Часть 1

Олимпиада: **Математика, 10 класс (1 часть)**

Шифр: **211005896**

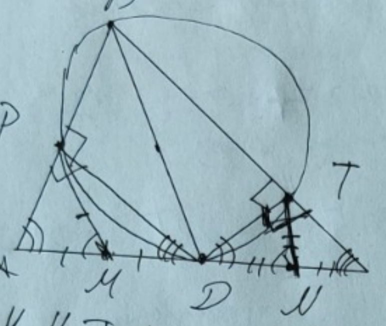
ID профиля: **318488**

Вариант 9

Чистовик 1 | Вариант 9.

№1.

а)



$\angle BPD = \angle BTD = 90^\circ$ (как углы, опир. на диаметр)

$\Downarrow$

$\angle APD = \angle DTC = 90^\circ$

$\Downarrow$

$PM = AM = MD$

$TN = DN = NC$ (медианы прямоуг. тр-ков)

$$\left.\begin{array}{l} PM \parallel TN \Rightarrow \angle PMA = \angle TND \\ AM = PM \\ DN = NT \end{array}\right\} \Rightarrow$$

$$\left.\begin{array}{l} \Rightarrow \angle PAM = \angle TDN \\ \angle APD = \angle DTC \end{array}\right\} \Rightarrow \triangle APD \sim \triangle DTC \sim \triangle ABC$$

Пусть $\beta = \angle PAD = \angle TDC$

$\gamma = \angle PDA = \angle TCD$

$\beta + \gamma = 90^\circ \Rightarrow \angle PDT = 90^\circ$

$\square PBTD$ - впис. $\Rightarrow \angle PBT = 180^\circ - \angle PDT = 180^\circ - 90^\circ = 90^\circ \Rightarrow$

$\Rightarrow \angle ABC = 90^\circ$

Ответ: 90°.

№7 (продолжение) | Чистовик 2

б) $\angle PBT = \angle BTD = \angle TDP = \angle DPB = 90^\circ$

$\Downarrow$

$\square PBTD$ - прямоугольник

$\Downarrow$

$4 = BD^2 = BT^2 + DT^2 = PD^2 + DT^2$
(теор. Пиф.)

$\frac{NT}{MP} = 5 \Rightarrow \frac{DT}{AP} = 5 \Rightarrow DT^2 = 25AP^2$

$AD = 2PM = 1$ (медиана пр. тр-ка)

$1 = AD^2 = AP^2 + PD^2$ (теор. Пиф.)

Тогда:

$4 = PD^2 + DT^2 = PD^2 + 25AP^2 = AD^2 + 24AP^2 =$
$= 1 + 24AP^2 \Rightarrow 24AP^2 = 3 \Rightarrow AP^2 = \frac{3}{24}$

$PD^2 = 1 - AP^2 = \frac{7}{8} \Rightarrow PD = \frac{\sqrt{7}}{\sqrt{8}}$

$AP = \frac{1}{\sqrt{8}}$

$\Rightarrow S_{APD} = \frac{AP \cdot PD}{2} = \frac{\frac{1}{\sqrt{8}} \cdot \frac{\sqrt{7}}{\sqrt{8}}}{2} = \frac{\sqrt{7}}{16}$

$AC = AD + DC = 2PM + 2TN = 1 + 5 = 6$

$\frac{AC}{AD} = \frac{6}{1} = 6 \Rightarrow \frac{S_{ABC}}{S_{APD}} = 6^2 = 36 \Rightarrow$

$\Rightarrow S_{ABC} = \frac{36\sqrt{7}}{16} = \frac{9\sqrt{7}}{4}$

Ответ: $\frac{9\sqrt{7}}{4}$.

211005896 (U318488 M1274418)

№2.

Чистовик 3

$$\sqrt{x+4}-\sqrt{6-x}+4=2\sqrt{24+2x-x^2}$$

$$\sqrt{x+4}-\sqrt{6-x}+4=2\sqrt{x+4}\cdot\sqrt{6-x}$$

ОДЗ: $\begin{cases} x+4\geq 0 \\ 6-x\geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x\geq -4 \\ x\leq 6 \end{cases} \Leftrightarrow x\in[-4;6]$

Пусть $\begin{cases} a=\sqrt{x+4} \\ b=\sqrt{6-x} \end{cases}$ $(a,b\geq 0)$

$\begin{cases} a-b+4=2ab \\ a^2+b^2=10 \end{cases}$ $\begin{cases} a^2+b^2-2ab=10-a+b-4 \\ a-b+4=2ab \end{cases}$

$\begin{cases} (a-b)^2+(a-b)-6=0 \\ a-b+4=2ab \end{cases}$

Пусть $t=a-b$

$t^2+t-6=0$

$(t-2)(t+3)=0$

$\left[\begin{array}{l} t=2 \\ t=-3 \end{array}\right.$

$\left[\begin{array}{l} \begin{cases} a=b+2 \\ 2+4=2b(b+2) \end{cases} \\ \begin{cases} a=b-3 \\ -3+4=2b(b-3) \end{cases} \end{array}\right.$

$\left[\begin{array}{l} \begin{cases} a=b+2 \\ b^2+2b-3=0 \end{cases} \\ \begin{cases} a=b-3 \\ 2b^2-6b-1=0 \end{cases} \end{array}\right.$

$\left[\begin{array}{l} \begin{cases} a=b+2 \\ (b-1)(b+3)=0 \end{cases} \\ \begin{cases} a=b-3 \\ b=\frac{6\pm 2\sqrt{11}}{4} \end{cases} \end{array}\right.$

$\left[\begin{array}{l} \begin{cases} a=3 \\ b=1 \end{cases} \\ \begin{cases} a=-1 \\ b=-3 \end{cases} \text{ — не подх., } a<0 \\ \begin{cases} a=\frac{-3+\sqrt{11}}{2} \\ b=\frac{3+\sqrt{11}}{2} \end{cases} \\ \begin{cases} a=\frac{-3-\sqrt{11}}{2} \\ b=\frac{3-\sqrt{11}}{2} \end{cases} \text{ — не подх., } a<0 \end{array}\right.$

211005896 (U318488 M1274418)

Чистовик 4

$$\left[\begin{array}{l} \begin{cases} \sqrt{x+4}=3 \\ \sqrt{6-x}=1 \end{cases} \\ \begin{cases} \sqrt{x+4}=\dfrac{-3+\sqrt{11}}{2} \\ \sqrt{6-x}=\dfrac{3+\sqrt{11}}{2} \end{cases} \end{array}\right.$$

$$\left[\begin{array}{l} \begin{cases} x+4=9 \\ 6-x=1 \end{cases} \\ \begin{cases} 4x+16=9-6\sqrt{11}+11 \\ 24-4x=9+6\sqrt{11}+11 \end{cases} \end{array}\right.$$

$$\left[\begin{array}{l} \begin{cases} x=5 \\ x=5 \end{cases} \\ \begin{cases} 4x=4-6\sqrt{11} \\ 4x=4-6\sqrt{11} \end{cases} \end{array}\right.$$

$$\left[\begin{array}{l} x=5 \\ x=\dfrac{2-3\sqrt{11}}{2} \end{array}\right.$$

$$5\in[-4;6]$$

$$-4<\frac{2-3\sqrt{11}}{2}$$
$$-8<2-3\sqrt{11}$$
$$3\sqrt{11}<10$$
$$99<100$$

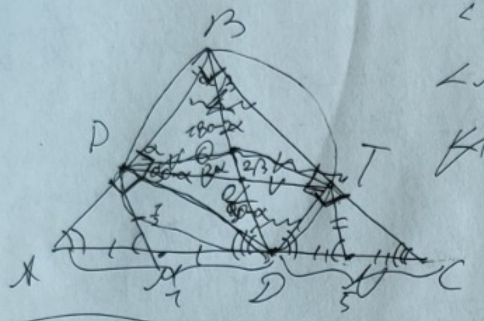
$$\frac{2-3\sqrt{11}}{2}<6$$
$$2-3\sqrt{11}<12$$
$$-10<3\sqrt{11}$$

$$\frac{2-3\sqrt{11}}{2}\in[-4;6]$$

Ответ: $\left\{5;\ \dfrac{2-3\sqrt{11}}{2}\right\}$.

Черновик 1

№1



$\angle ABC - ?$

$\angle ABC = \frac{\angle POT}{2}$

$\angle ABC = \cancel{180} \angle PDT$

$\angle ABC = 90^\circ$

$\square PBTD$ - пр-к

$MP = \frac{1}{2}$ $NT = \frac{5}{2}$ $BD = 2$

$4 = BD^2 = \sqrt{DT^2 + BT^2} = PD^2 + DT^2 =$

$NT = 5PM \Rightarrow DT = 5AP$

$= PD^2 + 23AP^2 - AD^2 + 24AD^2 =$
$= 1 + 24AP^2$

$1 = AD^2 = PD^2 + AP^2$

$PD^2 = \frac{7}{8}$

$24AP^2 = 3$

$AP^2 = \frac{1}{8}$

$AP = \frac{1}{\sqrt{8}}$

$\frac{AC}{AD} = \frac{6}{1} = 6$

$\Downarrow$

$\frac{S_{ABC}}{S_{APD}} = 6^2 = 36$

$\Downarrow$

$S_{ABC} = \frac{6\sqrt{7}}{16} =$

$S_{APD} = \frac{AP \cdot PD}{2} = \frac{\frac{1}{\sqrt{8}} \cdot \frac{\sqrt{7}}{\sqrt{8}}}{2} = \frac{\sqrt{7}}{16}$

211005896 (U318488 M1274418)

Черновик 2

№2.

$$\sqrt{x+4}-\sqrt{6-x}+4=2\sqrt{24+2x-x^2}$$

ОДЗ: $\begin{cases} x+4\geq 0 \\ 6-x\geq 0 \end{cases}$ $\begin{cases} x\geq -4 \\ x\leq 6 \end{cases}$ $x\in[-4;6]$

$-x^2+2x+24=$
$=-(x^2-2x-24)$
$D=2^2+4\cdot 24=100$
$-(x-6)(x+4)=(6-x)(x+4)$

$$\sqrt{x+4}-\sqrt{6-x}+4=2\sqrt{x+4}\cdot\sqrt{6-x}$$

Пусть $a=\sqrt{x+4}$
$b=\sqrt{6-x}$

$\begin{cases} a-b+4=2ab \\ a^2+b^2=10 \end{cases}$ $\begin{cases} a^2+b^2-2ab=10-a+b-4 \\ a-b+4=2ab \end{cases}$

$\begin{cases} (a-b)^2=b-a+6 \\ a-b+4=2ab \end{cases}$ $\begin{cases} (a-b)^2+(a-b)-6=0 \\ a-b+4=2ab \end{cases}$

Пусть $t=a-b$

$t^2+t-6=0$ $D=1^2+4\cdot 6=25$

$(t-2)(t+3)=0$

$\left[\begin{array}{l} a-b=2 \\ a-b=-3 \end{array}\right.$ $\left[\begin{array}{l} \begin{cases} a=b+2 \\ 2+4=2b(b+2) \end{cases} \\ \begin{cases} a=b-3 \\ -3+4=2b(b-3) \end{cases} \end{array}\right.$

$\left[\begin{array}{l} \begin{cases} a=b+2 \\ b^2+2b-3=0 \end{cases} \\ \begin{cases} a=b-3 \\ 2b^2-6b-1=0 \end{cases} \end{array}\right.$ $\left[\begin{array}{l} \begin{cases} a=b+2 \\ (b-1)(b+3)=0 \end{cases} \\ \begin{cases} a=b-3 \\ b=\frac{6\pm 2\sqrt{11}}{4} \end{cases} \end{array}\right.$

$D=6^2+4\cdot 1\cdot 2=36+8=$
$=44$

Черновик 3

№2 (прод.)

$$\left[\begin{array}{l} \begin{cases} a=3 \\ b=1 \end{cases} \\ \begin{cases} \cancel{a=-1} \\ \cancel{b=-3} \end{cases} \quad \begin{matrix} a\geq 0 \\ b\geq 0 \end{matrix} \\ \begin{cases} a=\frac{-3+\sqrt{11}}{2} \\ b=\frac{3+\sqrt{11}}{2} \end{cases} \\ \begin{cases} \cancel{a=\frac{-3-\sqrt{11}}{2}} \\ \cancel{b=\frac{3-\sqrt{11}}{2}} \end{cases} \end{array}\right.$$

$$\left[\begin{array}{l} \begin{cases} \sqrt{x+4}=3 \\ \sqrt{6-x}=1 \end{cases} \\ \begin{cases} \sqrt{x+4}=\frac{-3+\sqrt{11}}{2} \\ \sqrt{6-x}=\frac{3+\sqrt{11}}{2} \end{cases} \end{array}\right.$$

$$\left[\begin{array}{l} \begin{cases} x+4=9 \\ 6-x=1 \end{cases} \\ \begin{cases} 4x+16=11+9-6\sqrt{11} \\ 24-4x=11+9+6\sqrt{11} \end{cases} \end{array}\right.$$

$$\left[\begin{array}{l} \begin{cases} x=5 \\ x=5 \end{cases} \\ \begin{cases} 4x=4-6\sqrt{11} \\ 4x=4-6\sqrt{11} \end{cases} \end{array}\right.$$

$$\left[\begin{array}{l} x=5 \\ x=\cancel{1-\frac{3}{2}\sqrt{11}}\ \frac{2-3\sqrt{11}}{2} \end{array}\right.$$

$$\sqrt{5+4}\ \cancel{\ \ }\ -\sqrt{6-5}+4=\sqrt{9}-\sqrt{1}+4=3-1+4=6$$

$$2\sqrt{24+2\cdot 5-5^2}=2\sqrt{24+10-25}=2\sqrt{9}=6$$

$$-4<\frac{2-3\sqrt{11}}{2} \qquad \frac{2-3\sqrt{11}}{2}<6$$

$$-8<2-3\sqrt{11} \qquad 2-3\sqrt{11}<12$$

$$3\sqrt{11}<10 \qquad -10<3\sqrt{11}$$

$$99<100$$

211005896 (U318488 M1274418)

Чорновик 4

$x+y=a$
$x-y=b$
$x=\frac{a+b}{2}$
$y=\frac{a-b}{2}$

№3

$D=8^2$

$26a^2-22ax-20ay+5x^2+8xy+4y^2=0$

$2a(13a-11x-10y)+5x^2+8xy+4y^2$ $\quad (x-b)^2+(y-c)^2=0$

$5(x+by+c)(x+dy+e)=0$

$5x^2+5bdy^2+5(b+d)xy+5(c+e)x+5(be+cd)y+5ce=0$

$5bd=4$
$5(b+d)=8$
$5(c+e)=-22a$
$5(be+cd)=-20y$
$5ce=26a^2$

$b=\frac{8}{5}-d$
$(8-5d)d=4$
$8d-5d^2=4$
$5d^2-8d+4=0$

$D=64-80$

$5(x+by+c)^2=0$
$5(x^2+b^2y^2+c^2+2bxy+2cx+2bcy)=0$

$10b=8$
$5b^2=4$

$5b^2=4$
$10b=8$
$b=\frac{8}{10}$

$b=b^2$
$b=\frac{4}{5}$

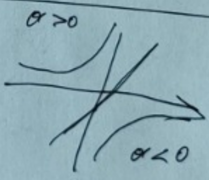
$ax^2+2a^2x-ay+a^3+1=0$

$ay=ax^2+2a^2x+a^3+1$

$y=x^2+2ax+a^2+\frac{1}{a}$

$x_в=-\frac{2a}{2}=-a$

$y_в=a^2-2a^2+a^2+\frac{1}{a}=\frac{1}{a}$



$y=3x-4$

$x^2-2bx+b^2+y^2-2cy+c^2=0$

Черновик 5

№3 (прод.)

$(x+y-b)^2+(2x-2y-c)^2=0$

$x^2+y^2+b^2+2xy-2bx-2by+\cancel{4x^2+4y^2+c^2-2xy}$

$+4x^2+4y^2+c^2-8xy-4cx-4cy=0$

$5x^2+5y^2-6xy-2(b+2c)x-2(b+2c)y+b^2+c^2=0$

$\cancel{(x+by+c)^2+(2x+dy+e)^2=0}$

$\cancel{x^2+b^2y^2+c^2+2bxy+2cx+2bcy+4x^2+}$

$(bx+cy+d)^2+(ex+fy+g)^2=0$

$b^2x^2+c^2y^2+d^2+2bcxy+2bdx+2cdy+$

$+e^2x^2+f^2y^2+g^2+2efxy+2egx+2fgy=$

$=(b^2+e^2)x^2+2(bc+ef)xy+(c^2+f^2)y^2+$

$+2(bd+eg)x+2(cd+fg)y+(d^2+g^2)$

$b^2+e^2=5$

$bc+ef=4$

$c^2+f^2=4$

$bd+eg=-22a$

$cd+fg=-20a$

$d^2+g^2=26a^2$

$\cancel{b^2c^2+e^2f^2+b^2f^2+c^2e^2=20}$

$\cancel{b^2c^2+e^2f^2+2bcef=16}$

$c+2f=4$ $\quad c=4-2f$

$c^2+f^2=4$

$16-16f+4f^2+f^2=4$

$5f^2-16f+12=0$

$D=16^2-4\cdot5\cdot12=$

$=256-240=$

$=16$

$f=\frac{16\pm4}{10}$

$\left[\;f_{1,2}\;2\right.$

$f=2$

$c=0$

Часть 2

Олимпиада: **Математика, 10 класс (2 часть)**

Шифр: **211005896**

ID профиля: **318488**

Вариант 9

№4

Чистовик 1

Вариант 8

$$\begin{cases} \frac{2}{x^2+y^2} + x^2y^2 = 2 \\ x^4+y^4+3x^2y^2=5 \end{cases}$$

ОДЗ: $x^2+y^2 \neq 0$

Пусть $a = x^2+y^2$

$b = x^2y^2$

$(a, b \geq 0)$

$$(x^2+y^2)^2 = x^4+y^4+2x^2y^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x^4+y^4 = a^2-2b$$

$$\begin{cases} \frac{2}{a}+b=2 \\ a^2-2b+3b=5 \end{cases} \quad \begin{cases} 2a+ab=2a \\ a^2+b=5 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a(5-a^2)-2a+2=0 \\ b=5-a^2 \end{cases} \quad \begin{cases} a^3-3a-2=0 \\ b=5-a^2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} (a+1)^2(a-2)=0 \\ b=5-a^2 \end{cases}$$

$a^3-3a-2 \mid a+1$

$-\ a^3+a^2 \quad\quad a^2-a-2$

$-a^2-2a \quad\quad D=1^2+4\cdot2=9$

$-\ -a^2-a$

$-2a-2$

$-\ -2a-2$

0

$$\left[\begin{array}{l} \begin{cases} a=-1 \\ b=4 \end{cases} \text{ - не подх., } a<0 \\ \begin{cases} a=2 \\ b=1 \end{cases} \end{array}\right.$$

$$\begin{cases} x^2+y^2=2 \\ x^2y^2=1 \end{cases}$$

$$\left[\begin{array}{l} \begin{cases} x^2+y^2=2 \\ xy=1 \end{cases} \\ \begin{cases} x^2+y^2=2 \\ xy=-1 \end{cases} \end{array}\right.$$

№4 (продолжение) Чистовик 2

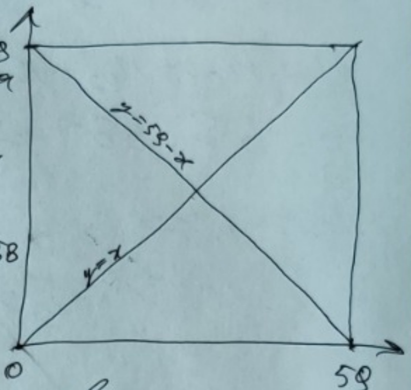
$$\left[\begin{array}{l}\begin{cases}x^2-2xy+y^2=0\\ xy=1\end{cases}\\ \begin{cases}x^2+2xy+y^2=0\\ xy=-1\end{cases}\end{array}\right. \qquad \left[\begin{array}{l}\begin{cases}(x-y)^2=0\\ xy=1\end{cases}\\ \begin{cases}(x+y)^2=0\\ xy=-1\end{cases}\end{array}\right. \qquad \left[\begin{array}{l}\begin{cases}x=y\\ y^2=1\end{cases}\\ \begin{cases}x=-y\\ -y^2=-1\end{cases}\end{array}\right.$$

$$\left[\begin{array}{l}\begin{cases}x=1\\ y=1\end{cases}\\ \begin{cases}x=-1\\ y=-1\end{cases}\\ \begin{cases}x=-1\\ y=1\end{cases}\\ \begin{cases}x=1\\ y=-1\end{cases}\end{array}\right.$$

Ответ $\{(-1;-1);(-1;1);(1;-1);(1;1)\}$.

№5. | Чистовик 3

Прямые $y=x$ и $y=58-x$ это диагонали квадрата



Заметим, что всего узлов сетки внутри квадрата будет 58^2 (т.к. квадрат 58×58 из узлов)

Т.к. 58 – чётное, то $\nexists$ узла такого, чтобы он лежал на обеих прямых.

Посчитаем мощности следующих непересекающихся множеств комбинаций:

n_{01}/n_{02} – один узел на 1-й/2-й прямой, другой не лежит ни на какой прямой.

n_{11}/n_{22} – оба узла лежат на 1-й/2-й прямой

n_{12} – один узел на 1-й, второй – на 2-й

на той же вертикали/гориз.

$$n_{01}=n_{02}=58\cdot(58^2-2\cdot58-2\cdot57)$$

узла на прямой; всего узлов; на прямых (вкл. рассматриваемый)

$$n_{11}=n_{22}=C_{58}^2=\frac{58!}{2!\cdot(58-2)!}=\frac{57\cdot58}{2}$$

$$n_{12}=58\cdot(58-2)$$

узлов на той же верт./гориз.

узла на 1-й; узлов на 2-й

№5 (продолжение) | Чистовик 4

Тогда всего комбинаций:

$n = n_{01} + n_{02} + n_{11} + n_{22} + n_{12} =$

$= 2 \cdot 58 (58^2 - 2 \cdot 58 - 2 \cdot 57) + \frac{2 \cdot 57 \cdot 58}{2} +$

$+ 58 \cdot 56$

Пусть $x = 58$

$n = 2x(x^2 - 2x - 2(x-1)) + x(x-1) +$

$+ x(x-2) =$

$= 2x(x^2 - 2x - 2x + 2) + x(2x-3) =$

$= 2x^3 - 8x^2 + 4x + 2x^2 - 3x =$

$= 2x^3 - 6x^2 + x = x(2x^2 - 6x + 1) =$

$= 58 \cdot (2 \cdot 58^2 - 6 \cdot 58 + 1) =$

$= 58(58(2 \cdot 58 - 6) + 1) =$

$= 58(58 \cdot 110 + 1) = 58 \cdot 6381 =$

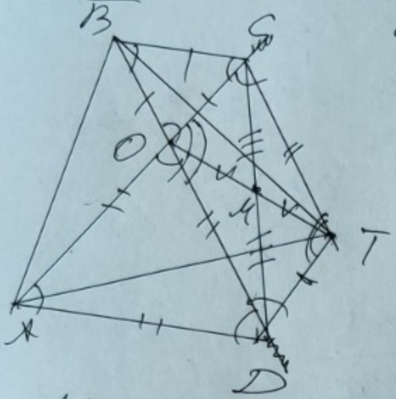
$= 370\,098$

Ответ: 370 098.

$$\begin{array}{r} \times\ 6381 \\ 58 \\ \hline 51048 \\ +\ 31905\ \ \\ \hline 370098 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 58 \\ \times\ 110 \\ \hline 58 \\ 58\ \ \\ \hline 6380 \end{array}$$

Чистовик 3

№6.



а) В ▱DOCT диагонали делят друг друга пополам

$\Downarrow$

▱DOCT - параллелограм

$\Downarrow$

$CT = OD$

$TD = CO$

$\angle COD = \angle CTD = 120^\circ$

$\angle OCT = \angle ODT = 60^\circ$

$\triangle BOC \sim \triangle AOD$

$\Downarrow$

$BC \parallel AD$

▱ABCD - трапеция

Тогда $\triangle AOB = \triangle TCB = \triangle ADT$ по двум сторонам и углу между ними

$\Downarrow$

$AB = TB = AT \Rightarrow \triangle ABT$ - правильный ▱.

б) ~~S_{ABCD}~~ $S_{AOB} = S_{COD} = \frac{3 \cdot 7 \cdot \sin 120^\circ}{2} = \frac{21\sqrt{3}}{4}$

$S_{BOC} = \frac{3 \cdot 3 \cdot \sin 60^\circ}{2} = \frac{9\sqrt{3}}{4}$

$S_{AOD} = \frac{7 \cdot 7 \cdot \sin 60^\circ}{2} = \frac{49\sqrt{3}}{4}$

$S_{ABCD} = S_{AOB} + S_{COD} + S_{BOC} + S_{AOD} = \frac{100\sqrt{3}}{4} = 25\sqrt{3}$

№6 (прод.) $\boxed{\text{Чистовик 6}}$

теор. кос.:

$$AB^2 = 3^2 + 7^2 - 2\cdot 3\cdot 7\cdot \cos 120^\circ = 79$$

$$S_{ABT} = \frac{AB^2\cdot \sin 60^\circ}{2} = \frac{79\sqrt{3}}{4}$$

$$\frac{S_{ABT}}{S_{ABCD}} = \frac{\frac{79}{4}\sqrt{3}}{25\sqrt{3}} = \frac{79}{100}$$

Ответ: $\frac{79}{100}$.

Черновик 1.

№4.

$$\begin{cases} \frac{2}{x^2+y^2} + x^2y^2 = 2 \\ x^4+y^4+3x^2y^2=5 \end{cases}$$

Пусть $a = x+y$
$b = xy$

$(x+y)^4 = ((x+y)^2)^2 = (x^2+2xy+y^2)^2 = x^4+4x^2y^2+y^4 +$
$+ 2x^2y^2 + 4x^3y + 4xy^3$

$x^4+y^4 = (x+y)^4 - 6x^2y^2 - 4xy(x^2+y^2) =$

$\boxed{(x+y)^2 = x^2+y^2+2xy} \Rightarrow x^2+y^2 = a^2-2b$

$= (x+y)^4 - 6((x+y)^2-2xy) - 4xy(x^2+y^2)$.

$x^4+y^4 = a^4 - 6(a^2-2b) - 4b(a^2-2b)$
$= a^4 - 6a^2 + 12b - 4ab$

$$\begin{cases} \frac{2}{a^2-2b} + b^2 = 2 \\ a^4 - 6a^2 + 12b - 4ab + 3(a^2 \ldots) \end{cases}$$

$x^4+y^4 = a^4 - 6b^2 - 4b(a^2-2b) =$
$= a^4 - 6b^2 - 4a^2b + 8b^2 =$
$= a^4 - 4a^2b + 2b^2$

$$\begin{cases} \frac{2}{a^2-2b} + b^2 = 2 \\ a^4 - 4a^2b + 2b^2 + 3b^2 = 5 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2 + a^2b^2 - 2b^3 = 2a^2 - 4b \\ a^4 - 4a^2b + 5b^2 = 5 \end{cases}$$

211005896 (U318488 M1274419)

Черновик 2

№4 (прод.)

$$\begin{cases} \dfrac{2}{x^2+y^2} + x^2y^2 = 2 \\ x^4+y^4+3x^2y^2=5 \end{cases}$$

Пусть $a = x^2+y^2$
$b = x^2y^2$

$(x^2+y^2)^2 = x^4+y^4+2x^2y^2 \Rightarrow x^4+y^4 = (x^2+y^2)^2 - 2x^2y^2$

$$\begin{cases} \dfrac{2}{a} + b = 2 \\ a^2 - 2b + 3b = 5 \end{cases} \qquad \begin{cases} 2 + ab = 2a \\ a^2 + b = 5 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a(5-a^2) - 2a + 2 = 0 \\ b = 5 - a^2 \end{cases} \qquad \begin{cases} 5a - a^3 - 2a + 2 = 0 \\ b = 5 - a^2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a^3 - 3a - 2 = 0 \\ b = 5 - a^2 \end{cases}$$

$a^3 - 3a - 2 \mid a+1$
$-a^3 + a^2 \quad | \; a^2 - a - 2$
$-a^2 - 3a$
$-a^2 - a$
$-2a - 2$
$-2a - 2$
0

$D = 1^2 + 4 \cdot 2 = 9$
$(a-2)(a+1)$

$$\begin{cases} (a+1)^2(a-2) = 0 \\ b = 5 - a^2 \end{cases}$$

$$\left[\begin{array}{l} \begin{cases} a = -1 \\ b = 4 \end{cases} \\ \begin{cases} a = 2 \\ b = 1 \end{cases} \end{array} \right.$$

$$\begin{cases} x^2+y^2 = 2 \\ x^2y^2 = 1 \end{cases}$$

$$\left[\begin{array}{l} \begin{cases} x^2+y^2 = 2 \\ xy = 1 \end{cases} \\ \begin{cases} x^2+y^2 = 2 \\ xy = -1 \end{cases} \end{array} \right.$$

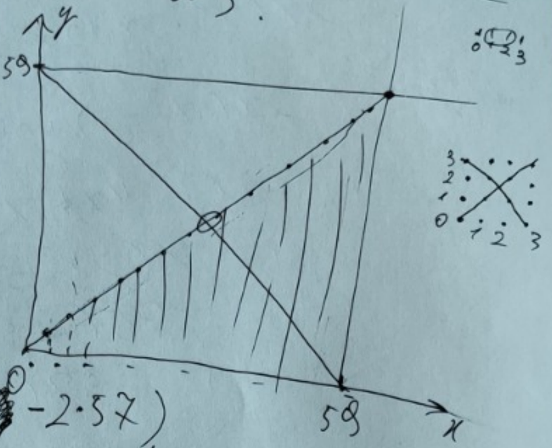
Черновик 3

№4 (прод. 2)

$$\left[\begin{array}{l}\begin{cases} x^2-2xy+y^2=0\\ xy=1\end{cases}\\ \begin{cases} x^2+2xy+y^2=0\\ xy=-1\end{cases}\end{array}\right. \qquad \left[\begin{array}{l}\begin{cases} (x-y)^2=0\\ xy=1\end{cases}\\ \begin{cases} (x+y)^2=0\\ xy=-1\end{cases}\end{array}\right. \qquad \left[\begin{array}{l}\begin{cases} x=y\\ y^2=1\end{cases}\\ \begin{cases} x=-y\\ -y^2=-1\end{cases}\end{array}\right.$$

$$\left[\begin{array}{l}\begin{cases} x=1\\ y=1\end{cases}\\ \begin{cases} x=-1\\ y=-1\end{cases}\\ \begin{cases} x=-1\\ y=1\end{cases}\\ \begin{cases} x=1\\ y=-1\end{cases}\end{array}\right.$$

№5.



$n_{01}=58\cdot(58^2-2\cdot58-2\cdot57)$

$C_2^2=\frac{2!}{2!(2-2)!}=1$ $\quad 58^2$ – всего узлов

$n_{02}=n_{01}$

58 на одной прямой

58 на другой

$n_{01}+\cancel{n_{02}=2\cdot58^2(58-2)=}$

$\cancel{=2\cdot56\cdot58^2}$

$n_{11}=C_{58}^2=\frac{58!}{2!(58-2)!}=\frac{58!}{2!\cdot56!}=\frac{57\cdot58}{2}=57\cdot29$

$n_{22}=n_{11}$

$n_{12}=58\cdot58$

$n=n_{01}+n_{02}+n_{11}+n_{22}+n_{12}=2n_{01}+2n_{11}+n_{12}=$

Черновик 4
№5 (прод.)

$= 2 \cdot 58(58^2 - 2 \cdot 58 \cdot 2 \cdot 57) + 2 \cdot 57 \cdot 29 +$
$+ 58^2 =$

Пусть $x = 58$

$2x(x^2 - 2x + 2(x-1)) + 2(x-1) \cdot \frac{1}{2}x + x^2 =$

$= 2x(x^2 - 2x + 2x - 2) + x^2 - x + x^2 =$

$= 2x(x^2 - 2) + 2x^2 - x =$

$= 2x^3 - 4x + 2x^2 - x = 2x^3 + 2x^2 - 5x =$

$= x(2x^2 + 2x - 5) = x(2x(x+1) - 5) =$

~~$= 58(2 \cdot 58^2 + 2 \cdot 58 - 5)$~~

$= 58(2 \cdot 58 \cdot 59 - 5) = 58 \cdot 6839 =$

$= 396'662$

$$\begin{array}{r} \times\ 118 \\ 58 \\ \hline 944 \\ +\ 590\ \ \\ \hline 6844 \end{array}$$

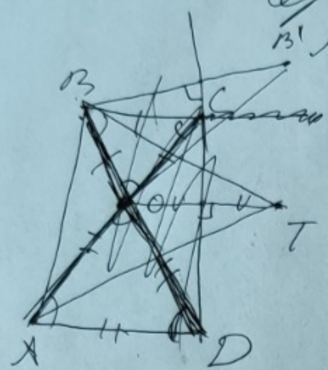
$$\begin{array}{r} \times\ 6839 \\ 58 \\ \hline 54712 \\ +\ 34195\ \ \\ \hline 396662 \end{array}$$

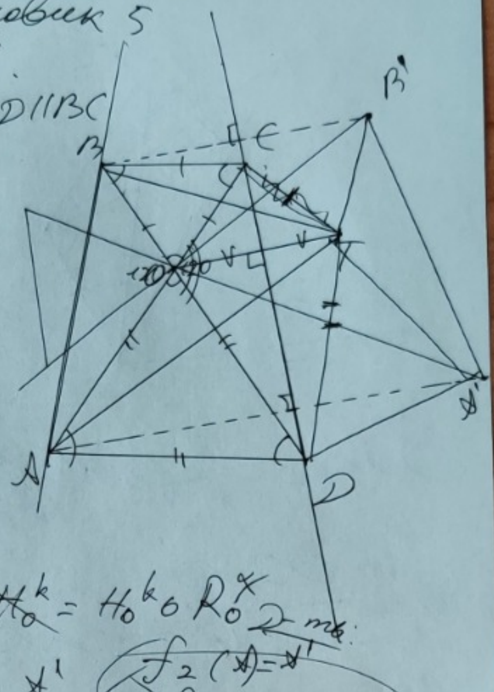
211005896 (U318488 M1274419)

Черновик 5

№6.

$AD \parallel BC$





$f_1 = S_{CD}$

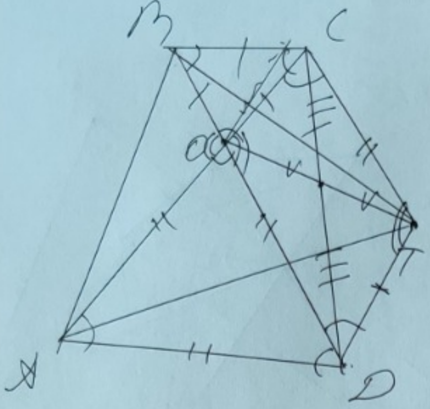
$f_2 = R_0^\alpha \circ H_0^k = H_0^k \circ R_0^\alpha$ 2 т.

$f_1(A) = A'$ $\quad$ $f_2(A) = A'$

$f_1(B) = B'$ $\quad$ $f_2(D) = B'$

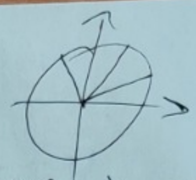
$f_1(D) = D$ $\quad$ & $f_2(O) = O$

$f_1(O) = T$



$BC=3$

$AD=7$



$\sin 120° = \sin 60°$

$S_{COD} = S_{AOB} = \frac{3\cdot 7\cdot \sin 120°}{2} = \frac{3\cdot 7\cdot \frac{\sqrt{3}}{2}}{2} = \frac{21\sqrt{3}}{4}$

$S_{BOC} = \frac{3\cdot 3\cdot \sin 60°}{2} = \frac{9\cdot \frac{\sqrt{3}}{2}}{2} = \frac{9\sqrt{3}}{4}$

$S_{AOD} = \frac{49\sqrt{3}}{4}$

$S_{ABCD} = \frac{9\sqrt{3}}{4} + \frac{49\sqrt{3}}{4} + \frac{42\sqrt{3}}{4} = \frac{100\sqrt{3}}{4} = 25\sqrt{3}$

$AB^2 = 3^2 + 7^2 - 2\cdot 3\cdot 7\cdot \cos 120° = 9 + 49 + 21 = 79$

$AB = \sqrt{79}$

$S_{ABT} = \frac{\sqrt{79}\cdot\sqrt{79}\cdot \sin 60°}{2} = 79\cdot\frac{\sqrt{3}}{4}$

$\frac{S_{ABT}}{S_{ABCD}} = \frac{\frac{79}{4}\sqrt{3}}{25\sqrt{3}} = \frac{79}{100}$