Часть 1

Олимпиада: **Математика, 10 класс (1 часть)**

Шифр: **211007239**

ID профиля: **351373**

Вариант 12

Черновик

$\sqrt{x+1} + \sqrt{4-x} + 3 = 2\sqrt{3x+4-x^2}$

$\sqrt{-x^2+3x+4} = \sqrt{(x+1)(-x+4)}$

$\quad\quad\quad\quad\quad\quad\quad\quad\quad\quad\quad a \quad\quad b$

$$\begin{cases} a+b+3 = 2ab \\ a^2+b^2=5 \end{cases}$$

$x=0$ - удовл.

$1+2+3=4$

$x+1+4-x=5$

$\cancel{a^2+b^2+9}$

$\cancel{2ab}$

$a+b-2ab+3=0$

$(a+b)^2-2ab=5$

$\underbrace{(a+b)}_{t}{}^2 - \cancel{2ab} - (a+b) + \cancel{2ab} - 3 = 5$

$t^2 - t - 8 = 0$

$y^2-y-8=0$

$D = 1+12 = 13$

$y^2 - \cancel{2ab} - y + \cancel{2ab} - 3 = 5$

$y^2-y-8=0$

$D = 1+32=33$

$y = \frac{1 \pm \sqrt{33}}{2}$

$a>0,\ b>0$

$$\begin{cases} a+b+3 = 2ab \\ a^2+b^2 = 5 \end{cases}$$

$(a+b)^2 - 2ab = 5$

$(a+b)+3+5 = \cancel{2ab} - \cancel{2ab} + \underbrace{(a+b)^2}_{y}$

не уд.

$\left(\frac{1+\sqrt{33}}{2}\right)^2 = \frac{1+2\sqrt{33}+33}{2} =$

$= 17+\sqrt{33}$

$y^2-y-8=0$

$D = 1+32=33$

$y = \frac{1 \pm \sqrt{33}}{2}$

$\cancel{a+b = \frac{1-\sqrt{33}}{2}}$

$a+b = \frac{1+\sqrt{33}}{2}$

$17 + \sqrt{33} - 2ab = 5$

$2ab = 12 + \sqrt{33}$

$ab = 6 + \frac{\sqrt{33}}{2}$

$a = \frac{6}{b} + \frac{\sqrt{33}}{2b}$

$b + \frac{6}{b} + \frac{\sqrt{33}}{2b} = \frac{1+\sqrt{33}}{2}$

$2b^2 + 12 + \sqrt{33} = b + \sqrt{33}b$

$2b^2 - b(1+\sqrt{33}) + 12 + \sqrt{33} = 0$

$\cancel{D = 34 + 2\sqrt{33} - 48 - 4\sqrt{33} = -14 - 2\sqrt{33}}$ Черновик.

1 2

$(x+1)(4-x) =$

$= 4x - x + 4 - x^2$

$\cancel{(a+b)^2} = a^2 + b^2 + 2ab - 2ab = 5$

$(a+b)^2 - 2ab = 5$

$c \quad d$

$(a+b) + 3 = 2ab$

$c \quad d$

$c^2 - d = 5$

$c - d = -3$

$c^2 - d - c + d = 5 + 3$

$c^2 - c = 8$

$c(c-1) = 8$

$(a-b) + 3 = 2ab$

$(a-b)^2 + 2ab = 5$

$y^2 + y + 3 = 5$

$y^2 + y - 2 = 0$

$\left[\begin{array}{l} y = -2 \text{ -нн} \\ y = 1 \end{array}\right.$

$1 + 2ab = 5$

$ab = 2$

$4 + 2ab = 5$

$ab = \frac{1}{2}$

$3x^2 = 4 - \frac{16}{9} = \frac{20}{9}$

$x^2 = \frac{20}{27}$

$1 = 2ab$

$x + 1 = 2$

$\boxed{x = 3}$

$a = \frac{1}{2b}$ $a = \frac{2}{b}$

$\frac{1}{2b} - b = -2$ $\frac{2}{b} - b = 1$

$1 - 2b^2 = -4b$ $2 - b^2 = b$

$2b^2 - 4b - 1 = 0$ $b^2 + b - 2 = 0$

$D = 16 + 8 = 24$

$\left[\begin{array}{l} b = -2 \text{ -не уд.} \\ b = 1 \end{array}\right.$

$a = -1$ не уд.

$[a = 2$

$2 \cdot 4$

$ab = \frac{1}{2}$

$b = \frac{1}{2a}$ 80

108 $\frac{36 - 16}{9} = \frac{20}{9}$

$4 \cdot 7 \cdot 4 \cdot 5$

$a - \frac{1}{2a} = -2$

$2a^2 - 1 = -4a$

$2a^2 + 4a - 1 = 0$

$D = 16 + 8 = 24$

$a = \frac{-4 + 2\sqrt{6}}{4} = -1 + \frac{1}{2}\sqrt{6}$

$2\sqrt{x+1} = \sqrt{6} - 2$

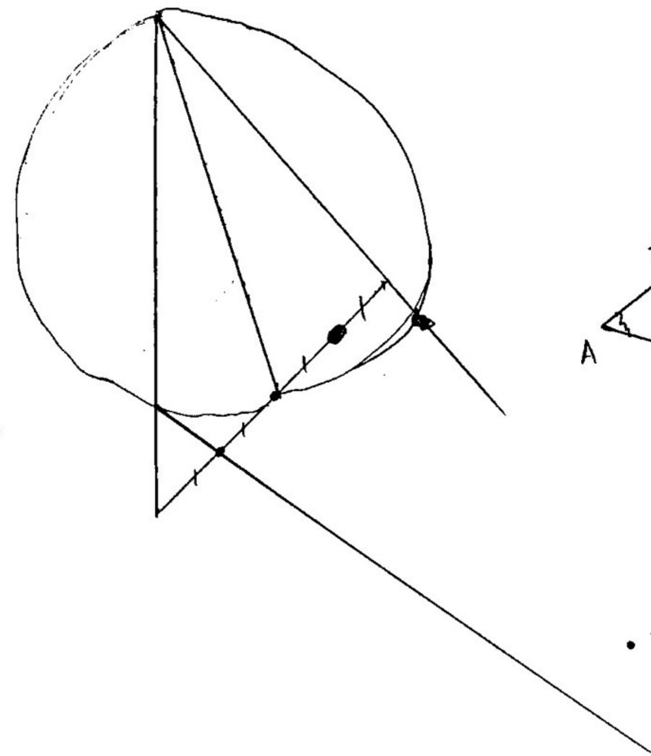
$4x + 4 = 10 - 4\sqrt{6}$

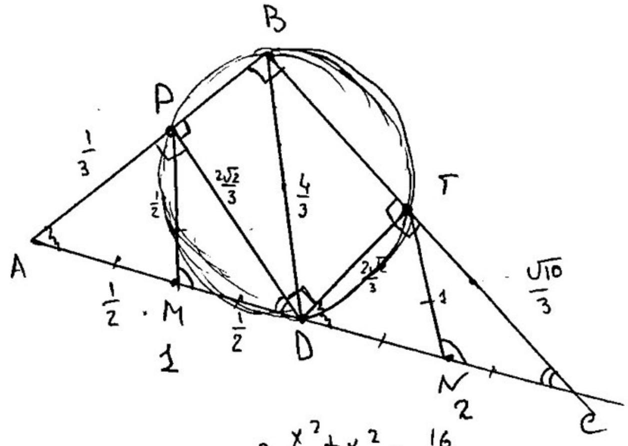
$4x = 6 - 4\sqrt{6}$

$x = 1{,}5 - \sqrt{6}$

$4 - 1{,}5 + \sqrt{6} = \sqrt{2{,}5 + \sqrt{6}}$

Черновик.





$$3x^2 + x^2 = \frac{16}{9}$$

$$x^2 = \frac{8}{9}, \quad x = \frac{2\sqrt{2}}{3}$$

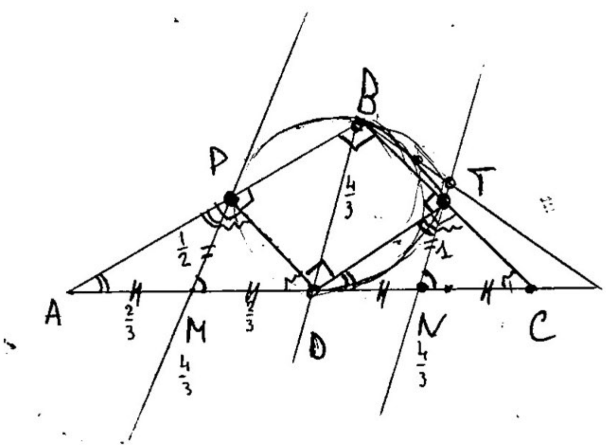
$$\frac{8}{9} = \frac{4}{9} + \frac{4}{2}$$

$$90^\circ \quad \left(\sqrt{\frac{8}{9}}\right)^2 = \boxed{\frac{8}{9}}$$

$$\sqrt{\frac{9}{9} - \frac{8}{9}} = \frac{1}{3}$$

$$\sqrt{\frac{18}{9} - \frac{8}{9}} = \frac{\sqrt{10}}{3}.$$

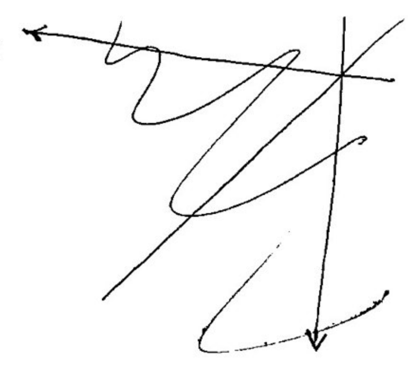
$$\frac{1}{3} \cdot \frac{2\sqrt{2}}{3} \cdot \frac{1}{2} = \frac{\sqrt{2}}{9}$$



$$\frac{\sqrt{10}}{3} \cdot \frac{2\sqrt{2}}{3} \cdot \frac{1}{2} = $$

$$= \frac{\sqrt{20}}{9}$$

$$\left(\sqrt{10} + \sqrt{20} + 8\right) \cdot \frac{1}{9}$$



$$2a^2 - 2ax - 6ay + x^2 + 2xy + 5y^2 = 0$$

$$ax^2 + 4a^2x - ay + 4a^3 + 2 = 0$$

$$xy = 3$$

$$y = 3 - x$$

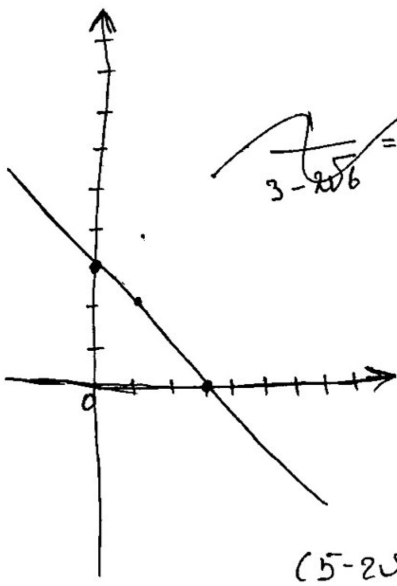
$$y = 3 - x$$

Черновик.

$2a^2-6a-6ay+9+6y+5y^2=0$

$x+y=3$

$2a^2-6a+9=0$



$\cancel{\frac{1}{3-2\sqrt{6}}=\frac{3+2\sqrt{6}}{9-24}}$

$\frac{1}{\sqrt{6}-2}=\frac{\sqrt{6}+2}{6-4}=$ $y^2+y-2=0$

$y=-2$

$y=1$

$=\frac{\sqrt{6}}{2}+1.$

$\frac{\sqrt{6}}{2}-1=$

$=\frac{6}{4}+1-\sqrt{6}$

$(2,5+\sqrt{6})^2=$

$=6+$

$=\left(\frac{5+\sqrt{6}}{2}\right)^2=$

$=\frac{6+25+10\sqrt{6}}{4}=$

$=$

$\frac{-2+\sqrt{6}}{2}=\sqrt{x+1}$

$x+1=\frac{4+6-4\sqrt{6}}{2}=5-2\sqrt{6}$

$(5-2\sqrt{6})\cdot 2\sqrt{6}=$

$=10\sqrt{6}-24$

$x=4-2\sqrt{6}$

$\frac{D}{4}=$

$1-2+3=2\cdot 2=4$

$\sqrt{5-2\sqrt{6}}-\sqrt{2\sqrt{6}}+3=$

$=20\sqrt{6}-48$

$\sqrt{x+1}-\sqrt{4-x}=-2$

$x+1-4+x=4+2\sqrt{(x+1)(4-x)}$

$2x-7=2$

$4x^2$

$(\sqrt{6}-1)^2=$

$=6+1-2\sqrt{6}$

$\frac{\sqrt{6}-2}{2}+3-\sqrt{2\sqrt{6}}$

$\sqrt{x+1}-\sqrt{4-x}=1$

$a-b=1$

$ab=2$

$\boxed{x=3}$

3

$(a-b)+3=2ab$

$a^2+b^2=5$

$(a-b)^2+2ab=5$

$(a-b)-2ab+3=0$

$y^2+y-2=0$

$ab=2$

$y=1$

$y=-2$

Черновик.

$x + y = 3$

$y = 3 - x$

$y > (3 - x)$

$2a^2 - 6a - 6ay + 9$

$2a^2 - 2ax - 6ay$

$2a^2 - 6a + 9 = 0$

$9a + 12a^2 + 4a^3 + 2 = 0$

$- \frac{4a^2}{2a} =$

Чистовик.

3. Если точки A и B лежат по одну сторону от прямой $y = 3 - x$, то для каждого из уравнений с параметром a истинность достигается при $\begin{cases} y_A > 3 - x_A \\ y_B > 3 - x_B \end{cases}$ или при $\begin{cases} y_A < 3 - x_A \\ y_B < 3 - x_B \end{cases}$.

координ. точки B: $x_B = \frac{-4a^2}{2a} = -2a$

$ax^2 + 4a^2x - ay + 4a^3 + 2 = 0 \Rightarrow$

$a \cdot 4a^2 + 4a^3 + 4a^2 \cdot 4a^2 + 2 - ay = 0 \Rightarrow$

$y_B = 4a^2 \cdot 2 + 16a^3 + \frac{2}{a}$.

Чистовик.

$2.\ 3+\sqrt{x+1}-\sqrt{4-x}=2\sqrt{4+3x-x^2}$

Пусть $\sqrt{x+1}=a\geqslant 0$, $\sqrt{4-x}=b\geqslant 0 \Rightarrow$

$a-b+3=2ab$, при этом $a^2+b^2=x+1+4-x=5 \Rightarrow$

$\begin{cases}(a-b)-2ab+3=0\\ a^2+b^2-5=0\end{cases}$, $a^2+b^2=(a-b)^2+2ab \Rightarrow$

$\begin{cases}(a-b)-2ab+3=0\\ (a-b)^2+2ab-5=0\end{cases} \Rightarrow (a-b)^2+(a-b)-2=0$

$1+1-2=0 \Rightarrow$

$\left[\begin{array}{l}a-b=-2\\ a-b=1\end{array}\right. \Rightarrow$

$\left[\begin{array}{l}-2-2ab+3=0\\ 1-2ab+3=0\end{array}\right. \Rightarrow \left[\begin{array}{l}ab=\frac{1}{2}\\ ab=2\end{array}\right. \Rightarrow \left[\begin{array}{l}b=\frac{1}{2a}\\ b=\frac{2}{a}\end{array}\right. \Rightarrow$

$\left[\begin{array}{l}a-\frac{1}{2a}+2=0\\ a-\frac{2}{a}-1=0\end{array}\right.$

$a-\frac{1}{2a}+2=0 \mid \cdot 2a$

$2a^2+4a-1=0$

$\frac{D}{4}=4+2=6$

$\left[\begin{array}{l}a=\frac{-2+\sqrt{6}}{2}\\ a=\frac{-2-\sqrt{6}}{2} \text{ - не уд., т.к. } <0\end{array}\right.$

$\Downarrow$

$2\sqrt{x+1}=\sqrt{6}-2$

$4x+4=6+4-4\sqrt{6}$

$\underline{x=1{,}5-\sqrt{6}}$

$a-\frac{2}{a}-1=0 \mid \cdot a$

$a^2-a-2=0$

$1-2=-1 \Rightarrow$

$\left[\begin{array}{l}a=2\\ a=-1 \text{ - неуд., т.к. } <0\end{array}\right. \Rightarrow \sqrt{x+1}=2$

$x+1=4$

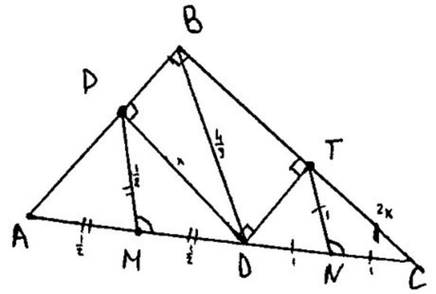
$\underline{x=3}$

$x=3$ и $x=1{,}5-\sqrt{6}$ удовл. проверке $\Rightarrow$

Ответ: $\{3;\ 1{,}5-\sqrt{6}\}$.

Чистовик.

1.



Дано: $\triangle ABC$, D лежит на AC, BD = d окр-сти, P и T - точки перес. окр-сти с AB и BC, M и N - сер. AD и DC, $PM \parallel TN$.

Найти: 1) $\angle ABC$ - ?

2) $BD = \frac{4}{3}$; $MP = \frac{1}{2}$; $NT = 1$.

Найти: S_{ABC} - ?

Решение:

1. $\angle BPD = \angle BTD = 90°$, т.к. опир. на диаметр. BD $\Rightarrow$

$\triangle APD$ и $\triangle DTC$ - прямоуг., PM и TN - медианы из прямого угла $\Rightarrow$

$AM = MD = PM$, $DN = NC = TN$.

$\angle TNC = \angle PMD$ (т.к. соотв. при $TN \parallel PM$, секущая - AC) $\Rightarrow$

равнобедр. $\triangle TNC \sim \triangle PMD \Rightarrow \angle PDM = \angle TCD$ и $\angle TDC = 90° - \angle TCD = 90° - \angle PDM = \angle PAD \Rightarrow$

$\angle PDT = 180° - \angle PDA - \angle TDC = 180° - \angle TDC - 90° + \angle TDC = 90°$.

По св-ву вписс. 4-угольника, $\angle PBT + \angle PDT = 180° \Rightarrow \angle ABC = 90°$.

2. $\triangle APD \sim \triangle DTC$ и $k = \frac{AD}{DC} = \frac{2PM}{2TN} = \frac{1}{2}$.

Тогда пусть $PD = x \Rightarrow TC = 2x \Rightarrow$ по теор. Пифагора, $DT^2 = DC^2 - TC^2 = (2TN)^2 - TC^2$

$DT^2 = 4 - 4x^2$

PBTD - прямоуг. $\Rightarrow$ $BD = PT$, по теор. Пифагора, $PT^2 = PD^2 + DT^2 \Rightarrow$

$\frac{16}{9} = 4 - 4x^2 + x^2 \Rightarrow 3x^2 = \frac{20}{9} \Rightarrow x = \sqrt{\frac{20}{27}} = PD$

Тогда $DT = \sqrt{4 - \frac{80}{27}} = \sqrt{\frac{108-80}{27}} = \sqrt{\frac{28}{27}} \Rightarrow$

$S_{PDTB} = PT \cdot DT$, $S_{PDTB} = \frac{\sqrt{28 \cdot 20}}{27} = \frac{4\sqrt{35}}{27}$.

По т. Пифагора, $AP = \sqrt{1 - \frac{20}{27}} = \sqrt{\frac{7}{27}}$;

$TC = 2 \cdot PD$, $TC = 2\sqrt{\frac{20}{27}}$.

$S_{APD} + S_{DTC} = \frac{1}{2}(AP \cdot PD + DT \cdot TC) \Rightarrow$

$S_{APD} + S_{DCT} = \frac{1}{2}\left(\sqrt{\frac{7}{27}} \cdot \sqrt{\frac{20}{27}} + 2\sqrt{\frac{20}{27}} \cdot \sqrt{\frac{28}{27}}\right) =$

$= \frac{\sqrt{35}}{27} + 4\frac{\sqrt{35}}{27}$.

$S_{ABC} = S_{APD} + S_{DCT} + S_{PDTB} \Rightarrow S_{ABC} = \frac{4\sqrt{35}}{27} + \frac{\sqrt{35}}{27} + \frac{4\sqrt{35}}{27} = \frac{9\sqrt{35}}{27} = \frac{\sqrt{35}}{3}$.

Ответ: 2) $\frac{\sqrt{35}}{3}$; 1) $90°$.

лист 2.

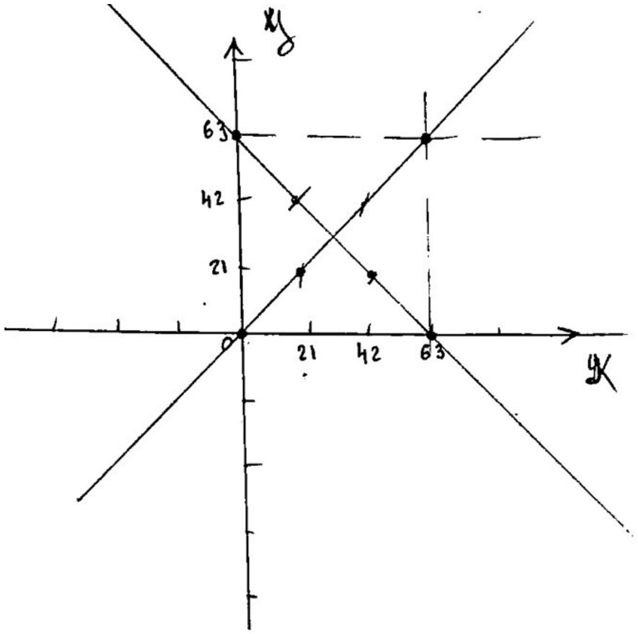
Часть 2

Олимпиада: **Математика, 10 класс (2 часть)**

Шифр: **211007239**

ID профиля: **351373**

Вариант 12



1-62

62 сп. $\cdot 2 = 124$ сп. - первую.

$2 \cdot 2 \cdot (2^2 - 1 - 1 \cdot 2) - \frac{1}{2} \cdot 1 =$

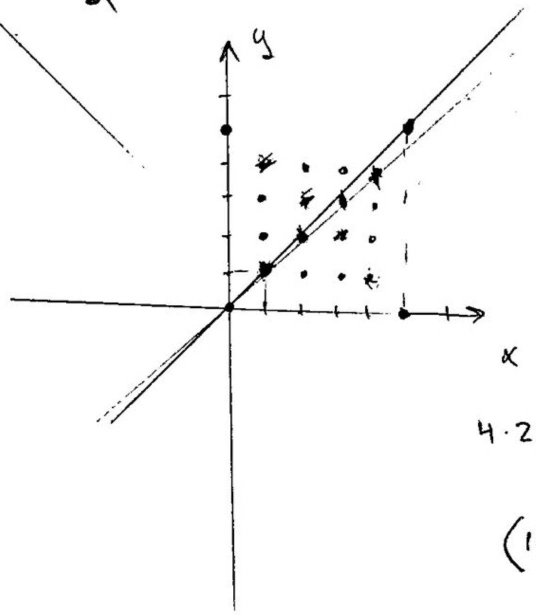
$= 4 \cdot 1 - 2 = 2$

$C_2^2 = \frac{2!}{2!\,2!}$

$62 \cdot 60$

62×60

12



$C_8^2 = \frac{8!}{6! \cdot 2!} = \frac{7 \cdot 8}{2} = 28$

$4 \cdot 2 = 8$ сп.

$4^2 = 16$ всего точек

$(15 - 3 \cdot 2) \cdot 4 \cdot 2$

$62 \cdot 2 \cdot (62^2 - 1 - 61 \cdot 2) - C_{62}^2 \cdot \frac{1}{2} =$

$= 62 \cdot 2 \cdot (63 \cdot 61 - 61 \cdot 2) - \frac{62 \cdot 61}{2 \cdot 2} =$

$= 62 \cdot 2 \cdot 61 \cdot 61 - \frac{62 \cdot 61}{4} =$

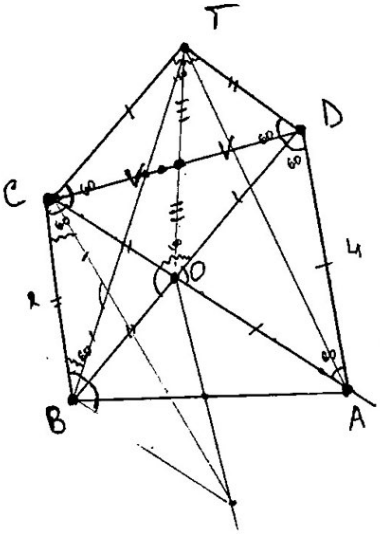
$= 62 \cdot 61 \left(62 \cdot 2 - \frac{1}{4}\right) =$

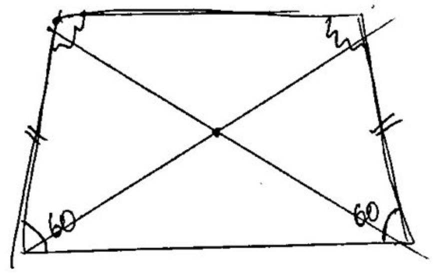
$= \boxed{62 \cdot 61 \cdot 123}$

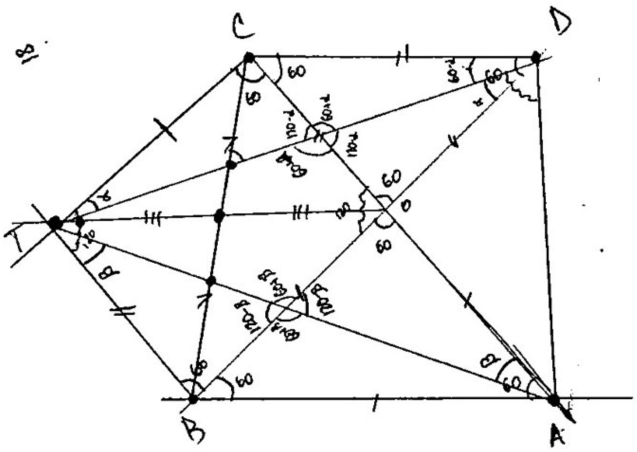
$\frac{2 \cdot 62 \cdot (61 + 60)}{2}$

6

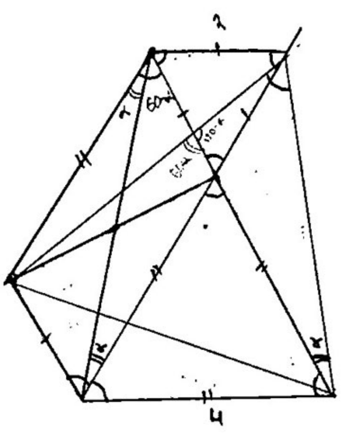
Черновик.





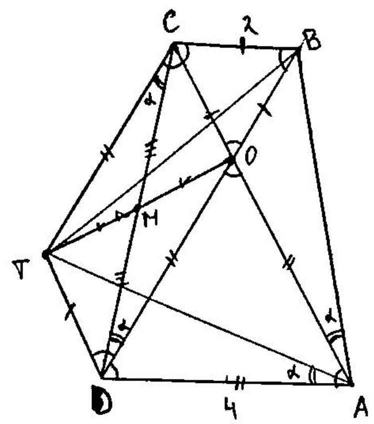


60 - 120



Чистовик.

6.



а) Пусть $CD \cap TO = M \Rightarrow$ в силу симметрии, $OM = MT$ и $CM = MD \Rightarrow$ диаг. $TCOD$ точкой пересечения дел. пополам $\Rightarrow$ $TCOD$ - параллелограм, тогда по св-ву п-ма, $CT = OD$ и $CO = TD$, $\angle TCO = \angle TDO$ и $\angle CTD = \angle COD$.

Т.к. $\triangle DOA$ и $\triangle COB$ - правильн., $\angle BCO = \angle OAD = 60^\circ \Rightarrow CB \parallel DA \Rightarrow DCBA$ - трап-я.

$\triangle COD = \triangle BOA$ ($DO = OA$, $CO = OB$, $\angle COD = \angle BOA$) $\Rightarrow$ трап-я $ABCD$ - р/б $\Rightarrow$ она вписанная.

~~Аналогично~~ $TD = CO = CB \Rightarrow TCBD$ - р/б трап-я, $\angle CBD = \angle TDO = \angle TCO = 60^\circ$. Тогда по св-ву пар-ма, $\angle CTD = 180^\circ - 60^\circ = 120^\circ$.

Пусть $\angle CAB = \alpha \Rightarrow \angle CDB = \alpha$ (опир. на $\cup CB$), ~~$\triangle COD = \triangle TCD$~~, $\angle TCD = \alpha$ (при $TC \parallel DO$ и секущей CD - накр. лежн.), $\triangle TCD = \triangle TAD$ (TD - общ., $TC = OD = AD$, $\angle TDA = \angle CTD = 120^\circ$), тогда $\angle TAD = \angle TCD = \alpha$, они опир. на $TD \Rightarrow T$ лежит на окр-сти, опис. около $ABCD$.

Тогда по св-ву впис., $\angle TBA = 180^\circ - \angle TDA = 60^\circ$, аналогично $\angle BAT = 60^\circ \Rightarrow \angle BTA = 60^\circ$ и $\triangle TBA$ - правильный. ■.

б) $S_{ABCD} = \frac{1}{2}(CB + AD) \cdot h$, $h = h_{COB} + h_{DAO}$, по т. Пиф.,

$$h = \sqrt{4-1} + \sqrt{16-4} = \sqrt{3} + 2\sqrt{3} = 3\sqrt{3} \Rightarrow S_{ABCD} = \frac{1}{2} \cdot 6 \cdot 3\sqrt{3} = 9\sqrt{3}.$$

По т. кос., $TA = \sqrt{16 + 4 + 2 \cdot 4 \cdot 2 \cdot \frac{1}{2}} = \sqrt{20 + 8} = 2\sqrt{7}$.

$$S_{TBA} = \frac{\sqrt{3}}{4} \cdot TA^2 = \frac{\sqrt{3} \cdot 28}{4} = 7\sqrt{3} \Rightarrow$$

$$\frac{S_{ABCD}}{S_{TBA}} = \frac{9\sqrt{3}}{7\sqrt{3}} = \frac{9}{7}.$$

Ответ: $\frac{9}{7}$.

Черновик.

$$\begin{cases} \dfrac{1}{x^2+y^2} + x^2y^2 = \dfrac{5}{4} \\ 2x^4 + 2y^4 + 5x^2y^2 = \dfrac{9}{4} \end{cases}$$

$$(x^4+y^4+2x^2y^2)\cdot 2 + x^2y^2 = \frac{9}{4}$$

$$(\underbrace{x^2+y^2}_{a})^2 \cdot 2 + x^2y^2 = \frac{9}{4}$$

$$\frac{1}{a} + x^2y^2 = \frac{5}{4}$$

$$2a^2 + x^2y^2 = \frac{9}{4}$$

$$\cancel{2a^2 - \frac{1}{a} = \frac{9}{4} - \frac{5}{4} = 1}$$

$$\cancel{2a^3 - 1 = a}$$

$$\cancel{2a^3 - a - 1 = 0}$$

$$\cancel{a(2a^2 - 1) = 1}$$

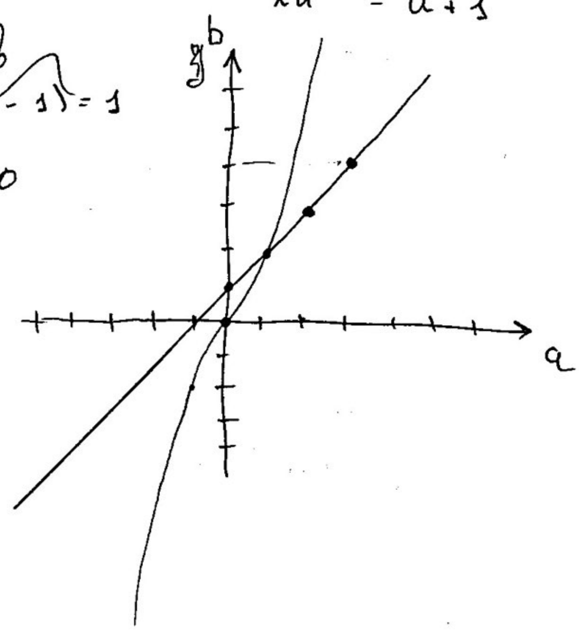
$$2a^3 - a - 1 = 0$$

$$a = 1$$

0,125

0,25

$2a^3 = a + 1$



$$x^2+y^2 = 1.$$

$$x^2y^2 = \frac{1}{4}$$

$$x^2(1-x^2) = \frac{1}{4}$$

$$x^2 - x^4 = \frac{1}{4}$$

$$x^4 - x^2 + \frac{1}{4} = 0$$

$$\cancel{4a^2 - 4a + 1 = 0}$$

$$\left(x^2 - \frac{1}{2}\right)^2 = 0$$

$$x^2 = \frac{1}{2}$$

$$x = \frac{\sqrt{2}}{2} \qquad y = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\left(\frac{\sqrt{2}}{2}; \frac{\sqrt{2}}{2}\right).$$

Чистовик.

4. $\begin{cases} \dfrac{1}{x^2+y^2} + x^2y^2 = \dfrac{5}{4} \\ 2x^4 + 2y^4 + 5x^2y^2 = \dfrac{9}{4} \end{cases}$

$2x^4+2y^4+5x^2y^2 = 2(x^4+y^4+2x^2y^2) + x^2y^2 = 2(x^2+y^2)^2 + x^2y^2.$

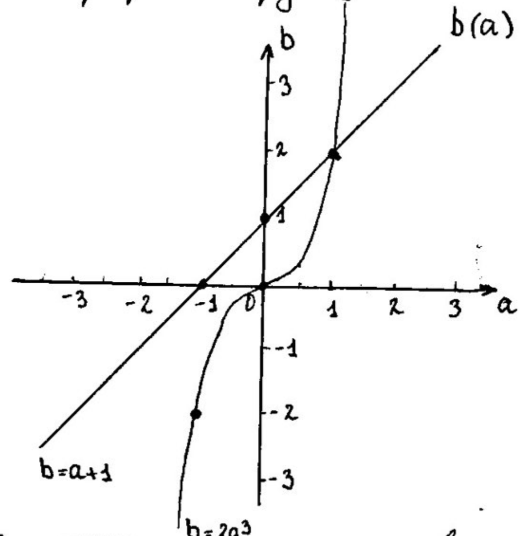
Пусть $x^2+y^2 = a \Rightarrow$

$\begin{cases} \dfrac{1}{a} + x^2y^2 = \dfrac{5}{4} \\ 2a^2 + x^2y^2 = \dfrac{9}{4} \end{cases} \Rightarrow 2a^2 + x^2y^2 - \dfrac{1}{a} - x^2y^2 = \dfrac{9}{4} - \dfrac{5}{4} \Rightarrow$

$2a^2 - \dfrac{1}{a} = 1 \mid \cdot a$

$2a^3 = a+1.$

Ну. Построим графики функций $b(a) = 2a^3$ и $b(a) = a+1$:



Из графиков видно, что точка пересечения всего одна, $a = 1$.

$2a^3 = a+1$ при $a = 1$ - единственное решение $\Rightarrow x^2+y^2 = 1$.

Тогда $\dfrac{1}{x^2+y^2} + x^2y^2 = 1 + x^2y^2 = \dfrac{5}{4} \Rightarrow \begin{cases} x^2y^2 = \dfrac{1}{4} \\ x^2+y^2 = 1 \end{cases} \Rightarrow x^2 = 1-y^2 \Rightarrow$

$y^2(1-y^2) = \dfrac{1}{4}$

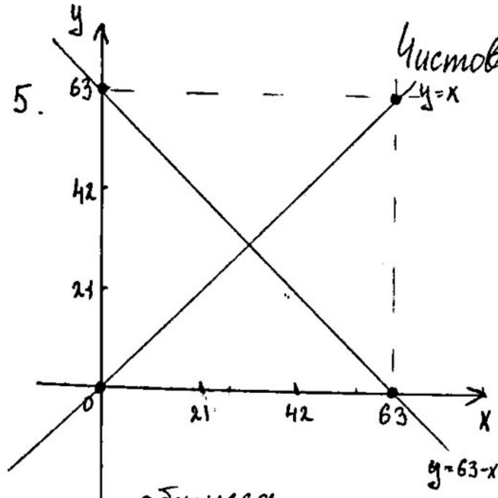
$y^4 - y^2 + \dfrac{1}{4} = 0$

$\left(y^2 - \dfrac{1}{2}\right)^2 = 0 \Rightarrow$

$y = \pm\dfrac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow x = \pm\dfrac{\sqrt{2}}{2}.$

Ответ: $\left(\dfrac{\sqrt{2}}{2}; \dfrac{\sqrt{2}}{2}\right)$; $\left(\dfrac{\sqrt{2}}{2}; \dfrac{-\sqrt{2}}{2}\right)$; $\left(\dfrac{-\sqrt{2}}{2}; \dfrac{\sqrt{2}}{2}\right)$; $\left(\dfrac{-\sqrt{2}}{2}; \dfrac{-\sqrt{2}}{2}\right)$.

5.



Чистовик.

На каждой из диаг. ~~из~~ квадрата лежат $63-1=62$ узла, не считая его вершины.

Прямым $y=x$ и $y=63-x$ принадлеж. эти диагонали $\Rightarrow$ точек, удовл. 1-му условию всего $62\cdot 2$.

Всего внутри квадрата 62^2 узлов, а парой для каждой из точек могут являться все, кроме тех, у которой с ней одинаковая абсцисса или ордината, т.к. прямые проходящ. через такие точки, $\parallel$ координатным осям. Всего в кв-те по 62 точки с равн. абсц. и по 62 с равн. ординатами.

Тогда каждая из точек может стать в паре с $62^2 - 61\cdot 2$ точками.

Тогда таких пар, удовл. первому условию всего

$62\cdot 2\cdot(62^2-61\cdot 2)$, но это число включ. пары, в которых обе точки леж. на диагоналях по 2 раза.

Каждой такой точке подходит в пару $61+60$ точек, леж. на диагоналях, значит таких пар всего $\frac{62\cdot 2\cdot(60+61)}{2} \Rightarrow$

всего пар, удовл. условию:

$$62\cdot 2\cdot(62^2-61\cdot 2)-62\cdot(60+61)$$

Ответ: $62\left(2(62^2-61\cdot 2)-(60+61)\right)$.