# Часть 1

Олимпиада: **Математика, 10 класс (1 часть)**

Шифр: **211005884**

ID профиля: **848082**

Вариант 9

Черновик (3)

$Oxy$ $5 \cdot 4^{1 \cdot 2}$ $2 \cdot 2 \cdot 2$ для $2^{2}, 4^{11}$

3) $26a^2 - 22ax - 20ay + 5x^2 + 8xy + 4y^2 = 0$ „A"

$ax^2 + 2a^2x - ay + a^3 + 1 = 0$ – парабола с вершиной „B"

$a - ?$, $3x - y = 4$. → A и B по разные стороны от прямой (не на прямой)

$25a^2 + a^2$

$16x^2 + 8xy + \cancel{4}y^2 = (4x+y)^2$

$4x^2 + 8xy + 4y^2 = (2x+2y)^2 = 4(x+y)^2$

$25a^2 - 20ay + 4y^2 = (5a - 2y)^2$

$+$

$11 \cdot 2$

$a^2 - 22ax + 5x^2 + 8yx$

$4(x+y)^2$

$+$

$x^2$

1) $-11x^2$

$11x^2 + 22ax - a^2$

$-22ax$ $+$ $a^2 + x^2 + 4(x+y)^2 = 4y^2$

$11x(x + 2a)$

$+4y^2 = 4y^2$

$(5a - 2y)^2 + a^2 - 22ax + 5x^2 + 8xy + 11x^2 + y^2 = 11x^2 + y^2$

$+$ $(4x+y)^2 = 22ax + 11x^2 + y^2 - a^2$

$1 \cdot 2 \cdot 11$

$121 - 5 = 116$ $58 \cdot 2 = 29 \cdot 4$

$(a - 11x)^2 = a^2 + 121x^2 - 22ax$

$(4x - \cancel{y} + y)(4x - y - y)$

$100x^2 + 16x^2$

$(5a - 2y)^2 + (a - 11x)^2 + \cancel{8xy} = 116x^2$

$8x(2x - y)$

$\cancel{+y^2}$ $(4x - y)^2 + 100x^2 - y^2$

Черновик ④

$26a^2 - 22ax - 20ay + 5x^2 + 8xy + 4y^2 = 0.$

4,1

2,2

$-2ax - 20ax$

$-20ay \quad x^2 + \quad 4(x+y)^2 = 4y^2 \quad +20ax$

$25a^2$

$(5a)^2$

$5 \cdot 2 \cdot 2$

$(5a-2y)^2$

$-20a(x+y)$

$a^2 - 22ax + x^2$

$(a-x)^2 = a^2 + x^2 - 2ax$

$a^2 - 2ax + x^2 =$

$= (a-x)^2$

$-20ax$

$-20ax + 2$

$4(x+y)^2 + (5a-2y)^2 + (a-x)^2 = 4y^2 + 20ax$

$-20a(x+y)$

$(a-x)^2 - 20a(x+y) + 25a^2 + 4x^2 + 8xy + 4y^2 = 0$

$4(x+y)^2 = 0$

$(x+y)(4(x+y) - 20a) + 25a^2 = 0$

$4(x+y)(x+y-5a) + 25a^2 = 0$

$25a^2 - 20a(x+y) + 4(x+y)^2 = 0$

$(5a)^2 - 5 \cdot \overset{2 \cdot 2}{4}\, a(x+y) + (2(x+y))^2 = 0$

$(a-x)^2 + (5a - 2(x+y))^2 = 0$

$\geqslant 0 \qquad \geqslant 0$

$\begin{cases} a = x \\ 5a = 2x + 2y \end{cases};$

$5x = 2x + 2y$

$3x = 2y$

$3x - 2y = 0$

$\boxed{y = \frac{3}{2}x}$

$a = x$; $\boxed{y = \frac{3}{2}x}$ „A"

Черновик 5

$a^2 + x^2 - 2ax$

$+$

$25a^2 - 20ax - 20ay + 4x^2 + 8xy + 4y^2$

$(5a)^2 - 20a(x+y) + (2(x+y))^2$

$(5a - 2(x+y))^2 + (a-x)^2 = 0$

$\geq 0 \qquad \geq 0$

$ax^2 + 2a^2x - ay + a^3 + 1 = 0$

$x^3 + 2x^3 - xy + x^3 + 1 = 0$

$4x^3 + 1 - xy = 0$

$y = 4x^2 + \frac{1}{x}$ "c"

$x_B = \frac{-2a^2}{2a}$

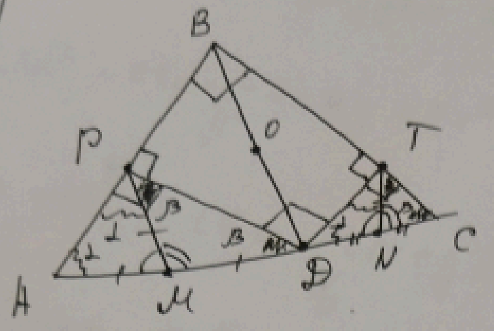
$\cancel{4x}$

$\frac{3}{2}x =$

11.

Листовик (1):

№1)




а) 1. Т.к. $\angle BPD$ и $\angle BTD$ опираются на диаметр $BD$, то они прямые. Тогда $\triangle APD$ и $\triangle DTC$ – прямоугольные.

2. $PM$ и $TN$ – медианы из прямого угла в прямоугольном $\Delta$-ке. $\Rightarrow PM = AM = MD$, и $TN = ND = NC$.

3. Поскольку $PM \parallel TN$, то $\angle AMP = \angle DNT$ и $\angle DMP = \angle CNT$ (Соответственные); Рассм. $\triangle APM$ и $\triangle DTN$. Они равнобедренные $(AM = MP;\ DN = NT)$, кроме того, $\angle AMP = \angle DNT \Rightarrow$

$\angle MAP = \angle APM = \angle NDT = \angle DTN$.

4. Аналогично с $\Delta$-ами $MPD$ и $NTC$: $\angle MDP = \angle DPM = \angle NCT = \angle CTN$. ~~Заметим~~ Пусть $\angle MAP = \alpha$, $\angle NCT = \beta$.

Заметим, что $\alpha + \beta = 90^\circ$ $(\alpha + \beta = \angle APD = 90^\circ)$, тогда $\angle PDT = 180^\circ - (\alpha + \beta) = 90^\circ$.

5. Рассм. четырёхугольник $PBTD$. В нём 3 угла $= 90^\circ \Rightarrow$ ~~третий~~ последний угол также прямой $\Rightarrow \angle PBT = 90^\circ$

$\angle PBT$ " $\angle ABC$ "

Ответ: $\angle ABC = 90^\circ$

б) Рассмотрим $\triangle APD$ и $\triangle ABC$: они подобны, т.к. в них все углы равны, т.е. по 2-ум углам. ~~Заметим~~ Тогда

Чистовик 2



$\frac{PD}{BC} = \frac{AD}{AC}$. Заметим, что $PBTD$ - прямоугольник $\Rightarrow$ $PD = BT$ и $PB = DT$.

Пусть $MP = x$, $NT = y$;

$x = \frac{1}{2}$, $y = \frac{5}{2}$.

Кроме того, $MP = AM = MD = x$,

$NT = DN = NC = y$.

Тогда: $K_1 = \frac{PD}{BC} = \frac{BT}{BC} = \frac{2x}{2x+2y} = \frac{1}{6}$ (1)

Аналогично, $\triangle DTC \sim \triangle ABC$ (по 2-ум углам) и

$K_2 = \frac{DT}{AB} = \frac{2y}{2x+2y} = \frac{5}{6}$. (2)

Т. Пифагора в прямоугольном $\triangle ABC$:

$$AB^2 + BC^2 = AC^2 = 36$$

в прямоугольном $\triangle BTD$: $BT^2 + DT^2 = BD^2 = 4$.

Из ур-й (1) и (2): $BT = \frac{BC}{6}$, $DT = \frac{5}{6}AB$,

Тогда $\frac{BC^2}{36} + \frac{25}{36}AB^2 = 4$, $\rightarrow \frac{36 + 24AB^2}{36} = 4 \Rightarrow AB = \frac{3}{\sqrt{2}}$,

$\cancel{AB} = BC = \sqrt{\frac{63}{2}}$; $S_{ABC} = \frac{1}{2}AB \cdot BC = \frac{1}{2} \cdot \frac{3}{\sqrt{2}} \cdot \frac{3\sqrt{7}}{\sqrt{2}} = \frac{9\sqrt{7}}{4}$

Ответ: $S_{ABC} = \frac{9\sqrt{7}}{4}$

Шестовик (3)

№2: $\sqrt{x+4} - \sqrt{6-x} + 4 = 2\sqrt{24+2x-x^2}$;

О.Д.З.: $x \in [-4; 6]$.

$-x^2+2x+24 = (6-x)(x+4)$ Пусть $6-x=t$
$x+4=m$,

Тогда:

$\sqrt{m} - \sqrt{t} + 4 = 2\sqrt{tm}$;

Чистовик ④

№3) 1) Преобразуем первое ур-е:

$26a^2 - 22ax - 20ay + 5x^2 + 8xy + 4y^2 = 0;$

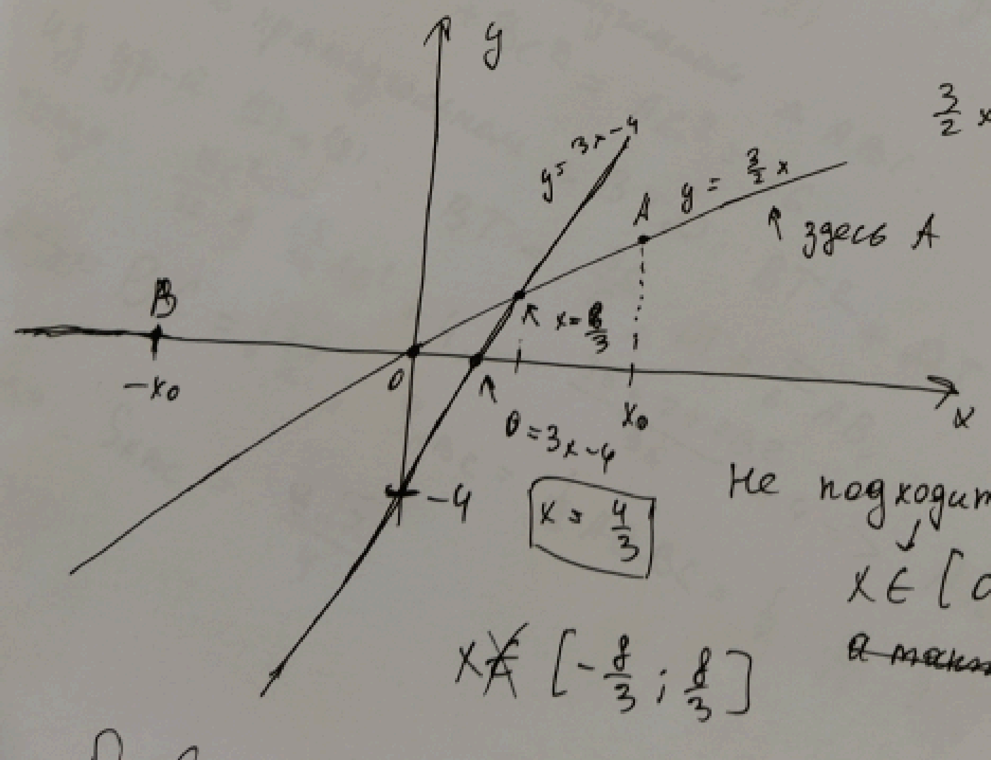
$\underset{\geq 0}{(a-x)^2} + \underset{\geq 0}{(5a - 2(x+y))^2} = 0$

Тогда равенство возможно только при: ~~a=x~~

$\begin{cases} a = x \\ 5a = 2x + 2y \end{cases} \longrightarrow \begin{cases} a = x \\ y = \frac{3}{2}x \end{cases}$ ↖ На этой прямой лежит точка A.

Вершина параболы:

$x_B = \frac{-2a^2}{2a} = -a = (-x) = B \quad ; \quad y = 3x - 4.$




$\frac{3}{2}x = 3x - 4$

$4 = \frac{6x}{2} - \frac{3}{2}x = \frac{3x}{2}$

$x = \frac{8}{3}$

Не подходит ~~$x \in [0; \frac{4}{3}]$~~

$x \in [0; \frac{8}{3}]$ и ⊕ симметричные им ~~а также~~

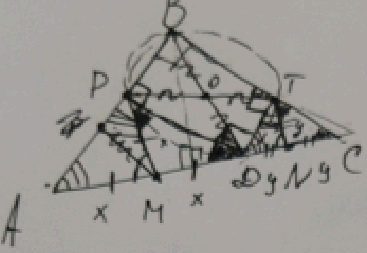
$x \notin [-\frac{8}{3}; \frac{8}{3}]$

Ответ: $a \in (-\infty; -\frac{8}{3}) \cup (\frac{8}{3}; +\infty)$.

Черновик (1).

1)

а) $\angle ABC = ? = 90°$ (V)




$PM \parallel TN$

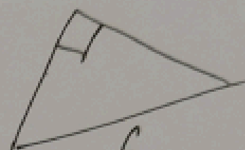
$2x + 2y = AC$

$x + y = \frac{AC}{2}$

$1 + 5 = 6 = AC$

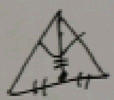
$x = \frac{1}{2}$
$y = \frac{5}{2}$

$\frac{BT}{BC} = \frac{2x}{AC}$




б) $MP = \frac{1}{2}$, $NT = \frac{5}{2}$, $BD = 2$.

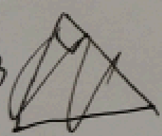
$S_{ABC} - ?$

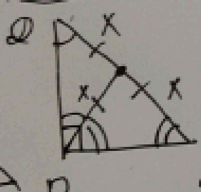


$BT^2 + DT^2 = 4$

$BT = \frac{BC}{6}$

$DT = \frac{5}{6}AB$



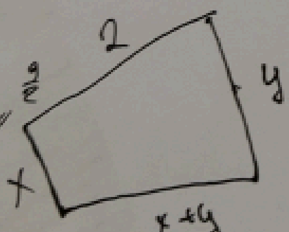


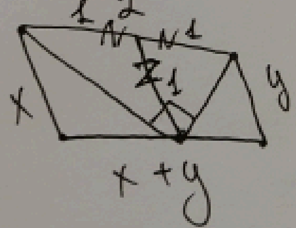

$\cancel{BD^2}$ $BT^2 + AP^2 = 4x^2$

$\frac{BT}{BC} = \frac{1}{6}$

$\frac{DT}{AB} = \frac{5}{6}$

$AB^2 = \frac{18}{4}$




$63 = 21 \cdot 3 =$
$= 7 \cdot 3^2$

$\frac{24AB^2}{36} = 3$

$AB^2 + BC^2 = 36$

$\frac{BC^2}{36} + \frac{25}{36}AB^2 = 4$

$AB^2 + 24AB^2$

$AB^2 = \frac{\cancel{6} \cdot 6 \cdot 3}{\cancel{6} \cdot 4} = \frac{9}{2}$

$BC^2 = 36 - \frac{9}{2} =$
$= \frac{72 - 9}{2} =$
$= \frac{63}{2}$

$\frac{36 + 24AB^2}{36} =$
$= 1 + \frac{24AB^2}{36} = 4$

$36 + 24AB^2 = 36 \cdot 4$

$24AB^2 = 36 \cdot 3$

$AB = \frac{3}{\sqrt{2}}$

$BC = \sqrt{\frac{63}{2}}$

$S_{ABC} = \frac{1}{2} \cdot \frac{3}{\sqrt{2}} \cdot \frac{\sqrt{63}}{\sqrt{2}} = \boxed{\frac{9\sqrt{7}}{4}}$

Черновик (2)

3/2) $\sqrt{x+4} - \sqrt{6-x} + 4 = 2\sqrt{24+2x-x^2}$

$6-x$

$\left[\begin{array}{l} \cancel{x-6} = t \\ x+4 = m \end{array}\right.$

ОДЗ:

$x+4 \geq 0$ $\quad 6-x \geq 0$ $\quad -x^2+2x+24 \geq 0$ $\quad -x^2+2x+24$

1) $x \geq -4$ $\quad$ 2) $x \leq 6$ $\quad x^2-2x-24 \leq 0.$ $\quad D = 4+96 = 100$

$x_{1,2} = \frac{-2 \pm 10}{-2} = 1 \pm 5 = 6, -4$

$6; -4$

$(x-6)(x+4) \leq 0$

$\cancel{m \in [0; \sqrt{10}]}$ $\quad t \in [\sqrt{10}; 0]$

$\boxed{t, m \in [0; 10]}$

$+ \quad - \quad +$ ; $-4 \quad 6 \quad x$

$-(x-6)(x+4)$

$(6-x)(x+4)$

$\sqrt{m} - \sqrt{t} + 4 = 2\sqrt{\ }$

$\sqrt{m} - \sqrt{t} + 4 = 2\sqrt{tm}$ ; $\begin{cases} m \geq 0 \\ t \geq 0 \end{cases}$

$-\sqrt{10}+4$; $\sqrt{10}+4$; $0$; $20$

$\sqrt{m} - \sqrt{t} \leq \sqrt{10}$

$\sqrt{6-x} = t'$

$\sqrt{m} - \sqrt{t} + 4 - 2\sqrt{tm} = 0.$

$l - n + 4 = 2ln$ $\quad \sqrt{x+4} = m'$

$\sqrt{m} - 2\sqrt{tm} + 4$ $\quad m^{\frac{1}{4}} = l$

$t^{\frac{1}{4}} = p$

$\cancel{m' - t' + 4 = 2m't'}$

$a^2 - 2ab + b^2$

$b = 2$

$\cancel{m' + 4 = t'(2m'+1)}$

$\cancel{l^2 - p^2 + 4 = 2l^2p^2}$

$[-\sqrt{10}; \sqrt{10}]$ $\quad [-4; 16]$

$\boxed{\sqrt{m} - \sqrt{t} = 2\sqrt{tm} - 4.}$

$= (p^2-4)$

$\sqrt{m} + 4 = \sqrt{t}(2\sqrt{m} + 1)$ $\quad \cancel{(p-2)(p+2) = l^2(2p^2-1)}$

$m + t - 2\sqrt{mt} = 4tm + 16 - 16\sqrt{tm},$ $\quad m + 16 + 8\sqrt{m} = t(4m + 1 + 4\sqrt{m})$

$\cancel{14\sqrt{tm} = 4tm + 16 + t}$ $\quad (\sqrt{m} - \sqrt{t})^2 + 16 +$ $\quad m + 16 + 8\sqrt{m} = 4tm + t$

$14\sqrt{tm} - 4tm - 16 + m + t = 0.$

$(\sqrt{m} - \sqrt{t})^2$

$m - 4tm + t$

# Часть 2

Олимпиада: **Математика, 10 класс (2 часть)**

Шифр: **211005884**

ID профиля: **848082**

Вариант 9

Черновик 1



4) $\begin{cases} \frac{2}{x^2+y^2} + x^2y^2 = 2 \\ x^4 + y^4 + 3x^2y^2 = 5 \end{cases}$

$\begin{cases} x \neq 0 \\ y \neq 0 \end{cases}$

$(x^2+y^2)^2 + x^2y^2 = 5$

$\cancel{(x^2+y^2)^2 - \frac{2}{x^2+y^2}}$

$x^2+y^2 = t,$ $t \geq 0$

$x^2y^2 = m,$ $m \geq 0.$

$\begin{cases} \frac{2}{t} + m = 2 \\ t^2 + m = 5 \end{cases}$

1) $t^2 - \frac{2}{t} = 3$ $\quad 1.\ t \neq 0$

$t^3 - 3t - 2 = 0$

$t = -1$ - корень

$-1 + 3 - 2 = 0$

$(t+1)(t^2 - t - 2) = 0$

$D = 1 + 8 = 3^2$

$\frac{1 \pm 3}{2} = 2; -1$

$2; -1$

$(t+1)(t+1)(t-2) = 0$

$(t+1)^2(t-2) = 0$

$\left[\begin{array}{l} t = -1 \\ t = 2 \end{array}\right.$ $\ominus$

$m = 5 - 4 = 1$

$\begin{cases} x^2 + y^2 = 2 \\ x^2y^2 = 1 \end{cases} \rightarrow x^2 = (2 - y^2)$

$\cancel{(x+y)^2 = 3}$

$x^2 = 2 - 1 = 1$

$x = \pm 1$

$(2 - y^2)y^2 = 1;$

$y^2 = 1 \rightarrow y = \pm 1$

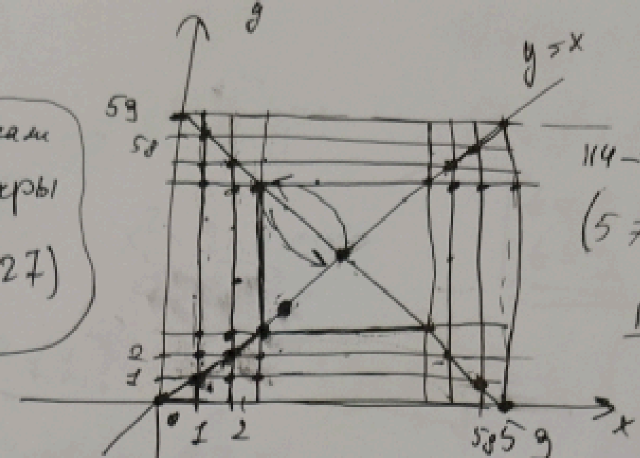
$2y^2 - y^4 = 1;$ $\quad l \geq 0$

$l^2 - 2l + 1 = 0$

$(l-1)^2 = 0$ $\quad l = 1$

Ответ:
(1; −1)
(−1; 1)
(1; 1)
(−1; −1)

Черновик 2




$\frac{115\cdot112}{2}$

$114-2=112$

$(57+55)$
$\parallel$
$112$

на диагонали исключая пары

$(58\cdot2-1)\cdot(58^2-227)$
$+$
$\frac{114\cdot113}{2}$

всего узлов:

$1: 58 \ldots$

$58^2-(115+112)$, $(115+112)=\boxed{227}$

$58\cdot58$ шт.

узлов на прямых:

1) $y=x$: 58 шт.

2) $y=59-x$: 58 шт.

центр: 114

115.

искл. центр:

$(57+57)=$
$=114$

$100+15=\boxed{115}$
$\parallel$
$(58+57)$

$\cdot$ $\cancel{58\cdot2}$ $(58\cdot2-1)\cdot(\cancel{58^2-57\cdot2})$ центр

$\cdot(58^2-(57+58))$

$(57+57)+1$, $57+\cancel{58}$

$(\cancel{58^2-57\cdot2})$

$\frac{114\cdot111}{2}+114$

$C_{\cancel{25}}^{\cancel{25}}=\frac{115!}{2!\cdot113!}=\boxed{\frac{115\cdot114}{2}}$

посчитал 2 раза:

любую пару узлов

на диагоналях прямой

$\frac{114\cdot(111+2)}{2}=\frac{115}{}$
$\parallel$
$(58\cdot2-1)$

$=\boxed{114\cdot113}$
$2$

$(115)\cdot(58^2-115)-\frac{115\cdot114}{2}$

$x=59-x$
$2x=59$

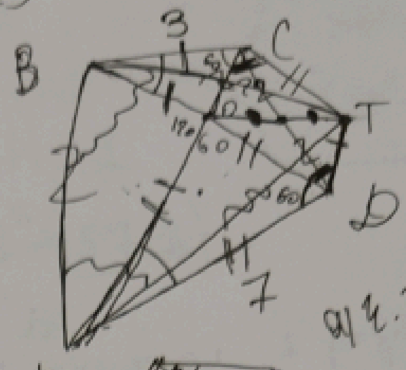
1: 58

$91 \; u = 59 - x$ : 58 шт

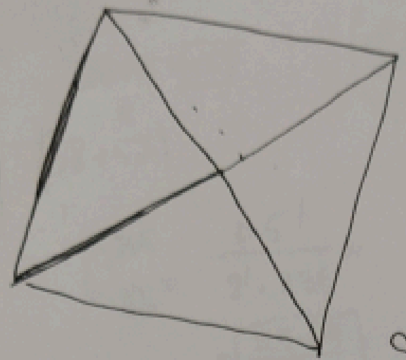
Черновик 3:

$\frac{\cancel{360^\circ} - 240^\circ}{2} = \frac{120^\circ}{2} = 60^\circ$

6) 




ч.т.д.



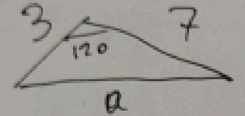
$BC = 3$

$AD = 7$

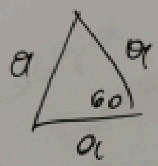
$\frac{S_{ABT}}{S_{ABCD}}$ — ?

$S_{ABT} = \frac{1}{2} \cdot h \cdot a = \frac{1}{2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} a^2 = \boxed{\frac{\sqrt{3}a^2}{4}}$

$\frac{\left(\frac{79\sqrt{3}}{4}\right)}{\left(\frac{50\sqrt{3}}{2}\right)} = \frac{79\cancel{\sqrt{3}}}{4} \cdot \frac{2}{50\cancel{\sqrt{3}}} = \frac{79}{100} = 0{,}79$




$a^2 = 9 + 49 + \cancel{2} \cdot 3 \cdot 7 \cdot \frac{1}{\cancel{2}} = 9 + 49 + 21 = 30 + 49 = 79$




$\cancel{\cos 60^\circ = \frac{1}{2} = \frac{a}{2}}$

$\sin 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{h}{a}$; $h = \frac{a\sqrt{3}}{2}$.

$\frac{S_{BOA}}{S_{COD}} = 1$

$\Delta BOA = \Delta COD$

$S_{BOA} = \frac{1}{2} \cdot 7 \cdot 3 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{21\sqrt{3}}{4}$

$\cancel{S_{AB}}$

$S_{ABT}$: $\boxed{\frac{\sqrt{3} \cdot 79}{4}}$ ✓

$\frac{S_{BOC}}{S_{AOD}} = K^2 = \left(\frac{3}{7}\right)^2 = \frac{9}{49}$

$\frac{S_{ABT}}{S_{ABCD}} = \frac{\left(\frac{79\sqrt{3}}{4}\right)}{\left(\frac{29\sqrt{3}}{2} + \frac{21\sqrt{3}}{2}\right)}$

29·2 = 58

$\frac{\sqrt{3}}{4}(9 + 49)$

$\boxed{S_{BOC} + S_{AOD} = \frac{29\sqrt{3}}{2}}$

$+ \begin{cases} S_{BOC} = \cancel{\frac{1}{2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}} \frac{\sqrt{3}}{4} \cdot 9 \\ \Downarrow \\ S_{AOD} = S_{BOC} \cdot \frac{49}{9} = \frac{\sqrt{3} \cdot \cancel{9}}{4} \cdot \frac{49}{\cancel{9}} = \boxed{\frac{49\sqrt{3}}{4}} \end{cases}$

# Чистовик 1 (Вариант 9, часть 2)

№ 4) $\begin{cases} \dfrac{2}{x^2+y^2} + x^2y^2 = 2 & (1) \\ x^4+y^4+3x^2y^2 = 5 & (2) \end{cases}$

ограничения:
$x^2+y^2 \neq 0$

преобразуем ур-е (2):

$x^4+y^4+3x^2y^2 = (x^2+y^2)^2 + x^2y^2 = 5.$

Пусть $x^2+y^2 = t$, а $x^2y^2 = m$, тогда система примет вид:

$\begin{cases} \dfrac{2}{t} + m = 2 \ (2)' \\ t^2 + m = 5 \ (1)' \end{cases}$ При этом $t > 0$, $m \geq 0$.

$(1)' - (2)'$:

$t^2 - \dfrac{2}{t} = 3 \quad | \cdot (t)$ → переход не равносильный, но после просто сверю с ограничениями и проверю подстановкой.

$t^3 - 3t - 2 = 0.$

$t = -1$: корень.

$(t+1)(t^2 - t - 2) = 0$

$\downarrow$

$t_{1,2} = (2; -1);$

$(t+1)^2(t-2) = 0$, тогда $\left[\begin{array}{l} t = -1 \leftarrow \text{не подходит } (t>0) \\ \underline{\underline{t = 2}} \end{array}\right.$

Найдём m:

$(1)'$: $m = 5 - t^2 = 5 - 4 = 1$. m также подходит под огр-я.

Значит: (обратная замена переменных):

$\begin{cases} x^2+y^2 = 2 \\ x^2y^2 = 1 \end{cases}$ → выразим $x^2 = 2 - y^2$, и подставим во второе ур-е сист.:

$(2-y^2)y^2 = 1$; $2y^2 - y^4 = 1$; $y^4 - 2y^2 + 1 = (y^2-1) = 0$;

$y^2 = 1$, значит $y = \pm 1$, и $x^2 = 2 - 1 = 1$, т.е. $x = \pm 1$.

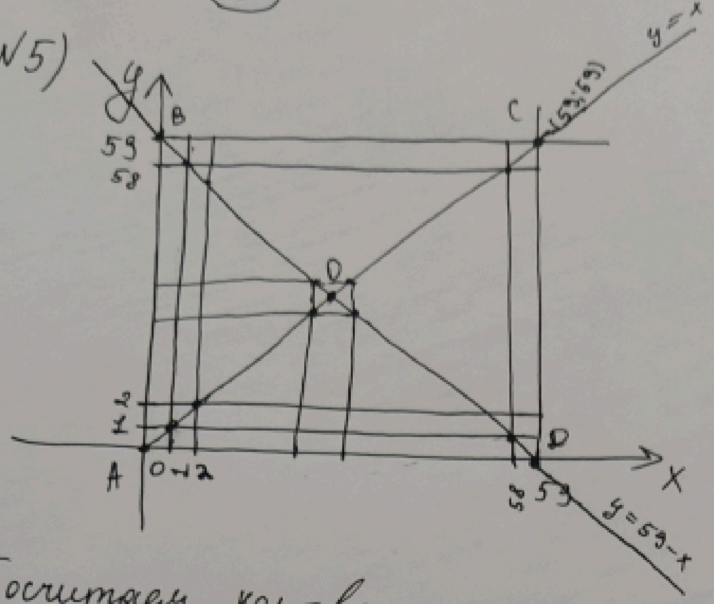
Чистовик 2

Заметим также, что от знака корня ничего не зависит, т.к. в уравнениях системы переменные всё равно возводятся в ~~ква~~ чётные степени.

Ответ: $(x;y)$: $(1;-1)$<br>
$(-1;1)$<br>
$(1;1)$<br>
$(-1;-1)$

Чистовик 3

№5)




1) прямые $y = x$ и $y = 59 - x$ – диагонали данного квадрата (ABCD)

~~они~~ им принадлежат узлы, с координатами:

$(1;1); (2;2), \dots, (58;58)$

а также

$(1;58), (2;57), \dots, (58;1)$

2) Посчитаем кол-во узлов на диагоналях:

• на каждой диагонали по 58 узлов, ~~но есть 1 общий узел: точка О (пересечение диагоналей)~~ заметим, что точке О (пересечение диагоналей) соответствуют координаты: $x = 59 - x$, $2x = 59$, $x = \frac{59}{2}$ и $y = \frac{59}{2}$;

$(\frac{59}{2}; \frac{59}{2})$ – они не целые, значит ~~на~~ т. О не лежит в узле решётки. Тогда всего $58 \cdot 2$ узлов на диагоналях

3) Посчитаем кол-во способов выбрать пару точек, соответствующих условию, но так, чтобы только одна из них лежала на одной из диагоналей.

Выберем сначала точку на диагонали: это можно сделать $58 \cdot 2$ способами. Выбирая вторую точку, нам нельзя выбирать точки на той же горизонтали или вертикали, т.е. нам запрещены $(58 + 57)$ точек. Также нельзя выбирать точку на диагоналях, а это $58 \cdot 2$ точек, но 2 из них мы уже учли, когда ~~гориз~~ запрещали точки на вертикали и горизонтали.

Чистовик 4

Также мы 2 раза запретим выбранную точку, ведь она лежит и на ~~вертикальн~~ прямых || ох, оу, а также лежит на диагонали.

Значит всего запрещено:

$$\underbrace{(58+57)}_{115} + \underbrace{58\cdot 2 - 2}_{57\cdot 2} - 1 = \overbrace{115 + \overbrace{57\cdot 2}^{114}}^{229} - 1 = 228.$$

~~Значит~~ всего точек: $58^2$.

Значит способов выбрать 2 точки так, что одна на диагонали, другая нет:

$$(58\cdot 2)\cdot(58^2 - 228).$$

4) ~~Посч~~ Осталось посчитать кол-во~~ст~~ точек, когда обе точки лежат на диагоналях (и соответств. условию):

1) ~~Выб~~ выбираем 1-ую точку: $58\cdot 2$ способов.

2) 2-ая точка: $58\cdot 2 - \underset{\text{выбранная точка}}{1} - \underset{\text{на прямых || ох, оу}}{2} = 116 - 3 = 113$

Итог: $\frac{116\cdot 113}{2}$ (делим, т.к. посчитали каждую пару дважды).

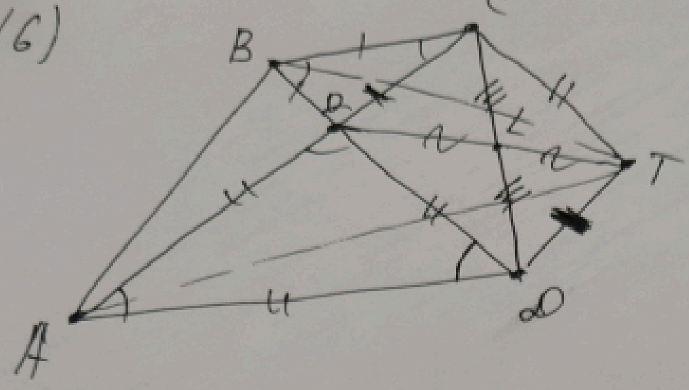
Всего: $116\cdot(58^2 - 228) + \frac{116\cdot 113}{2}$

ответ.

(мы рассмотрели все случаи, других нет)

Чистовик 5

№6)




L – середина CD.

а) Заметим, что OCTD – пар-м, т.к.

OL = LT; CL = LD (диагонали делятся пополам) (признак пар-ма)

Тогда OD = CT и OC = DT.

Расм: △ATD и △BCT: они равны, т.к.

AD = CT и BC = DT, + ∠ADT = ∠BCT (∠BCT = 60° + ∠OCT)

∠ADT = 60° + ∠ODT, а ∠ODT = ∠OCT (~~накр. леж.~~ противоположные в пар-ме)

тогда AT = BT. заметим, что

△ABO = △ATD (AO = AD и BO = TD,

∠AOB = 120°, ∠ADT = 120° (т.к. ∠COD = ∠CTD = 120° в пар-ме)

смежный с ∠BOC = 60°

значит AB = ~~AD~~ AT, и AT = BT ⇒

AB = AT = BT ⇒ △ABT – Р/б. Ч.Т.Д.

Чистовик (6)

1) $S_{ABT} = \frac{\sqrt{3}a^2}{4}$, где $a = AB$.

Рассм $\Delta AOB$ : $\angle BOA = 120^\circ \Rightarrow$ по т. косинусов

$AB^2 = 9 + 49 + 2 \cdot 3 \cdot 7 \cdot \frac{1}{2} = 79$

Значит $S_{ABT} = \frac{\sqrt{3}}{4} \cdot 79$.

$S_{ABCD} = 2S_{ABO} + S_{BOC} + S_{AOD}$.

т.к $\Delta AOB = \Delta DOC$. (по углу и двум прил. сторонам)

$S_{ABO} = \frac{1}{2} \cdot 3 \cdot 7 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{21\sqrt{3}}{4}$

$\frac{S_{BOC}}{S_{AOD}} = k^2 = \left(\frac{3}{7}\right)^2 = \frac{9}{49}$;

$S_{BOC} = \frac{\sqrt{3}}{4} \cdot 9 \Rightarrow S_{AOD} = S_{BOC} \cdot \frac{49}{9} = \frac{49\sqrt{3}}{4}$,

$S_{ABCD} = \frac{29\sqrt{3}}{2} + \frac{21\sqrt{3}}{2} = \frac{50\sqrt{3}}{2}$.

$\frac{S_{ABT}}{S_{ABCD}} = \frac{79\sqrt{3}}{4} \cdot \frac{2}{50\sqrt{3}} = \frac{79}{100} = 0{,}79$

Ответ: $\frac{S_{ABT}}{S_{ABCD}} = 0{,}79$.