

Часть 1

Олимпиада: **Математика, 10 класс (1 часть)**

Шифр: **211006352**

ID профиля: **179881**

Вариант 9

перепробуй

$$(4x - a)(x^2 + bx + c) = 4x^3 + 4x^2 - 119x - 285$$

$$4x^3 + 4bx^2 + 4cx - ax^2 - abx - ac = 4x^3 + 4x^2 - 119x - 285$$

$$\begin{array}{r} 285 \\ + 119 \\ \hline 404 \end{array}$$

$$(4b - a) = 4 \quad a = 4b - 4$$

$$4c - ab = 119 \quad 4c - (4b - 4)b = 119$$

$$ac = 285 \quad (4b - 4)c = 285$$

$$4bc - 4b^2 + 4b = 404$$

$$bc - b^2 + b = 101$$

$$bc - b^2 - (c - 1)b + 1 = 0$$

$$b = \sqrt{101} \quad c = 1$$

$$(4x - 4\sqrt{101})(x^2 + \sqrt{101}x + 1) =$$

$$4(x - \sqrt{101})(x^2 + \sqrt{101}x + 1) = 0$$

$$4(x^3 + \sqrt{101}x^2 + x - \sqrt{101}x^2 - 101x - \sqrt{101}) =$$

$$4c = 119 + 4b^2 - 4b$$

$$4bc - 4c = 285$$

$$4bc - 4b^2 + 4b = 404$$

$$bc - b^2 + b = 101$$

$$(4x - 4\sqrt{101} + 4)(x^2 + \sqrt{101}x + 1) = 4x^3 + 4\sqrt{101}x^2 + 4x - 4\sqrt{101}x^2 - 4 \cdot 101x - 4\sqrt{101} + 4x^2 + 4\sqrt{101}x + 4$$

перепробуй

$$A: 26a^2 - 22ax - 20ay + 5x^2 + 8xy + 4y^2 = 0$$

напр $ax^2 + 2a^2x - ay + a^3 + 1 = 0$

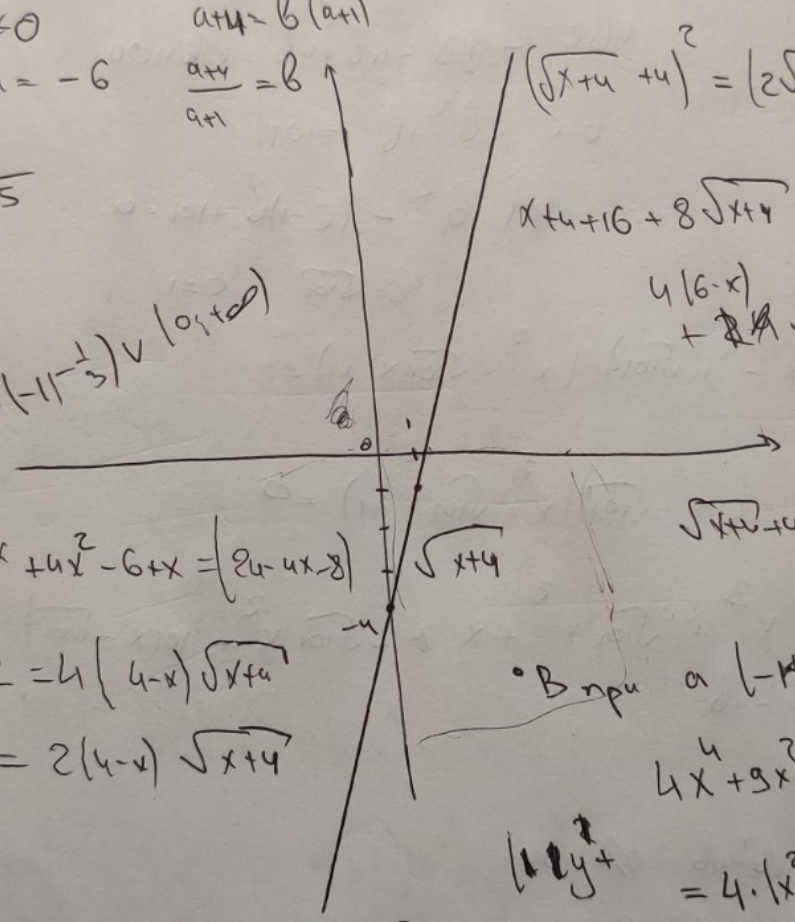
B) $x_6 = \frac{-2a^2}{2a} = -a$

$$\begin{array}{r} +41 \\ \hline 1641 \\ \hline 1631 \\ \hline a \neq 0 \end{array}$$

$$50 - 15 - 41 = -6$$

$$\frac{1631}{1425}$$

• B
 npu
 $a \in (-1; -\frac{1}{3}) \cup (0; +\infty)$



$$x + 20 - 96 - 8x + 4x^2 - 6 + x = (2x - 4x - 8) \sqrt{x+4}$$

$$4x^2 - 6x - 82 = 4(4-x) \sqrt{x+4}$$

$$2x^2 - 3x - 41 = 2(4-x) \sqrt{x+4}$$

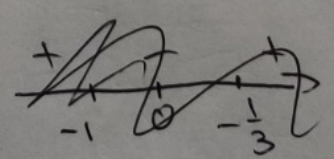
$$26a^2 - 22ax - 20ay + 5x^2 + 8xy + 4y^2 = 0$$

$$\frac{1}{a} \Rightarrow -3a - 4 \quad \left(\frac{11a^2 - x^2}{12a^2 - 22ax + x^2} \right)^2$$

$$\frac{1}{a} + 3a + 4 > 0$$

$$\frac{1 + 3a^2 + 4a}{a} > 0$$

$$\frac{(a+1)(3a+1)}{a} > 0$$



$$\sqrt{x+u} - \sqrt{6-x} + 4 = 2\sqrt{2u+2x-x^2}$$

$$4x^4 - 12x^3 - 155x^2 + 246x + 41 = 4x^3 - 16x^2 - 64x + 256$$

$$4x^4 - 16x^3 - 139x^2 + 310x + 1425 = 0$$

$$y = 3x - 4$$

$$ay = 1$$

$$y = \frac{1}{a}$$

$$-a \mid \frac{1}{a}$$

$$a+u = b(a+1)$$

$$\frac{a+u}{a+1} = b$$

$$(\sqrt{x+u} + u)^2 = (2\sqrt{2u+2x-x^2} + \sqrt{6-x})^2 =$$

$$x+u+16 + 8\sqrt{x+u} = 4 \cdot (2u+2x-x^2) + 6-x +$$

$$4(6-x) + \sqrt{16(x+u)}$$

$$\sqrt{x+u} + u = (\sqrt{x-6x})(\sqrt{x+u-1})$$

• B npu $a \in (-1; -1) \cup (-\frac{1}{3}; 0)$

$$4x^4 + 9x^2 + 41 - 12x^3 - 164x^2 + 6x - 41 =$$

$$4x^4 + 9x^2 + 41 - 12x^3 - 164x^2 + 6x - 41 =$$

$$= 4 \cdot (x^2 - 8x + 16) \cdot (x+4)$$

$$(x^2 - 8x + 16) \cdot (4x + 16) =$$

$$= 4x^3 - 32x^2 + 64x + 16x^2 - 128x + 256$$

Чертков $1-3 = 2\sqrt{24-6-9} - 4 \quad -2 = 6-4 \quad \frac{24}{36}$
 $\sqrt{x+4} - \sqrt{6-x} = 2\sqrt{24+2x-x^2-4} \quad |^2 \quad -2=2 \quad \frac{24}{36}$

$x+4 + 6 - 2\sqrt{24+2x-x^2} = 4 \cdot 24 + 8x - 4x^2 + 16 = 16\sqrt{24+2x-x^2}$
 $7\sqrt{24+2x-x^2} = -4x^2 + 8x + 51 = 0 \quad \begin{matrix} 285 & | & 5 \\ 54 & & 3 \\ 19 & & 19 \end{matrix}$

$49 \cdot 24 + 98x - 49x^2 = 4x^4 - 8x^3 - 102x^2 - 8x + 16x^2 + 204x -$
 $-4 \leq x \leq 6 \quad -500 + 100 - 285 + 595 \quad -102x^2 + 204x + 51^2$

$4x^4 - 16x^3 - (102 + 16 - 49)x^2 + (208 - 98)x + 51^2 - 49 \cdot 24$
 $4x^4 - 16x^3 - 139x^2 + 310x + 1425 = 0 \quad \begin{matrix} 204 \\ -49 \\ \hline 155 \\ -16 \\ \hline 139 \end{matrix} \quad \begin{matrix} 4x^3 + 4x^2 - 119x - 285 = 0 \\ + 204x \\ \hline 108x \\ + 285 \\ \hline 144 \end{matrix}$

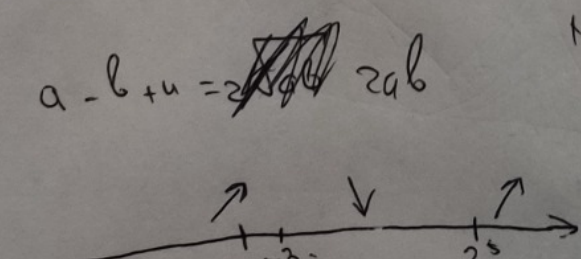
$4x^3 - 16x^2 - 139x + 310$
 $\begin{matrix} 4x^3 & -16x^2 & -139x & +310 & +1425 \\ -4x^3 & & & & \\ \hline & -16x^2 & -139x & +310 & \\ & -16x^2 & & & \\ \hline & & -139x & +310 & \\ & & -139x & & \\ \hline & & & +310 & \\ & & & -119x^2 & +310 \\ & & & -119x^2 & +595 \\ \hline & & & & -285x + 1425 \end{matrix} \quad \begin{matrix} x-5 \\ \hline 4x^3 + 4x^2 - 119x - 285 \\ + 119x \\ \hline 595 \\ + 357 \\ \hline 952 \end{matrix} \quad \begin{matrix} 119 \\ 3 \\ \hline 357 \\ + 357 \\ \hline 714 \end{matrix}$

$11(x-5)(4x^2+4x-119x-285) = 0$
 $4(x^2+x^2) = 119x+285$
 $119x \equiv 285 \quad 3$
 $285 \equiv 1 \quad 19$
 $3x \equiv -1 \quad 4$
 $(3x+1):4$

$f' = 12x^2 + 8x - 119 = 0$
 $D = 64 + 4 \cdot 12 \cdot 119 = 64 + 48 \cdot 119 = 16(4 + 3 \cdot 119)$
 $16 \cdot 19$

$\sqrt{D} = 4 \cdot 19 = 76$
 $x = \frac{-8 + 76}{24} = \frac{68}{24} = \frac{17}{6} = 2\frac{5}{6}$
 $x = \frac{-8 - 76}{24} = \frac{-84}{24} = -3.5$

$f(-3.5) = 4 \cdot (-3.5)^2 + 119 \cdot (-3.5) - 285$
 $-112.5 - 285 + 416.5 > 0$

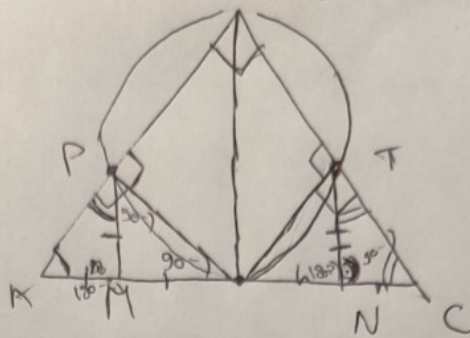
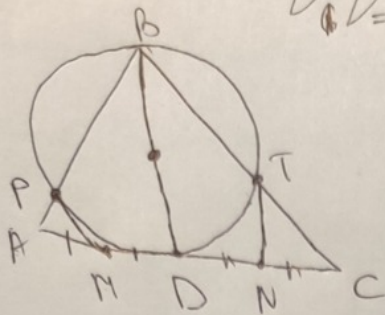


Упробук

$$1 \rightarrow 3+4 = 2\sqrt{24-6-9} \quad \text{B} \quad 6 = 2\sqrt{5} = 2$$

$$3-1+4 = 2\sqrt{24+10-25}$$

$$\begin{array}{r} \times 33 \\ 59 \\ \hline 1089 \end{array}$$



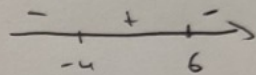
$$\begin{array}{r} 13 \\ 45 \\ \times 24 \\ \hline 196 \\ 98 \\ \hline 11676 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} -1176 \\ 1089 \\ \hline 87 \end{array}$$

$$\sqrt{x+4} - \sqrt{6-x} + 4 = 2\sqrt{24+2x-x^2}$$

$$\begin{aligned} -x^2 + 2x + 24 &= \\ &= (x+4)(6-x) \Rightarrow 0 \end{aligned}$$

1) $x \geq -4$
 $x \leq 6$



$$\sqrt{x+4} - \sqrt{6-x} - 2\sqrt{24+2x-x^2} = 48+4x-2x^2 - 16\sqrt{24+2x-x^2} + 16$$

$$14\sqrt{24+2x-x^2} = -2x^2 + 2x + 66$$

$$7\sqrt{24+2x-x^2} = -x^2 + x + 33$$

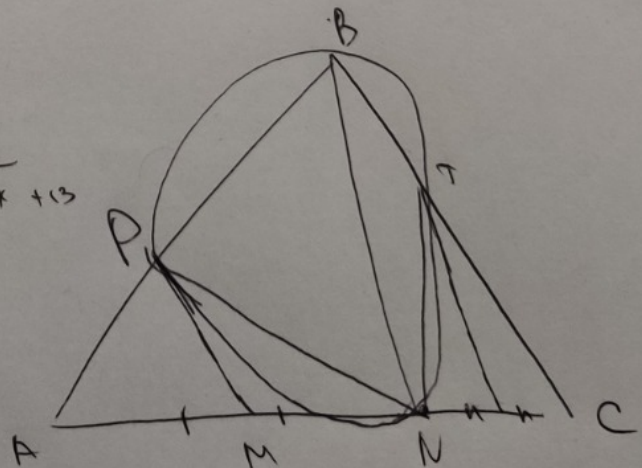
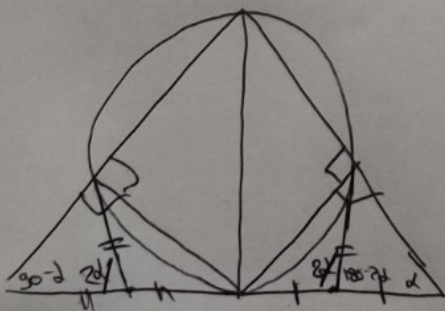
$$49 \cdot 24 + 98x - 49x^2 = x^4 - x^3 - 33x^2 - x + 33x - 33x^2 + 33x + 33^2$$

$$x^4 - 2x^3 - (66 - 49 - 1)x^2 - (98 - 66)x + 33^2 - 49 \cdot 24 = 0$$

$$\begin{array}{r} x^4 - 2x^3 - 16x^2 - 32x - 87 \\ \underline{y - 5x^2} \\ 3x^3 - 16x^2 - 32x - 15x^2 \end{array}$$

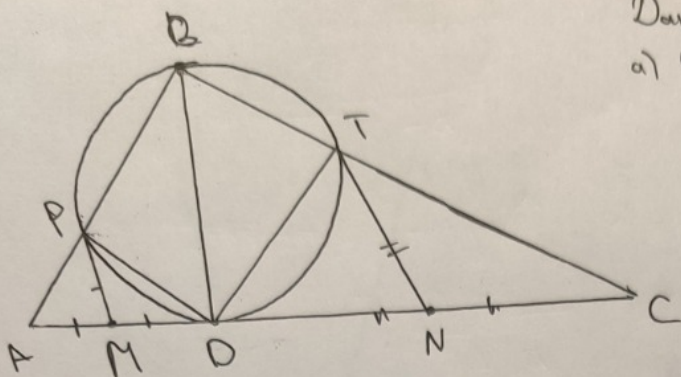
$$\begin{array}{r} x-5 \\ \hline x^3 + 3x^2 - x - 37 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} -x^2 - 37x \\ \underline{-x + 5x} \\ -37x + 13 \end{array}$$



Условие задачи

№1



Дано:

а) $\triangle ABC$

$DE \perp AC$

BD - диаметр

$AM=MD$

$CN=ND$

$PM \parallel TN$

а) Найти $\angle ABC$

б) $MP = \frac{1}{2}$; $NT = \frac{5}{2}$; $BD = 2$, Найти: S_{ABC}

Решение

а) 1) т.к. BD - диаметр, то $\angle BPD = \angle BTD = 90^\circ$, т.к. опираются на диаметр.

Тогда $\angle APD = \angle CTD = 90^\circ$.

2) т.к. PM - медиана в прямоугольном треугольнике APD , то по св.св. $AM = MD = PM$,

аналогично в $\triangle DTC$: $\angle DTC = 90^\circ$ TN - медиана, тогда $DN = NC = TN$

3) $\angle AMP = \alpha$, тогда $\angle A = \angle APM = \frac{180^\circ - \alpha}{2} = 90^\circ - \alpha$.

4) т.к. $PM \parallel TN$, то $\angle TND = \angle PMA = \alpha$, тогда $\angle TNC = 180^\circ - \alpha$, тогда

$$\angle C = \angle NTC = \frac{180^\circ - (180^\circ - \alpha)}{2} = \alpha.$$

$$5) \angle ABC = 180^\circ - \angle A - \angle C = 180^\circ - (90^\circ - \alpha) - \alpha = 90^\circ$$

$$6) \text{ из п.1: } AM = MP = PM = \frac{1}{2}, \quad DN = NC = TN = \frac{5}{2}, \quad \text{тогда } AC = 2PM + 2TN =$$

$$= 2 \cdot \frac{1}{2} + 2 \cdot \frac{5}{2} = 6$$

2) т.к. ~~окружность~~ окружность имеет единственную точку пересечения с AC , то

AC - касательная к окружности, тогда $BD \perp AC$, тогда

$$S_{ABC} = \frac{1}{2} AC \cdot BD = \frac{1}{2} \cdot 6 \cdot 2 = 6$$

21100635 (U179) 81 (M275) 12) б) $S_{ABC} = 6$

Условие ~~мет~~ мет 3

парабола: $ax^2 + 2a^2x - ay + a^3 + 1 = 0$; $y = x^2 + 2ax + a^2 + \frac{1}{a}$;

$x_B = \frac{-2a}{2} = -a$

прямая $\rightarrow x - y = 4$

$y_0 = y(x_0) = (-a)^2 + 2a(-a) + a^2 + \frac{1}{a} =$

$= a^2 + a^2 - 2a^2 + \frac{1}{a} = \frac{1}{a}$

Точка B $(-a; \frac{1}{a})$

~~мет~~

$3x - y = 4$

Точка B лежит выше прямой

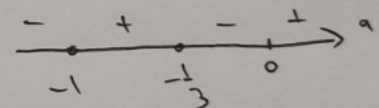
при

$3(-a) - \frac{1}{a} > 4$

$3a + \frac{1}{a} + 4 < 0$

$\frac{3a^2 + 4a + 1}{a} < 0$

$\frac{(a+1)(3a+1)}{a} < 0$



В выше прямой $3x - y = 4$ при $a \in (-\infty; -1) \cup (-\frac{1}{3}; 0)$

В ниже прямой $3x - y = 4$ при $a \in (-1; -\frac{1}{3}) \cup (0; +\infty)$

Задача №2

N2

$$\sqrt{x+4} - \sqrt{6-x} + 4 = 2\sqrt{24+2x-x^2}$$

1) $-4 \leq x \leq 6$

2) $\sqrt{x+4} + 4 = 2\sqrt{24+2x-x^2} + \sqrt{6-x} \quad | \wedge^2$

$$x+4+16+8\sqrt{x+4} = 96+8x-4x^2+6-x+4\sqrt{6-x}\sqrt{(6-x)(4+x)}$$

$$4x^2-6x-82 = (24-4x-8)\sqrt{x+4} \quad | :2$$

$$2x^2-3x-41 = 2(4-x)\sqrt{x+4} \quad | \wedge^2$$

$$4x^4 - 12x^3 - 155x^2 + 246x + 1681 = 4x^3 - 16x^2 - 64x + 256$$

$$4x^4 - 16x^3 - 139x^2 + 310x + 1425 = 0$$

$$(x-5)(4x^3+4x^2-119x-285) = 0$$

$x = -5$ - корень уравнения

Ответ: $x = -5$

Часть 2

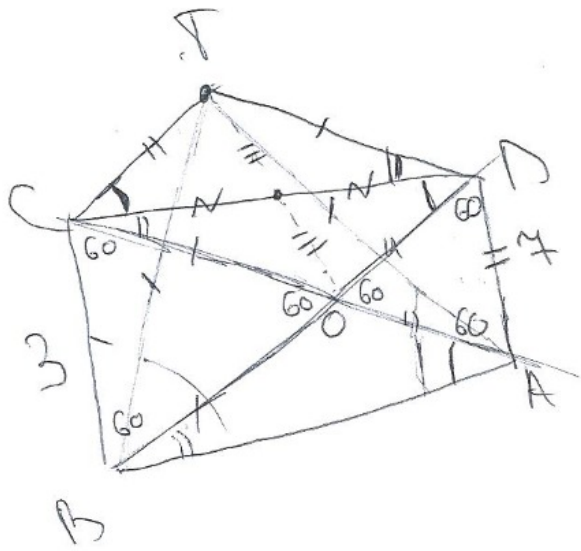
Олимпиада: **Математика, 10 класс (2 часть)**

Шифр: **211006352**

ID профиля: **179881**

Вариант 9

republic



Чепробук

$$58^2 - 2 \cdot 58 - 58^2 - 2 \cdot 58$$

$$58(58^2 - 4 - 58)$$

~~2740 330 25~~
~~310328~~

$$C_2^{58^2}$$

$$\frac{58^2!}{2! \cdot (58^2 - 2)!}$$

$$\frac{(58^2 - 1) 58^2}{2}$$

$$\begin{array}{r} 6 \\ 58 \\ \times 58 \\ \hline 464 \\ 290 \\ \hline 3364 \\ - 62 \\ \hline 3302 \\ \times 58 \\ \hline 26412 \\ + 16510 \\ \hline 191512 \end{array}$$

$$(58^3 - 58 - C_{58}^2) \cdot 2 - 58^2 - 113 \cdot 116$$

$$a=1$$

$$b=4$$

$$\begin{aligned} x^2 + y^2 &= 1 \\ x^2 + y^2 &= 4 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} y &= 1 - y^2 \\ -y^2 - y^4 + 4y &= 0 \\ y^2 + y^4 - 4y &= 0 \\ y^2(1 + y^2) - 4y &= 0 \\ y^2 + 2 &= 0 \\ y &= \pm \sqrt{2} \\ y &= -\sqrt{2} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &+ \frac{226}{58} \\ &+ \frac{284}{57} \\ &+ \frac{341}{2} \\ &+ 343 \end{aligned}$$

$$\left(58 \cdot (58^2 - 1) - \frac{57 \cdot 58}{2} \right) \cdot 2 - 58^2 - 58 \cdot 2 \cdot 113$$

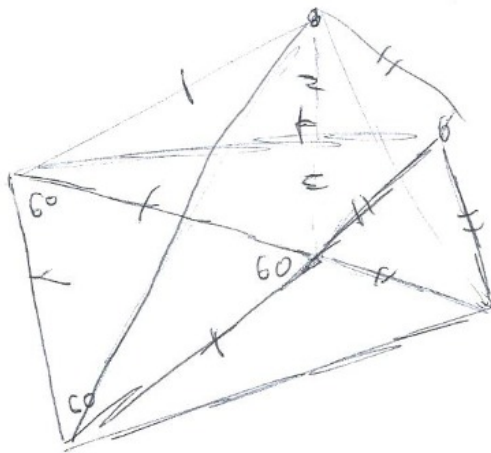
$$2 \cdot 58(58^2 - 1) - 58 \cdot 57 - 58^2 - 58 \cdot 226 =$$

$$= 58(2 \cdot 58^2 - 2 - 57 - 58 - 226) =$$

$$\begin{aligned} &6728 \\ &- 343 \\ \hline &6385 \end{aligned}$$

$$= 58 \cdot (6728 - 2 - 57 - 58 - 226) = 58 \cdot (6728 - 343) = 6385 \cdot 58 =$$

$$\begin{array}{r} 13542 \\ 6385 \\ \times 58 \\ \hline 51080 \\ + 31925 \\ \hline 370330 \end{array}$$



$$2a^2 - a^2 \cos(2\pi) + a^2 \sqrt{3} \sin(2\pi) - 2b^2 + b^2 \cos(2\pi) - b^2 \sqrt{3} \sin(2\pi)$$

$$2a^2 - a^2 \cos(2\pi) + \sqrt{3} a^2 \sin(2\pi) - 2b^2 + b^2 \cos(2\pi) - \sqrt{3} b^2 \sin(2\pi)$$

berpuk

$$\begin{cases} x^2 + y^2 + z^2 = 2 \\ x^2 + y^2 + 3z^2 = 5 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x^2 + y^2 = a \\ x^2 + y^2 = b \end{cases} \quad a, b > 0 \quad a \neq b$$

$$\begin{cases} \frac{2}{a} + b = 2 \\ a^2 - 2b + 3b = 5 \end{cases} \quad \begin{cases} \frac{2}{a} + b = 2 \\ a^2 + b = 5 \end{cases}$$

$$a^3 - a^2 - 2a + a^2 - a - 2$$

$$(a+1)^2 (a-2) =$$

$$(a^2 + 2a + 1)(a-2) =$$

$$= a^3 + 2a^2 + a - 2a^2 - 4a - 2 = a^3 - 3a - 2$$

$$\frac{2}{a} - 2 = a^2 - 5$$

$$a^2 - \frac{2}{a} = 3$$

$$a^3 - 3a - 2 = 0$$

$$\begin{cases} (a+1)(a^2 - a - 2) = 0 \\ (a+1)(a-2)(a+1) \end{cases}$$

$$\begin{cases} a = -1 \\ a = 2 \end{cases}$$

$$a = 2$$

$$BT^2 = 2a^2 - 2a^2 \cos(60^\circ + 2\pi)$$

$$AT^2 = 2b^2 - 2b^2 \cos(60^\circ + 2\pi)$$

$$1 + b = 2$$

$$b = 1$$

$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 2 \\ z - y^2 = x^2 \end{cases}$$

$$x^2 + y^2 = 1$$

$$(z - y^2)y = 1$$

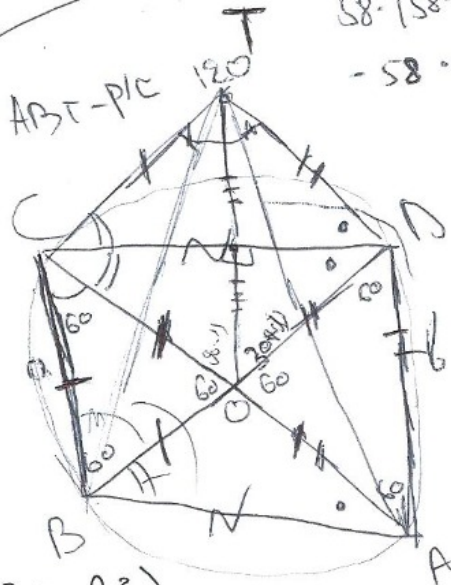
$$y^4 - 2y^2 + 1 = 0$$

$$(y^2 - 1)^2 = 0$$

$$y = \pm 1$$

$$x = \pm 1$$

(!) ABCT-PLC



$$58 \cdot (58^2 - 1) \cdot 2 - 58^3 - 58 \cdot 2$$

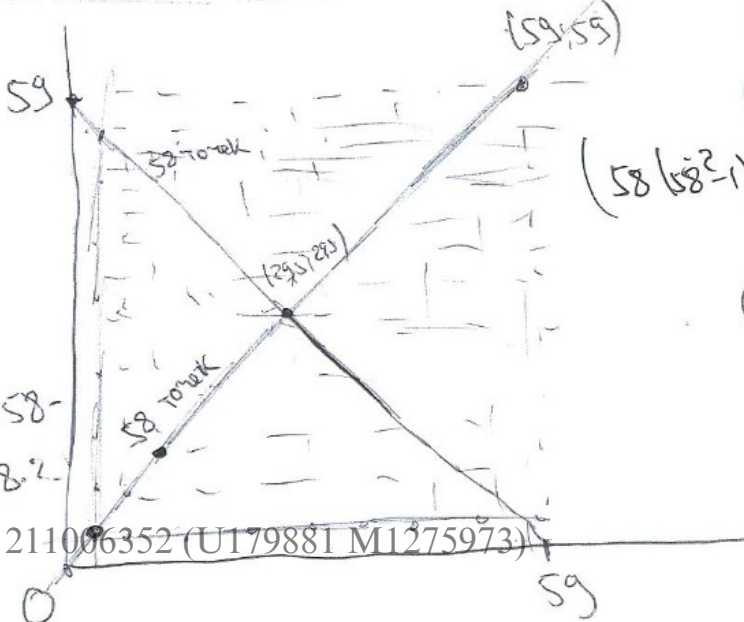
$$\frac{a}{\sin \alpha} = \frac{b}{\sin \beta}$$

$$(58(58^2 - 1) - C_{58}) \cdot 2 \quad x = 59 - x \quad x = 29.5$$

6000 torok 58^2

kebozum. 57.2 57.58

$$C_{58}^2 - 58 \cdot C_{58} \cdot 2$$



Умножив на 1

N4

$$\begin{cases} \frac{z}{x^2+y^2} + x^2y^2 = 2 \\ x^4+y^4 + 3x^2y^2 = 5 \end{cases}$$

$$\left. \begin{array}{l} x^2+y^2 = a, \quad a \neq 0, \quad a > 0 \\ x^2y^2 = b, \quad b \geq 0 \end{array} \right\} \text{ тогда получим:}$$

$$\begin{cases} \frac{z}{a} + b = 2 \\ a^2 - 2b + 3b = 5 \end{cases} \begin{cases} b = -\frac{z}{a} + 2 \\ b = 5 - a^2 \end{cases} \begin{cases} b = 5 - a^2 \\ 2 - \frac{z}{a} = 5 - a^2 \end{cases} \begin{cases} b = 5 - a^2 \\ a^2 - \frac{z}{a} - 3 = 0 \end{cases}$$

Решим отдельно второе уравнение.

$$a^2 - \frac{z}{a} - 3 = 0 \quad | \cdot a \neq 0$$

$$a^3 - 3a - z = 0$$

$$(a+1)(a^2-a-z) = 0 \Leftrightarrow (a+1)(a+1)(a-z) = 0$$

$$\begin{cases} a = -1 - \text{не соотв. уса. } a > 0. \\ a = z \end{cases}$$

$$\begin{cases} a = 2 \\ b = 5 - a^2 \end{cases} \begin{cases} a = 2 \\ b = 1 \end{cases}$$

Вернемся к замене

$$\begin{cases} x^2+y^2 = 2 \\ x^2y^2 = 1 \end{cases} \begin{cases} x^2 = 2-y^2 \\ (2-y^2)y^2 = 1 \end{cases} \begin{cases} x^2 = 2-y^2 \\ y^4 - 2y^2 + 1 = 0 \end{cases} \begin{cases} x^2 = 2-y^2 \\ (y^2-1)^2 = 0 \end{cases} \begin{cases} x^2 = 2-y^2 \\ y^2 = 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x^2 = 1 \\ y^2 = 1 \end{cases}$$

Получим

$$\begin{cases} x=1, y=1 \\ x=1, y=-1 \\ x=-1, y=1 \\ x=-1, y=-1 \end{cases}$$

Ответ: $(1|1); (1|-1); (-1|1); (-1|-1)$.

Числовик лист 2

№ 5

Посчитаем кол-во способов выбрать 2 точки, одна из которых лежит на прямой $y = x$. Заметим, что внутри квадрата 58 точек, лежащих на прямой $y = x$. Для каждой из этих точек парой может быть любая другая точка, тогда всего вариантов $58(58-1)$.

Но заметим, что при таком подсчёте случаи, когда обе точки лежат на $y = x$ были посчитаны по 2 раза (для 1-й точки и для 2-й), тогда действительное кол-во вариантов $58(58-1) - C_{58}^2$.

Аналогично есть $58(58-1) - C_{58}^2$ вариантов выбора точек где хотя-бы одна лежит на прямой $y = 59 - x$. Тогда всего вариантов когда хотя-бы одна из точек лежит на одной из прямых $y = x$ и $y = 59 - x$:

$(58(58-1) - C_{58}^2) \cdot 2$. Но при этом были дважды посчитаны случаи, когда одна из точек лежит на одной прямой, а другая на второй.

Прямые не имеют общих узлов ($x = 59 - x$ при $x = 29.5$), значит для каждой из точек на одной прямой есть 58 вариантов расположения точки на другой прямой, тогда всего таких ситуаций 58^2 , тогда ситуаций где хотя-бы одна точка лежит на $y = x$ или $y = 59 - x$:

$$(58(58-1) - C_{58}^2) \cdot 2 - 58^2 = \boxed{\text{кол-во 1}}$$

Посчитаем случаи, когда обе точки лежат на прямой, параллельной ϕ координатной оси, при этом хотя-бы одна из точек на прямых $x = y$ или $x = 59 - y$.

Заметим, что для каждой из 116 точек на двух прямых есть по 2-57 точек, с которыми образуются прямая, параллельная оси. Тогда таких ситуаций

$$116 \cdot 57 \cdot 2 = 116 \cdot 114. \text{ Но при этом были дважды посчитаны случаи, где на}$$

прямой, параллельной ϕ оси обе точки лежат на разных прямых из $y = x$ и $y = 59 - x$.

Таких случаев всего 116 (58 по верт. и 58 по горизонт.) Тогда получим

число случаев с прямой, параллельной оси, где одна из точек на $y = x$ или $y = 59 - x$,

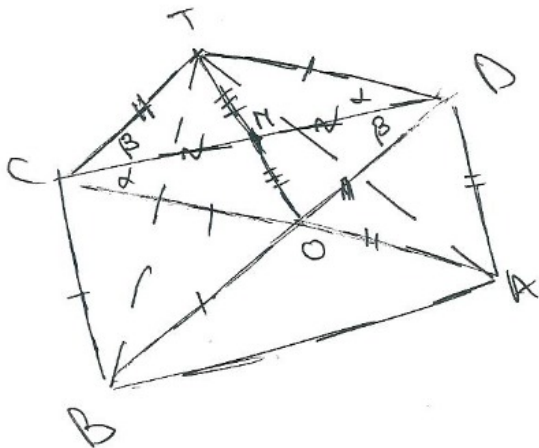
$$116 \cdot 114 - 116 = 116 \cdot 113 = \boxed{\text{кол-во 2}}$$

Тогда чтобы найти искомого число вариантов нужно от $\boxed{\text{кол-ва 1}}$ отнять $\boxed{\text{кол-во 2}}$

Получим:

$$(58(58-1) - C_{58}^2) \cdot 2 - 58^2 - 116 \cdot 113 = 370330$$

Ответ: 370330 способов.



Дано: $ABCD$ - квадрат

$\triangle BOC$: $BC=OC=OB$

$\triangle AOD$: $AO=OD=AD$

ϕ $CM=MD$

$OM=MT$

а) Д-ти: $\triangle ABT$: $AT=AB=BT$

Д-во. 1) $\triangle CMT = \triangle DMO$ по 2-м сторонам ($CM=MD, TM=MO$) и углу между ними, тогда $CT=OD=AO=AD$

2) Аналогично $\triangle CMO = \triangle DMT$, $\Rightarrow AT=CO=OB=CB$

3) $\angle DCO = \alpha, \angle CDO = \beta$, тогда $\angle TCD = \angle CDO = \beta$;
 $\angle TPC = \angle DCO = \alpha$ (из равенства треугольников в пунктах 1 и 2).

4) заметим что $\angle OCP + \angle ODC = \angle BOC$ (внешний угол), а т.к.
 $\triangle BCO$ - равносторонний, то $\alpha + \beta = 60^\circ$; тогда $\angle CTD =$
 $= 180^\circ - \alpha - \beta = 120^\circ$

5) $\angle KDAT = \angle KDO + \beta + \alpha = 60^\circ + 60^\circ = 120^\circ = \angle CTD$

6) Рассмотрим $\triangle ADT$ и $\triangle CTD$:

1) $AD=CT$

2) DT - общая

3) $\angle ADT = \angle CTD = 120^\circ$

Тогда по 2-м сторонам и углу между ними

$\triangle ADT = \triangle CTD$, тогда $AT=CD$

7) Рассмотрим $\triangle ADT$ и $\triangle TCB$:

1) $AD=TC$

2) $DT=CB$

3) $\angle BCT = \angle BCO + \alpha + \beta = 120^\circ = \angle ADT$

Значит по 2-м сторонам и углу между ними

$\triangle ADT = \triangle TCB$, тогда $AT=CB=TB$

Умножил на 4,

NA6 (пропорционально).

а) рассмотрим $\triangle AOB$ и $\triangle DOC$:

1) $AO=OB$

2) $BO=OC$

3) $\angle AOB = \angle DOC$ по об.б.в. верт. углов.

Значит по 2-м сторонам и углу между ними $\triangle AOB = \triangle DOC$, тогда

$CD = AD = DB = AB$, тогда $AD = DB = AB$, но есть $\triangle ABD$ - равносторонний, т.е.

б) $AD = 7$

$BC = 3$

найти: $\frac{S_{ABD}}{S_{ABCD}}$

Решение: $\frac{S_{ABD}}{S_{ABCD}} = \frac{BD^2 \cdot \sin 60^\circ \cdot \frac{1}{2}}{BC^2 \sin 60^\circ \cdot \frac{1}{2} + AD^2 \sin 60^\circ \cdot \frac{1}{2} + 2S_{AOB}}$

$= \frac{|BC^2 + AD^2 - 2BC \cdot AD \cdot \cos 120^\circ| \cdot \sin 60^\circ \cdot \frac{1}{2}}{9 \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} + 49 \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} + 2 \cdot AO \cdot OB \cdot \sin 120^\circ \cdot \frac{1}{2}}$

$= \frac{(9 + 49 - 2 \cdot 3 \cdot 7 \cdot (-\frac{1}{2})) \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{1}{2}}{\frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{1}{2} (9 + 49 + 2 \cdot 3 \cdot 7)} = \frac{79}{100}$

Ответ: $\frac{S_{ABD}}{S_{ABCD}} = \frac{79}{100}$