Часть 1

Олимпиада: **Математика, 10 класс (1 часть)**

Шифр: **211005377**

ID профиля: **320179**

Вариант 9

Чистовик Лист 1 Вариант 9 Класс 10 Часть 1

N2

$\sqrt{x+4} - \sqrt{6-x} + 4 = 2\sqrt{24+2x-x^2}$

$\sqrt{x+4} - \sqrt{6-x} + 4 = 2\sqrt{(6-x)(x+4)}$

Замена $a^4 = x+4$, $6-x = b^4$

$\begin{cases} a^4+b^4 = x+4+6-x \\ a^2 - b^2 + 4 = 2a^2b^2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a^4+b^4 = 10 \\ a^2(1-2b^2) = b^2-4 \ (1) \end{cases}$

(1) $a^2(1-2b^2) = b^2-4 \quad |:(1-2b^2) \neq 0$

Если $1-2b^2=0 \Rightarrow b^2 = \frac{1}{2} \Rightarrow \begin{cases} a^2(1-2b^2)=0 \\ b^2-4 = \frac{1}{4}-4 = -3{,}75 \end{cases} \Rightarrow$ $a^2(1-2b^2) = b^2-4$
$0 = -3{,}75 \Rightarrow b^2 = \frac{1}{2}$ – не корень

$a^2 = \frac{b^2-4}{1-2b^2}$

$\begin{cases} a^4+b^4=10 \\ a^2 = \frac{b^2-4}{1-2b^2} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} b^4 + \left(\frac{b^2-4}{1-2b^2}\right)^2 = 10 \ (2) \\ a^2 = \frac{b^2-4}{1-2b^2} \end{cases}$

(2) $b^4 + \left(\frac{b^2-4}{1-2b^2}\right)^2 = 10$

$b^4 + \frac{b^4 - 8b^2 + 16}{4b^4 - 4b^2 + 1} = 10 \Rightarrow \frac{4b^8 - 4b^6 + b^4 + b^4 - 8b^2 + 16 - 40b^4 + 40b^2 - 10}{(1-2b^2)^2} = 0 \Rightarrow$

$\Rightarrow$ т.к $b^2 \neq \frac{1}{2}$, то $4b^8 - 4b^6 - 38b^4 + 32b^2 + 6 = 0$

$4b^8 - 4b^6 - 38b^4 + 38b^2 - 6b^2 + 6 = 0$

$4b^6(b^2-1) - 38b^2(b^2-1) - 6(b^2-1) = 0$

$(b^2-1)(4b^6 - 38b^2 - 6) = 0$

$(b^2-1)(4b^6 + 12b^4 - 12b^4 - 36b^2 - 2b^2 - 6) = 0$

$(b^2-1)(4b^4(b^2+3) - 12b^2(b^2+3) - 2(b^2+3)) = 0$

$(b^2-1)(b^2+3)(4b^4 - 12b^2 - 2) = 0$

$\left[\begin{array}{l} b^2-1=0 \\ b^2+3=0 \\ 4b^4-12b^2-2=0 \ (3) \end{array}\right. \Rightarrow \left[\begin{array}{l} b^2 = 1 \\ b^2 = \frac{3+\sqrt{11}}{2} \end{array}\right. \Rightarrow \left[\begin{array}{l} b^4 = 1 \\ b^4 = \frac{10+3\sqrt{11}}{2} \end{array}\right.$

(3) $4b^4 - 12b^2 - 2 = 0 \Rightarrow 2b^4 - 6b^2 - 1 = 0$

Замена $t = b^2 \geq 0$

$2t^2 - 6t - 1 = 0$

$D = 36 + 8 = 44$

$\left[\begin{array}{l} t = \frac{6+2\sqrt{11}}{4} = \frac{3+\sqrt{11}}{2} \\ t = \frac{6-2\sqrt{11}}{4} = \frac{3-\sqrt{11}}{2} < 0 \text{ – посторонний корень} \end{array}\right. \Rightarrow t = \frac{3+\sqrt{11}}{2}$

Обратная замена $b^2 = \frac{3+\sqrt{11}}{2}$

Чистовик. Лист 2 Вариант 9 Класс 10 Часть 1

N2 (продолжение)

Обратная замена

$$\begin{cases} \left[\begin{array}{l} 6-x=1 \\ 6-x=\frac{10+3\sqrt{11}}{2} \end{array}\right. \\ 6-x\geq 0 \\ 4+x\geq 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \left[\begin{array}{l} x=5 \\ x=\frac{2-3\sqrt{11}}{2} \end{array}\right. \\ x\leq 6 \\ x\geq -4 \end{cases} \Rightarrow \left[\begin{array}{l} x=5 \\ x=\frac{2-3\sqrt{11}}{2} \end{array}\right.$$

Вспомогательные действие

$$\frac{2-3\sqrt{11}}{2} > -4$$

$$2-3\sqrt{11} > -8$$

$$10 > 3\sqrt{11}$$

$$\sqrt{100} > \sqrt{99}$$

Ответ: $\left\{5;\ \frac{2-3\sqrt{11}}{2}\right\}$.

Чистовик Лист 3 Вариант #9 Класс 10 Часть 1

N3

$26a^2 - 22ax - 20ay + 5x^2 + 8xy + 4y^2 = 0$

$25a^2 - 20ax - 20ay + 4x^2 + 8xy + 4y^2 + a^2 - 2ax + x^2 = 0$

$(5a - 2x - 2y)^2 + (x-a)^2 = 0$

$\begin{cases} (5a-2x-2y)^2 \geq 0 \\ (x-a)^2 \geq 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x - a = 0 \\ 5a - 2x - 2y = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_A = a \\ y_A = 1{,}5a \end{cases}$

$ax^2 + 2a^2x - ay + a^3 + 1 = 0$

$ay = ax^2 + 2a^2x + a^3 + 1 \quad | : a \neq 0$

Если $a = 0 \Rightarrow 0 = 1$ противоречие $\Rightarrow a = 0$ - не корень.

$y = x^2 + 2ax + a^2 + \frac{1}{a}$

$\begin{cases} x_B = -\frac{2a}{2} = -a \\ y_B = (-a)^2 + 2a(-a) + a^2 + \frac{1}{a} = \frac{1}{a} \end{cases}$

Значит $y_A = \frac{3}{2}x_A$ - ф. лин, гр. пр.

$y_B = -\frac{1}{x_B}$ - ф. др-лин, гр. гип., асимптоты $x=0$, $y=0$

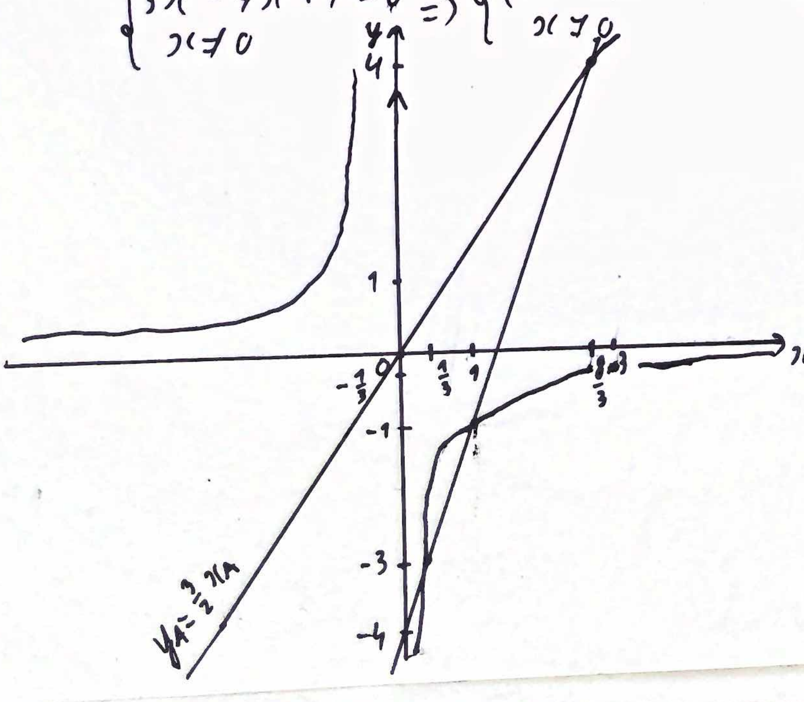
$3x - y = 4 \Rightarrow y = 3x - 4$ - ф. лин, гр. пр.

$\begin{cases} y = 3x - 4 \\ y = \frac{3}{2}x \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 0 = \frac{3}{2}x - 4 \\ y = \frac{3}{2}x \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{8}{3} \\ y = 4 \end{cases}$

$\begin{cases} y = 3x - 4 \\ y = -\frac{1}{x} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 0 = 3x + \frac{1}{x} - 4 \quad (1) \\ y = -\frac{1}{x} \end{cases} \Rightarrow \left[\begin{array}{l} \begin{cases} x = \frac{1}{3} \\ y = -3 \end{cases} \\ \begin{cases} x = 1 \\ y = -1 \end{cases} \end{array} \right.$

(1) $3x + \frac{1}{x} - 4 = 0$

$\begin{cases} 3x^2 - 4x + 1 = 0 \\ x \neq 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} (3x-1)(x-1) = 0 \\ x \neq 0 \end{cases} \Rightarrow \left[\begin{array}{l} x = \frac{1}{3} \\ x = 1 \end{array} \right.$



Точки A и B имеют противоположные по знаку координаты x. Значит при $x_A > 0$, $x_B < 0$ то есть точка B выше прямой $3x - y = 4$, значит точка A должна быть ниже этой прямой $\Rightarrow x_A > \frac{8}{3} \Rightarrow$ т.к. $x_A = a \Rightarrow a \in (\frac{8}{3}; +\infty)$

Чистовик Лист 4 Вариант 9 Класс 10 Часть 1

N3 (продолжение)

При $x_A < 0$, $x_B \geq 0$, точка A выше ~~[illegible]~~ прямой $3x-y=4 \Rightarrow$

Точка B должна быть ниже $3x-y=4 \Rightarrow x_B \in (\cancel{-\infty}0; \frac{1}{3}) \cup (1; +\infty)$,

а так как $x_B = -a \Rightarrow a \in (-\infty; -1) \cup (-\frac{1}{3}; 0\cancel{+\infty})$

Значит $a \in (-\infty; -1) \cup (-\frac{1}{3}; 0) \cup (\frac{8}{3}; +\infty)$

Ответ: $a \in (-\infty; -1) \cup (-\frac{1}{3}; 0) \cup (\frac{8}{3}; +\infty)$.

Чистовик лист 4 Вариант 9 Класс 10 Часть 1

№ 1

Дано:

$D \in AC$

BD – диам $w(O; R)$

$w(O;R) \cap AB = P$

$w(O;R) \cap BC = T$

$AM = MD$, $M \in AD$

$CN = ND$, $N \in CD$

$TN \parallel PM$

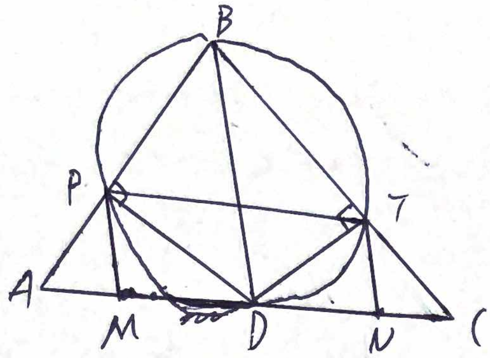
б). $MP = \frac{1}{2}$

$NT = \frac{5}{2}$

$BD = 2$

а). $\angle ABC$ – ?

б). S_{ABC} – ?



1). т.к. BD – диам $\Rightarrow$ по св-ву впис. $\angle$ $\angle BPD = \angle BTD = 90° \Rightarrow$ по св-ву смежных $\angle$ $\angle APD = \angle DTC = 90° \Rightarrow$ по св-ву м/у $\triangle$ т.к. PM, TN – мед $\Rightarrow$

$\Rightarrow PM = AM = MD$, $TN = DN = NC$

2). $TN \parallel PM \Rightarrow$ ~~$\triangle APD \sim \triangle DTC$~~ $\triangle APM \sim \triangle DTN$, $\triangle PMD \sim \triangle TNC$ (по 2 $\angle$) $\Rightarrow \frac{AP}{DT} = \frac{AM}{DN} = \frac{MD}{NC} = \frac{PD}{TC} \Rightarrow$

$\Rightarrow \triangle APD \sim \triangle DTC$ (по 2 ст и $\angle$) $\Rightarrow \angle A = \angle TDC$, $\angle PDA = \angle C \Rightarrow$

$\Rightarrow$ т.к. $\angle A + \angle PDA = 90°$ (по т о $\Sigma \angle \triangle$) $\Rightarrow \angle A + \angle C = 90° \Rightarrow$

$\Rightarrow$ по т о $\Sigma \angle \triangle$ $\angle ABC = 90°$.

б). 3). $PM = AM = MD = \frac{1}{2}$, $TN = DN = NC = \frac{5}{2}$ (по 1 п) $\Rightarrow$

$\Rightarrow AC = AM + MD + DN + NC = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \frac{3}{2} + \frac{5}{2} = 6$

4). $\triangle ABC$ ($\sim \triangle APD$) $\sim \triangle DTC$ (по 2 $\angle$) ~~$\Rightarrow \frac{CB}{TC} = \frac{CD}{CA} = \dots$~~

5). по опр. $BPDT$ – прямоугольник $\Rightarrow$ $PD = BT$,

$PB = DT$, $PT = BD = 2$ ~~, т.к. $\triangle PMD \sim \triangle TNC$ (по 2 ст и $\angle$) $\Rightarrow$~~

6). по опр. $PTMN$ – трап., $MN = \frac{1}{2} AC = 3$

7). $BD \perp AC \Rightarrow S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} BD \cdot AC = \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 6 = 6$ (по т о $S_{\triangle}$)

Ответ: $\angle ABC = 90°$; $S_{\triangle ABC} = 6$.

~~Ответ: $\angle ABC = 90°$; $S_{\triangle ABC} = 6$.~~

Черновик лист 5

$\sqrt{x+4} - \sqrt{\cancel{x}\,6-x} + 4 = 2\sqrt{24+2x-x^2}$

$24+2x-x^2 = -x^2-4x+6x+24 = -x(x+4)+6(x+4) = (6-x)(x+4)$

Замена $x+4=a^4$, $6-x=b^4$ $\quad a^4+b^4=10$

$a^2 - b^2 + 4 = 2a^2b^2$

$a^2(1-2b^2) = b^2-4$

$a^2 = \frac{b^2-4}{1-2b^2} \geq 0$ $\cancel{(b-2)(b+2)}$ $\quad \frac{1}{2} \quad + \quad 4 \quad \to b^2 \Rightarrow b^2 \in [\frac{1}{2}; 4]$

$b^4 + \frac{b^4-8b^2+16}{4b^4-4b^2+1} = 10$

$4b^8 - 4b^6 + b^4 + b^4 - 8b^2 + 16 - 40b^4 + 40b^2 - 10 = 0$

$4b^8 - 4b^6 - 38b^4 + 32b^2 + 6 = 0$

b^2	4	-4	-38	32	6
1	4	0	-38	-6	0
-3	4	-12	-2	0	

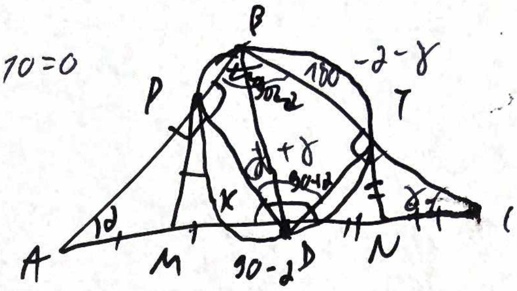
$(b^2-1)(b^2+3)(4b^4-12b^2-2)=0$

$2t^2 - 6t - 1 = 0$

$D = 36+8 = 44$

$t = b^2 = \frac{6 \pm 2\sqrt{11}}{4} = \frac{3\pm\sqrt{11}}{2} \Rightarrow b^2 = \frac{3+\sqrt{11}}{2}$

$\left[\begin{array}{l} 6-x = 1 \Rightarrow x=5 \\ 6-x = \left(\frac{3+\sqrt{11}}{2}\right)^2 = \frac{10+3\sqrt{11}}{2} \Rightarrow x = 6 - \frac{10+3\sqrt{11}}{2} = \frac{2-3\sqrt{11}}{2} \end{array}\right.$



$\frac{3+\sqrt{11}}{2} < 4$

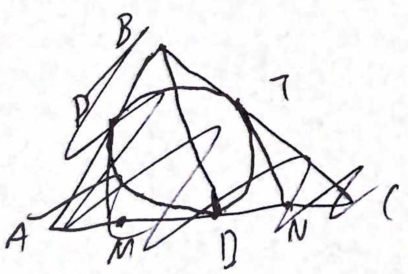
$3+\sqrt{11} < 8$

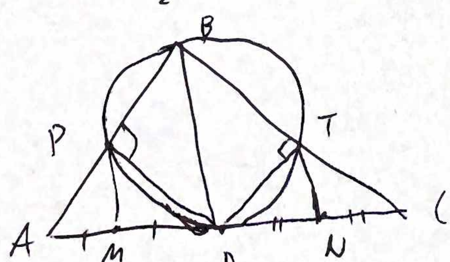
$\sqrt{11} < 5$

$\frac{2-3\sqrt{11}}{2} > -4$

$2-3\sqrt{11} > -8$

$10 > 3\sqrt{11}$





$3x - y = 4$

$y = 3x-4$

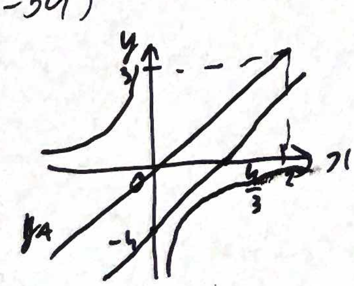
A: $26a^2 - 22ax - 20\cdot a\cdot y + 3x^2 + 8xy + 4y^2 = 0$

$25a^2 + 4x^2 + 4y^2 - 20ax - 20ay + 8xy = (2x+2y-5a)^2$

$a^2 - 2ax + x^2 = a(a-2x)$

$(2x+2y-5a)^2 + \cancel{a(a-2x)=0}\ (a-x)^2 = 0$

$\begin{cases} x_A = a \\ y_A = 1{,}5a \end{cases}$



$ax^2 + 2a^2x - ay + a^3 + 1 = 0 \quad a \neq 0$

$y = ax^2 + 2ax + a^2 + \frac{1}{a}$

$x_B = \frac{-2a}{2} = -a$

$y_B = \frac{1}{a}$

$y_A = \frac{3}{2}x_A$

$y_B = -\frac{1}{x_B}$

$x=0 \Rightarrow ay = a^3+1$

$y = a^2 + \frac{1}{a}$

Часть 2

Олимпиада: **Математика, 10 класс (2 часть)**

Шифр: **211005377**

ID профиля: **320179**

Вариант 9

Чистовик Лист 1 Вариант 9 Класс 10 Часть 2

№ 4

$$\begin{cases} \frac{2}{x^2+y^2} + x^2y^2 = 2 \\ x^4+y^4+3x^2y^2 = 5 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \frac{2}{x^2+y^2} + x^2y^2 = 2 \\ (x^2+y^2)^2 + x^2y^2 = 5 \end{cases}$$

Замена $a = x^2+y^2 > 0$
$b = x^2y^2 \geq 0$

$$\begin{cases} \frac{2}{a} + b = 2 \\ a^2 + b = 5 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} b = 2 - \frac{2}{a} \\ a^2 - \frac{2}{a} = 3 \ (1) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = 2 \\ b = 1 \end{cases}$$

(1) $a^2 - \frac{2}{a} = 3$

$$\frac{a^3 - 3a - 2}{a} = 0$$

$$\begin{cases} a^3 - 3a - 2 = 0 \\ a \neq 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a^3 + a^2 - a^2 - a - 2a - 2 = 0 \\ a \neq 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} (a+1)(a^2-a-2) = 0 \\ a \neq 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} (a+1)^2(a-2) = 0 \\ a \neq 0 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \left[\begin{array}{l} a+1=0 \\ a-2=0 \end{array} \right. \\ a > 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \left[\begin{array}{l} a=-1 \\ a=2 \end{array} \right. \\ a > 0 \end{cases} \Rightarrow a = 2$$

Обратная замена

$$\begin{cases} x^2+y^2 = 2 \\ x^2y^2 = 1 \end{cases} \Rightarrow \left[\begin{array}{l} \begin{cases} x^2+y^2 = 2 \\ xy = 1 \end{cases} \\ \begin{cases} x^2+y^2 = 2 \\ xy = -1 \end{cases} \end{array} \right. \Rightarrow \left[\begin{array}{l} \begin{cases} x^2+y^2+2xy = 4 \\ x^2+y^2-2xy = 0 \end{cases} \\ \begin{cases} x^2+y^2+2xy = 0 \\ x^2+y^2-2xy = 4 \end{cases} \end{array} \right. \Rightarrow \left[\begin{array}{l} \begin{cases} (x+y)^2 = 4 \\ (x-y)^2 = 0 \end{cases} \\ \begin{cases} (x+y)^2 = 0 \\ (x-y)^2 = 4 \end{cases} \end{array} \right. \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \left[\begin{array}{l} \begin{cases} x+y=2 \\ x-y=0 \end{cases} \\ \begin{cases} x+y=-2 \\ x-y=0 \end{cases} \\ \begin{cases} x+y=0 \\ x-y=2 \end{cases} \\ \begin{cases} x+y=0 \\ x-y=-2 \end{cases} \end{array} \right. \Rightarrow \left[\begin{array}{l} \begin{cases} x=1 \\ y=1 \end{cases} \\ \begin{cases} x=-1 \\ y=-1 \end{cases} \\ \begin{cases} x=1 \\ y=-1 \end{cases} \\ \begin{cases} x=-1 \\ y=1 \end{cases} \end{array} \right.$$

Ответ: $\{(1;1); (-1;-1); (-1;1); (1;-1)\}$.

Чистовик Лист 2 Вариант 9 Класс 10 Часть 2

№5

При постановке первой точки „блокируются" (становится невозможным для заполнения) $(59-1) \cdot 2 - 1 = 115$ узлов. Тогда для постановки второй точки остаётся $(59-1)^2 - 115 = 3249$ узлов. Всего ~~точек~~ узлов, для постановки первой точки, лежащей на $y=x$ или $y=59-x$ (диагоналях квадрата) $(59-1) \cdot 2 = 116$. Итого получается $116 \cdot 3249 = 376884$ способа поставить точки. Но при подсчёте случаи, когда обе точки лежат на $y=x$ или на $y=59-x$, были учтены дважды. При постановке первой точки „блокируются" 3 узла, лежащие на $y=x$ или $y=59-x$ (1 узел, в который поставлена точка, и узлы, находящиеся на одной вертикали или горизонтали с этой точкой (2 узла)). Тогда поставить вторую точку, чтобы она также лежала на $y=x$ или $y=59-x$, можно $116 - 3 = 113$ способами. Итого случаев, когда обе точки лежат на $y=x$ или $y=59-x$, $\frac{116 \cdot 113}{2} = 6654$ (так как здесь все случаи повторяются по два раза, то делим на два). Итого способов расставить точки, чтобы условие выполнялось, можно $376884 - 6654 = 370230$ способами.

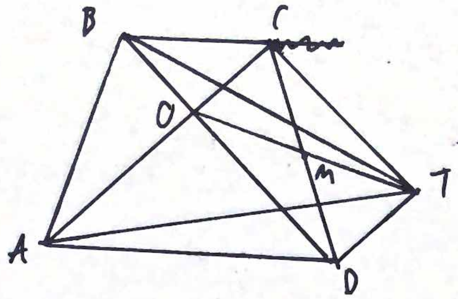
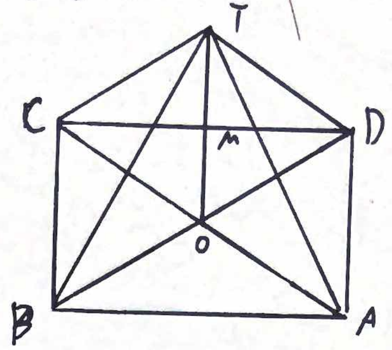
Ответ: 370 230 способов.

Чистовик Лист 3 Вариант 9 Класс 10 Часть 2

№6

Дано:
$ABCD$ - вып. четыр.
$AC \cap BD = O$
$\triangle BOC, \triangle AOD$ - р/с
T симм. O отн. серед. CD
б). $BC=3$, ~~AD~~ $AD=7$

а). Д-ть $\triangle ABT$-пр.
б). $\frac{S_{\triangle ABT}}{S_{ABCD}}$ - ?

1). $\triangle AOD, \triangle BOC$ - р/с $\Rightarrow$ по св-ву $\angle CBO = \angle BCO = \angle BOC = \angle AOD = \angle ODA = \angle OAD = 60^\circ \Rightarrow$ по св-ву $BC \parallel AD$

2). ~~Т.к~~ $\triangle ABO = \triangle COD$ (по 2 ст и $\angle$ ($BO=OC$, $AO=OD$ (по опр р/с $\triangle$), $\angle BOA = \angle COD$ - вертикальные)) $\Rightarrow$
$\Rightarrow AB = CD \Rightarrow ABCD$ - р/б трап или $ABCD$-прямоуг.

~~...~~ 3). Пусть M - сер. CD

4). Т.к $OM=MT$ (т.к T и O симм отн M), $CM=MD$ (по 3 п) $\Rightarrow$ по пр. $CODT$ - паралл. $\Rightarrow$ по св-ву $\angle COD = \angle CTD = 120^\circ$, $\angle OCT = \angle ODT = 60^\circ$

5). Если $ABCD$ - прямоугольник $\Rightarrow$ по св-ву $OC=OD \Rightarrow$ по опр. $OCTD$ - ромб $\Rightarrow$ ~~по св~~ $CT \parallel OD$, $TD \parallel CO$, $TO \perp CD \Rightarrow$ т.к $CB \perp CD$ (по опр прям) $\Rightarrow$ $CB \parallel TO$ (по теореме) $\Rightarrow$ по опр. BC~~TO по~~ парал $\Rightarrow$
т.к $\angle BCO = \angle OCT = 60^\circ \Rightarrow$ по пр. $BCTO$ - ромб $\Rightarrow$
$\Rightarrow$ по св-ву $\angle TBO = \frac{1}{2}\angle CBO = 30^\circ$

6). $\angle OBA = 90^\circ - \angle CBO = 90^\circ - 60^\circ = 30^\circ = \angle TBO \Rightarrow \angle TBA = 60^\circ$
Аналогично $\angle TAB = 60^\circ \Rightarrow$ по пр. $\triangle ABT$ - р/б $\Rightarrow$ по пр. т.к $\angle TBA = 60^\circ \Rightarrow \triangle ABT$ - р/с.

7). Если $ABCD$ - трап.
Пусть $AO =$ ~~x, OC=y~~ $OD = AD = x$, $OC = OB = BC = y$

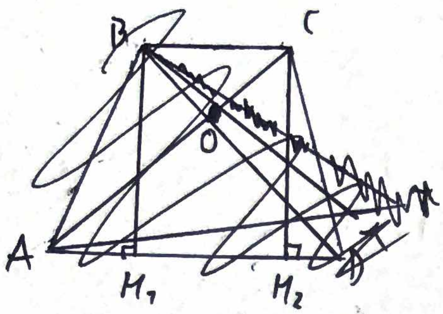
8). $\angle BCT = \angle BCO + \angle OCT = 120^\circ$, $\angle ADT = \angle ADO + \angle ODT = 120^\circ$

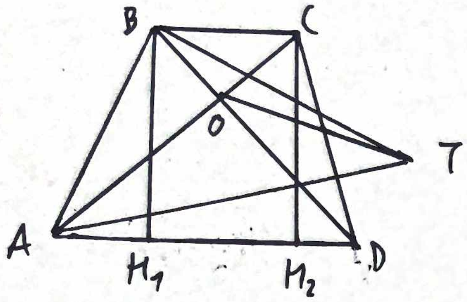
9). ~~По п~~ т.к $CODT$ - паралл (по 4 п) $\Rightarrow CO = TD = y$, $CT = OD = x$

10). По т cos в $\triangle AOB$ $AB^2 = AO^2 + BO^2 - 2AO \cdot BO \cos\angle AOB = x^2 + y^2 + xy$
По т cos в $\triangle ADT$ $AT^2 = AD^2 + TD^2 - 2TD \cdot AD \cos\angle ADT = x^2 + y^2 + xy$
По т cos в $\triangle BCT$ $BT^2 = BC^2 + CT^2 - 2BC \cdot CT \cos\angle BCT = x^2 + y^2 + xy$
Значит $AB^2 = AT^2 = BT^2 = x^2 + y^2 + xy \Rightarrow AB = AT = BT \Rightarrow$ по опр $\triangle ABT$-р/с
ч.т.д.

Чистовик Лист 4 Вариант 9 Класс 10 Часть 2

№6 (продолжение)





б). 11). т.к. $BC \neq AD \Rightarrow ABCD$ – р/б трап.

12). Доп. постр. BH_1, CH_2 – выс трап. $ABCD$

13). $\triangle ABH_1 = \triangle CH_2D$ – п/у (по гип. и остр. $\angle$) $\Rightarrow AH_1 = H_2D = \frac{AD - H_1H_2}{2} = \frac{AD - BC}{2} = \frac{7-3}{2} = 2$

~~14). по т о $S_{трап}$ $S_{ABCD} = \frac{BC+AD}{2} \cdot BH_1$~~

15). по т. к. $AB^2 = AO^2 + BO^2 - 2AO\cdot BO \cos\angle AOB = AO^2 + BO^2 + AO\cdot BO = BC^2 + AD^2 + AD\cdot BC = 3^2 + 7^2 + 3\cdot 7 = 9 + 49 + 21 = 79$

16). по т о $S_{п/с\,\triangle}$ $S_{ABC} = \frac{AB^2\sqrt{3}}{4} = \frac{79\sqrt{3}}{4}$

17). по т ~~Пиф~~ Пифагора в $\triangle ABH_1$

$BH_1 = \sqrt{AB^2 - AH_1^2} = \sqrt{79 - 4} = \sqrt{75} = 5\sqrt{3}$

18). по т о $S_{трап}$ $S_{ABCD} = \frac{BC+AD}{2} BH_1 = \frac{3+7}{2} \cdot 5\sqrt{3} = 25\sqrt{3}$

19). $\frac{S_{\triangle ABT}}{S_{ABCD}} = \frac{\frac{79\sqrt{3}}{4}}{25\sqrt{3}} = \frac{79}{100} = 0{,}79.$

Ответ: $\frac{S_{\triangle ABT}}{S_{ABCD}} = 0{,}79.$

Черновик Лист. 5. Вариант 9.

$$\begin{cases} \frac{2}{x^2+y^2} + x^2y^2 = 2 \\ x^4+y^4+3x^2y^2=5 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \frac{2}{(x+y)^2-2xy} + (xy)^2 = 2 = \frac{2}{x^2+y^2} + (xy)^2 \\ (xy)^2 + (x^2+y^2)^2 = (xy)^2 + ((x+y)^2-2xy))^2 = 5 \end{cases}$$

Замена $a = x^2+y^2 \geq 0$

$b = (xy)^2$

$\frac{2}{a} + b = \cancel{(xy)}\ 2 \Rightarrow b = 2 - \frac{2}{a}$

$b + a^2 = 5 = 2 - \frac{2}{a} + a^2 = 5$

$a^2 - \frac{2}{a} - 3 = 0$

$$\begin{cases} a^3 - 3a - 2 = 0 \\ a > 0 \end{cases} \Rightarrow a^3 + a^2 - a^2 - a - 2a - 2 = 0$$

$a^2(a+1) - a(a+1) - 2(a+1) = 0$

$a+2=0$

$(a^2-a-2)(a+1)=0$

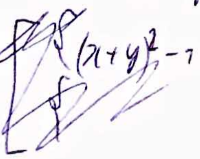
$(a+1)^2(a-2)=0$

a	1	0	-3	2
1	1	1	-2	0
1	1	2	0	
-2	1	0		

$$\begin{cases} \left[\begin{array}{l} a=2 \\ a=-1 \end{array} \right. \\ a \geq 0 \end{cases} \Rightarrow a = 2 \Rightarrow b = 2-1=1$$

$$\begin{cases} x^2+y^2=2 \\ (xy)^2=1 \end{cases} \Rightarrow \left[\begin{array}{l} \begin{cases} xy=1 \\ x^2+y^2=2 \end{cases} \\ \begin{cases} xy=-1 \\ x^2+y^2=2 \end{cases} \end{array} \right. \Rightarrow \left[\begin{array}{l} \begin{cases} (x-y)^2=4 \\ (x+y)^2=0 \end{cases} \\ \begin{cases} (x+y)^2=4 \\ (x-y)^2=0 \end{cases} \end{array} \right. \Rightarrow \left[\begin{array}{l} x+y=0 \\ x+y=2 \\ x+y=-2 \end{array} \right.$$

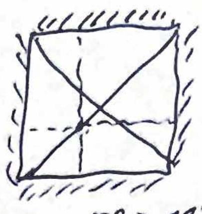
$$\left[\begin{array}{l} \begin{cases} xy=1 \\ x^2+y^2=2 \end{cases} \\ \begin{cases} xy=-1 \\ x^2+y^2=2 \end{cases} \end{array} \right. \Rightarrow$$



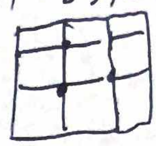
$(x+y)^2=-1$

$$\left[\begin{array}{l} \begin{cases} \left[\begin{array}{l} x-y=2 \\ x-y=-2 \end{array} \right. \\ x+y=0 \end{cases} \\ \begin{cases} \left[\begin{array}{l} x+y=2 \\ x+y=-2 \end{array} \right. \\ x-y=0 \end{cases} \end{array} \right. \Rightarrow \left[\begin{array}{l} \begin{cases} x=1 \\ y=-1 \end{cases} \\ \begin{cases} x=-1 \\ y=1 \end{cases} \\ \begin{cases} x=1 \\ y=1 \end{cases} \\ \begin{cases} x=-1 \\ y=-1 \end{cases} \end{array} \right.$$

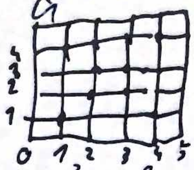
$57+57=114$



$57^2-2\cdot57=57\cdot55$



$57+56=113$



$72-4\cdot5=52$

$C^2_{57^2} = \frac{(57^2)!}{(57^2-2)!\,2!} = \frac{57^2(57^2-1)}{2}$

$C^2_{57^2} - C^2_{57\cdot55} = \frac{57^2!}{(57^2-2)!\,2!} - \frac{(57\cdot55)!}{(57\cdot55-2)!\,2!} = \frac{57^2\cdot(57^2-1) - 57\cdot55(57\cdot55-1)}{2}$

$\frac{57(57^3-57-55^2\cdot57+55)}{2} = \frac{57(57(57^2-55^2)-2)}{2}$

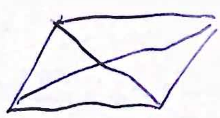
57×57: 399, 2850, 3249

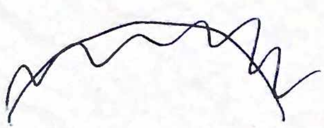
58×58: 464, 2900, 3364; $3364 - 115 = 3249$

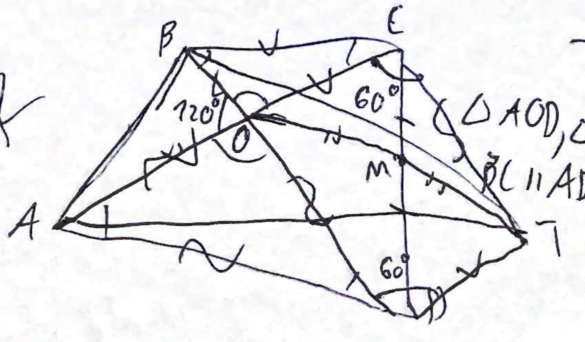
$3249 + 115 = 3364$

3249×116: 19494, 32490, 324900, 376884; $376884 - 6654 = 370230$

113×58: 904, 5650, 6654







$(\triangle AOD, \triangle BOC$ - р/с

$BC \parallel AD$