x_B - 4 \end{cases}$ $\quad$ или $\quad$ 2. $\begin{cases} y_A < 3x_A - 4 \\ y_B > 3x_B - 4 \end{cases}$

211006773 (U888031 M1274946)

Задача 3 чистовик

$$\begin{cases} \frac{3}{2}a > 3a-4 \\ \frac{1}{a} < -3a-4 \end{cases} \quad \text{или} \quad \begin{cases} \frac{3}{2}a < 3a-4 \\ \frac{1}{a} > -3a-4 \end{cases}$$

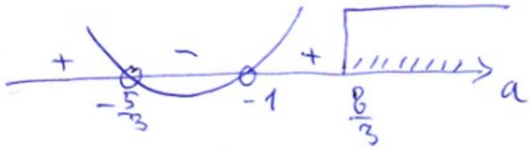
$$\begin{cases} \frac{3}{2}a < 4 \\ 3a+\frac{1}{a}+4<0 \end{cases} \qquad \begin{cases} a > \frac{8}{3} \\ \frac{1}{a} > -3a-4 \end{cases}$$

$3a^2+4a+1<0$

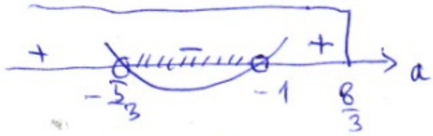
$\frac{D}{4} = 4-3 = 1$

$a = \frac{-4 \pm 1}{3}$

$3(a+\frac{5}{3})(a+1)<0$



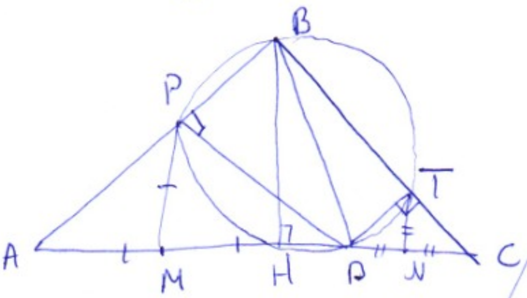
$a \in (\frac{8}{3}; +\infty)$



$a \in (-\frac{5}{3}; -1)$

Ответ: $a \in (-\frac{5}{3}; -1) \cup (\frac{8}{3}; +\infty)$

Задача 1 Решение:



Дано:
ΔABC
$D \in AC$
BD - диаметр
$AM = MD$
$PN = NC$
$PM \parallel TN$

Найти:
(А) $\angle ABC$ − ?

(А) 1) $\angle BPD = \angle BTD = 90^0$ − опирается на диаметр BD

2) ΔAPD − п/у, PM − медиана к гипотенузе $AD \Rightarrow PM = \frac{1}{2}AD = AM$

Аналогично, ΔDTC − п/у $\Rightarrow TN = \frac{1}{2}CD = NC$

3) ΔAMP − р/б $\Rightarrow \angle MAP = \angle ADM = \alpha$

$\angle AMP = 180 - 2\alpha$

4) ΔCNT − р/б $\Rightarrow \angle NCT = \angle CTN = \gamma \Rightarrow \angle TNC = 180 - 2\gamma$

ΔDNT − р/б и $\angle DTC = 90^0 \Rightarrow \angle NDT = \angle DTN = 90 - \gamma \Rightarrow DNT = 2\gamma$

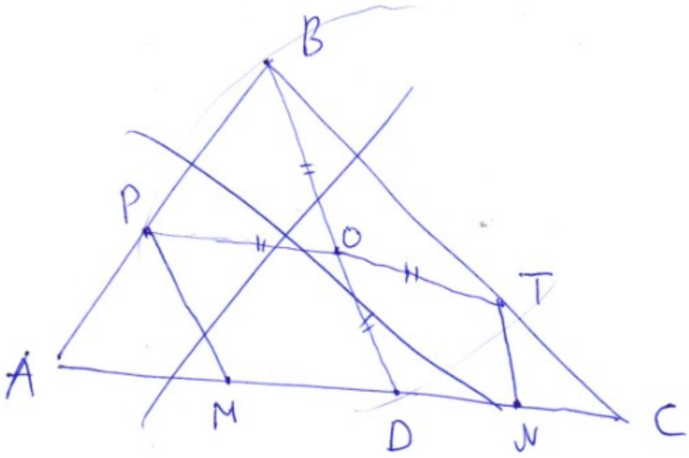
5) $PM \parallel TN \Rightarrow \angle AMP = \angle DNT$ − соответственные при $PM \parallel TN$ и секущей MN

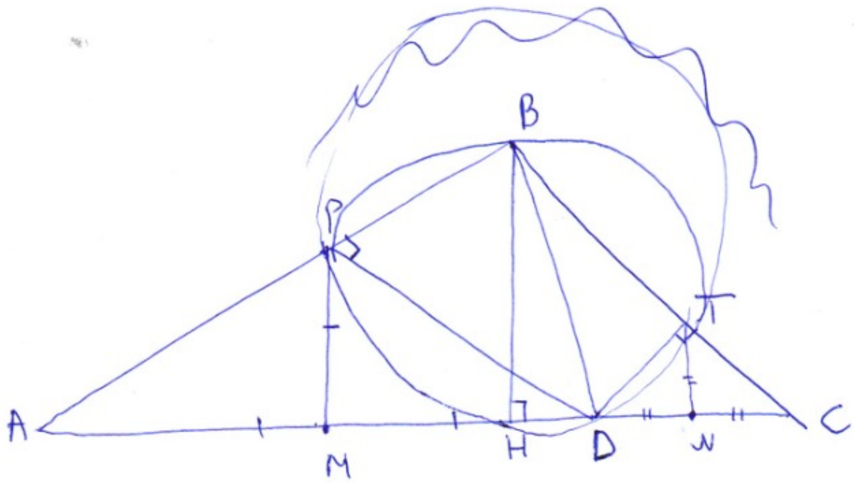
$180 - 2\alpha = 2\gamma \quad \alpha = 90 - \gamma$

6) $\angle ABC = 180 - \alpha - \gamma = 180 - \alpha - 90 + \alpha = \underline{90^0}$

211006773 (U888031 M1274946)

черновик





Дано: ΔABC

$D \in AC$

BD – диаметр

$AM = MD$

$PN = NC$

$PM \parallel TN$

Найти 1) $\angle ABC$ – ?

1) $\angle BPD = \angle BTD = 90^0$ ~~как~~ – опирается на диаметр BD

2) ΔAPD – п/у, PM – медиана к гипотенузе $AD \Rightarrow PM = \frac{1}{2}AD = AM$

Аналогично; ΔDTC – п/у. $\Rightarrow TN = \frac{1}{2}CD = NC$

3) ΔAMP – р/б $\Rightarrow \angle MAP = \angle APM = \alpha$

$\angle AMP = 180 - 2\alpha$

4) ΔCNT – р/б $\Rightarrow \angle NCT = \angle CTN = \gamma \Rightarrow \angle TNC = 180 - 2\gamma$

ΔDNT – р/б и $\angle DTC = 90^0 \Rightarrow NDT = \angle DTN = 90 - \gamma \Rightarrow DNT = 2\gamma$

5) $PM \parallel TN \Rightarrow \angle AMP = \angle DNT$ как соответственные при $PM \parallel TN$ и секущей MN

$180 - 2\alpha = 2\gamma \quad \alpha = 90 - \gamma$

6) $\angle ABC = 180 - \alpha - \gamma = 180 - \alpha - 90 + \alpha = 90^0$

$$4\left(\sqrt{x+4}\sqrt{6-x}\right)^2 + 2\sqrt{x+4}\sqrt{6-x} - 8\left(\sqrt{x+4}-\sqrt{6-x}\right) - 26 = 0$$

$$\left(\sqrt{x+4}\right)\sqrt{6-x} = t \qquad 8\left(\sqrt{x+4}-\sqrt{6-x}\right)+26 = m$$

$$4t^2 + 2t - \overset{m}{\cancel{8\left(\sqrt{x+4}-\sqrt{6-x}\right)-26}} = 0$$

$$\frac{D}{4} = 1 + 4m$$

$$t = \frac{-1 \pm \sqrt{1+4m}}{4}$$

$$\begin{array}{r} {}^{2}\\ 26 \\ \times\ 4 \\ \hline 104 \end{array}$$

$$\sqrt{x+4}\sqrt{6-x} = \frac{-1 \pm \sqrt{1+32\left(\sqrt{x+4}-\sqrt{6-x}\right)+104}}{4}$$

$$\sqrt{x+4} - \sqrt{6-x} - 2\sqrt{6-x}\sqrt{x+4} + 4 = 0$$

$$\sqrt{x+4} - \sqrt{6-x} = 2\sqrt{(6-x)(x+4)} - 4$$

$$\sqrt{x+4}\left(\sqrt{6-x}-1\right) + \sqrt{6-x}\left(\sqrt{x+4}+1\right) = 4$$

$$\sqrt{x+4} - \sqrt{6-x} - 2\sqrt{6-x}\sqrt{x+4} + 4 = 0$$

$$\sqrt{x+4} - \sqrt{6-x} + (x+4) + (6-x) - 2\sqrt{(6-x)(x+4)} - 10 + 4 = 0$$

$$\sqrt{x+4} - \sqrt{6-x} + \left(\sqrt{x+4}-\sqrt{6-x}\right)^2 - 6 = 0$$

Пусть $t = \sqrt{x+4} - \sqrt{6-x}$

$$t^2 + t - 6 = 0$$

$$D = 1 + 24 = 25$$

$$t = \frac{-1 \pm 5}{2}$$

$$t_1 = -3 \qquad t_2 = 2$$

$\sqrt{x+4} - \sqrt{6-x} = -3$

$3 + \sqrt{x+4} = \sqrt{6-x}$

$x + 4 + 9 + 6\sqrt{x+4} = 6 - x$

$6\sqrt{x+4} = -2x - 7 \qquad x \leq -3{,}5 \ (*)$

$36(x+4) = 4x^2 + 28x + 49$

$36x + 144 = 4x^2 + 28x + 49$

$4x^2 - 8x - 95 = 0$

$\frac{D}{4} = 16 + 4 \cdot 95 = 396$

$x = \frac{4 \pm \sqrt{396}}{4}$

$x = \frac{4 \pm 6\sqrt{11}}{4}$

$x = \frac{4 + 6\sqrt{11}}{4}$ не удовл. $(*)$

$\frac{4 - 6\sqrt{11}}{4} = \boxed{\frac{2 - 3\sqrt{11}}{2}} \approx -3{,}97$ удовл. $(*)$

$\sqrt{x+4} - \sqrt{6-x} = 2$

$\sqrt{x+4} = \sqrt{6-x} + 2$

$x + 4 = 6 - x + 4 + 4\sqrt{6-x}$

$2x - 6 = 4\sqrt{6-x}$

$x - 3 = 2\sqrt{6-x} \qquad x \geq 3 \ (**)$

$x^2 - 2x - 15 = 0$

$\frac{D}{4} = 1 + 15 = 16$

$x = 1 \pm 4$

$x_1 = -3$ не удовл. $(**)$ $\quad \boxed{x_2 = 5}$

ответ: $\frac{2 - 3\sqrt{11}}{2}$; 5

211006773 (U888031 M1274946)

№3

1) $4y^2+(8x-20a)y+(5x^2-22ax+26a^2)=0$

$4y^2+2\cdot(4x-10a)y+(5x^2-22ax+26a^2)=0$

$\frac{D}{4}=16x^2+100a^2-80ax-20x^2+88ax-104a^2=$

$=-4x^2-4a^2+8ax=-4(x-a)^2\le 0$

При $x=a$ $y=\frac{-4x+10a}{4}=\frac{-4a+10a}{4}=\frac{3}{2}a$

точка A $(a;\frac{3}{2}a)$

2) $ax^2+2a^2x-ay+a^3+1=0$

Если $a=0 \Rightarrow 1=0$, неверно

$y=x^2+2ax+a^2+\frac{1}{a}$

$y=(x+a)^2+\frac{1}{a}$

$x_B=-a$

$y_B=\frac{1}{a}$

вершина в т. $(-a;\frac{1}{a})$

3) $3x-y=4$

$y=3x-4$

1. $\begin{cases} y_A>3x_A-4 \\ y_B<3x_B-4 \end{cases}$ или 2. $\begin{cases} y_A<3x_A-4 \\ y_B>3x_B-4 \end{cases}$

$\begin{cases} \frac{3}{2}a>3a-4 \\ \frac{1}{a}<-3a-4 \end{cases}$ или $\begin{cases} \frac{3}{2}a<3a-4 \\ \frac{1}{a}>-3a-4 \end{cases}$

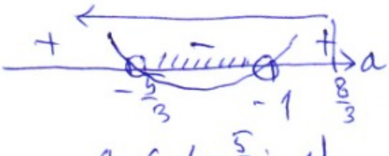
$\begin{cases} \frac{3}{2}a<4 \\ 3a+\frac{1}{a}+4<0 \end{cases}$ $\begin{cases} a>\frac{8}{3} \\ \frac{1}{a}>-3a-4 \end{cases}$

$3a^2+4a+1<0$

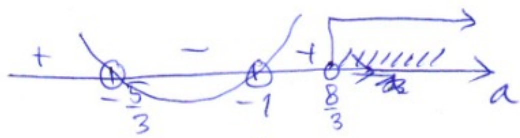
$\frac{D}{4}=4-3=1$

$a=\frac{-4\pm 1}{3}$

$3(a+\frac{5}{3})(a+1)<0$



$a\in(-\frac{5}{3};-1)$



$a\in(\frac{8}{3};+\infty)$

ответ: $a\in(-\frac{5}{3};-1)\cup(\frac{8}{3};+\infty)$

211006773 (U888031 M1274946)

Часть 2

Олимпиада: **Математика, 10 класс (2 часть)**

Шифр: **211006773**

ID профиля: **888031**

Вариант 9

Чистовик 1

Задача 4, решение:

$$\begin{cases} \frac{2}{x^2+y^2} + x^2y^2 = 2 \\ x^4+y^4+3x^2y^2 = 5 \end{cases}$$

Пусть $\begin{cases} x^2+y^2 = t \\ x^2y^2 = p \end{cases}$

Тогда $\begin{cases} \frac{2}{t} + p = 2 \\ t^2+p = 5 \end{cases}$

$$\begin{cases} \frac{2+pt}{t} = 2 \\ t^2+p = 5 \end{cases}$$

$p = 5 - t^2$

$\frac{2+(5-t^2)t}{t} = 2$

$2 + 5t - t^3 = 2t$

$2 + 3t - t^3 = 0$

$t^3 - 3t - 2 = 0$

схема Горнера

	1	0	-3	-2
-1	1	-1	-2	0

$(t+1)(t^2-t-2) = 0$

$t^2 - t - 2 = 0$

$D = 1 + 8 = 9$

$t = \frac{1 \pm 3}{2}$

$t_1 = -1 \quad t_2 = 2$

$x^2+y^2 = -1$ нет корней

$p = 5 - t^2 = 5 - 2^2 = 5 - 4 = 1$

$$\begin{cases} x^2+y^2 = 2 \\ x^2y^2 = 1 \end{cases}$$

x^2, y^2 – корни квадратного уравнения

$z^2 - 2z + 1 = 0$

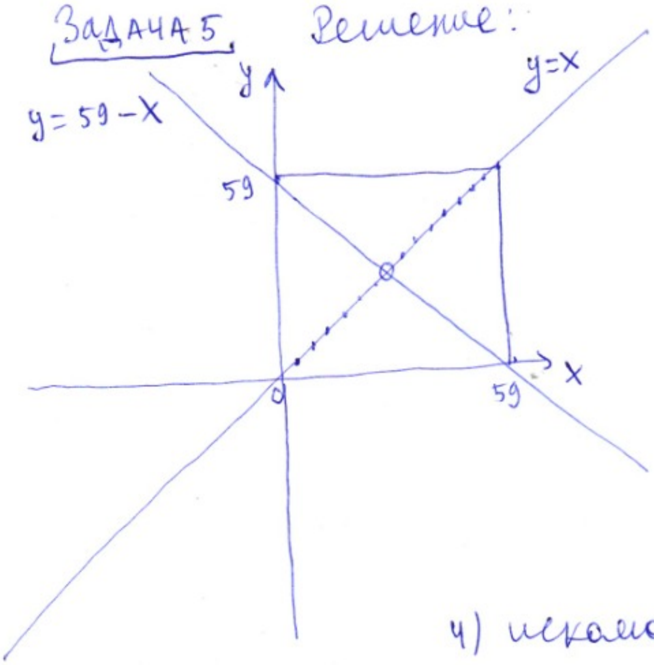
$z = 1$

$$\begin{cases} x^2 = 1 \\ y^2 = 1 \end{cases}$$

Ответ: $\{(1;1); (-1;1); (-1;-1); (1;-1)\}$

Чистовик 2

Задача 5. Решение:



1) Вариантов выбора 1 точки на одной из диагоналей, но не на границах граней квадрата.

58+57 = 115 (1 точка общая ⇒ 57)

2) Вариантов выбора узла внутри сетки:

58·58

3) Вариантов выбора 2 точки:

$58^2 - (58+57)$

варианты точек, ∥ одной из осей

4) искомое количество способов:

$115\cdot(58^2-115) = 115(3364-115) =$

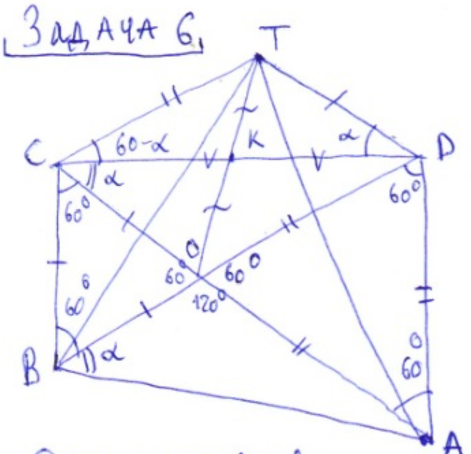
$= 3249\cdot 115 = 373.635$ способов

Ответ: 373.635

211006773 (U888031 M1274947)

Чистовик 3

Задача 6.



Дано:

ABCD - четырёхугольник;

$BD \cap AC = O$

$BO = OC = BC$; $\angle BOC = \angle OCB = \angle CBO = 60^0$

$AD = OD = OA$; $\angle AOD = \angle ODA = \angle DAO = 60^0$

$CK = KD$, $K \in CD$

$OK = TK$

Доказать:

а) ΔABT - правильный

Доказательство:

1) $\Delta COD = \Delta BOA$ (по 2 сторонам и $\angle$ между ними)

$BO = OC$ - по условию

$AO = OD$ - по условию

$\angle BOA = \angle COD$ - вертикальные

2) OCTD - параллелограмм по признаку (диагонали CD, OT делятся точкой K пополам)

$\Downarrow$

$CT = OD$ по свойству параллелограмма

$CO = DT$

3) $\Delta CTD = \Delta AOB$ по 3 сторонам: $CT = OA$, $TD = BO$, $CD = BA$

$\Downarrow$

$\angle OBA = \angle CDT = \alpha$

$\angle BAD = \angle TCD = 60 - \alpha$ ($\angle BOA = 120^0$ - смежный с $\angle BOC$)

$\Delta COD = \Delta BOA \Rightarrow$

$\Delta OCD = \Delta BOA$

$\angle OCD = \angle OBA = \alpha$

$\angle ODC = \angle OAB = 60 - \alpha$

4) $\Delta BCT = \Delta BOA$ по 2 сторонам и углу между ними

($\angle BCT = \angle BOA = (60+\alpha) + (60-\alpha) = 120^0$) $BC = BO$, $CT = AO$

$\Downarrow$

$\angle CBT = \alpha$

5) $\left.\begin{array}{l}\angle TBA = \angle CBA - \angle CBT = (60^0 + \alpha) - \alpha = 60^0 \\ \text{Аналогично } \angle BAT = 60^0\end{array}\right\} \Rightarrow \angle BTA = 180^0 - 60^0 - 60^0 = 60^0$

$\Downarrow$

ΔABT - правильный

Вывод: ΔABT - правильный

211006773 (U888031 M1274947)

черновик

№4

① $\begin{cases} \dfrac{2}{x^2+y^2} + x^2y^2 = 2 \quad (1) \\ x^4+y^4+3x^2y^2 = 5 \end{cases}$

(1) $\dfrac{2 + x^2y^2(x^2+y^2) - 2(x^2+y^2)}{x^2+y^2} = 0$

$$\frac{2 + x^4y^2 + x^2y^2 - 2x^2 - 2y^2}{x^2+y^2} = 0$$

$\cancel{x^2(x^2y^2-2)+y}$

$$x^4+y^4+3x^2y^2 = (x^2+y^2)^2 + x^2y^2 = 5$$

② Пусть $\begin{cases} x^2y^2 = p \\ x^2+y^2 = t \end{cases}$

③ $\begin{cases} \frac{2}{t} + p = 2 \\ t^2 + p = 5 \end{cases}$

④ $\begin{cases} \frac{2+pt}{t} = 2 \\ t^2+p = 5 \end{cases}$ ⑤ $p = 5 - t^2$

⑥ $\dfrac{2+(5-t^2)t}{t} = 2$

$2+5t-t^3 = 2t$

$2+3t-t^3 = 0$

$t^3-3t-2=0$

верно

~~⑨ $t = -1$~~ ~~$t=-1$ $t=2$~~

~~$x^2+y^2 = -1$ не подходит.~~ ~~$x^2+y^2=-1$ $x^2+y^2=2$~~

~~$2+pt-2t=$~~

$\dfrac{2+pt}{t} + 3 = t^2 + p$

$\dfrac{2+pt+3t}{t} = t^2+p$

$t^3 \cancel{+} -3t-2=0$

⑦

	1	0	−3	−2
1	1	1	−2	−4
−1	1	−1	−2	0

⑧ $t^2 - t - 2 = 0$

$D = 1+8 = 9$

$t = \frac{1 \pm 3}{2}$

$(t+1)(t^2-t-2) = 0$

$(t+1)(t+1)(t-2) = 0$

⑨ $t_1 = -1$ $t_2 = 2$

211006773 (U888031 M1274947)

черновик

$\cancel{t^2+2-\frac{2}{t}=5}$

$\cancel{t^3-3t-2=0}$

$\cancel{t=-1 \quad t=1} \quad t=2$

$\cancel{t^3-3t-2}=(t-1)(t+1)(t-2)$

$\cancel{t_1=1} \quad t_2=2$

$p=2-\frac{2}{t}=2-\frac{2}{2}=1$

$$\begin{cases} x^2+y^2=2 \\ x^2y^2=1 \end{cases}$$

x^2, y^2 – корни квадратного уравнения

$z^2-2z+1=0$

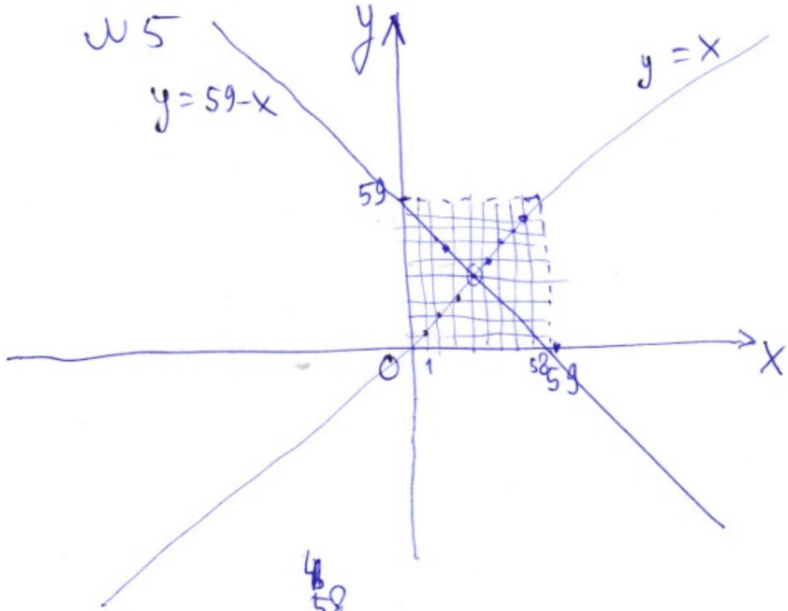
$z=1 \quad x^2=1 \quad y^2=1$

ответ: $\{(1;1)(-1;1)(-1;-1);(1;-1)$

$\cancel{x^2+y^2=x^2y^2+1}$

$x^2\cancel{-x^2y^2+y^2}=1$

№5



1; 1
2; 2 } узлы сетки в квадрате 3*3

$58+57=115$ вариантов выбора 1 точки
т.к. 1 т. общая

~~Выбрать~~ на одной из диагоналей, но не на границах граней квадрата.

58^2 – вариантов выбора узла внутри сетки

$58^2-(58+57)$ – варианты выбора 2 точки

варианты || одной из осей.

$115\cdot(58^2-115)=115(3364-115)=$

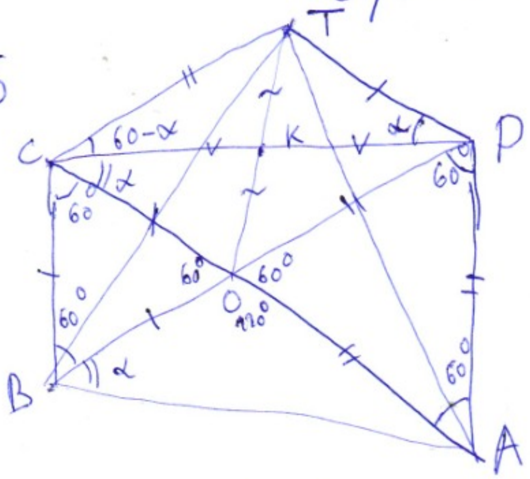
$=3249\cdot115=373635$ способов

$$\begin{array}{r} 58 \\ \times\ 58 \\ \hline 464 \\ 290 \\ \hline 3364 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 3249 \\ \times\ 115 \\ \hline 16245 \\ 3249 \\ 3249 \\ \hline 373635 \end{array}$$

Черновик

№6



Дано: ABCD - четырёхугольник;
$BD \cap AC = O$
$BO = OC = BC$; $\angle BOC = \angle OCB = \angle CBO = 60^0$
$AD = OD = OA$ $\angle AOD = \angle ODA = \angle DAO = 60^0$
$CK = KD, K \in CD$
$OK = TK$

а) Доказать:
ΔABT - правильный

Доказательство:

1) $\Delta COD = \Delta BOA$, ~~так как~~ по 2 сторонам и углу между ними.
$BO = OC$, $AO = OD$ } по условию
$\angle BOA = \angle COD$ - как вертикальные.

2) OCTD - параллелограмм по признаку (диагонали CD и OT делятся точкой K пополам)
⇓
$CT = OD$, $CO = DT$ по свойству параллелограмма

3) $\Delta CTD = \Delta AOB$ по 3 сторонам: $CT = OA$, $TD = BO$, $CD = BA$ ($\Delta COD = \Delta BOA$)
⇓
$\angle OBA = \angle CDT = \alpha$
$\angle BAD = \angle TCD = 60 - \alpha$ (т.к $\angle BOA = 120^0$ как смежный с $\angle BOC$)

т.к ~~из равенства~~ $\Delta COD = \Delta BOA$
$\Delta OCD = \Delta BOA$
$\angle OCD = \angle OBA = \alpha$
$\angle ODC = \angle OAB = 60 - \alpha$

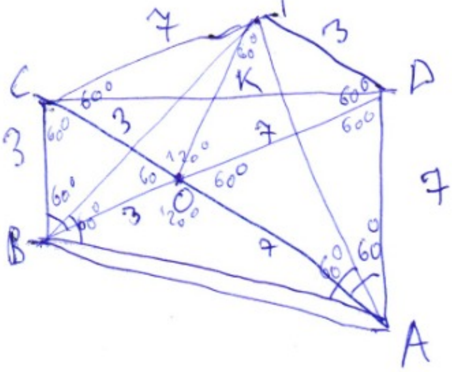
4) $\Delta BCT = \Delta BOA$ по 2 сторонам и углу между ними:
($\angle BCT = 60 + \alpha + 60 - \alpha = 120^0 = \angle BOA$)
$BC = BO$; $CT = AO$
⇓
$\angle CBT = \alpha$

5) $\angle TBA = \angle CBA - \angle CBT = 60^0 + \alpha - \alpha = 60^0$
Аналогично $\angle BAT = 60^0$
} $\Rightarrow \angle BTA = 180^0 - 60^0 - 60^0 = 60^0$
⇓
ΔABT - правильный

Вывод: ΔABT - правильный

211006773 (U888031 M1274947)

черновик



$\frac{S_{ABT}}{S_{ABCD}}$ — ?

$\frac{(3+7)\sqrt{3}}{2} \cdot \cos 60 = \frac{10\sqrt{3}}{4} = \frac{5\sqrt{3}}{2}$

211006773 (U888031 M1274947)