Часть 1

Олимпиада: **Математика, 10 класс (1 часть)**

Шифр: **211006032**

ID профиля: **95716**

Вариант 9

Чистовик

Задача 2.

$$\sqrt{x+4}-\sqrt{6-x}+4=2\sqrt{24+2x-x^2}$$

ОДЗ:

$$\begin{cases} x+4\geq 0,\\ 6-x\geq 0,\\ 24+2x-x^2\geq 0; \end{cases}$$

$$\begin{cases} x+4\geq 0,\\ 6-x\geq 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x\geq -4,\\ x\leq 6 \end{cases}$$

$x\in[-4;6]$.

Замена переменной:

$\sqrt{x+4}=a$; $a\geq 0$

$x+4=a^2$

$4-a^2=-x$

$10-a^2=6-x$

$\sqrt{10-a^2}=\sqrt{6-x}$.

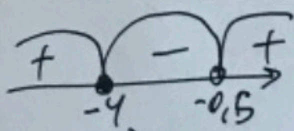
Исходное уравнение перепишется так:

$a-\sqrt{10-a^2}+4=2a\sqrt{10-a^2}$

$a+4=\sqrt{10-a^2}\,(2a+1)$

$\sqrt{10-a^2}=\dfrac{a+4}{2a+1}$

$\dfrac{a+4}{2a+1}\geq 0$ $\quad a\neq -0{,}5$



$a\in(-\infty;-4]\cup(-0{,}5;+\infty)$.

$10-a^2=\left(\dfrac{a+4}{2a+1}\right)^2$

$(10-a^2)(2a+1)^2=(a+4)^2$

$(4a^2+4a+1)(10-a^2)=a^2+8a+16$

$40a^2+40a+10-4a^4-4a^3-a^2=a^2+8a+16$

$4a^4+4a^3-38a^2-32a+6=0$

Мы можем разложить это как:

$2(a+1)(a-3)(2a^2+6a-1)=0$

1) $a=-1$ $\varnothing$ $(a\in(-\infty;-4]\cup(-0{,}5;+\infty)$.

2) $a=3$

3) $2a^2+6a-1=0$

1

Чистовик

Задача 2 (продолжение).

(3) $2a^2+6a-1=0$

$D=36+8=44$

$a_{1,2}=\frac{-6\pm\sqrt{44}}{4}$

$a_1=-1,5+\sqrt{\frac{11}{4}}$

$a_2=-1,5-\sqrt{\frac{11}{4}}$. $\varnothing$ $(a\in(-\infty;-4]\cup(-0,5;+\infty)$.

1 случай:

$a=3$

$\sqrt{x+4}=3$

$x+4=9$

$x=5$

2 случай:

$a=-1,5+\sqrt{\frac{11}{4}}$

$\sqrt{x+4}=-1,5+\sqrt{\frac{11}{4}}$

$x+4=2,25+2,75-3\sqrt{\frac{11}{4}}$

$x=1-3\sqrt{\frac{11}{4}}$

$3\sqrt{\frac{11}{4}}\leq 5 \Big| \Rightarrow x>-4$

Значит корень подходит.

Ответ: $x=5$; $x=1-3\sqrt{\frac{11}{4}}$.

(2)

211006032 (U95716 M1275468)

Чистовик.

Задача 3.

① $26a^2-22ax-20ay+5x^2+8xy+4y^2=0$

$26a^2-(22x+20y)a+5x^2+8xy+4y^2=0$

$D=484x^2+880xy+400y^2-520x^2-832xy-416y^2=-(36x^2-48xy+16y^2)=$

$=-(6x-4y)^2$

$-(6x-4y)^2\leq 0$. Однако, если $D<0$, то всё выражение будет больше 0, а оно должно быть равно 0. $\Rightarrow$ $-(6x-4y)^2=0$

$6x-4y=0$

$6x=4y$

$y=1,5x$.

Тогда всё выражение перепишется как.

$26a^2-52xa+26x^2=0$

$26(a-x)^2=0$

$a=x$.

$y=1,5x=1,5a$.

То есть если мы возьмём какое-то a, то точка A это $(a;1,5a)$. $y=1,5x$

② $ax^2+2a^2x+a^3+1=ay$

$y=x^2+2ax+a^2+\frac{1}{a}$

$x_в=\frac{-b}{2a}=\frac{-2a}{2}=-a$

$y_в=\frac{1}{a}$

То есть если мы возьмём какое-то a, то точка B это $\left(-a;\frac{1}{a}\right)$. $y=-\frac{1}{x}$

3

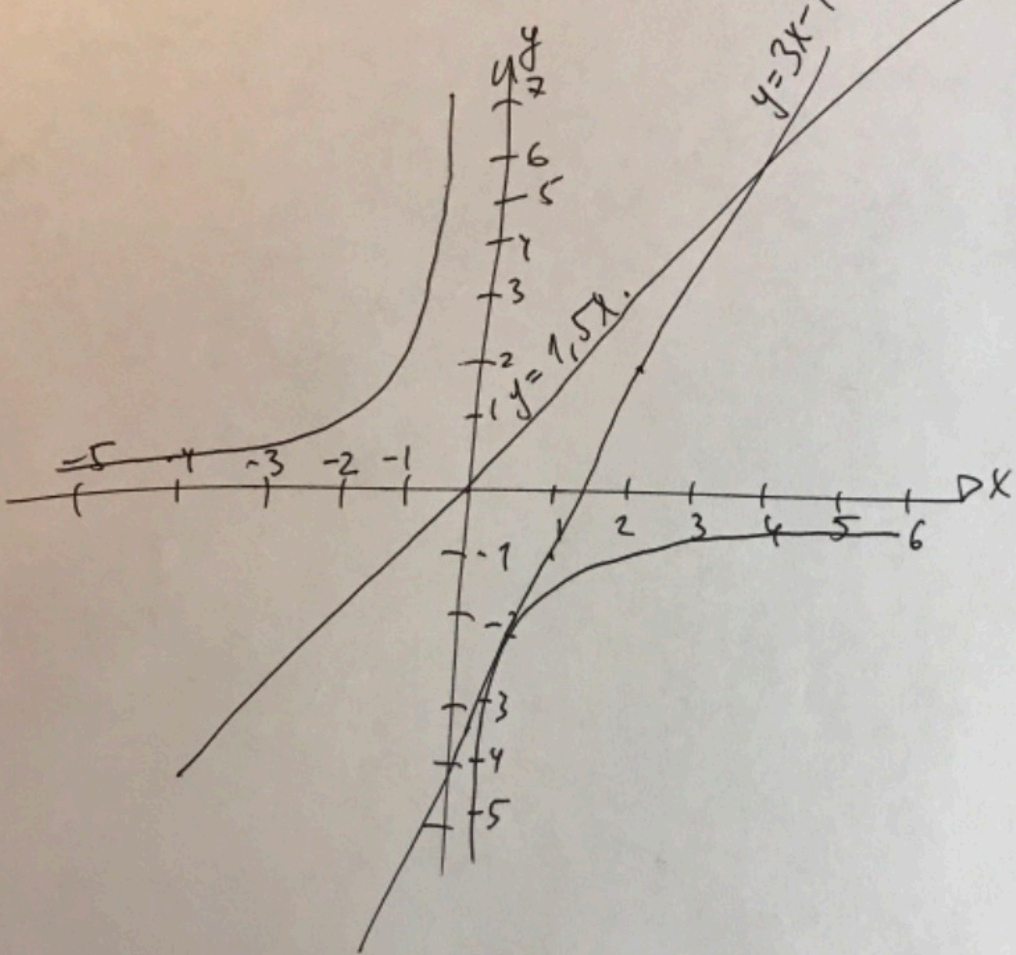
211006032 (U95716 M1275468)

Чистовик.

Задача 3 (продолжение).

(3) $3x-y=4$

$y=3x-4$



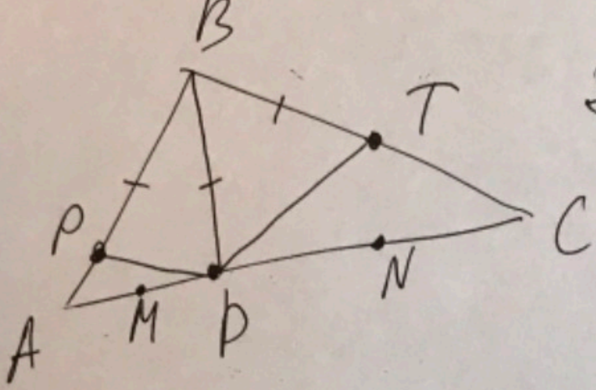
То есть если $a \le 0$, то ~~простые~~ такие точки ~~не~~ находятся по одну сторону от этой линии. Также вырезается точка $a=1$.

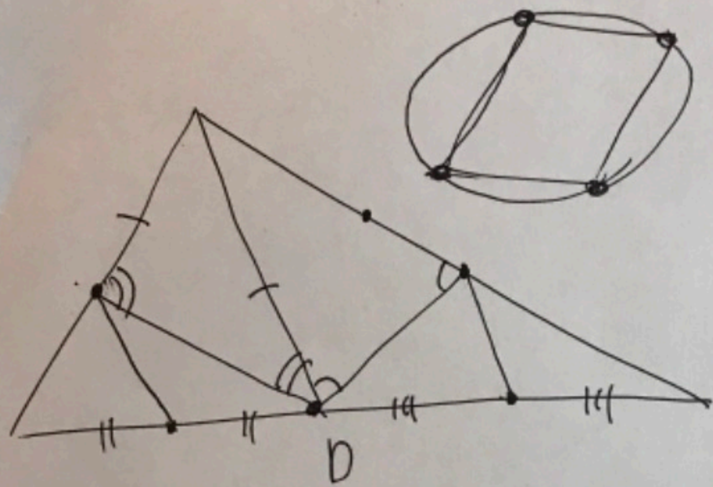
Ответ: $a \in (0;1) \cup (1;+\infty)$.

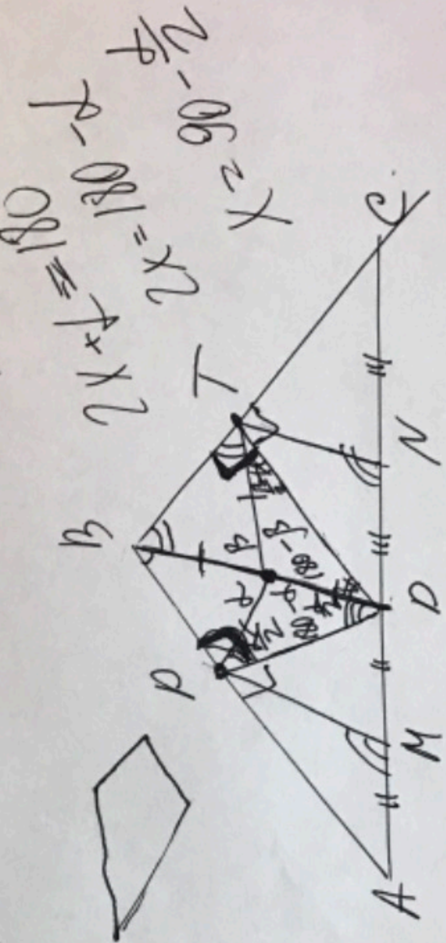
(4)

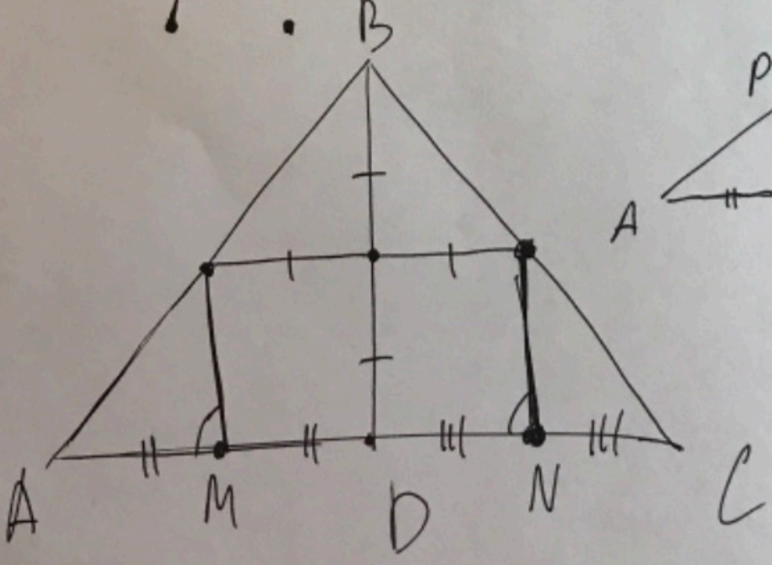
211006032 (U95716 M1275468)

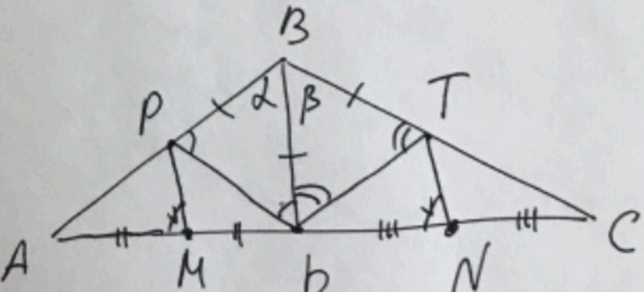
Черновик

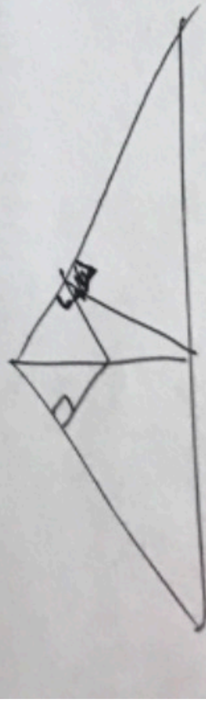

B
T
P
C
N
A
M
D

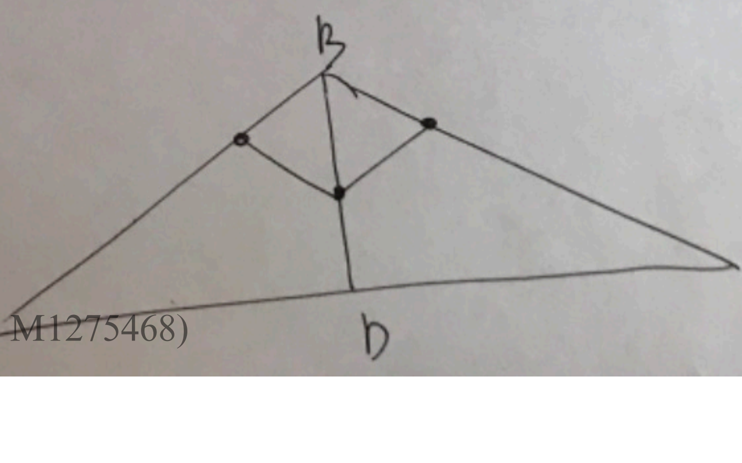

D


$2x+\gamma=180$
$2x=180-\gamma$
$x=90-\frac{\gamma}{2}$
C
T
N
B
D
P
M
A


B
A
M
D
N
C


B
P
α
β
T
A
M
D
N
C




B
D

Черновик $44 = 2\cdot 2\cdot 11$

$a_{12} = \frac{-6 \pm \sqrt{44}}{4} =$

$x_{12} = -1{,}5 \pm \sqrt{\frac{44}{16}} =$

$\sqrt{x+4} - \sqrt{6-x} + 4 = 2\sqrt{24+2x-x^2}$

$= -1{,}5 \pm \sqrt{\frac{11}{4}}$

$(x+4)(x-6) = x^2 - 2x - 24. = -(24+2x-x^2)$

① $a = -1$ $(x+4)(6-x) = -x^2 + 2x + 24$

$-4a^4 - 4a^3 + 38a^2 + 32a - 6 = 0.$

② $a = 3$ $\sqrt{x+4} = a$ $a \geq 0.$ $D = 36 + 8 = 44.$

③ $a = -1{,}5 + \sqrt{\frac{11}{4}}$ $x + 4 = a^2$

$\underline{40a^2} + \underline{40a} + \underline{10} - \underline{4a^4} - \underline{4a^3} - \underline{a^2} =$

$= \underline{a^2} + \underline{8a} + \underline{16}$

④ $a = -1{,}5 - \sqrt{\frac{11}{4}}$ $4 - a^2 = -x$

$-4a^4 + 4a^3 - 38a^2 - 32a + 6 = 0$

$4a^4 + 4a^3$ -38 $+32$

$10 - a^2 = 6 - x$

4 -4

$a - \sqrt{10-a^2} + 4 = 2a\sqrt{10-a^2}.$ $(a+1)$

$(a+1)(a-3)$ $a-1$

$a + 4 = \sqrt{10-a^2}\,(2a+1).$

	4	4	-38	-32	6
-1	4	0	-38	6	0

$\sqrt{2{,}75} =$ $\sqrt{10-a^2} = \frac{a+4}{2a+1}$

$2a$ $\frac{a+4}{2a+1} \geq 0.$ $10 - a^2 = \frac{a^2+8a+16}{4a^2+4a+1}$ $4a^3 - 38a + 6 = 0.$

$1{,}5^2 = 2{,}25$ $\frac{11}{4} = 2{,}75.$

$(4a^2+4a+1)(10-a^2) = a^2 + 8a + 16.$

$a + 4 \geq 0$ $a \geq -0{,}5.$ $\underline{40a^2} + \underline{40a} + \underline{10} - \underline{4a^3} - \underline{4a^2} - \underline{a} =$

$2a + 1 \geq 0$

$4\cdot 27 - 38\cdot 3 + 6 =$ $a - b + 4 = 2ab$ $= \underline{a^2} + \underline{8a} + \underline{16}.$

$= 108 + 6 - 38\cdot 3 =$ $a + 4 = b(2a+1)$ $-4a^3 + 35a^2 + 31a - 6 = 0$

$= 114 - 114 = 0$ $b = \frac{a+4}{2a+1}$ $4a^3 - 35a^2 - 31a + 6 = 0.$

$4a^3 - 38a + 6 = 0.$

$4\cdot 64 - 38\cdot 4 + 6$ $4\cdot 8$ $2a^2 + 6a - 1 = 0.$

$a = 3$

	4	0	-38	6
3	4	12	-2	0

$4a^2 + 12a - 2 = 0$

Черновик.

$$\sqrt{x+4} - \sqrt{6-x} + 4 = 2\sqrt{24+2x-x^2}$$

$\sqrt{x+4} = a$; $a \geq 0$.

ОДЗ:

$\begin{cases} x+4 \geq 0 \\ 6-x \geq 0 \\ 24+2x-x^2 \geq 0 \ \checkmark \end{cases}$

$\begin{cases} x+4 \geq 0, \\ 6-x \geq 0 \end{cases}$

$\begin{cases} x \geq -4, \\ x \leq 6 \end{cases}$

$x \in [-4; 6]$.

① $a = -1$ $\varnothing$

② $a = 3$

③ $a = -1{,}5 + \sqrt{\frac{11}{4}}$

④ $a = -1{,}5 - \sqrt{\frac{11}{4}}$ $\varnothing$

$16 \cdot 16 =$

$= 160 + 16 \cdot 6 =$

$= 160 +$

1 случай:

$a = 3$

$\sqrt{x+4} = 3$

$x + 4 = 9$

$x = 5.$

$$\begin{array}{r} \times\ 1{,}67 \\ 1{,}67 \\ \hline 1169 \\ 1002 \\ 167 \\ \hline 2{,}7889 \end{array}$$

$256 | 2$

$128 |$

$3\sqrt{2{,}56}$ 5

$$\begin{array}{r} \times\ 1{,}6 \\ 1{,}6 \\ \hline 96 \\ 16 \\ \hline 256. \end{array}$$

$\frac{5}{3} = 1{,}67.$

2 случай.

$\sqrt{x+4} = -1{,}5 + \sqrt{\frac{11}{4}}$.

$x+4 = 2{,}25 + \frac{11}{4} - 3\sqrt{\frac{11}{4}}$

$x+4 = 2{,}25 + 2{,}75 - 3\sqrt{2{,}75}$

$x = 1 - 3\sqrt{2{,}75}$.

$$\begin{array}{r} \times\ 1{,}6 \cdot 1 \\ 1{,}6 \\ \hline 76 \\ 16 \\ \hline 236 \end{array}$$

$3\sqrt{2{,}75} \leq 5.$

$x = \frac{9}{4} = 2{,}25.$ $3\sqrt{2{,}75} \geq 5$

$3 \cdot 1{,}7$

$9 \cdot 2{,}75 \geq 25$

$296 | 2$

$148 | 2$

$74 | 2$

37

$18 + 9 \cdot 0{,}75 =$

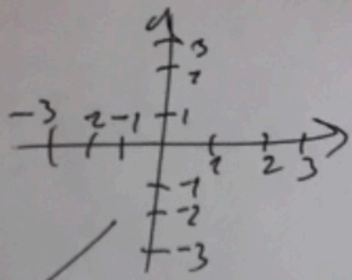
$= 18 + \frac{9 \cdot 3}{4} = 18 + \frac{27}{4} = 18 + 6{,}75 = 24{,}75.$

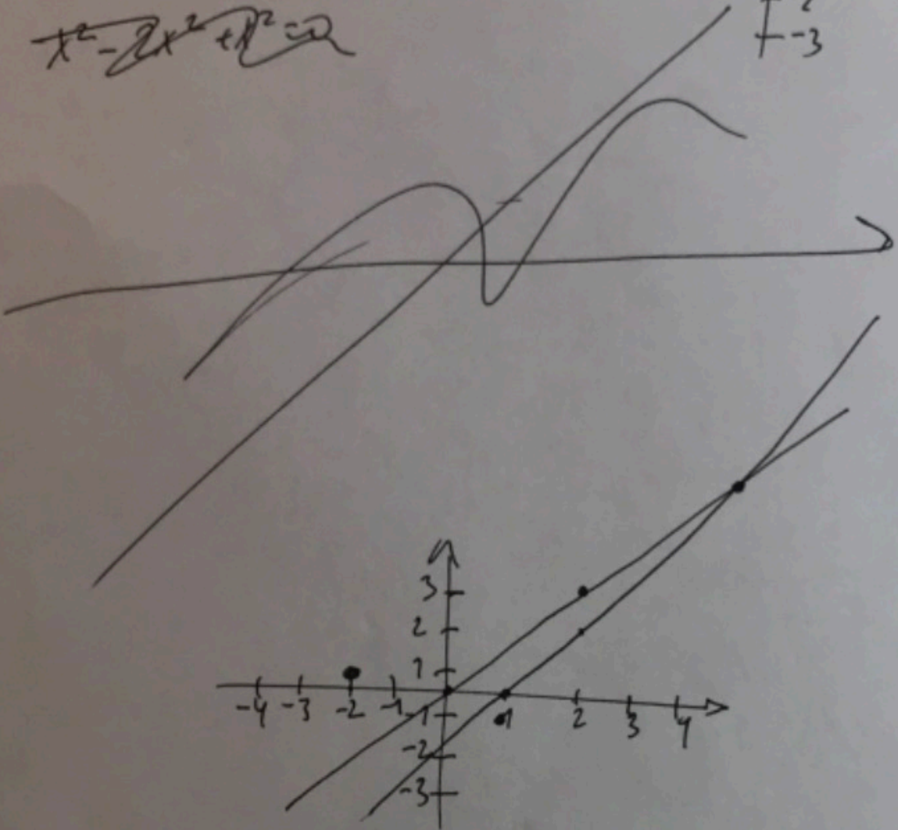
Черновик.

$\cancel{2ba^2+5\ell x\,a}$

$(a-1)^2=0$

$\cancel{x^2-2x^2+1^2=a}$





① $x=2$

$a=2$

$\cancel{y=3}$ $y=3$

$\cancel{a\neq 0}$ $a=1$

② $(2;2)$. $\cancel{x=2}$ $a=2$

$x=-2$

$y=\frac{1}{2}$

Черновик

$y = 1{,}5x.$

$a = 2x.$

~~Удал~~ $a_{12} = \frac{-b}{2a} = \frac{22x+20y}{52} = \frac{52x}{26} = 2x$

$$26a^2 - 22ax - 20ay + 5x^2 + 8xy + 4y^2 = 0.$$

$ax^2 + 2a^2x - ay + a^3 + 1 = 0.$ $\quad ay = ax^2 + 2a^2x + a^3 + 1$

$2{,}25 \cdot 4$ $\quad y = x^2 + 2ax + a^2 + \frac{1}{a}.$

$3x - y = 4$ $\quad x_в = \frac{-b}{2a} = \frac{-2a}{2} = -a.$

	x	y
1	1	-1
2	2	2

$y = 3x - 4$ $\quad 5x^2 + 8xy + 4y^2 =$ $\quad y_в = a^2 - 2a^2 + a^2 + \frac{1}{a} = \frac{1}{a}$

$y = 1{,}5x. = 5x^2 + 12x^2 + 9x^2.$

$D = 4x^2 - 4x^2$

$26x^2$

$a = 50$

$x_в = -50$

$y_в = \frac{1}{50}$

$22 \cdot 22 =$

$2 \cdot 20 \cdot 22 = 440 + 44 = 484.$

$= 40 \cdot 22 = 880$

$a^2 - 2ax + x^2 .$

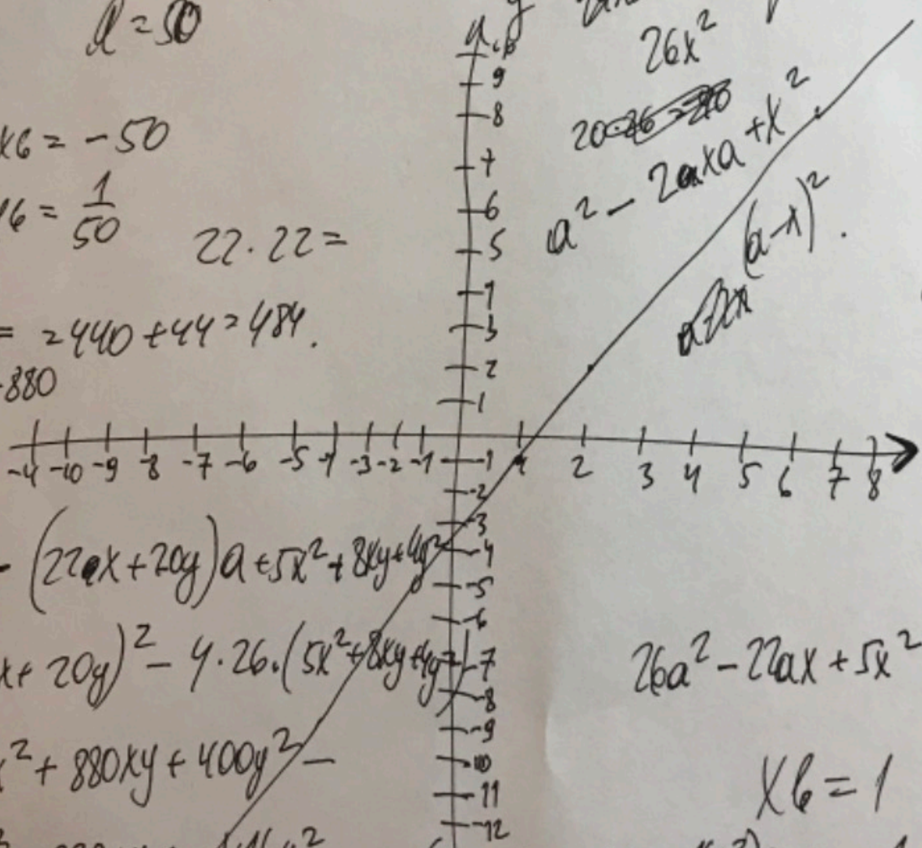
$(a-x)^2 .$

$x_в = -0{,}5$

$y_в = 2$

$x_в = 5.$

$y_в = -\frac{1}{5}$



$26a^2 - (22ax + 20y)a + 5x^2 + 8xy + 4y^2$

$D = (22x + 20y)^2 - 4 \cdot 26 \cdot (5x^2 + 8xy + 4y^2)$

$26a^2 - 22ax + 5x^2 = 20ay - 8xy - 4y^2$

$D = 484x^2 + 880xy + 400y^2 -$

$x_в = 1$

$-520x^2 - 832xy - 416y^2 = -(36x^2 - 48xy + 16y^2) =$ $y_в = -1$

$6x = 4y$

$4 \cdot 4 \cdot 26$

$\times \begin{array}{r} 26 \\ 16 \\ \hline 156 \\ 26 \\ \hline 416 \end{array}$

$4 \cdot 26 \cdot 8 = 32 \cdot 26 =$ $\quad$ ~~$D = 20ay + 22ax$~~

$26 \cdot 16$

$= 640 + 192 = 832$

$D = \sqrt{-(6x - 4y)^2}$ $\quad \sqrt{-(6x-4y)^2} = 0$

$-4 \quad 6x - 4y = 0 \quad y = 1{,}5x.$

Часть 2

Олимпиада: **Математика, 10 класс (2 часть)**

Шифр: **211006032**

ID профиля: **95716**

Вариант 9

3200 Черновик.

40

$y+\alpha=60^\circ$

$a+\beta=60^\circ$

$y+a+240^\circ+x=360^\circ$

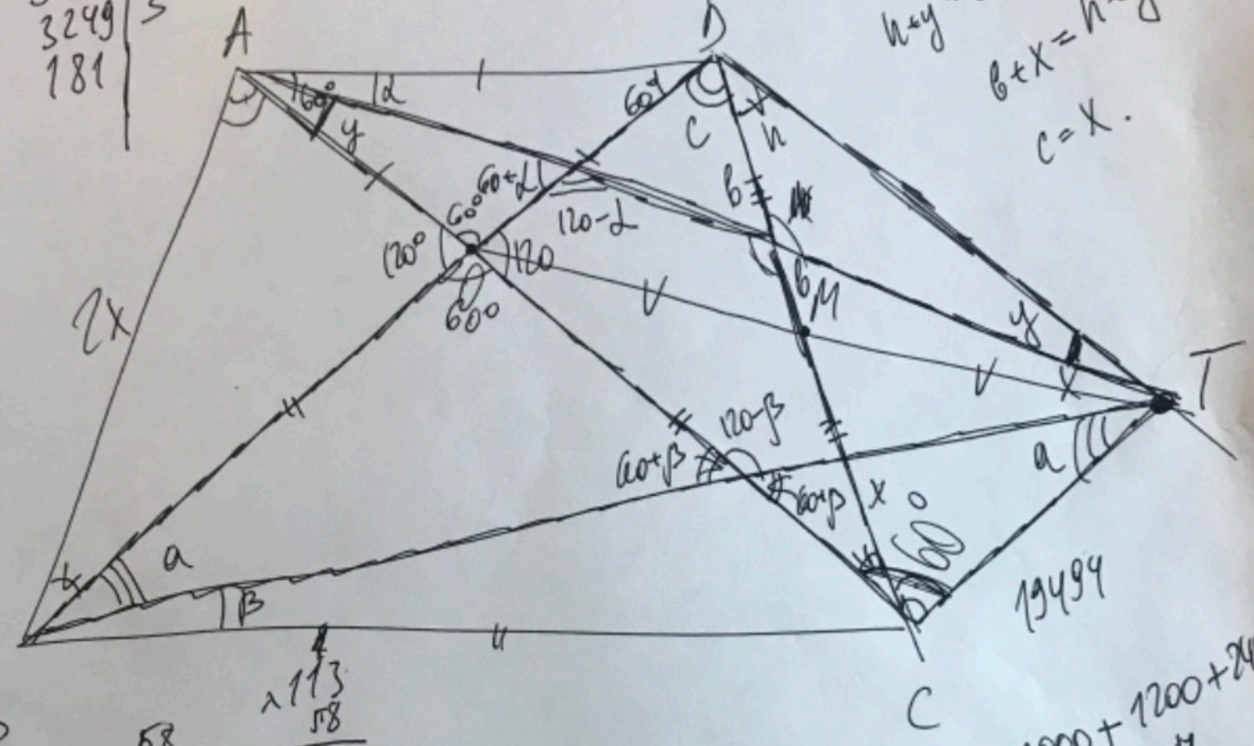
$y+a+x=120^\circ$

$$\begin{array}{r|l} 19494 & 2 \\ 9747 & 3 \\ 3249 & 3 \\ 181 & \end{array}$$

$h+y=c+b$

$b+x=h+y$

$c=x$



58

$$\begin{array}{r} \times\,113 \\ 58 \\ \hline 904 \\ 565 \\ \hline 6554 \end{array}$$

~~$x+x+x=120$~~

$3249\cdot 6=18000+1200+240+54$

3364

$120+120+120-\alpha-\beta+x=360$

$x=\alpha+\beta$.

$\cancel{c}+h+y=\cancel{c}+b$

$h+y=b$

$b+\cancel{x}=\cancel{x}+y+h$

$$\begin{array}{r} -\,3363 \\ 57 \\ \hline 3306 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} -\,3306 \\ 57 \\ \hline 3249 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} -\,376784 \\ 6554 \\ \hline 370230 \end{array}$$

376 784

188 392

$$\begin{array}{r} \times\,3249 \\ 116 \\ \hline 19494 \\ 3249 \\ 3249 \\ \hline 376784 \end{array}$$

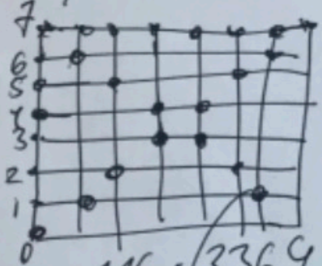
$$\begin{array}{r|l} 376784 & 2 \\ 188392 & 2 \\ 94196 & 2 \\ 47098 & 2 \\ 23599 & \end{array}$$

75469)

черновик.

$116 \cdot (58^2 - \cancel{1} - \cancel{57} = \cancel{57} - 56 - \cancel{57})$.

$116 \cdot$



$116 \cdot (3364$

$$\begin{array}{r} 58 \\ \times\ 58 \\ \hline 464 \\ 290\ \ \\ \hline 3364 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 113 \\ \times\ 58 \\ \hline 904 \\ 565\ \ \\ \hline 6554 \end{array}$$

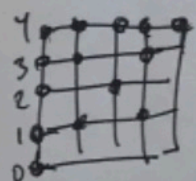
$$\begin{array}{r} 3364 \\ -\ 57 \\ \hline 3307 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 3306 \\ -\ 57 \\ \hline 3249 \end{array}$$

$116 \cdot (58^2 - 1 - 57 - 57 - 56 - 57) + \dfrac{116 \cdot 113}{2}$

$6554 +$

$$\begin{array}{r} 3249 \\ -\ 57 \\ \hline 3192 \end{array}$$

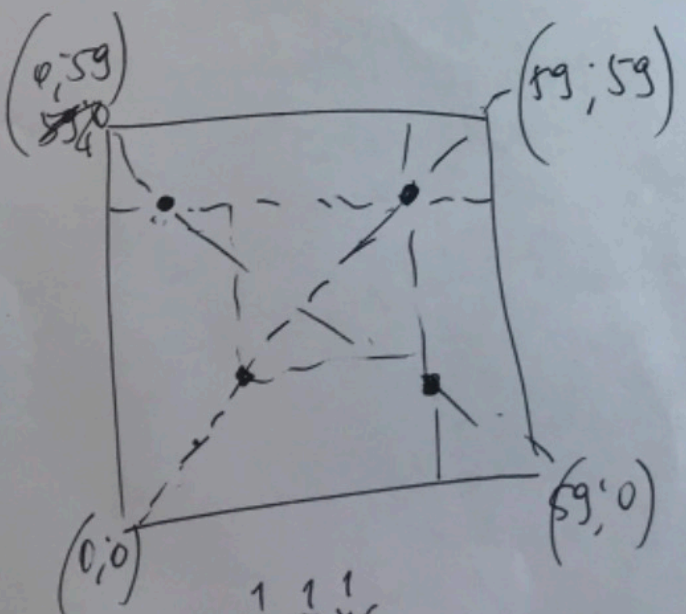
Не пересекаются, так как



$$\begin{array}{r} 3192 \\ -\ 56 \\ \hline 3136 \end{array}$$

$116 \cdot 3136$.

$58 \cdot 113 + 116 \cdot 3136$.



$\dfrac{116 \cdot 113}{2}$

$\dfrac{116 \cdot 113}{2} + 116 \cdot 3136$.

$$\begin{array}{r} 363776 \\ +\ 6554 \\ \hline 370330 \end{array}$$

370 330.

$$\begin{array}{r} 3136 \\ \times\ 116 \\ \hline 18816 \\ 3136\ \ \\ 3136\ \ \ \ \\ \hline 363776 \end{array}$$

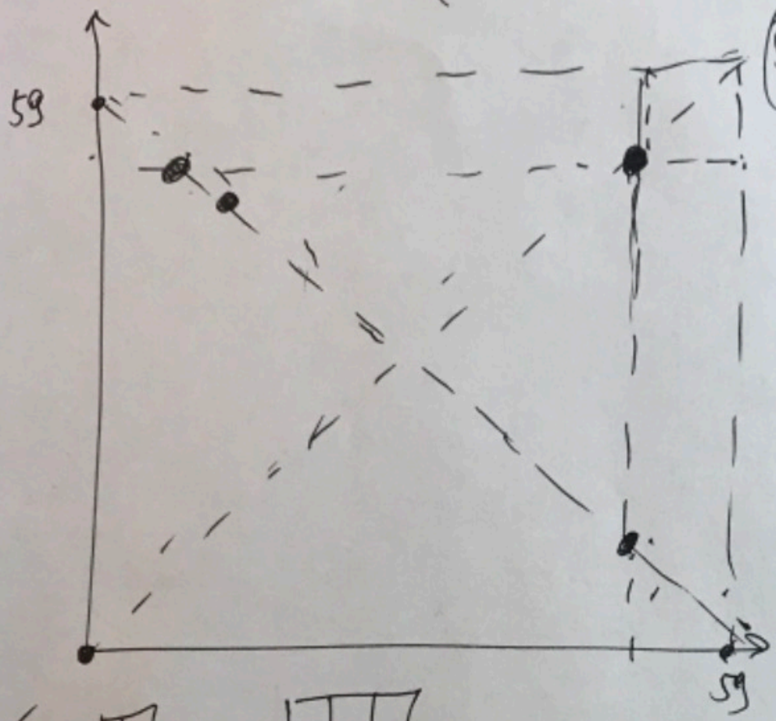
$363\,776 +$

6557

Черновик.

$$2\cdot 58\cdot\left(58^2-2\cdot 57\right)$$

$$-(a-2)-(a-3)=-2a+5.$$



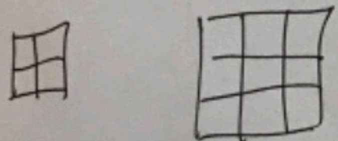
$$58+58=116.$$

116.

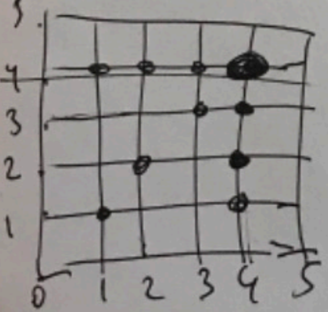
116 способов.

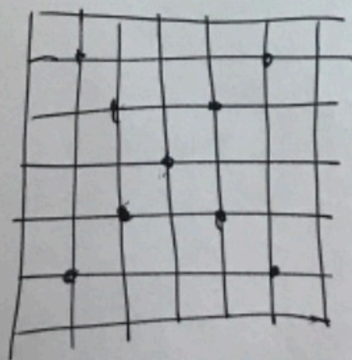
$$2(60-2-1)=57\cdot 2$$

$$57\cdot 2=114.$$



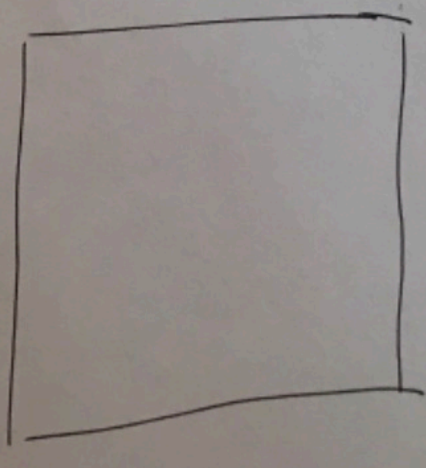
58.





а точек на стороне

$3\cdot 3$



$$2(a-2)\cdot\left((a-2)^2-2(a-3)\right)$$

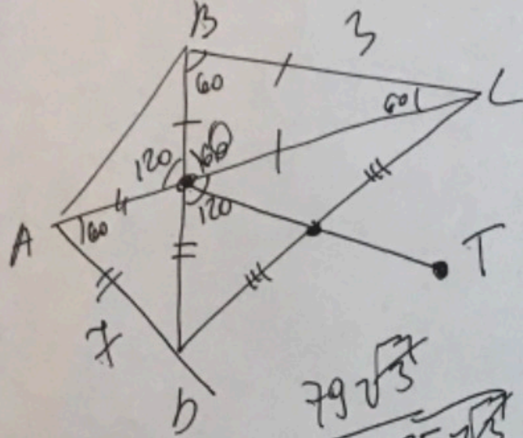
$$2(6-2)\cdot\left((6-2)^2-2(6-2)\right)=$$

$$=\underbrace{2\cdot 4}_{8}\cdot\left(16-2\cdot 4\right)=8\cdot 8=64.$$

211006032 (U95716 M1275469)

$AO + OC = BO + OD$

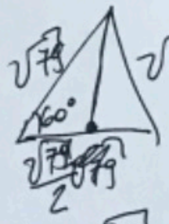
$AC = BD.$

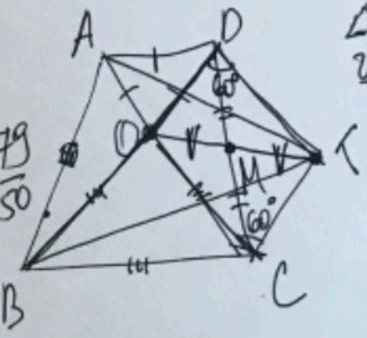


$1{,}58.$

$DT = OC = BO.$

$\frac{79}{50} =$



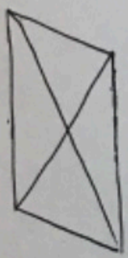


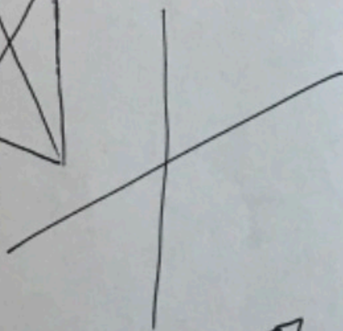
$\frac{79\sqrt{3}}{2\cdot 25\sqrt{3}} = \frac{79}{50}$

$\frac{\sqrt{79}}{2}\cdot\frac{\sqrt{3}\sqrt{79}}{2} =$

$= \frac{79\sqrt{3}}{2} =$

$= \frac{79}{2}\sqrt{3}.$





$AD \parallel BC$

$AB = CD.$

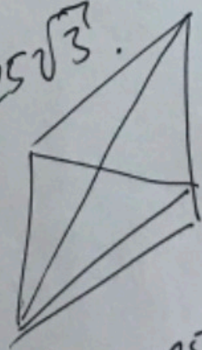
$5;6,6;5,5,7 =$

$15+12+7 = 27+7 =$

34

$\sqrt{79-4} = \sqrt{75}.$

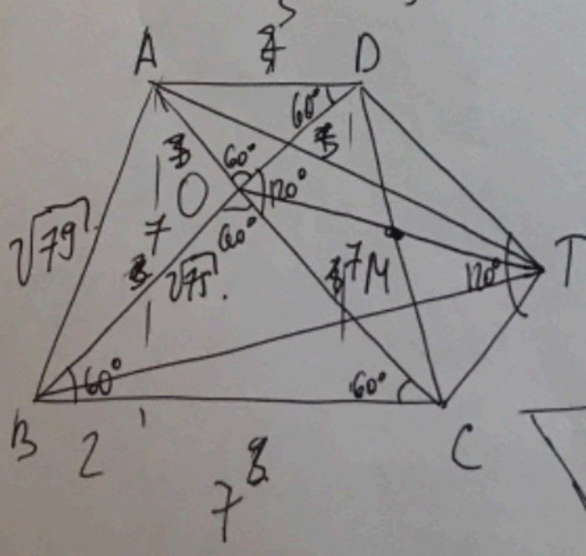
$5\cdot\sqrt{75} = 25\sqrt{3}.$

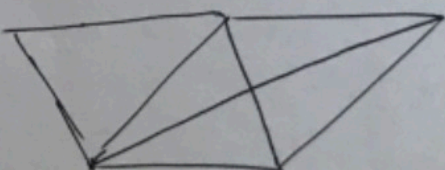


$S_{ABCD} = 25\sqrt{3}.$

$5+6 = 11.$

$21.$





$49+9+7\cdot 3 =$

$= \sqrt{49+21+9} =$

$= \sqrt{79}.$

Черновик

$$\frac{2}{x^2+y^2}+x^2y^2=2,$$

$$x^4+y^4+3x^2y^2=5.$$

$$x^4+y^4+2x^2y^2=5-x^2y^2$$

$$(x^2+y^2)^2=5-x^2y^2.$$

$$x^2y^2=5-(x^2+y^2)^2$$

$$\frac{2}{x^2+y^2}+5-(x^2+y^2)^2=2$$

$$\frac{2}{x^2+y^2}-(x^2+y^2)^2+3=0 \quad \Big| \cdot x^2+y^2.$$

$$2-(x^2+y^2)^3+3(x^2+y^2)=0.$$

$$x^2+y^2=t;\ t\geq 0.$$

$$-t^3+3t+2=0$$

$$t^3-3t-2=0$$

$$-1+3-2=0$$

$$t=-1$$

	1	0	-3	-2
-1	1	-1	-2	0

$$t^2-t-2=0$$

$$(t-2)(t+1)=0$$

$$(t+1)^2(t-2)=0$$

1) $t=-1$ $\varnothing$

2) $t=2.$

$$x^2+y^2=2$$

$$x=\sqrt{2-y^2}.$$

$$x^2=2-y^2.$$

$$(2-y^2)^2+y^4+3\cancel{x}y^2(2-y^2)=5,$$

$$\cancel{8}4-4y^2+y^4+y^4+6y^2-3y^4=5,$$

$$-y^4+2y^2-1=0$$

$$y^4-2y^2+1=0$$

$$(y^2-1)^2=0$$

$$y^2=1$$

$$\left[\begin{array}{l} y=1. \\ y=-1. \end{array}\right. \quad \left[\begin{array}{l} x=1 \\ x=-1 \end{array}\right..$$

$$x^2+y^2=2.$$

Ответ: $(1;1);\ (-1;1);\ (1;-1);\ (-1;-1).$

Черновик

$$\begin{array}{r} \times\ 3249 \\ 116 \\ \hline 19494 \\ 3249 \\ 3249 \\ \hline 376884 \end{array}$$

376 884.

Чистовик

5. ее по теореме пифагора

$AH = \sqrt{75}$.

$S_{ABCD} = AH \cdot \frac{AD+BC}{2} = AH \cdot 5 = 5\sqrt{75} = 25\sqrt{3}$.

6. ABT – правильный.

$AB = \sqrt{79}$.

TH_1 – высота

$\Rightarrow AH_1 = \frac{\sqrt{79}}{2}$

7. По теореме пифагора $TH_1 = \frac{\sqrt{79} \cdot \sqrt{3}}{2}$

8. $S_{ABT} = TH_1 \cdot \frac{AB}{2} = \frac{\sqrt{79} \cdot \sqrt{3} \cdot \sqrt{79}}{2 \cdot 2} = \frac{79 \cdot \sqrt{3}}{4}$

9. $\frac{S_{ABT}}{S_{ABCD}} = \frac{79\sqrt{3}}{4 \cdot 25\sqrt{3}} = \frac{79}{100} = 0{,}79$.

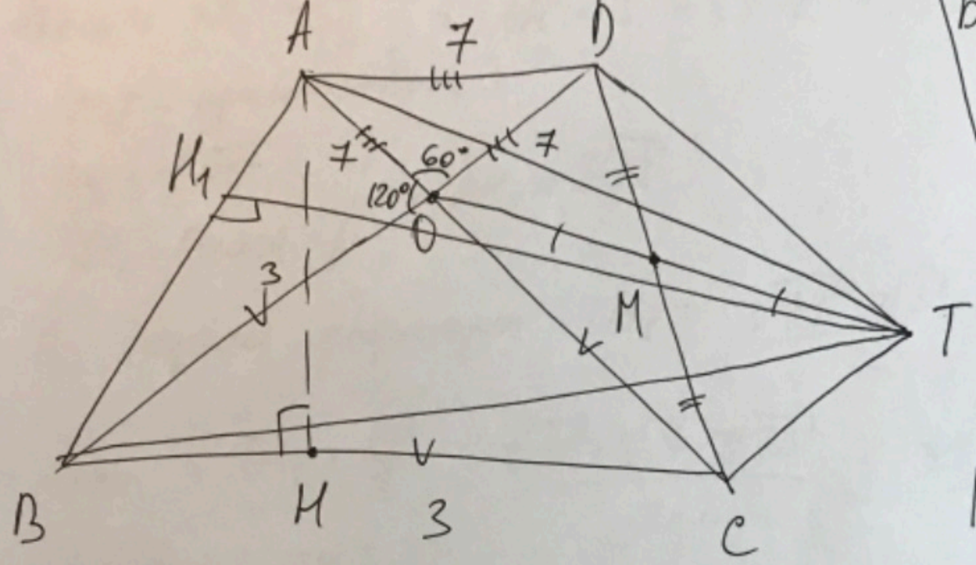
Ответ: 0,79.

6

211006032 (U95716 M1275469)

Чистовик.

Задача 3.



Дано:

$\triangle BOC$ – правильный

$\triangle AOD$ – правильный

$OM = OT$

$DM = DC$

$BC = 3$

$AD = 7$

Док-ть:

$\triangle ABT$ – правильный.

Найти:

$\dfrac{S_{\triangle ABT}}{S_{ABCD}}$ – ?

Пункт а я доказать не смог, но в пункте б мы можем использовать, то, что $\triangle ABT$ – правильный.

1. $\triangle AOD$; $\triangle BOC$ – правильные

$AO = DO$, $BO = CO$ $\Rightarrow AC = BD \Rightarrow$ ~~Касн~~ $ABCD$ – равнобокая трапеция.

2. O симметрична T относительно M. $\Rightarrow OM = MT$.

3. $OM = MT$, $DM = DC$ $\Rightarrow$ $DOCT$ – параллелограм.

4. $AO = 7$, $BO = 3$, $\angle AOB = 120°$ $\Rightarrow$ по теореме косинусов $AB = \sqrt{79}$.

5

5. Если мы проведём высоту, то можно рассчитать

Чистовик

Задача 2 (продолжение).

Это мы можем сделать таким кол-вом вариантов:
$58^2-1-57-57$ (58* на 58 это всего узлов, 1 - это 1-ая точка которую мы выбрали; 2 раза по 57 это две линии, на которых нельзя брать точки), а ~~потому~~
Также вычтем часть вариантов когда 2-ую точку мы ставим также на диагональ, потому что такие варианты мы считаем по 2 раза. То есть всего вариантов расстановки 2-ой точки будет:
$$58^2-1-57-57-\frac{57+56}{2}$$
Два полученных числа надо перемножить:
$$116\cdot\left(58^2-1-57-57-\frac{57+56}{2}\right)=116\cdot(58^2-1-57-57)-$$
$$-\frac{116\cdot113}{2}=370\ 330$$

Ответ: 370 330.

4

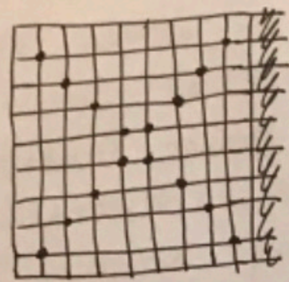
211006032 (U95716 M1275469)

Чистовик.

Задача 2.

Нарисуем два квадрата: 1-ый, ~~сторо~~ длина стороны которого нечётна, и 2-ой, длина стороны которого чётна:

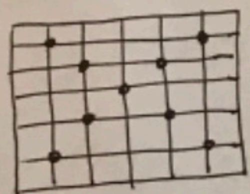
1)



И отметим диагонали узлов.

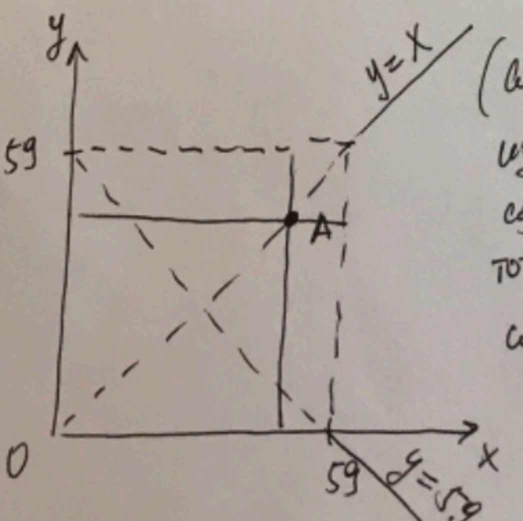
Ни один узел из одной диагонали не совпадает ни с каким другим узлом другой диагонали.

2)



Здесь же два узла совпадают, потому-что диагонали узлов „перекрещиваются".

Значит, поскольку длина стороны нашего квадрата нечётна, а именно 59, то и узлы диагоналей пересекаться не будут. Значит всего узлов в диагоналях $58 \cdot 2 = 116$.



Первую точку мы ставим ~~[illegible]~~ (выбираем первый узел) на любую из этих диагоналей. Способов это сделать 116. Допустим мы выбрали точку A. Тогда точку B мы не сможем взять в точках выделенных прямыми линиями, так как тогда два выбранных нами узла будут лежать на прямой, параллельной одной из осей координат.

3

Чистовик

Задача 1 (продолжение)

$y^4 - 2y^2 + 1 = 0$

$(y^2 - 1)^2 = 0$

$y^2 - 1 = 0$

$y^2 = 1$

$y = \pm 1$

[redacted] $x = \pm 1$

Ответ: $(1;1)$; $(1;-1)$; $(-1;1)$; $(-1;-1)$.

Чистовик

Задача 1.

$$\begin{cases} \dfrac{2}{x^2+y^2} + x^2y^2 = 2, \\ x^4+y^4+3x^2y^2 = 5 \end{cases}$$

$x^4+2x^2y^2+y^4+x^2y^2=5,$

$(x^2+y^2)^2-5=-x^2y^2$

$x^2y^2=5-(x^2+y^2)^2.$

Подставим в первое ~~выражение~~ уравнение.

$\dfrac{2}{x^2+y^2}+5-(x^2+y^2)^2=2,$

$\dfrac{2}{x^2+y^2}+3-(x^2+y^2)^2=0 \quad \Big| \cdot (x^2+y^2)$

$2+3(x^2+y^2)-(x^2+y^2)^3=0, \quad \Big| \cdot (-1).$

$(x^2+y^2)^3-3(x^2+y^2)-2=0$

$x^2+y^2=t; \ t \geq 0$

$t^3-3t-2=0$

$(t+1)^2(t-2)=0$

$\left[\begin{array}{l} t=-1, \varnothing \ (t\geq 0) \\ t=2 \end{array}\right.$

$x^2+y^2=2.$

$x^2=2-y^2$

Подставим во 2-ое уравнение.

$(2-y^2)^2+y^4+3y^2(2-y^2)=5,$

$4-4y^2+y^4+y^4+6y^2-3y^4=5,$

$-y^4+2y^2-1=0 \quad \Big| \cdot (-1)$

1