Часть 1

Олимпиада: **Математика, 10 класс (1 часть)**

Шифр: **211005321**

ID профиля: **121964**

Вариант 9

черновик

3 1 №2 6

$\sqrt{x+4} - \sqrt{6-x} + 4 = 2\sqrt{24+2x-x^2}$ $34-25=9$ $\sqrt{x+4} - \sqrt{6-x} + 4 \geq 0$

$\sqrt{x+4} + 4 = 2\sqrt{24+2x-x^2} + \sqrt{6-x} \quad |^2$ $\sqrt{x+4} \leq \sqrt{6-x}$ $x=-3$

$x \geq -4$ $-3\ x \leq 6$

$x+4+16+8\sqrt{x+4} = 4(24+2x-x^2)+6-x+4\sqrt{(24+2x-x^2)(6-x)}$ $x \in$

$x+20+8\sqrt{x+4} = 48+8x-4x^2+6-x+4\sqrt{(24+2x-x^2)(6-x)}$ $6 \geq x \geq -4$

$4x^2-6x-34-4\sqrt{(24+2x-x^2)(6-x)}-8\sqrt{x+4}$

$-x^2+2x+24$

$D=4+4\cdot24=100=10^2$

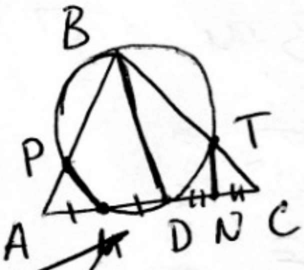
$x_1=\frac{-2+10}{-2}=-4$

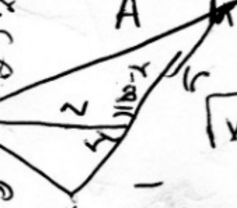
$x_2=\frac{-2-10}{-2}=6$

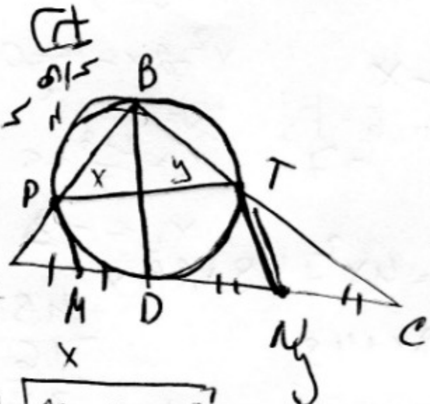
$\sqrt{-(x+4)(x-6)}$

≥ 0

$(x+4)(x-6) \leq 0$







$-4 \quad 6$

$\sqrt{x+4} - \sqrt{6-x} + 4 = 2\sqrt{24+2x-x^2}$

$(x+4)(6-x)$

$x+4+16+8\sqrt{x+4} = 4(24+2x-x^2)+6-x+4\sqrt{(24+2x-x^2)(6-x)}$

$x \in [-4;6]$

$\sqrt{x+4} - \sqrt{6-x} + 4 = 2\sqrt{(x+4)(6-x)}$ 17

$x+20+8\sqrt{x+4} = 4(x+4)(6-x)+(6-x)+4\sqrt{(x+4)(6-x)^2} =$ $\times 6$ 102

$4(x+4)(6-x)+(6-x)+4(6-x)\sqrt{x+4} = x+20+8\sqrt{x+4}$

$(4x+17)(6-x)$ $4x^2+17x-24x-102$

$4(4-x)\sqrt{x+4} = (4x+17)(x-6)+x+20 = 4x^2-6x-82 = 2(2x^2-3x-41)$

$4(4-x)^2(x+4) = (2x^2-3x-41)^2$

$2x^2-3x-41=$ 41

$D=9+8\cdot41$ 328 9 337

$\sqrt{x+4} - \sqrt{6-x}$

$x+4=t$

$6-x=10-t$

$-t=-x-4+10$

$\sqrt{t} - \sqrt{10-t} + 4 = 2\sqrt{t(10-t)} + 10 - 10$

$(\sqrt{t}+\sqrt{10-t})^2$ $x+4-6+x=2x-2$

$t+10-t=10$

$(\sqrt{t}+\sqrt{10-t})^2-10 = \sqrt{t}-\sqrt{10-t}+4$ $(\sqrt{t}-\sqrt{10-t})^2$ $y=2$, $y=-3$

211005321 (U121964 M1273891)

$\sqrt{t}-\sqrt{10-t} \quad 2\sqrt{t(10-t)}+10-10+4=0$ $y^2+y-6=0$

$(\sqrt{t}-\sqrt{10-t})^2-6$ $(y-2)(y+3)=0$

$a+b=34+16\cos\alpha = 34 \cdot 2 \cdot 20\cos\alpha$ $\cos\alpha = \frac{21}{16}$ $b^2 = 1+2^2 \dots 20 \cos\alpha$ $b^2 = 5^2+2^2+20\cos\alpha$ $b^2 = 29+20\cos\alpha = 31{,}5$

Черновик

$\sqrt{t} - \sqrt{10-t} = 2$

$5x^2 + 8xy + 4y^2 - 220ax - 20ay + 260a^2 = 0$

$\sqrt{t} - \sqrt{10-t} = -3$

$x^2 + 9x^2$

$\sqrt{x+4} - \sqrt{6-x} = 2 \Rightarrow x+4 = 6-x+4+4\sqrt{6-x}$

$x+4 = 10-x+4\sqrt{6-x}$

$2x-6 = 4\sqrt{6-x}$

$x-3 = 2\sqrt{6-x}$

$\sqrt{x+4} - \sqrt{6-x} = -3$

$x^2-6x+9 = 4(6-x)$

$x^2-6x+9 = 24-4x$

$\sqrt{x+4} + 3 = \sqrt{6-x}$

$x^2-2x-15=0$

$x+4+9+2\sqrt{x+4} = 6-x$

$D = 64 = 8^2$

$x_1 = \frac{2+8}{2} = 5$

$x_2 = -3$

$2\sqrt{x+4} = -2x-7$

$x \in [-4;6]$

$4(x+4) = (2x+7)^2 = 4x^2+49+28x$

$4x+16 = 4x^2+28x+49$

$4x^2+24x+33=0$

$D = 24^2 - 16 \cdot 33$

$24+2x-x^2 = \frac{1}{4}$

$x^2-2x-23\frac{3}{4}=0$

$D = 4+4\left(23+\frac{3}{4}\right) = 4+99 = (3\sqrt{11})^2$

$x_1 = \frac{2-3\sqrt{11}}{2}$ $\quad x_2 = \frac{2+3\sqrt{11}}{2}$

$3 < \sqrt{11} < 4$

3,5

$\frac{2-3\cdot 3,5}{2}$

$\frac{2-x}{2} > -4$

$2-x > -8$

$x-2 < 8$

$x < 10$

$24+2x-x^2 = 9$

$x^2-2x-15=0$

$3+4 = 2\sqrt{\frac{1}{2}}$

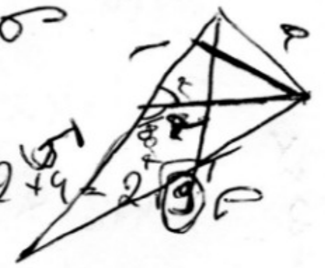
$a^2 = 1+4-4\cos\alpha$

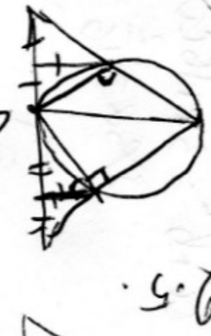
$b^2 = 25+4-\ldots$

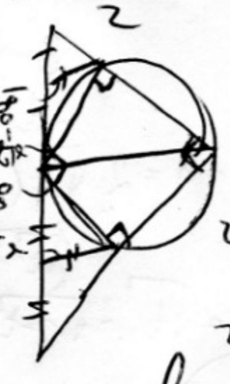
$5x^2 + 8xy + 4y^2 = (x+y)^2$

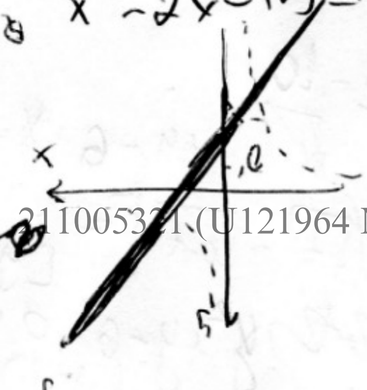
$5x^2 - 220ax$

$5x^2 - 220ax + 4y^2 - 20ay + 8xy + 260a^2 = 0$





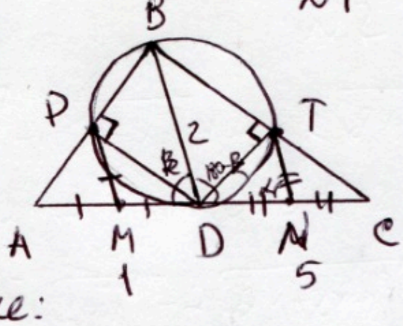




Беловик

Лист 1

№1



Дано: $\triangle ABC$; $D \in AC$

окр с диам. $BD \cap AB = P$

$\cap BC = T$

M - сер AD; N - сер. CD.

$PM \parallel TN$

Найти: а) $\angle ABC$ - ?

б) $MP = \frac{1}{2}$; $NT = \frac{5}{2}$; $BD = 2$

$S(ABC)$ - ?

Решение:

а) Проведём PD и TD. Т.к. $\angle BPD$ и $\angle BTD$ опираются на диаметр, то $\angle BPD = \angle BTD = 90°$

Тогда $\angle APD = \angle CTD = 90°$ (смежные)

Тогда PM и TN - медианы, проведённые в прямоуг. треуг. $\triangle APD$ и $\triangle CTD$ из вершины прямого угла. Тогда $PM = AM = MD$

$TN = DN = NC$

(мед., проведён. из вершины прямого угла равна половине гипотенузы)

Так как. $PM \parallel TN$, то $\angle PMN + \angle MNT = 180°$ (одностор.)

Пусть $\angle TND = \alpha$, тогда $\angle PMD = 180° - \alpha$.

Тогда $\angle PDM = \frac{180° - \angle PMD}{2} = \frac{\alpha}{2}$ (углы при основании равнобедр. треуг.)

$\angle TDN = \frac{180° - \angle TND}{2} = \frac{180° - \alpha}{2} = 90° - \frac{\alpha}{2}$

Тогда $\angle PDT = 180° - \angle MDP - \angle NDT = 180° - \frac{\alpha}{2} - (90° - \frac{\alpha}{2}) = 90°$

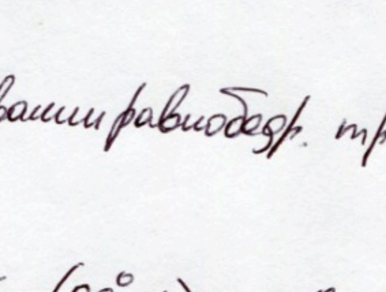
Значит $\angle ABC = 360° - \angle BPD - \angle BTD - \angle PDT = 360° - 90° - 90° - 90° = 90°$

$\angle ABC = 90°$

б) Если $MP = \frac{1}{2}$, то $AD = 1$ ($AM + MD = 2PM$); $NT = \frac{5}{2}$, то $DC = 5$, тогда $AC = 1 + 5 = 6$

Пусть $\angle ADB = \beta$, тогда $\angle BDC = 180° - \beta$, тогда $\cos\angle ADB = -\cos\angle BDC$

Пусть $AB = a$; $BC = b$, тогда по теор. косинусов:



$a^2 = 1^2 + 2^2 - 2 \cdot 2 \cos\alpha = 5 - 4\cos\alpha$

$+ \; b^2 = 5^2 + 2^2 - 2 \cdot 2 \cdot 5 \cdot \cos(180° - \alpha) = 29 + 20\cos\alpha$

$a^2 + b^2 = 34 + 16\cos\alpha$, но с другой стороны $a^2 + b^2 = AC^2 = 6^2 = 36$

$34 + 16\cos\alpha = 36$

$\cos\alpha = \frac{2}{16} = \frac{1}{8}$, тогда $a = \sqrt{5 - 4 \cdot \frac{1}{8}} = \sqrt{4{,}5} = \sqrt{\frac{9}{2}}$

$b = \sqrt{29 + 20 \cdot \frac{1}{8}} = \sqrt{31{,}5} = \sqrt{\frac{63}{2}}$

Тогда $S(ABC) = \frac{ab}{2} = \frac{\sqrt{\frac{9}{2}} \cdot \sqrt{\frac{63}{2}}}{2} = \frac{\sqrt{9} \cdot \sqrt{9} \cdot \sqrt{7}}{4} = \frac{9}{4}\sqrt{7}$

Ответ: $\angle ABC = 90°$

$S(ABC) = \frac{9}{4}\sqrt{7}$

Беловик Лист 2

№2

$\sqrt{x+4}-\sqrt{6-x}+4=2\sqrt{24+2x-x^2}$

Заметим, что $24+2x-x^2=(x+4)(6-x)$, тогда

$\underbrace{\sqrt{x+4}^2+\sqrt{6-x}^2}_{=x+4+6-x=10}-2\sqrt{24+2x-x^2}=(\sqrt{x+4}-\sqrt{6-x})^2=10-2\sqrt{24+2x-x^2}$

Тогда перенесём слагаемое влево и искуственно добавим 10, получим:

$\sqrt{x+4}-\sqrt{6-x}\underbrace{-2\sqrt{24+2x-x^2}+10}_{(\sqrt{x+4}-\sqrt{6-x})^2}-10+4=0$

$\sqrt{x+4}-\sqrt{6-x}+(\sqrt{x+4}-\sqrt{6-x})^2-6=0$

Пусть $\sqrt{x+4}-\sqrt{6-x}=t$, тогда:

$t^2+t-6=0$

$\cancel{t_1=3}\ (t+3)(t-2)=0$

$\left[\begin{array}{l} t=-3 \\ t=2 \end{array}\right. \Rightarrow \begin{array}{l} \sqrt{x+4}-\sqrt{6-x}=-3 \ (2) \\ \sqrt{x+4}-\sqrt{6-x}=2 \ (1) \end{array}$

(1): ~~$\sqrt{x+4}=\sqrt{6-x}+2$ $|\uparrow^2$, т.к. обе части больше 0~~

Подставим в начальное ур-е:

$2+4=2\sqrt{24+2x-x^2}$

$\sqrt{24+2x-x^2}=3$

$-x^2+2x+24=9$

$x^2-2x-15=0$

$(x-5)(x+3)=0$

$\left[\begin{array}{l} x=5 \\ x=-3 \end{array}\right.$, проверив, убедимся, что корни подходят

Аналогично (2):

$-3+4=2\sqrt{24+2x-x^2}$

$\sqrt{24+2x-x^2}=\frac{1}{2}$

$24+2x-x^2=0,25$

$x^2-2x-23,75=0$

$D=4+4\cdot 23,75=99=(3\sqrt{11})^2$

$x_1=\frac{2-3\sqrt{11}}{2}$; $x_2=\frac{2+3\sqrt{11}}{2}$

Ответ: $x\in\left\{5;-3;\frac{2-3\sqrt{11}}{2};\frac{2+3\sqrt{11}}{2}\right\}$

Беловик

Лист 3.

№3

Найдём координаты точки B.

$x_B = \frac{-b}{2a}$; $ax^2 + 2a^2x - ay + a^3 + 1 = 0$

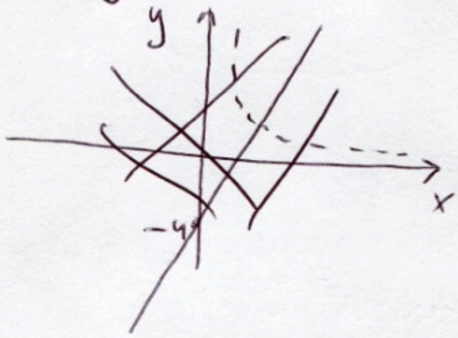
$ay = ax^2 + 2a^2x + a^3 + 1$; $a \neq 0$, т.к. это парабола.

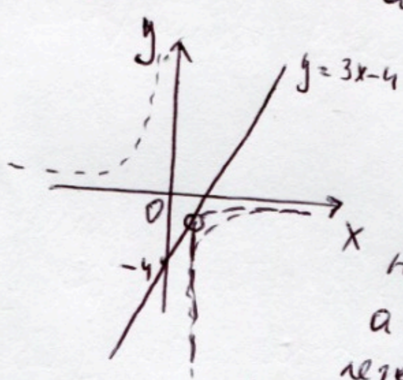
$:a$

$y = x^2 + 2ax + a^2 + \frac{1}{a}$

$x_B = \frac{-2a}{2} = -a$

$y_B = (-a)^2 + (2a)(-a) + a^2 + \frac{1}{a} = a^2 - 2a^2 + a^2 + \frac{1}{a} = \frac{1}{a}$, т.е. $B\left(-a; \frac{1}{a}\right)$





Заметим, что если $a > 0$, то B может лежать только над прямой $3x - y = 4$, а если $a < 0$, то она лежит под этой прямой, причём в т. $(-1; -1)$ гипербола и прямая ~~пр~~ пересекаются, но т.к. B не лежит на этой прямой, то $a \neq -1$

Если $a > 0$, то $26a^2 - 22ax - 20ay + 5x^2 + 8xy + 4y^2 < 3x - y - 4$

$a < 0$, то $26a^2 - 22ax - 20ay + 5x^2 + 8xy + 4y^2 > 3x - y - 4$

Часть 2

Олимпиада: **Математика, 10 класс (2 часть)**

Шифр: **211005321**

ID профиля: **121964**

Вариант 9

№5 Черновик.

$$\frac{2}{x^2+y^2}+x^2y^2=2$$

$$x^4+y^4+3x^2y^2=5$$

$$(x^2+y^2)^2+x^2y^2=5$$

$$(x^2+y^2)^2-\frac{2}{x^2+y^2}=3$$

$$t^2-\frac{2}{t}=3 \quad | \cdot t\neq 0$$

$$t^3-2=3t$$

$$t^3-3t-2=0$$

$$(t+1)(t^2-t-2)=0$$

$$\left[\begin{array}{l} t=-1, \text{ невозм, т.к. } x^2+y^2\neq 0 \\ t^2-t-2=0 \end{array}\right.$$

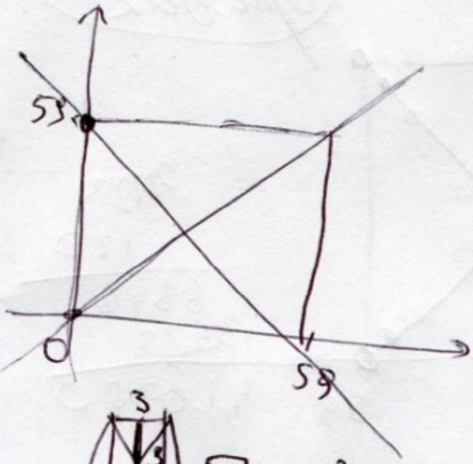
$$(t+1)(t-2)=0$$

$$t=2 \quad x^2+y^2=2, \text{ тогда } x^2y^2=1 \Rightarrow y^2=\frac{1}{x^2}$$

$$79=4+x^2$$

$$x^2=75$$

$$5\sqrt{3}$$

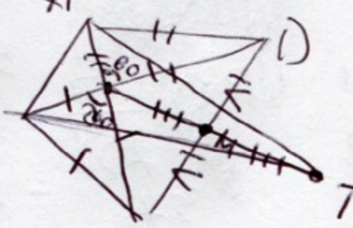


$$\frac{6\sqrt{3}}{2}=h$$

$$\frac{7\sqrt{3}}{2}+\frac{3\sqrt{3}}{2}=\frac{10\sqrt{3}}{2}=5\sqrt{3}$$

$$y^2+x^2=79$$

$$x^2=79-16=63 \quad x=\sqrt{63}=3\sqrt{7}$$



$$7^2+3^2-2\cdot 7\cdot 3\cdot \frac{1}{2}$$

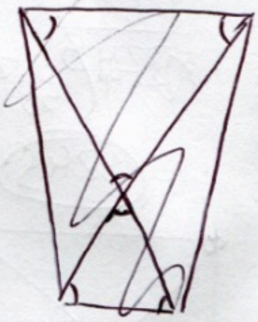
$$49+9+21 \quad 79$$

$$5\cdot\frac{10\sqrt{3}}{2}=\frac{50\sqrt{3}}{2}=25\sqrt{3}$$

$$\frac{7\sqrt{3}}{2}+\frac{3\sqrt{3}}{2}=\frac{10\sqrt{3}}{2}$$

$$a+b=2 \quad (a^2+b)^2=4$$

$$ab=1$$



$$x^2+\frac{1}{x^2}=2 \qquad x^2=t$$

$$t+\frac{1}{t}=2$$

$$t^2+1=2t \quad t^2-2t+1=0$$

$$(t-1)^2=0$$

$$t=1$$

$$x^2=1$$

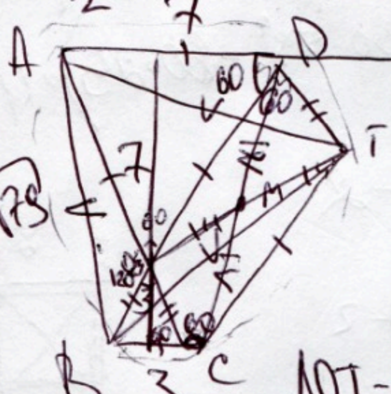
$$x=\pm 1$$

(1;1)

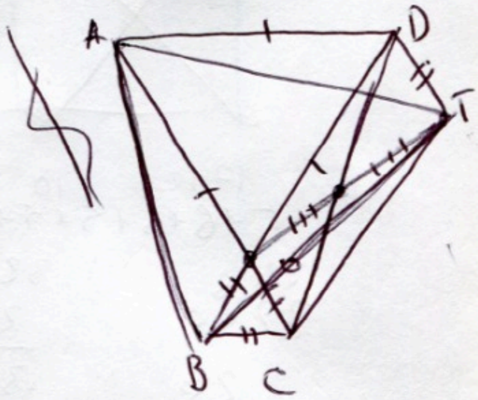
(-1;1)

(-1;-1)

(1;-1)



ADT - прав.



$$\frac{1}{2}a\cdot\frac{a\sqrt{3}}{2}=\frac{a^2\sqrt{3}}{4}=S$$

$$c^2=7^2+3^2+2\cdot 7\cdot 3\cdot\frac{1}{2}=49+9+21=\sqrt{79}$$

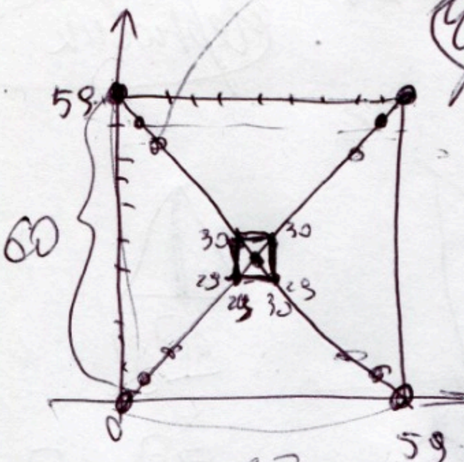
$$S(ABT)=\frac{79\sqrt{3}}{4}$$

$$S(ABCD$$

$$\frac{79}{4}\sqrt{3}:25\sqrt{3}=\frac{79}{100}$$

211005321 (U121964 M1273892)

Черновик



$x = 59 - x$

$x = 29{,}5$

$\begin{array}{r} 59 \\ \times\ 59 \\ \hline 531 \\ 295 \\ \hline 3481 \end{array}$

$4 \cdot 59^2$

$4 \cdot (59^2 - 4)$

$4 \cdot (59^2 - 8)$

$\begin{array}{r} 3481 \\ - 58 \\ \hline 3423 \end{array}$

$\begin{array}{r} 3423 \\ 120 \\ \hline 6846 \\ 3423 \\ \hline 410760 \end{array}$

$\frac{120 \cdot 29}{2}$

120

$4(59^2 - 116)$

$4(30 \cdot 59^2 - 60 \cdot 29) = 120(59^2 - 2 \cdot 29)$

~~60·60 − 60·59 = 3600 − 120~~

30 31 ... 58

$59 \cdot 59 \quad 59^2 \cdot 4 \quad (59^2 - 4)^2 + (59^2 - 8)^2$

$59^2 \cdot 4 + (59^2 - 4) \cdot 4 + (59^2 - 8) \cdot 4 \ldots$

1 2

$4 \cdot 0 + \quad 4 \cdot 29$

$\begin{array}{r} 29 \\ \times\ 4 \\ \hline 116 \end{array}$ 30

$\frac{4 + 8 + \ldots + 116}{}$

$\frac{120 \times 29}{2}$

30

$\begin{array}{r} 57 \\ 7 \\ \hline 399 \\ 57 \\ \hline 399 \\ 285 \\ \hline 3249 \end{array}$

$\begin{array}{r} 116 \\ 14 \\ \hline 464 \\ 116 \\ \hline 1624 \end{array}$

$4(59^2 + 59^2 - 4 + 59^2 - 8 \ldots + 59^2 - 116) = (30 \cdot 59^2 - 60 \cdot 29) \cdot 4$

$4 \cdot 30 - 1$

3249

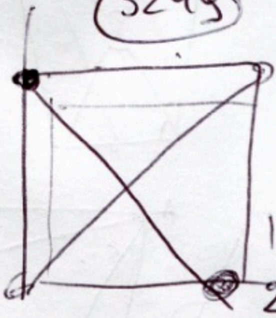
57^2

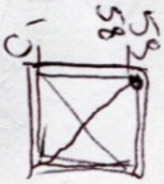
$57^2 - 56$

$4 \cdot 57^2 - 2$

$4 \cdot (57^2 - 4) - 2$

$\begin{array}{r} 57 \\ 57 \\ \hline 399 \\ 285 \\ \hline 3249 \end{array}$





1712 10

$5 + 6 + 6 + 5 + 5 + 7$

58 57 56 30

32 − 6

0 4 8

$\frac{26}{132} = \frac{13}{16} \quad \frac{12}{16}$

27,8%

$\begin{array}{r} 3248 \\ 3249 \\ 29 \\ \hline 29241 \\ 6498 \\ \hline 94221 \end{array}$

$\begin{array}{r} 36 \\ +\ 8 \\ \hline 44 \end{array}$

$\begin{array}{r} 28 \cdot 4 \\ 4 \\ \hline 112 \end{array}$

$\begin{array}{r} 94221 \\ -\ 1624 \\ \hline 92597 \end{array}$

$\begin{array}{r} 92597 \\ 1624 \\ \hline 94221 \end{array}$

$\begin{array}{r} 232 \\ \times\ 92597 \\ 4 \\ \hline 370388 \\ 58 \\ \hline 370330 \end{array}$

370330

30 57 58 28

1 − 0 0

$4 \cdot (57^2 - 4) - 2$

$4 \cdot 57^2 - 2$

211005321 (U121964 M1273892)

(Беловик)

Лист 1.

№4

$$\begin{cases} \frac{2}{x^2+y^2}+x^2y^2=2 \\ x^4+y^4+3x^2y^2=5 \end{cases}$$, рассм. второе выраж.: $x^4+y^4+3x^2y^2=(x^2)^2+(y^2)^2+2x^2y^2+x^2y^2=$

$=(x^2+y^2)^2+x^2y^2=5$

Вычтем из 2-го выражения первое:

$(x^2+y^2)^2-\frac{2}{x^2+y^2}=3$, пусть $x^2+y^2=t$, тогда $t\geq 0$; $t\neq 0$, т.к. $\frac{2}{x^2+y^2}$ сущ.

$\Downarrow$ $t>0$

$t^2-\frac{2}{t}=3 \mid \cdot t\neq 0$

$t^3-2=3t$

$t^3-3t-2=0$

$(t+1)(t^2-t-2)=0$

$\left[\begin{array}{l} t+1=0 \\ t^2-t-2=0 \end{array}\right. \Rightarrow$ $t=-1$, не уд. усл. $t>0$

$(t+1)(t-2)=0$

$\left[\begin{array}{l} t=-1 \\ t=2 \end{array}\right.$, не уд. усл. $t>0$, значит $x^2+y^2=2$, подставив в нач. выраж.,

получим: $\frac{2}{2}+x^2y^2=2$

$\begin{cases} x^2y^2=1 \Rightarrow y^2=\frac{1}{x^2} \\ x^2+y^2=2 \end{cases} \Rightarrow x^2+\frac{1}{x^2}=2 \mid \cdot x^2$

$x^4+1=2x^2$

$\cancel{x^2+1}\ x^4-2x^2+1=0$

$(x^2-1)=0$

$\cancel{x=1}\ \left[\begin{array}{l} x=1 \\ x=-1. \end{array}\right.$

Если $x=1$, то $y^2=1 \Rightarrow \left[\begin{array}{l} y=1 \\ y=-1 \end{array}\right.$

$x=-1$, то $y^2=1 \Rightarrow \left[\begin{array}{l} y=1 \\ y=-1 \end{array}\right.$

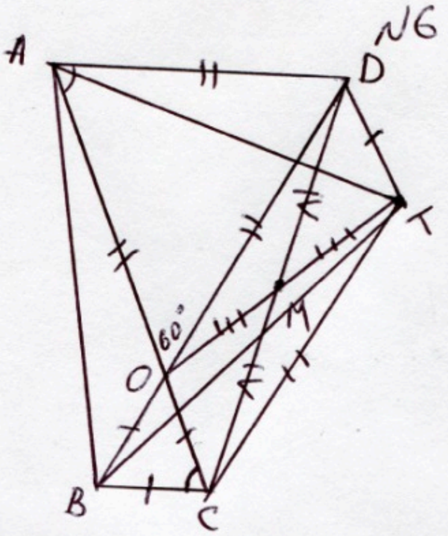
Значит всего существует 4 решение: $(1;1)$; $(1;-1)$; $(-1;1)$; $(-1;-1)$

$\boxed{\text{Ответ: } (1;1);(1;-1);(-1;1);(-1;-1).}$

Беловик

Лист 2.

№6



Дано: ABCD – выпукл. четырёхуг.

$AC \cap BD = O$

$\triangle BOC$ и $\triangle AOD$ – правильн.

~~Т. сим.~~ M – сер. CD

T симм. O от-но M.

Д-ть: $\triangle ABT$ – правильн.

Найти: $\frac{S(ABT)}{S(ABCD)}$ – ?, если $BC=3$

$AD=7$

Решение:

а) Т.к. $\triangle BOC$ и $\triangle AOD$ – прав., то $AD=OD=OA$

$BO=OC=BC$; ~~∠BCA~~ BCA = $\angle CAD=60°$ (угол равност. треуг.)

А это накрест. леж. углы прямых BC и AD, то есть $BC \parallel AD$.

Тогда ABCD – трапеция.

Причём рассм. $\triangle AOB$ и $\triangle COD$:

1) $AO=DO$

2) $OB=OC$

3) $\angle AOB=\angle COD=120°$ (внеш. угол. равностор. треуг.) $\Rightarrow \triangle AOB=\triangle COD \Rightarrow$

$\Rightarrow AB=CD$, то есть трапеция равнобокая.

Рассм. ODTC:

1) $OT \cap DC=M$ (пересеч. диаг.)

2) $OM=OT$ (T симм. O от-но M.)

3) ~~BD~~ $DM=MC$ (M – сер. CD)

$\Rightarrow$ ODTC – параллелограмм $\Rightarrow$

$\Rightarrow DT=OC=OB=BC$ (1)

$CT=OD=AO=AD$. (2)

Рассм. $\triangle ADT$; $\triangle BCT$ и $\triangle AOB$.

1) ~~AD=CT=AO~~ $AD=CT=AO$ (2)

2) $DT=BC=OB$ (1)

3) $\angle AOB=120°$

$\angle ADT=\angle ADO+\angle ODT$; $\angle ADO=60°$ (угол. равностор. треуг.)

$\angle ODT=~~\angle~~180°-\angle COD=180°-120°=60°$ $\Rightarrow \angle ADT=60°+60°=120°$

Аналог. $\angle BCT=\angle BCO+\angle OCT=60°+60°=120°$

Т.е. $\angle ADT=\angle BCT=\angle AOB=120°$

Значит $\triangle ADT=\triangle TCB=\triangle AOB \Rightarrow AB=TB=AT \Rightarrow \triangle ADT$ – правильный

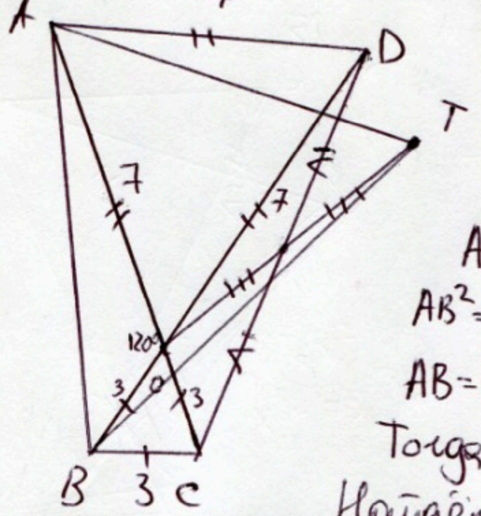
Ч.Т.Д.

211005321 (U121964 M1273892)

(См. продолжение на след. листе.)

№6. Продолжение.

б)



Т.к. $\triangle ABT$ - правильный, то $S(ABT)=\frac{AB^2\sqrt{3}}{4}$

По теореме косинусов для $\triangle AOB$ найдём AB

$AB^2=7^2+3^2-2\cdot 7\cdot 3\cdot \underbrace{\cos 120^\circ}_{-\frac{1}{2}}=49+9+21=79$

$AB=\sqrt{79}$

Тогда $S(ABT)=\frac{79\sqrt{3}}{4}$

Найдём $S(ABCD)$, т.к. это трапеция, то

$S(ABCD)=\frac{AD+BC}{2}\cdot h$; $h=h_{AOD}+h_{BOC}$ (высоты равностор. треуг.)

Тогда $h_{AOD}=AD\cdot\frac{\sqrt{3}}{2}=\frac{7\sqrt{3}}{2}$ (высота равностор. треуг. равна $\frac{a\sqrt{3}}{2}$)

$h_{BOC}=BC\cdot\frac{\sqrt{3}}{2}=\frac{3\sqrt{3}}{2}$

Тогда $h=\frac{7\sqrt{3}}{2}+\frac{3\sqrt{3}}{2}=\frac{10\sqrt{3}}{2}=5\sqrt{3}$

Тогда $S(ABCD)=\frac{7+3}{2}\cdot 5\sqrt{3}=25\sqrt{3}$

Тогда $\frac{S(ABT)}{S(ABCD)}=\frac{79\sqrt{3}}{4}:25\sqrt{3}=\frac{79}{100}=0{,}79.$

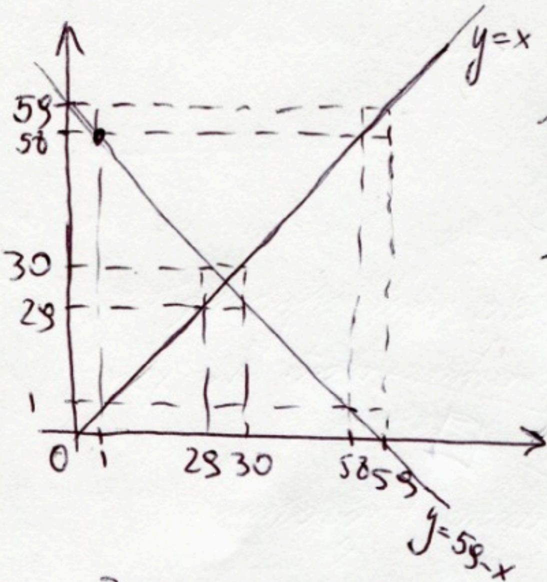
$\boxed{\text{Ответ: } \frac{S(ABT)}{S(ABCD)}=0{,}79}$

211005321 (U121964 M1273892)

Беловик

Лист 4

№5



Всего внутри квадрата, не учитывая его границы $(60-2)^2=58^2$ узлов

Пусть 1-я точка стоит в координатах (1;1). Тогда всего расположений второй точки может быть:

$$\underbrace{58^2-58-58+1}$$

вычитаем собственные вертикали и горизонтали, одну точку вычли 2 раза поэтому добавл. эту точку

$58^2-58-57=58(58-1)-57=58\cdot57-57=57(58-1)=57^2$

Причём таких же точек, как на (1;1) 4: (58;1) (1;58); (1;1); (58;58)

Причём 2 расположения повторится, ведь для точек (1;1); (58;58) и (58;1); (1;58). То есть всего для этих 4 точек существует $4\cdot57^2-2$ варианта расположения. Теперь рассмотрим следующ. „шаг": 4 точки с коорд. (2;2); (57;2); (2;57); (57;57). Заметим, что для них вариантов расположения также 57^2, но как и в прошлом случае 2 варианта повторяется, и ещё для каждой точки повторится по 4 варианта из прошлого „шага", то есть точка (2;2) и (1;1) уже были, но это также входит в этот случай.

Значит всего вариантов будет: $4(57^2-4)-2$

Аналогично при отступе от края на 3 вариантов будет: $4(57^2-8)-2$, т.к. всё будет точно так же, но для каждой точки повторится 8 вариантов (сумма всех точек предыдущ. 4+4 для 3 этапа 4+4+4 для 4 и т.д.)

Это будет продолжаться до 4 точек с коорд. (29;29); (30;29); (29;30) (30;30), т.к. при дальнейшем „сдвиге" все варианты будут повторяться.

[см. продолжение на след. листе:]

№5. Продолжение

Тогда мы можем посчитать общее кол-во вариантов:

$$4\cdot 57^2-2+4\cdot(57^2-4)-2+4(57^2-8)-2+\ldots+4(57^2-112)-2$$

В последний раз мы будем вычитать 112, т.к. „шагов" с 1 до 29 было 28, а всего слагаемых 29.

$$4\cdot 57^2-2+4\cdot(57^2-4)-2+\ldots+4(57^2-112)-2=$$

370,388 94221 3249 1624

$$=4\left(29\cdot 57^2-\frac{116\cdot 28}{2}\right)-2\cdot 29=370\,330$$

92597

$\boxed{\text{Ответ: } 370\,330.}$