Часть 1

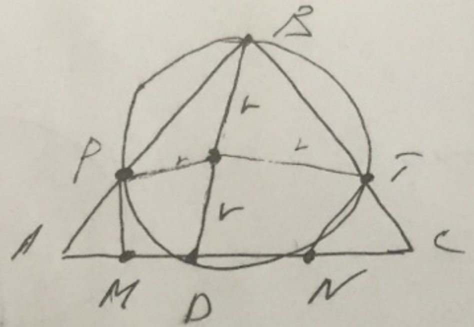
Олимпиада: **Математика, 10 класс (1 часть)**

Шифр: **211006209**

ID профиля: **281544**

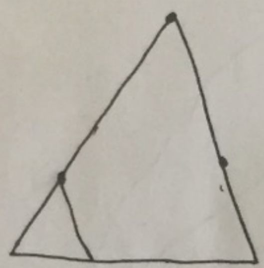
Вариант 9

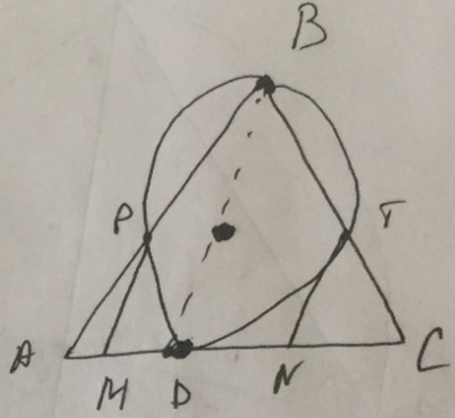
Черновик

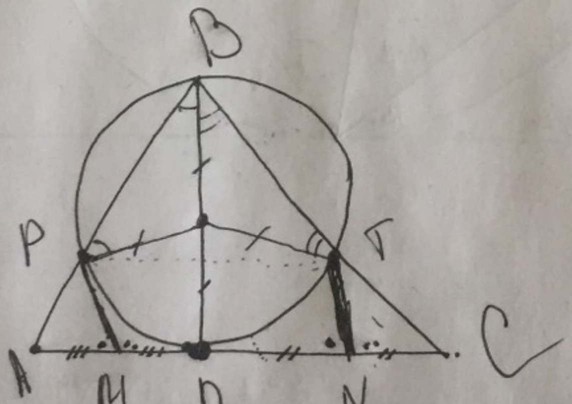


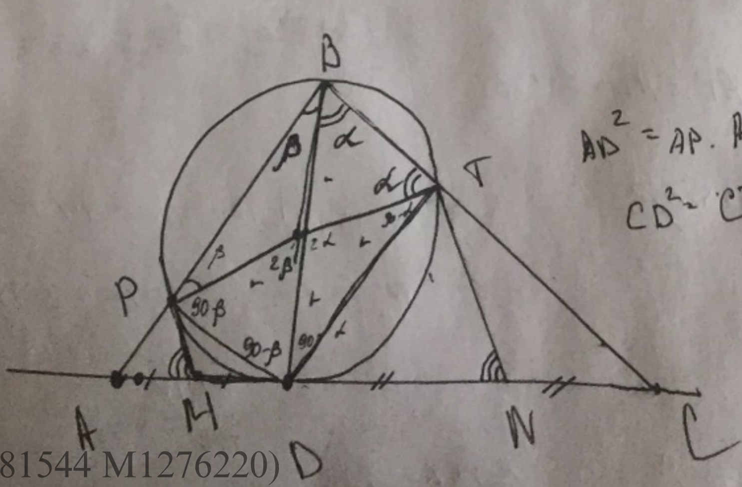
$PM \parallel TN$

$\angle ABC$ - ?





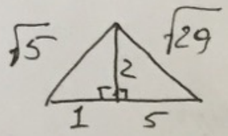




$AD^2 = AP \cdot AB$

$CD^2 = CT \cdot CB$

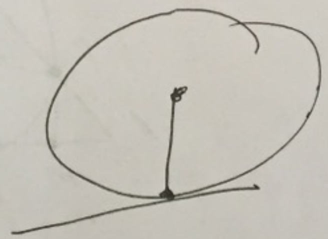
$$\frac{AC}{\sin B} = \frac{AB}{\sin C} = \frac{BC}{\sin A}$$

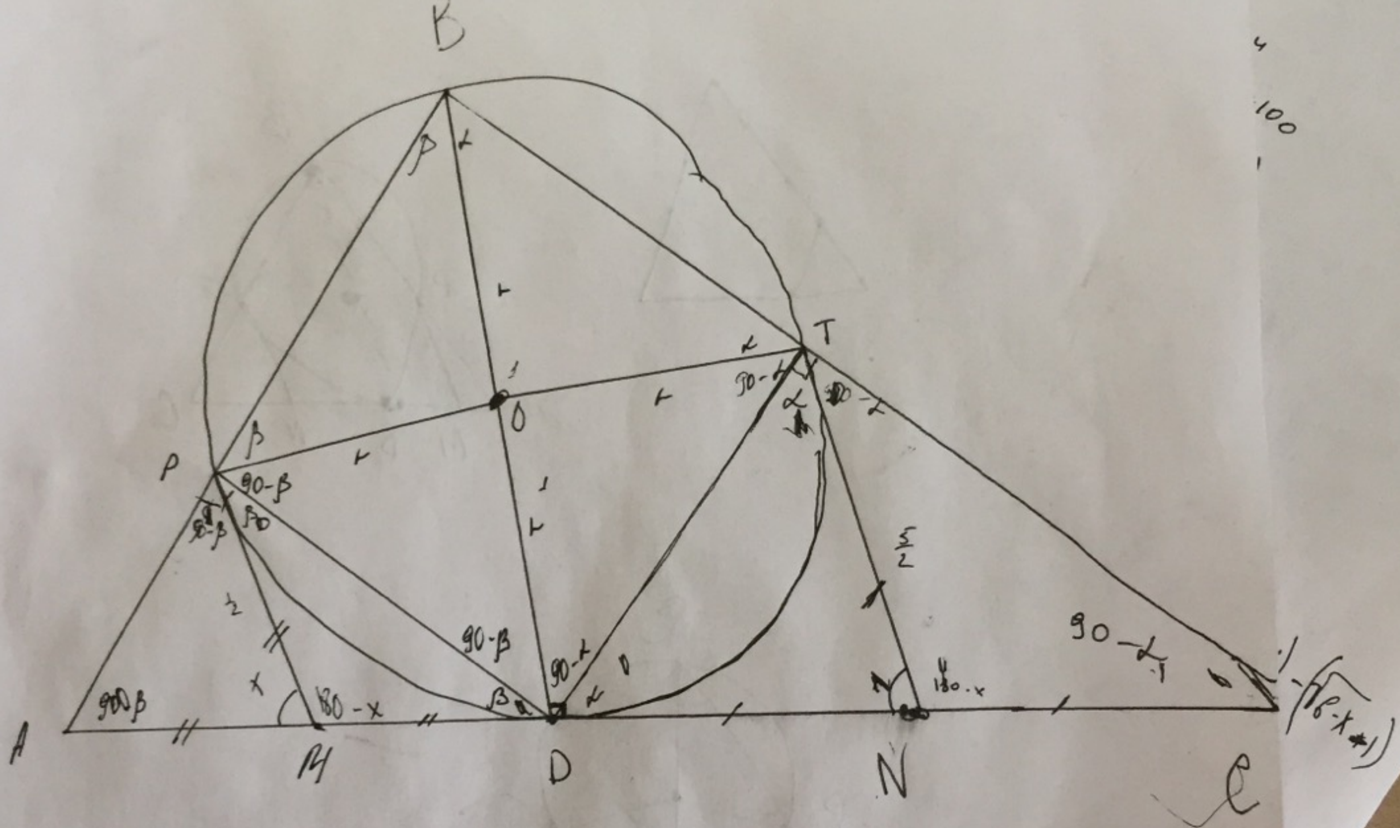


$25-4$

$1+4$

$S = \frac{\sqrt{5\cdot 29}}{2} = \frac{\sqrt{145}}{2}$





$1+5=6$

$AD^2 = AP \cdot AB$

$CD^2 = CT \cdot CB$

$X + \alpha + z = 180 - x + 90 - \alpha + 90 - z$

$AP = AD \cdot \sin\beta$

$AP = AB \sin\beta$

$\triangle DNT \sim \triangle AMP$

т.к $\angle AMP = \angle DNT$

а $\frac{DN}{NT} = \frac{AM}{MP} = 1$

$\angle ABC = 90^\circ$ Откуда $90 - \beta = \alpha$ $\alpha + \beta = 90^\circ$

Перцовский

$$\sqrt{x+4}-\sqrt{6-x}+4=2\sqrt{24+2x-x^2}$$

$x^2-2x-24$

$4+96=100$

$(x-6)(x+4)$

$$\sqrt{x+4}-\sqrt{6-x}+4=2\sqrt{(6-x)(x+4)}$$

$4=\sqrt{6-x}+\sqrt{(6-x)(x+4)}+\sqrt{(6-x)(x+4)}-\sqrt{x+4}$

$\sqrt{6-x}\left(1+\sqrt{x+4}\right)+\sqrt{x+4}\left(\sqrt{6-x}-1\right)+\left(\sqrt{6-x}-1\right)-\left(\sqrt{6-x}+1\right)$

$\sqrt{6-x}\left(1+\sqrt{x+4}\right)+\left(\sqrt{x+4}+1\right)\left(\sqrt{6-x}-1\right)$

$=\left(\sqrt{x+4}+1\right)\left(\sqrt{6-x}+\sqrt{6-x}-1\right)-\left(\sqrt{6-x}-1\right)$

$\left(\sqrt{x+4}+1\right)\left(2\sqrt{6-x}-1\right)-\left(\sqrt{6-x}-1\right)$

$a-b+4=2ab$

$(2a+1)b=a+4$

$b=\dfrac{a+4}{2a+1}$

$\sqrt{6-x}=\dfrac{\sqrt{x+4}+4}{2\sqrt{x+4}+1}$

$2\sqrt{(x+4)(6-x)}+\sqrt{6-x}$

$\cancel{x}+4-2\sqrt{(6-x)(x+4)}+6-\cancel{x}=4(6-x)(x+4)-$

$-16\sqrt{(6-x)(x+4)}+16$

$10-2\sqrt{(6-x)(x+4)}=4(6-x)(x+4)-16\sqrt{(6-x)(x+4)}+16$

$5-\sqrt{\dots}=2(\dots)-8\sqrt{\dots}+8$

$7\sqrt{(6-x)(x+4)}=2\underbrace{(6-x)(x+4)}_{t\geq 0}+3$

$7\sqrt{t}=2t+3$

$49t=4t^2+12t+9$

$4t^2-37t+9=0$ $\quad D=37^2-16\cdot 9=1369-144=1225=35^2$

$49-12=37$

$37\cdot 37$: 259, 111, 1369

$35\cdot 35$: 175, 105, 1225

211006209 (U281544 M1276220)

$$t_1 = \frac{37-35}{8} = \frac{1}{4}$$

$$t_2 = \frac{37+35}{8} = \frac{72}{8} = 9$$

$x+4 \geq 0$

$6-x \geq 0$

$x \geq -4$

$x \leq 6$

$x \in [-4;6]$

1) $(x+4)(6-x) = \frac{1}{4}$

$-x^2+2x+24 = \frac{1}{4}$

$-x^2+2x+23,75 = 0$

$-4x^2+8x+95 = 0$

190
380
760
1520

$D = 64+16\cdot 95 = \cancel{}$

$16(4+95) = 16\cdot 99 = 16\cdot 9\cdot 11 = (4\cdot 3\cdot\sqrt{11})^2$

$$x_1 = \frac{-8+12\sqrt{11}}{-8} = 1-\frac{3}{2}\cdot\sqrt{11} = 1-\sqrt{\frac{99}{4}}$$

$\sqrt{\frac{99}{4}} < 5 \Rightarrow 1-\sqrt{\frac{99}{4}} > -4$

$$x_2 = \frac{-8-12\sqrt{11}}{-8} = 1+\frac{3}{2}\sqrt{11} < 6$$

2) $(x+4)(6-x) = 9$

$-x^2+2x+24 = 9$

$-x^2+2x+15 = 0$

$D = 4+60 = 64$

$x_1 = \frac{-2+8}{-2} = \frac{6}{-2} = -3$

$x_2 = \frac{-2-8}{-2} = \frac{-10}{-2} = 5$

Ответ: $1-1,5\sqrt{11}$; -3; 5; $1+1,5\sqrt{11}$.

Черновик

$26a^2-22ax-20ay+5x^2+8xy+4y^2=0$

$ax^2+2a^2x-ay+a^3+1=0$

$ay=ax^2+2a^2x+a^3+1$

$y=x^2+2ax+a^2+\frac{1}{a}$

$x_B=\frac{-2a}{2}=-a$

$y_B=a^2-2a^2+a^2+\frac{1}{a}=\frac{1}{a}$

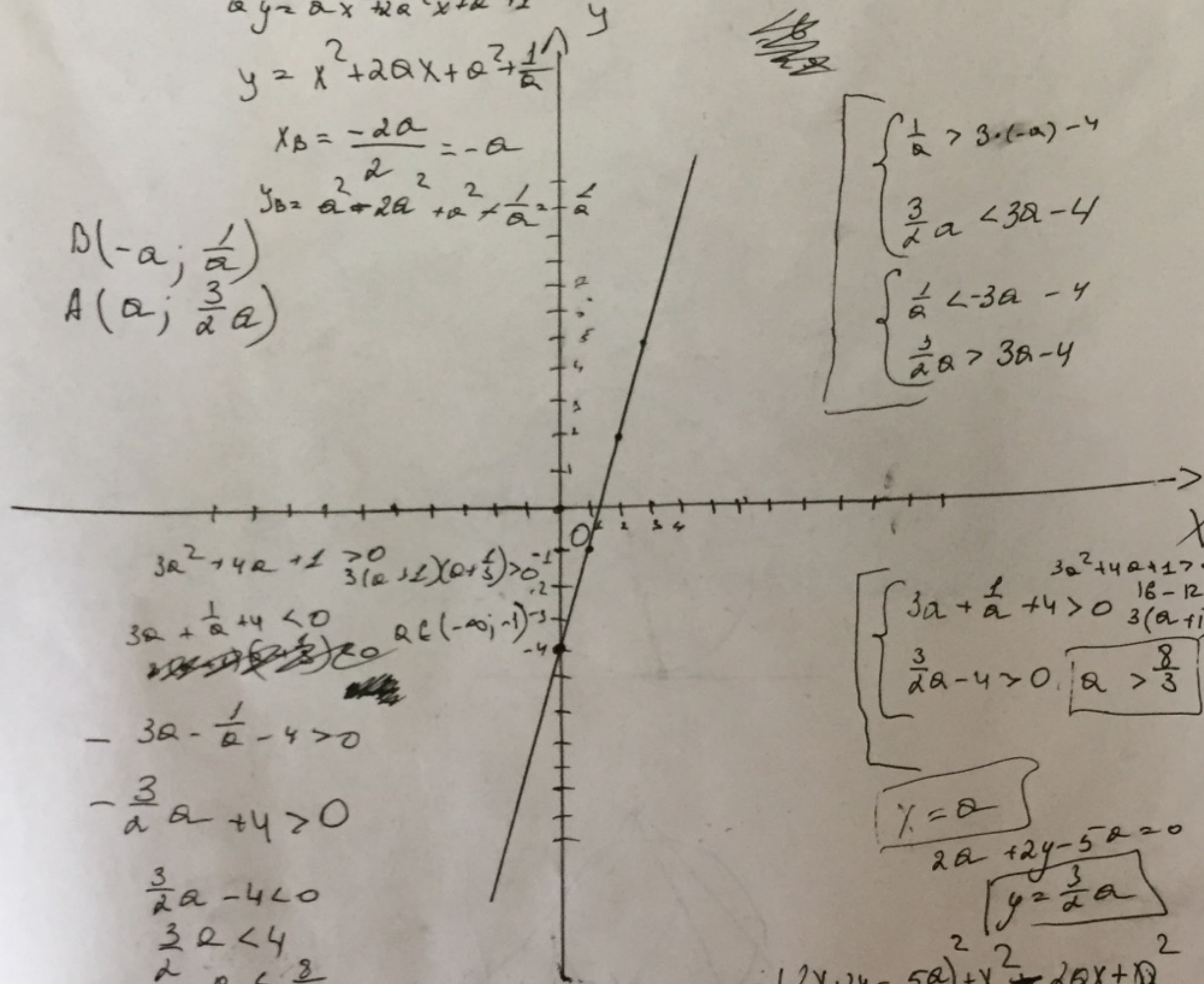
$B(-a;\frac{1}{a})$

$A(a;\frac{3}{2}a)$

$3x-y=4$

$y=3x-4$

$$\left[\begin{array}{l}\begin{cases}\frac{1}{a}>3\cdot(-a)-4\\ \frac{3}{2}a<3a-4\end{cases}\\ \begin{cases}\frac{1}{a}<-3a-4\\ \frac{3}{2}a>3a-4\end{cases}\end{array}\right.$$



$3a^2+4a+1>0$

$3(a+1)(a+\frac{1}{3})>0$

$3a+\frac{1}{a}+4<0$

$a\in(-\infty;-1)$

$-3a-\frac{1}{a}-4>0$

$-\frac{3}{2}a+4>0$

$\frac{3}{2}a-4<0$

$\frac{3}{2}a<4$

$a<\frac{8}{3}$

$3a^2+4a+1>0$

$16-12=4$

$3(a+1)(a+\frac{1}{3})$

$$\left[\begin{cases}3a+\frac{1}{a}+4>0\\ \frac{3}{2}a-4>0\end{cases}\right. \quad \boxed{a>\frac{8}{3}}$$

$\boxed{x=a}$

$2a+2y-5a=0$

$\boxed{y=\frac{3}{2}a}$

$(2x+2y-5a)+x^2-2ax+a^2$

$(2x+2y-5a)^2+(x-a)^2=0$

$(2x+2y)^2+x^2-22ax-20ay+26a^2$

$4x^2+8xy-20ax-20ay+4y^2+25a^2$

$5x^2+8xy-22ax-20ay+4y^2+26a^2=0$

4 11 10

$(2x+2y+5a)^2$

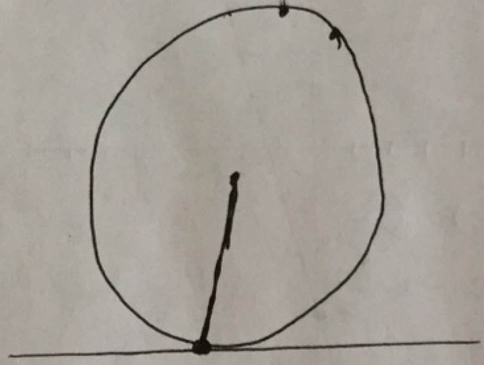
$(a+b+c)^2=(a+b+c)(a+b+c)=a^2+ab+ac+ab+b^2+bc+ac+bc+c^2$

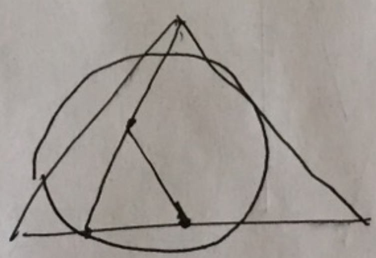
$a^2+b^2+c^2+2ab+2ac+2bc$

$(\sqrt{5}x)^2+(2y)^2+(\sqrt{26}a)^2+2\cdot\sqrt{5}$

$(2x+2y-5a)(2x+2y-5a)=4x^2+4xy-10ax+4xy+4y^2-10ay-10ax-10ay+\ldots$

211006209 (U281544 M1276220)





Чистовик. 2.

$\sqrt{x+4} - \sqrt{6-x} + 4 = 2\sqrt{24+2x-x^2}$; $24+2x-x^2 = (6-x)(x+4)$

(т.к. корни уравнения $24+2x-x^2=0$ равны 6 и -4)

$\sqrt{x+4} - \sqrt{6-x} + 4 = 2\sqrt{(6-x)(x+4)}$; Необходимое условие:

$$\begin{cases} 6-x \geq 0 & (1) \\ x+4 \geq 0 & (2) \\ (6-x)(x+4) \geq 0 & (3) \end{cases}$$

$\Downarrow$

$$\begin{cases} x \leq 6 \\ x \geq -4 \\ \text{(3) следует из (1) и (2)} \end{cases}$$

$x \in [-4; 6]$.

$\sqrt{x+4} - \sqrt{6-x} = 2\sqrt{(6-x)(x+4)} - 4$; Возведем обе части уравнения в квадрат:

$x+4 - 2\sqrt{(6-x)(x+4)} + 6 - x = 4(6-x)(x+4) - 16\sqrt{(6-x)(x+4)} + 16$;

$5 - \sqrt{(6-x)(x+4)} = 2(6-x)(x+4) - 8\sqrt{(6-x)(x+4)} + 8$;

$7\sqrt{(6-x)(x+4)} = 2(6-x)(x+4) + 3$;

Пусть $(6-x)(x+4) = t$ ($t \geq 0$ по усл.)

Тогда $7\sqrt{t} = 2t+3$; Возведем обе части уравнения в квадрат

$49t = 4t^2 + 12t + 9$

$4t^2 - 37t + 9 = 0$

$D = 37^2 - 16 \cdot 9 = 1225$

$t_1 = \frac{37-35}{8} = \frac{1}{4}$

$t_2 = \frac{37+35}{8} = 9$

1

1) $(6-x)(x+4) = \frac{1}{4}$;

$-x^2+2x+24 = \frac{1}{4}$;

$-4x^2+8x+96 = 1$; $\Rightarrow -4x^2+8x+95 = 0$

$D = 64 + 16 \cdot 95 = (12\sqrt{11})^2$; $(16(4+95) = 16 \cdot 99 = 4^2 \cdot 3^2 \cdot 11)$

$x_1 = \dfrac{-8 + 12\sqrt{11}}{-8} = 1 - \dfrac{3}{2}\sqrt{11}$

$x_2 = \dfrac{-8 - 12\sqrt{11}}{-8} = 1 + \dfrac{3}{2}\sqrt{11}$

$\dfrac{3}{2}\sqrt{11} = \sqrt{\dfrac{99}{4}} < 5 \Rightarrow 0 > 1 - \dfrac{3}{2}\sqrt{11} > -4$

$0 < 1 + \dfrac{3}{2}\sqrt{11} < 6$

x_1 и x_2 соответствуют условию.

2) $-x^2 + 2x + 24 = 9$

$-x^2 + 2x + 15 = 0$

$D = 4 + 60 = 64$

$x_1 = \dfrac{-2+8}{-2} = -3$ - соответствует условию на x

$x_2 = \dfrac{-2-8}{-2} = 5$ - соответствует условию.

$\boxed{\text{Ответ: } 1 - 1{,}5 \cdot \sqrt{11};\ -3;\ 5;\ 1 + 1{,}5 \cdot \sqrt{11}.}$

2

Чистовик

3.

A: $26a^2-22ax-20ay+5x^2+8xy+4y^2=0$

$(25a^2-20ax-20ay+4x^2+8xy+4y^2)+a^2-2ax+x^2=0$

$(2x-5a+2y)^2+(a-x)^2=0$

Т.к. $t^2\geq 0$, то выражение равно нулю только когда обе скобки равны нулю.

$$\begin{cases} a-x=0 \\ 2x+2y-5a=0 \end{cases}$$

Откуда $x=a$ $y=\frac{3}{2}a$

$A(a;\frac{3}{2}a)$

B: $ax^2+2a^2x-ay+a^3+1=0$

$ay=ax^2+2a^2x+a^3+1$

$y=x^2+2ax+a^2+\frac{1}{a}$ ($a\neq 0$ т.к. в начальном уравнении получилось бы $1=0$)

$x_B=\frac{-2a}{2}=-a$

$y_B=a^2-2a^2+a^2+\frac{1}{a}=\frac{1}{a}$

$B(-a;\frac{1}{a})$

Прямая: $3x-y=4$

$y=3x-4$; По разные стороны от прямой значит, что $\begin{cases} y_A>3x_A-4 \\ y_B<3x_B-4 \end{cases}$ и наоборот

Запишем систему.

3

$$\left[\begin{array}{l}\begin{cases}\frac{1}{a} > -3a-4; \\ \frac{3}{2a} < 3a-4;\end{cases} \\ \begin{cases}\frac{1}{a} < -3a-4; \\ \frac{3}{2a} > 3a-4;\end{cases}\end{array}\right. \Rightarrow \left[\begin{array}{l}\begin{cases}3a+\frac{1}{a}+4 > 0; \\ \frac{3}{2}a-4 > 0;\end{cases} \quad (1) \\ \begin{cases}3a+\frac{1}{a}+4 < 0; \\ \frac{3}{2}a-4 < 0;\end{cases} \quad (2)\end{array}\right.$$

$$1: \begin{cases}3a+\frac{1}{a}+4 > 0 \\ \frac{3}{2}a-4 > 0\end{cases} \Rightarrow \begin{cases}3a+\frac{1}{a}+4 > 0 \,|\cdot a \\ a > \frac{8}{3}\end{cases}$$

(можем сделать, т.к $a > 0$)

$$\begin{cases}3a^2+4a+1 > 0 \\ a > \frac{8}{3}\end{cases} \Rightarrow \begin{cases}3(a+1)(a+\frac{1}{3}) > 0 \\ a > \frac{8}{3}\end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases}a \in (-\infty; -1) \cup (-\frac{1}{3}; \infty) \\ a \in (\frac{8}{3}; \infty)\end{cases}$$

Откуда $a \in \left(\frac{8}{3}; \infty\right)$

$$2: \begin{cases}3a+\frac{1}{a}+4 < 0 \\ \frac{3}{2}a-4 < 0\end{cases} \Rightarrow \begin{cases}3a+\frac{1}{a}+4 < 0 \,|\cdot a \\ a < \frac{8}{3}\end{cases}$$

$a < 0$, т.к при $a > 0$

$3a+\frac{1}{a}+4 > 0$

(из п.1)

$$\begin{cases}3a^2+4a+1 > 0 \\ a < \frac{8}{3}\end{cases} \Rightarrow a \in (-\infty; -1) \cup (-\frac{1}{3}; 0)$$

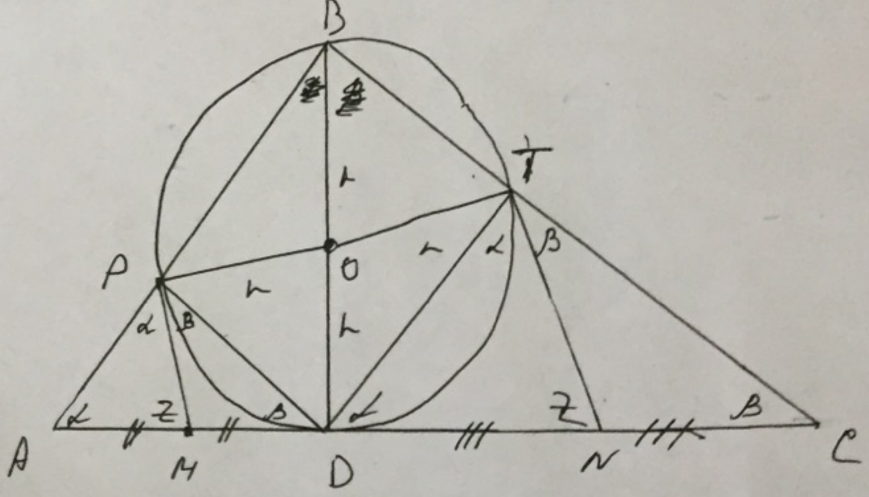
$$\boxed{\text{Ответ: } a \in (-\infty; -1) \cup (-\tfrac{1}{3}; 0) \cup \left(\tfrac{8}{3}; \infty\right)}$$

4

211006209 (U281544 M1276220)

Чистовик

1.



1) Заметим что $\angle BPD = \angle BTD = 90^\circ$ т.к. лежит напротив диаметра.

$\angle APD = \angle DTC = 90^\circ$ соотв. как смежные

2) PM и TN - медианы в прямоугольном треугольнике к гипотенузе

по теореме о них: $TN = DN = NC$

$PM = AM = MD$

3) Из $PM \parallel TN$ следует: $\angle PMA = \angle TND$ при секущей AC

$\angle PMD = \angle TNC$ при секущей AC

5) т.к $\triangle PMA$ и $\triangle TND$ равнобедренные, то углы в них равны, они подобны (а один угол равен)

Откуда $\angle A = \alpha$ $\angle C = \beta$

а из равности углов $\alpha + \beta = 90^\circ$

Ответ: $\angle ABC = 90^\circ$

211006209 (U281544 M1276220)

Часть 2

Олимпиада: **Математика, 10 класс (2 часть)**

Шифр: **211006209**

ID профиля: **281544**

Вариант 9

② $a=2$.

Чистовик

$x^2+y^2=2$

$x^2=2-y^2$.

Подставим x^2 в (2) уравнение:

$$(x^2+y^2)^2+x^2y^2=5$$

$$2^2+y^2(2-y^2)=5$$

$$2y^2-y^4=1$$

$$y^4-2y^2+1=0$$

Пусть $y^2=t$, $t\geq 0$, тогда: $t^2-2t+1=0$

$D=4-4=0$

$t=\frac{2}{2}=1$

$y^2=1$

$y_1=1$

$y_2=-1$

Для $y=1$: $x^2=2-1=1$

$x_1=1$

$x_2=-1$

Для $y=-1$ также: $x^2=1$

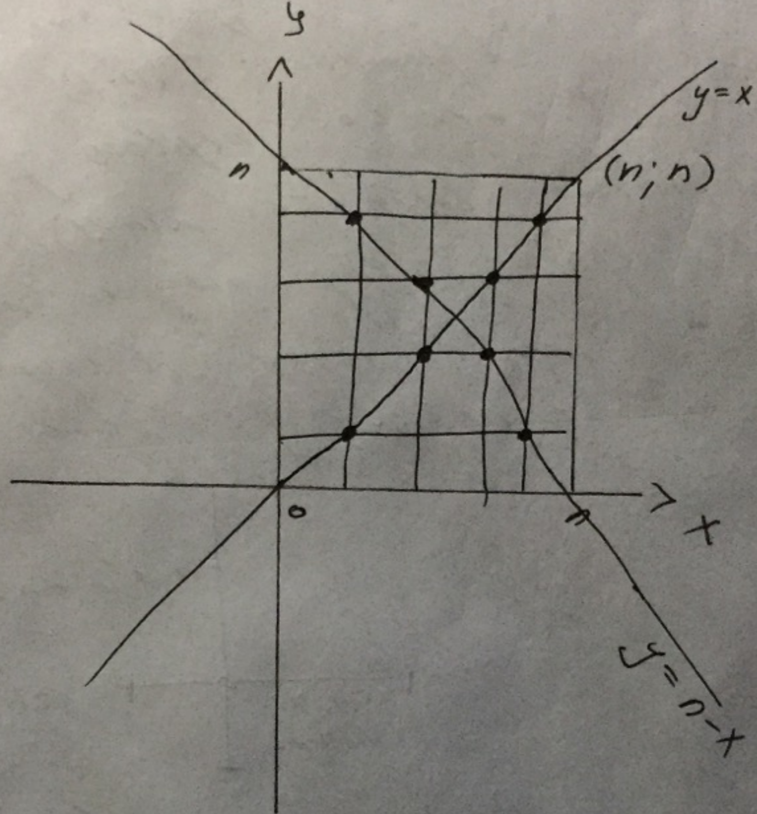
$x_1=1$

$x_2=-1$

Ответ: $(1;1)$; $(-1;-1)$; $(-1;1)$; $(1;-1)$.

Чистовик.

③ Нарисуем схему типа квадрат $n \times n$ подобно 59×59:



1) Заметим, что внутри находится $(n-1)$ горизонтальных линий и $(n-1)$ - вертикальных.

Всего узлов: $(n-1)^2$.

2) Также заметим, что прямые имеют общую вершину только когда n - четное:

докажем это: пусть есть точка $(y_1;x_1)$, в которой они пересекаются, тогда $y_1 = n - x_1 = x_1$

$n = 2 \cdot x_1$ т.к. x_1 - узел, то его координата целое число. Откуда n - четное

3) Т.к. $n=59$ в нашем случае общей вершины не будет.

Чистовик

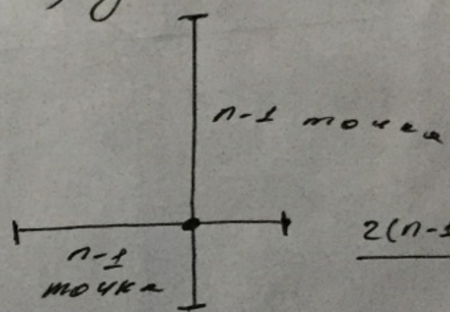
(4)

4) Узлов лежащих на прямых $y=x$ и $y=n-x$ по $(n-1)$.

Всего их в случае отсутствия общей вершины $2(n-1)$

Т.е. мы в качестве первого узла можем выбрать $2(n-1)$ точку.

5) Выбрав первую точку мы не можем выбрать точки в строке и столбце, где есть эта точка.



$\underline{2(n-1)-1=2n-3}$.

Итого не можем выбрать $2n-3$ точки (т.к. 1 точка - точка пересечения посчитана 2 раза)

6) Оставшиеся точки: $(n-1)^2-(2n-3)$.

7) Тогда способов выбрать две точки (при n-нечет.)

$$2(n-1)\left((n-1)^2-(2n-3)\right)$$

Для $n=59$: $2(59-1)\left((59-1)^2-(2\cdot 59-3)\right)=$

$=116\cdot(58^2-115)=116\cdot 3249=\underline{376884}$

[redacted]

8) Рассмотрим отдельно случаи, когда обе точки лежат на прямых $y=x$ и $y=n-x$:

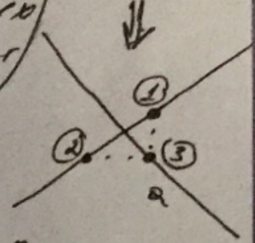
- выбрали первую точку $2(n-1)$ способами
- для второй точки остается $2(n-1)-1-2$ способа (-1 т.к. 1 точка использов

(5)

Чистовик

(-2 т.к. 2 точки стоят на прямых параллельных осям)

① и ②



9) Итого способов $2(n-1)(2n-5)$ → п. 9

10) Но заметим что при таком выборе расположение узлов будет повторяться: т.е. когда точка 1 в $(x_1;y_1)$ а точка 2 в $(x_2;y_2)$ мы учитываем в п. 9. также случай точка 1 $(x_2;y_2)$ а точка 2 $(x_1;y_1)$

Тогда на самом деле случаев

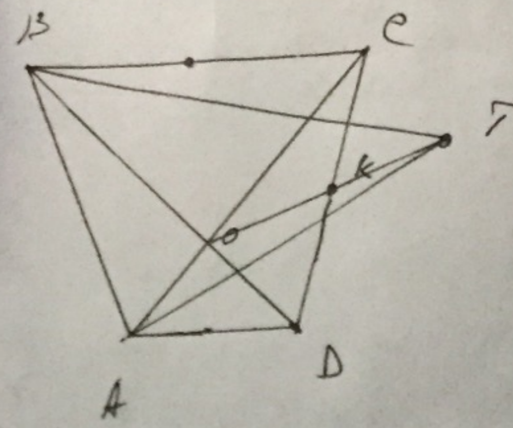
$$\frac{2(n-1)(2n-5)}{2} = (n-1)(2n-5)$$

лишних учтенные: $(n-1)(2n-5)$

11) Всего случаев: $376884 - (59-1)(2\cdot 59-5) =$
$= 370330.$

Ответ: 370330.

⑥ Чистовик



а) $BC \parallel AD$

т.к при секущей BD

$\angle CBD = \angle ADB = 60^\circ$

б) 1) Т.к. $\triangle BOC$, $\triangle AOD$, $\triangle ABT$ – правильные,

то $AB = BT = AT$, $\angle ATB = 60^\circ$

$\angle OBC = \angle OCB = \angle BOC = 60^\circ$

$\angle AOD = \angle OAD = \angle ODA = 60^\circ$

$AO = OD = AD = 7$

$BO = OC = BC = 3$

2) $\angle BOA = 180 - \angle AOD$ как смежные

$\angle BOA = 120^\circ$

по т. косинусов для $\triangle BOA$:

$$AB^2 = AO^2 + BO^2 - 2AO \cdot BO \cdot \cos 120^\circ = AO^2 + AO \cdot BO + BO^2$$

$$AB = \sqrt{3^2 + 3 \cdot 7 + 7^2} = \sqrt{79}$$

3) $S_{ABT} = \frac{1}{2} BT \cdot AT \cdot \sin\angle BTA \Rightarrow \frac{1}{2} \cdot AB^2 \cdot \sin 60^\circ$

$S_{ABT} = 79 \cdot \frac{\sqrt{3}}{4}$

4) $S_{ABCD} = S_{ABC} + S_{ACD} = \frac{1}{2} BC \cdot (AO + OC) \cdot \sin\angle BCA + \frac{1}{2} \cdot (AO + OC) \cdot AD \cdot \sin\angle CAD =$

$= \frac{1}{2} \cdot BC \cdot (BC + AD) \sin 60^\circ + \frac{1}{2} \cdot \sin 60^\circ \cdot AD \cdot (BC + AD) =$

$\Rightarrow 100 \cdot \frac{\sqrt{3}}{4}$

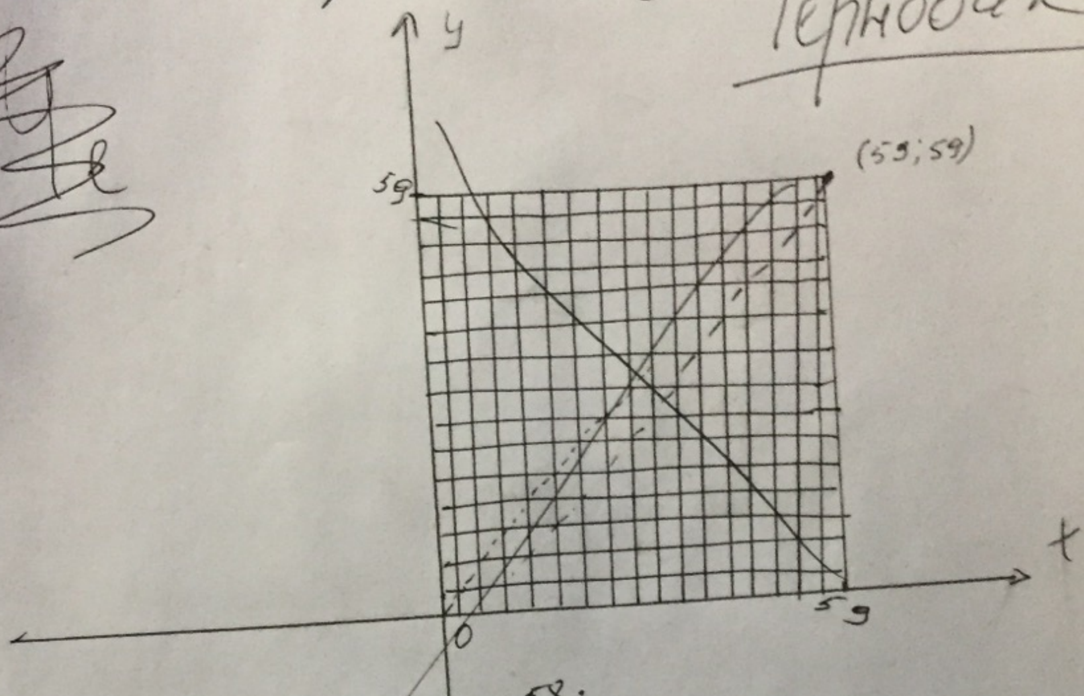
5) $\frac{S_{ABT}}{S_{ABCD}} = 0{,}79.$

Ответ: $0{,}79$

211006209 (U281544 M1276221)

2. ~~[illegible]~~

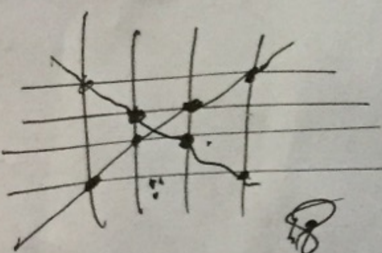
Черновик



58·
113
174
58
58
6554

570330

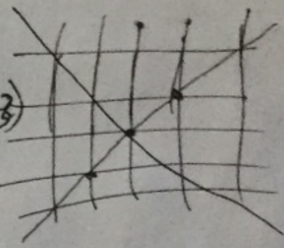
$2(n-1)\cdot(2(n-1)-3)$



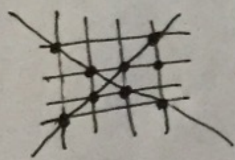
58·113

$(2n-2)(2n-5)$

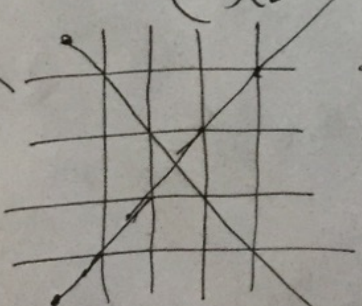
8·5=40

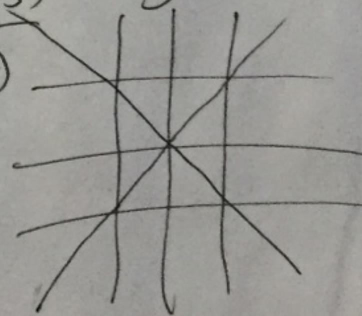


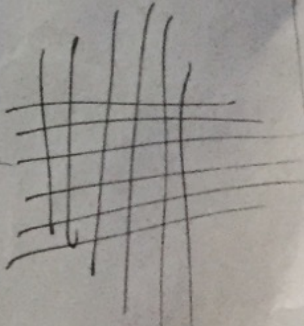
$\dfrac{(2n-2)(2n-5)}{(n-1)(2n-3)}$

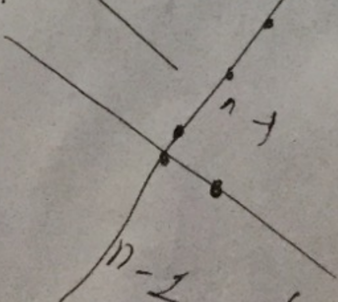


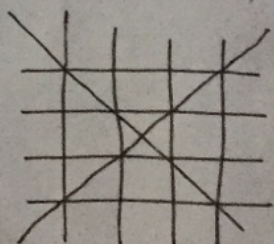
$2(n-1)-2$











116.

58
58
464
290
3364
115
3249
116
19494

19494
3249
3249
376884

$2(n-1)$

$2(n-1)-2$

$y=n-x$

$y=x$

$n-x_1=x_1$

$n=2x_1$

Черновик.

$$\begin{cases} \dfrac{2}{x^2+y^2} + x^2y^2 = 2 \\ x^4+y^4+3x^2y^2 = 5 \end{cases}$$

$x^2 = a \geq 0$

$y^2 = b \geq 0$

Заметим, что из четности степеней переменных следует, что если x_1 - корень, то и $(-x_1)$ - корень. y_1 - к. $(-y_1)$ - к.

$$\begin{cases} \dfrac{2}{a+b} + ab = 2 \\ a^2+b^2+3ab = 5 \end{cases}$$

$2 + ab(a+b) = 2(a+b)$

$a^2b + ab^2 - 2a - 2b + 2 = 0$

О.т.н. a: $a^2 \cdot b + a(b^2-2) - 2(b-1) = 0$

$D = (b^2-2)^2 + 8(b-1)b =$

$= b^4 - 4b^2 + 4 + 8b^2 - 8b =$

$= b^4 + 4b^2 - 8b + 4$

$\cancel{a^2 + 3ab + b^2 - 5 = 0}$

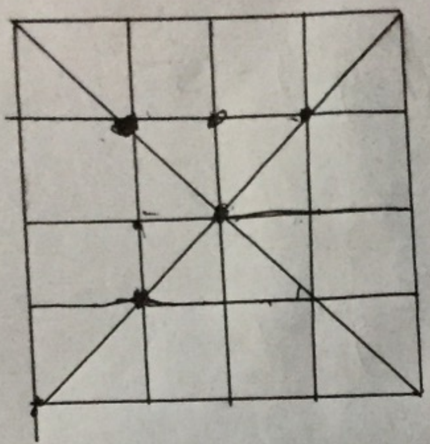
$\cancel{D = 9b^2 - 4b^2 + 20 = 5b^2 + 20 = 5(b^2+4)}$

$\cancel{a = \dfrac{-3b \pm \sqrt{5(b^2+4)}}{2}}$

$\cancel{b^2 + 3ab + a^2 - 5}$

211006209 (U281544 M1276221)

Черновик

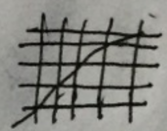


4 x 4

9 узлов

$\boxed{5 \cdot 4}$

$4+4+4+4+4=5\cdot 4=20$



$(n-1)\cdot(n-1)$ узлов

$((n-1)+(n-2))\cdot((n-1)^2-((n-1)+(n-2)))$

$(3+2)(9-5)$

$(2n-3)((n-1)^2-(2n-3))$

$$\begin{array}{r} \times \begin{array}{r}58\\58\end{array} \\ \hline 464 \\ 290 \\ \hline 3364 \end{array}$$

$(2\cdot 59-3)(58^2-(2\cdot 59-3))=$

$118-3$

115

$=115\cdot(3364-115)=$

$=115\cdot 3249=$

$$\begin{array}{r} 3249 \\ 115 \\ \hline 16245 \\ 3249 \\ 3249 \\ \hline 373635 \end{array}$$

$\boxed{=373635}$

3249

376884

211006209 (U281544 M1276221)

Черновик

4) $y^2(2-y^2)=5$

$y^2(2-y^2)=1$

$2y^2-y^4=1$

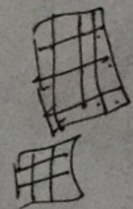
$y^4-2y^2+1=0$

$D=4-4=0$

$y^2=\frac{2}{2}=1$

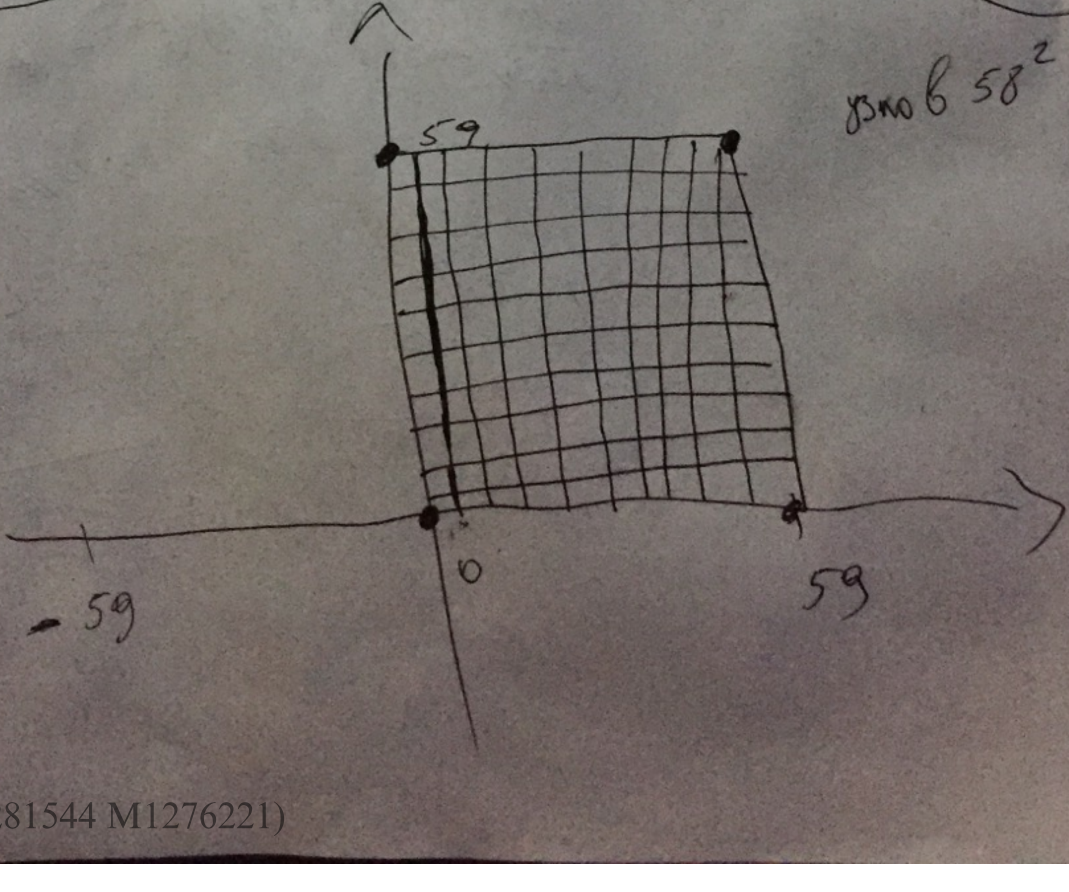
$y=1;-1$

$x=1;-1.$

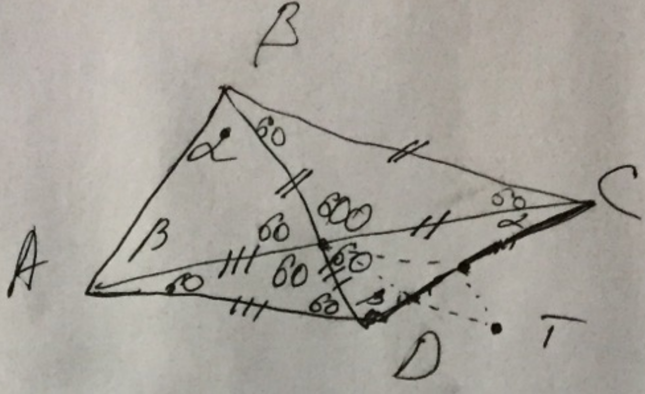


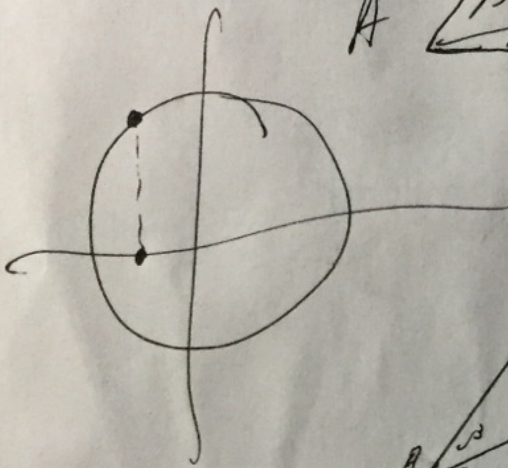
58

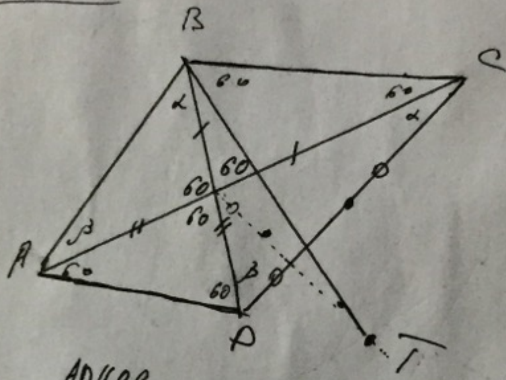
узлов 58^2



Черновик





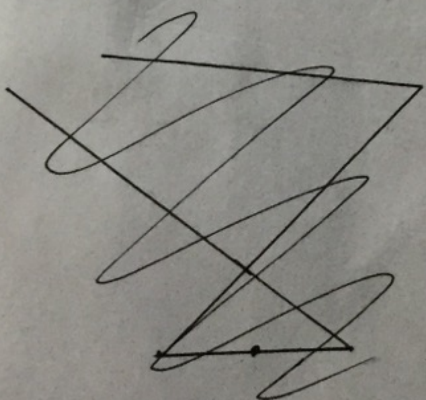


AD∥BC

$+xy$

$49+9+21 =$

$= 79$



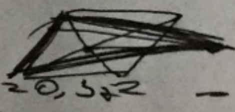
$9-21+49 =$

$= 37$

$\boxed{0,37}$

$\sqrt{37}^2$

$= \frac{37}{100}$



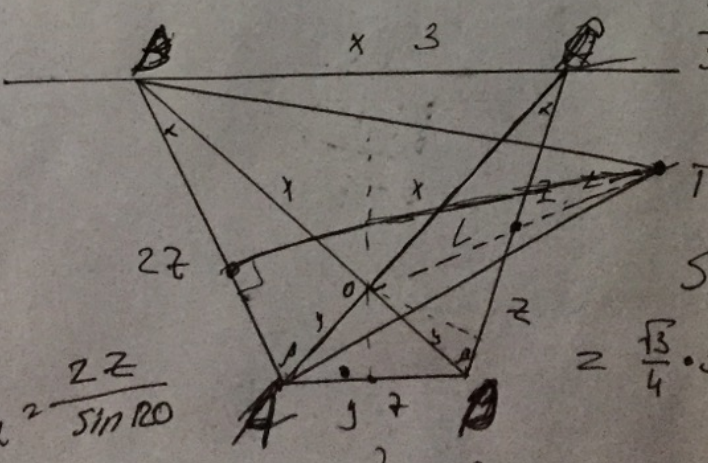
$= 0,37 =$

$9 + 49 - 21 =$

$= 58 - 21 =$

$= 37$

$\frac{S_{ABT}}{S_{ABCD}} =$



$S_{ABT} = 27 \cdot 27 \cdot \sin 60 \cdot \frac{1}{2} =$

$= 27^2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{4}$

$S_{ABCD} = S_{BCA} + S_{ACD} =$

$= \frac{\sqrt{3}}{4} \cdot 3 \cdot 70 + 70 \cdot \frac{\sqrt{3}}{4} =$

$= 100 \cdot \frac{\sqrt{3}}{4}$

$\boxed{\sqrt{x^2 - xy + y^2}}$

$\frac{x}{\sin\beta} = \frac{y}{\sin\alpha} = \frac{27}{\sin 120}$

$27 = x^2 + y^2 - 2xy\cos 60 = x^2 + y^2 - xy$

1

Чистовик

необходимое условие $x^2+y^2\neq 0$.

$$\begin{cases} \dfrac{2}{x^2+y^2}+x^2y^2=2; \\ x^4+y^4+3x^2y^2=5; \end{cases}$$

Заметим, что из четности степеней переменных следует, что если x_1 - корень, то и $(-x_1)$ - корень, если y_1 - корень, то и $(-y_1)$ - корень.

$$\Downarrow$$

$$\begin{cases} \dfrac{2}{x^2+y^2}+x^2y^2=2; & (1) \\ (x^2+y^2)^2+x^2y^2=5; & (2) \end{cases}$$

Вычтем из (2) (1) уравнение:

$$(x^2+y^2)^2-\frac{2}{x^2+y^2}=3$$

Пусть $x^2+y^2=a$, при этом $a\geq 0$ (т.к. $t^2\geq 0$ для $t\in R$) $a\neq 0$ по условию

Тогда $a^2-\frac{2}{a}=3 \;|\cdot a$;

$a^3-3a-2=0$;

Найдем первый корень методом подбора из делителей свободного члена (т. Безу)

$a=-1$: $-1+3-2=0$

$0=0.$

Поделим на $(a+1)$: (a - корень для того чтобы скобка обращала выражение в ноль)

$$\begin{array}{r|l} a^3-3a-2 & a+1 \\ \underline{a^3+a^2} & a^2-a-2 \\ -a^2-3a & \\ \underline{-a^2-a} & \\ -2a-2 & \\ \underline{-2a-2} & \\ 0 & \end{array}$$

Получаем: $(a+1)(a^2-a-2)=0$; $a^2-a-2=(a+1)(a-2)$

$(a+1)^2(a-2)=0.$

$a=-1$; - не соотв. заданному на a услови[ю]