

# Часть 1

Олимпиада: **Математика, 10 класс (1 часть)**

Шифр: **211007576**

ID профиля: **823474**

Вариант 12

репроблек

М... 7mo  
срание

ПМ/ТН

Борислав 12

$$x+1 - \sqrt{4-x} + 3 = 2\sqrt{4+3x-x^2}$$

$$x+1 - 2\sqrt{4+3x-x^2} + (1-x) = 4\sqrt{4+3x-x^2} - 2\sqrt{4+3x-x^2} + 9$$

$$5-9 - 4\sqrt{4+3x-x^2} = \frac{5}{2}\sqrt{4+3x-x^2}$$

$$1-4-3x+x^2 = \frac{5}{2}\sqrt{4+3x-x^2}$$

~~27860x~~

$$2-2\sqrt{4+3x-x^2} = 5\sqrt{4+3x-x^2}$$

$$2-2t = 5\sqrt{t}$$

$$4-8t+4t^2 = 25t$$

$$4t^2 - 8t - 25t + 4 = 0$$

$$4t^2 - 33t + 4 = 0$$

$$D = 1089 - 64 = 1025$$

$$- \pm 5\sqrt{41}$$

$$+ \frac{25}{33}$$

$$\frac{33}{33}$$

$$\frac{99}{1089}$$

$$\frac{99}{1089}$$

$$\frac{99}{1089}$$

~~...~~  $\frac{100-00}{10000}$   $\frac{10000}{10000}$

Кеналыгы 27860x орнуну 1919

улеги, укроено мубно.

~~...~~

$$2-2t^2 = 5t$$

$$0 = 2t^2 + 5t - 2$$

$$D = 25 - 16 = 9$$

$$t = \frac{-5 \pm 3}{4} \begin{cases} t = -1 \\ t = -\frac{1}{2} \end{cases}$$

$$t = \sqrt{4+3x-x^2}$$

$$12 + 3 \cdot 2 = 12 + 6 = 23$$

ремени кер.

$$\frac{165}{100} + \frac{165}{100} = \frac{330}{100} = 3.3$$

$$\frac{330}{100} = 3.3$$

$$\frac{330}{100} = 3.3$$

$$\frac{24}{4} = 6$$

$$\frac{24}{4} = 6$$

$$2$$

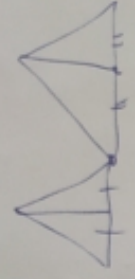
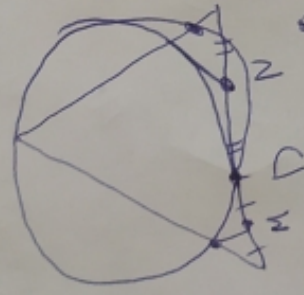
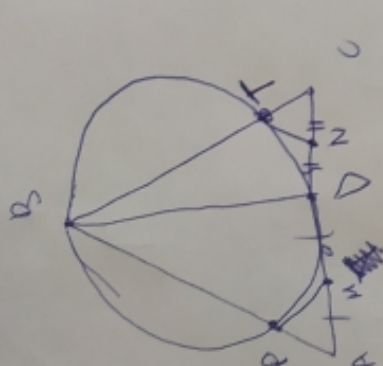
$$\sqrt{16} + \sqrt{36} = 4 + 6 = 10$$

Упробле

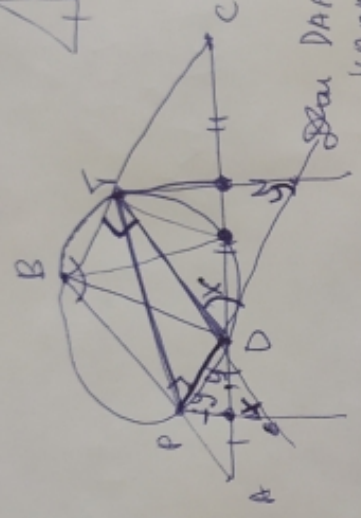
Ум... 7mo  
срание

Барвант 12

умерено  
 $\angle BSC = 90^\circ$

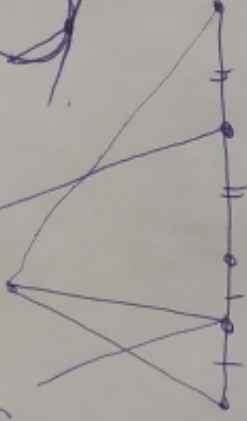
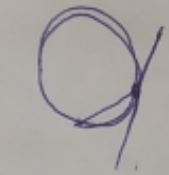


Нанено, га...



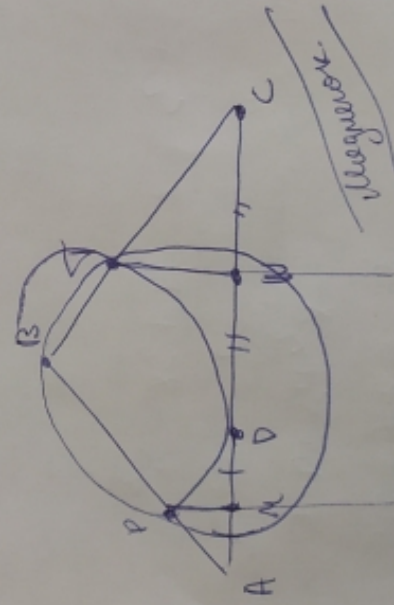
стан даме

капаугаму  
брана, кавана 2  
но ноегу

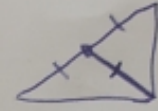


$$\angle PBT + \angle DDT = 180^\circ$$

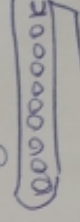
$$\angle PBT = \angle MDD + \angle TDC$$



Мегуант



Бсе  
Дуге



$$\angle B = x + y = \angle TDP$$

$$\angle B = 90^\circ$$

$$\angle K - x + y + \angle PP_2 = 180^\circ$$

$$MP = \frac{1}{2}$$

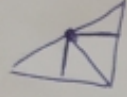
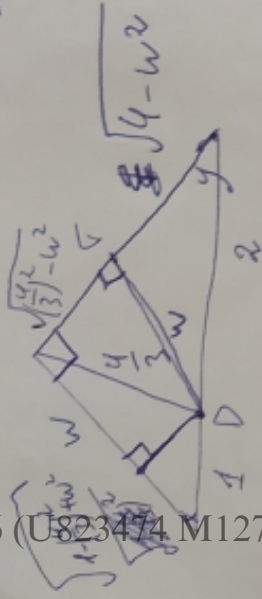
$$NT = 1$$

$$BD = \frac{4}{3}$$



8)  $AP = \frac{1}{2}$ ,  $NT = 1$ ,  $BD = \frac{4}{3}$  Maximum  $S_{\Delta ABC}$

$DT = w$



Збогом  
трансформис  
8  
справке.

$$\left( \sqrt{\frac{16}{9}} - w^2 + \sqrt{4-w^2} \right) \left( \sqrt{1 - \left(\frac{4}{3}\right)^2} + w^2 + w \right)$$

$w^2 + 4 = 4$   
 $\left(\frac{4}{3}\right)^2 - w^2 =$

2

$$= \left( \sqrt{\frac{16}{9} - w^2} + \sqrt{4-w^2} \right) \left( \sqrt{w^2 - \frac{4}{9}} + w \right) =$$

$$= \sqrt{\left(\frac{16}{9} - w^2\right) \left(w^2 - \frac{4}{9}\right)} + \sqrt{(4-w^2) \left(w^2 - \frac{4}{9}\right)} + \sqrt{\frac{16}{9} - w^2} \left(w + w\right) + w \sqrt{4-w^2}$$

=

$$\sqrt{x+1} - \sqrt{4-x} + 3 = 2\sqrt{4+3x-x^2}$$

$(x+1)(4-x) = (4-x+4-x)^2 \text{ асно, } w^2 \text{ од } 0 \leq x \leq 4$   
 $-x^2 + 3x + 4 = 0$

$9 = 9 + 16 = 25$

$a - b + 3 = 2ab$

$\sqrt{x+1} - \sqrt{4-x} = 2\sqrt{4+3x-x^2} - 3$   
возб. б. 2

$x = \frac{-3 \pm 5}{-2}$   
 $x = 4$   
 $x = -4$

$x+1 - 2\sqrt{4+3x-x^2} + 4-x = 4(4+3x-x^2) - 12\sqrt{4+3x-x^2} - 19$

$x \in [-1; 4]$

# Условие

B 12, 2.1

1) Задача

Дано:  $\triangle ABC$

$D \in AC$

окр с центром DB

$P \in AB, P \in C, T \in BC, T \in C$

M - середина AD

N - середина CD

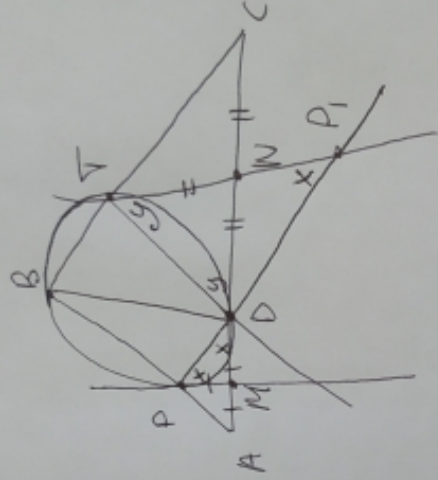
$PM \parallel TN$

а) найти  $\angle ABC$

б)  $MP = \frac{1}{2}, NT = 1, BD = \frac{4}{3}$

каким  $S_{\triangle ABC}$

Рисунок



Решение:

а)  $\angle DPPB = \angle DTPB = 90^\circ$  как опирающиеся на диаметр  
 $\angle APD = \angle DTC = 90^\circ$  как смежные с углом  $90^\circ$

мы знаем, что медиана в прямоугольном

треугольнике равна половине гипотенузы

$\Rightarrow PM = MD, TN = ND$

обозначим  $\angle MDP = x, \angle DNT = y$

$\angle TDN = \angle DTN = y$  (как в  $\triangle DNT$ )

прямые PD го пересекаются с TN в точке P<sub>1</sub>

$\angle MPD = \angle MDP = x$  ( $\triangle MDP$  -  $\triangle$  по  $PM = MD$ )

$\angle MPP_1 = \angle P_1PT = x$  (как вертикальные смежные

$\angle ABC = 180^\circ - \angle PDT$  (прямые противоположные углы в окр PD)

но  $\angle ABC = \angle ABC = \angle TDP_1 + x + y = 180^\circ - \angle PDT$

т.к.  $\angle TDP_1 + x + y = 180^\circ$  (по  $\triangle DTP_1$ )

$\angle ABC = 180^\circ$

ответ:  $\angle ABC = 90^\circ$



# Устойчив

Вариант 12, п. 1

2) Задача

$$\sqrt{x+1} - \sqrt{4-x} + 3 = 2\sqrt{4+3x-x^2}$$

$$\sqrt{x+1} - \sqrt{4-x} = 2\sqrt{4+3x-x^2} - 3$$

возведем в квадрат

$$x+1 - 2\sqrt{4+3x-x^2} + 4-x =$$

$$4(4+3x-x^2) - 12\sqrt{4+3x-x^2} + 9$$

$$+42 - 4\sqrt{4+3x-x^2}$$

$$0 = 4(4+3x-x^2) - 10\sqrt{4+3x-x^2} + 4$$

$$0 = 2(4+3x-x^2) - 5\sqrt{4+3x-x^2} + 2$$

Заменим  $t = \sqrt{4+3x-x^2}$

$$0 = 2t^2 - 5t + 2$$

$$\Delta = 25 - 16 = 9$$

$$t = \frac{5 \pm 3}{4}$$

$$\begin{cases} t = 2 \\ t = \frac{1}{2} \end{cases}$$

возвр. к 3 уравне

$$\begin{cases} \sqrt{4+3x-x^2} = 2 \\ \sqrt{4+3x-x^2} = \frac{1}{2} \end{cases}$$

$$\begin{cases} 4+3x-x^2 = 4 \\ 4+3x-x^2 = \frac{1}{4} \end{cases}$$

$$\begin{cases} 0 = x^2 - 3x \\ 0 = x^2 - 3x - 4 + \frac{1}{4} \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 0 \\ x = 3 \end{cases}$$

$$-1 < \frac{3 \pm 2\sqrt{6}}{4} < 4$$

$$-4 < 3 - 2\sqrt{6} < 3 + 2\sqrt{6} < 3 + 2\sqrt{9} < 16$$

Отвеч:  $x_1 = 0, x_2 = 3$

$$x_3 = \frac{3+2\sqrt{6}}{4}, x_4 = \frac{3-2\sqrt{6}}{4}$$

$$\sqrt{4+3x-x^2} \geq 0$$

$$\sqrt{x+1} \geq 0 \quad \text{ОРАКВ.}$$

$$\sqrt{4-x} \geq 0$$

$$\sqrt{x+1} \cdot \sqrt{4-x} = \sqrt{4+3x-x^2}$$

$$x \in [-1; 4]$$

# Часть 2

Олимпиада: **Математика, 10 класс (2 часть)**

Шифр: **211007576**

ID профиля: **823474**

Вариант 12

71

Условие 2.2  
ВАР 12

6) Задача (ср. и 433 этой задачи)

Дано:

четырехугольник ABCD - выпуклый

O - пересечение диагоналей

$\Delta BOC, \Delta AOD$  - p/c

M - середина [CD]

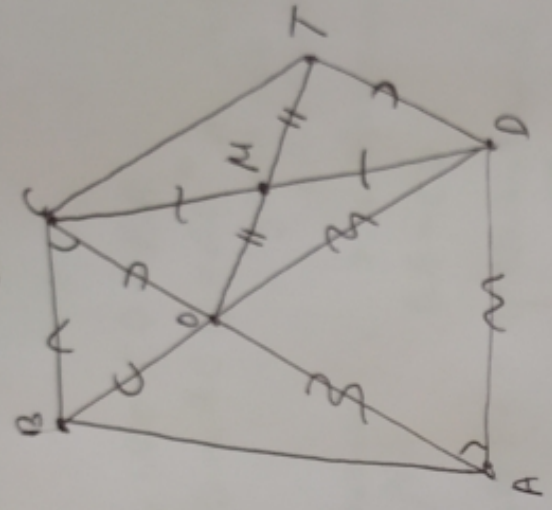
T  $\in$  OM записи M

$|OM| = |MT|$

а) доказать ABT - равнобедренный

б)  $BC = 2, AD = 4$

каким  $\frac{S_{\Delta ABT}}{S_{ABCD}} = ?$



p/c - равнобедренный  
p/d - равнобедренная/ый

Решение:

а) рассмотрим  $\Delta CTD$

это равнобедренный т.к. M - середина

OT и M - середина CD, при этом параллелограмм...  
(тогда пересечение диагоналей делит их пополам)

значит  $OC = DT$  (произвольные стороны параллелограмма)

т.к.  $OC = CB$  (в  $\Delta OBC$  - p/c по углу при O)

$CB = TD$ , значит  $\Delta CTD$  - p/d равнобедренный

$CT \parallel OD$  т.к. мы определили  $\Delta CTD$  - параллелограмм.  
( $CT \parallel OD$ )

мы знаем, что в p/d равнобедренный равен диагонали

$TB = CD$ , аналогично мы можем доказать,

что  $TA = CD$

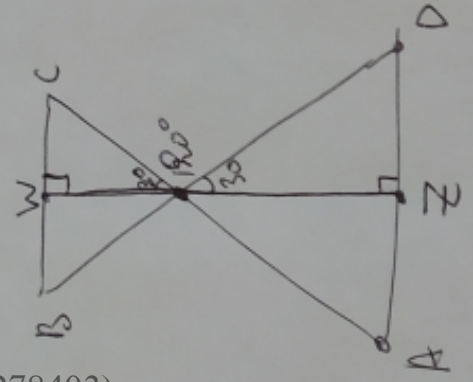




# Усложнение комп 3

Задача

пересечение к высоте h



$OW$  - высота  $\triangle OBC$   
 $OZ$  - высота  $\triangle AOD$   
 т.к. треугольники  
 прямоугольные, то  $\angle OBC = \angle OAD$   
 ~~$\angle ZOD = 30^\circ = \angle OAW$~~   
 $\angle OAD + \angle OAC + \angle CAW = 180^\circ$ , к.  
 $\angle DOC = 120^\circ$ , то  $MC$

уже знаем. Искать  $ZW$  - высота  $\triangle OAD$ .



# Учмолек

4) Загара

$$\begin{cases} x^2 + y^2 + x^2 y^2 = \frac{5}{4} \\ 2x^4 + 2y^4 + 5x^2 y^2 = \frac{9}{4} \end{cases}$$

$$\begin{cases} x^2 + y^2 + x^2 y^2 = \frac{5}{4} \\ 2(x^2 + y^2)^2 + x^2 y^2 = \frac{9}{4} \end{cases}$$

Замена  
 $a = x^2 + y^2 \quad b = x^2 y^2$

$$\begin{cases} \frac{1}{a} + b = \frac{5}{4} \\ 2a^2 + b = \frac{9}{4} \end{cases} \quad \begin{cases} b = \frac{5}{4} - \frac{1}{a} \\ 2a^2 + \frac{5}{4} - \frac{1}{a} = \frac{9}{4} \end{cases}$$

$$\begin{cases} b = \frac{5}{4} - \frac{1}{a} \\ 2a^2 - \frac{1}{a} = 1 \end{cases} \quad \begin{cases} 2a^3 - a = 1 \\ b = \frac{5}{4} - \frac{1}{a} \end{cases}$$

$$\begin{aligned} 1) \quad a &= 1 \\ b &= \frac{1}{4} \end{aligned} \quad - \frac{2a^3 - a - 1}{2a^3 - 2a^2 - 2a^2 + 2a + 1}$$

$$2a^2 + 2a + 1 = 0$$

$$D_1 = 1 - 2 = -1$$

нет действительных корней.

возвр. к замене 0

$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 1 \\ x^2 y^2 = \frac{1}{4} \end{cases}$$

$$\begin{cases} (x-y)^2 = 1 - \frac{1}{2} = \frac{1}{2} \\ (x+y)^2 = \frac{3}{2} \end{cases}$$

$$\begin{cases} x-y = \pm \frac{1}{\sqrt{2}} \\ x+y = \pm \sqrt{\frac{3}{2}} \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = \frac{1}{\sqrt{2}} + y \\ xy = \sqrt{\frac{3}{2}} - \sqrt{\frac{1}{2}} \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = \frac{2}{2\sqrt{2}} + \frac{\sqrt{3}-1}{2\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{3}+1}{2\sqrt{2}} \\ y = \frac{\sqrt{3}-1}{2\sqrt{2}} \end{cases}$$

Ответ:  $x = \frac{\sqrt{3}+1}{2\sqrt{2}} \quad y = \frac{\sqrt{3}-1}{2\sqrt{2}}$

## Установки часть 2 12в.

### 5) Задача

1) узлов на прямой  $y=x$  62 шт.

т.к. по переменной узлы  $(0,0)$  и  $(63,63)$  мы не считаем по условию

2) узлов на прямой  $y=63-x$  63 шт.

но ТАКИХ НЕ ПРИКЛАМ.

3) узла на прямой  $x=y$

и  $y=63-x$  не существует

выбравшему т.к.  $\frac{63}{63}$  - не целое число

Система не имеет:

• считаем все варианты, когда первый узел на наших прямых, а второй нет.

$(62+62)(3844-124) = 451280$  (на переборке листа)

• отсчитаем все варианты, когда оба узла на наших прямых

$$\frac{124 \cdot 123}{2} = 7626$$

• какие пары мы не похотел, а мы их подсчитали?

где ~~какой~~ какого узла еще 122 узла с которыми она не может быть из-за направленности с  $Ox$  или  $Oy$ .

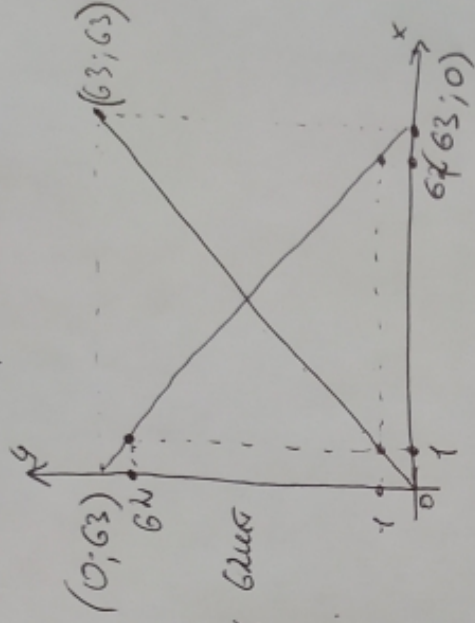
т.к. на любой прямой сетки есть

62 узла  $\Phi$  и любой прямой сетки  $Oy$  есть 62 узла, не включая узлы грани.

$$62+62-2=122$$

т.к. мы уже 2 раза посчитали.

картинка



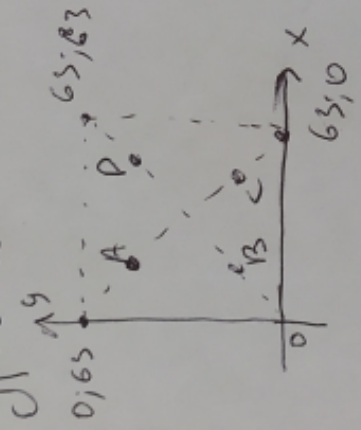


Установщик

Задача

если мы 124.121 и ~~124.121~~ мы  
но 2 раза поставим напм когда  
ода узла находится на прямых, потому  
124.121 = 15004

Подробнее:



$AB \parallel O_y$   $BC \parallel O_x$ ,  $CD \parallel O_y$ ,  
 $DA \parallel O_x$

вместе с А мы считаем  
только В, D не считаем  
вместе с В мы считаем  
потому что с А мы

все кроме с А,  
уже поставили, вместе с с мы считаем  
все кроме В, Г, К. с В мы уже поставили  
и т.д. Всегда найдется такой квадрат  
где какой-то точки (каждого узла)  
т.к. мы на уровне, а узла в пересечении  
 $y=x$  и  $y=63-x$  нет.  
что получится?

$$451280 + 7626 - 15004 = 443902$$

поставила в уме

Ответ: 443902

$$\frac{1}{4}x^2 + y^2 + x^2y^2 = \frac{5}{4}$$

$$2x^4 + 2y^4 + 5x^2y^2 = \frac{9}{4}$$

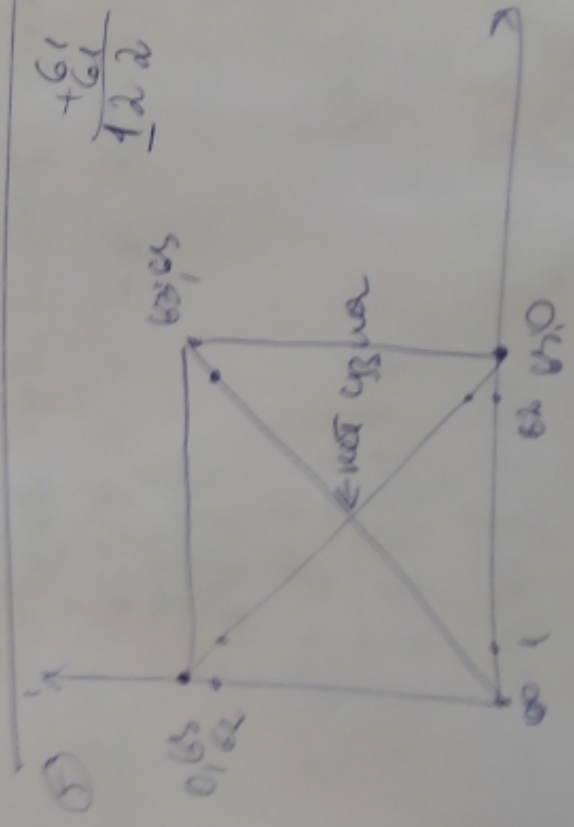
$$5(x^2 + y^2) + x^2y^2 = \frac{9}{4}$$

$$1 + x^2y^2/(x^2 + y^2) = (x^2 + y^2) \cdot 5/4$$

$$1 + x^2y^2 + x^2y^4 = \frac{5x^2 + 5y^2}{4}$$

$$(x^2 + y^2) =$$

Заврши?  
 УДАК 777  
 Сгенерация



$$\frac{+62}{122}$$

$$y = 63 - x$$

62 y3na  
+  
62 y3na

$$\begin{array}{r} 62 \\ 124 \\ \hline 342 \\ 3844 \end{array}$$

Всего y3nod

$$62 \cdot 62 = 3924$$

$$\begin{array}{r} 3844 \\ 124 \\ \hline 3968 \end{array}$$

62.





roc  
Puznera!

$$\frac{1}{x^2 + y^2} + x^2 y^2 = \frac{5}{4}$$

$$2x^4 + 2xy^4 + 5x^2 y^2 = \frac{9}{4}$$

$$x^2 + y^2 + 2x^2 y^2$$

$$(x^2 + y^2)^2 = 4x^2 + y^2 + 2x^2 y^2$$

$$x^2 + y^2 + 2xy^2$$

$$2x^4 + 2xy^4$$

$$\begin{array}{r} 27 \\ \times 18 \\ \hline 216 \\ 270 \\ \hline 486 \\ - 216 \\ \hline 270 \\ \hline 486 \end{array}$$

$$2(x^4 + y^4 + 2x^2 y^2) + x^2 y^2 = \frac{9}{4}$$

$$2(x^2 + y^2)^2 + x^2 y^2 = \frac{9}{4}$$

$$x^2 + y^2 = a$$

$$x^2 y^2 = b$$

$$\frac{1}{a} + b = \frac{5}{4}$$

$$2a^2 + b = \frac{9}{4}$$

$$b = \frac{5}{4} - \frac{1}{a}$$

$$2a^2 + \frac{5}{4} - \frac{1}{a} = \frac{9}{4}$$

$$\frac{1}{a} + b = \frac{5}{4}$$

$$1 + ab = \frac{5a}{4}$$

$$\frac{3}{2} \cdot \frac{9}{a} - \frac{9}{a}$$

$$\frac{3}{2} \cdot \frac{9}{a} + 1 = \frac{5a - 9}{4a} = b$$

$$\frac{3}{2} \cdot \frac{9}{a} + 1$$

U Nimmung (4e-5)

gme

y Nimm 6

$$2a^3 + 1 - \frac{9}{4} \cdot a = 0$$

$$2 \cdot \frac{8}{27} + 1$$

$$\frac{16}{27} + 1 - \frac{19}{12} = 0$$

$$1 = \frac{5a}{4} - ab = a / (\frac{5}{4} - b)$$

$$a = \frac{4}{5 - 4b}$$

$$5a - 4 = 4ab$$



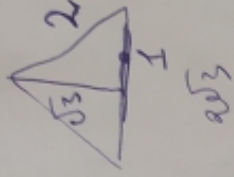


$$S_{\triangle ABC} = \frac{\sin 60^\circ \cdot 2\sqrt{7} \cdot 2\sqrt{7}}{2} = \frac{\sqrt{3} \cdot 4 \cdot 7}{2} = 14\sqrt{3}$$

$$S_{ABCD} = \frac{2+4}{2} \cdot h = 3 \cdot 3\sqrt{3} = 9\sqrt{3}$$

$$h = 3\sqrt{3}$$

$$\frac{S_{ABT}}{S_{ABCD}} = \frac{14\sqrt{3}}{9\sqrt{3}} = \frac{14}{9}$$



$$124 \times 3844 - 124$$

$$\begin{array}{r} 3820 \\ \times 124 \\ \hline 14880 \\ 7440 \\ 3720 \\ \hline 451280 \end{array}$$

Αα ού  
νε νού  
α μακρὴ  
γνή  
υδρῆσθ.

$$\begin{array}{r} 124 \\ \times 121 \\ \hline 124 \\ 248 \\ \hline 15004 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 451280 \\ + 7626 \\ - 458906 \\ \hline 15004 \\ 443802 \end{array}$$

$$124 \sqrt{\frac{2}{62}}$$

$$\begin{array}{r} 123 \\ \times 62 \\ \hline 246 \\ 738 \\ \hline 7626 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 61 \\ + 61 \\ \hline 122 \end{array}$$

$$61$$

$$61 + 61$$

$$\frac{61}{122}$$

$$124 - 2$$