Часть 1

Олимпиада: **Математика, 10 класс (1 часть)**

Шифр: **211007119**

ID профиля: **199033**

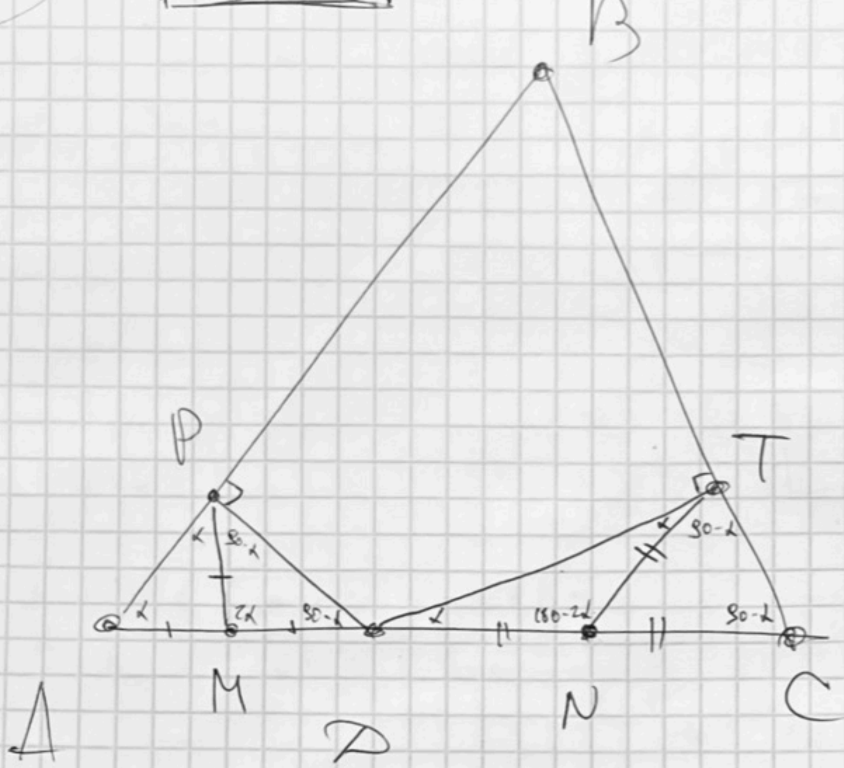
Вариант 12

1

Лист 1

$PM \parallel TN$.

$\angle ABC$ - ?

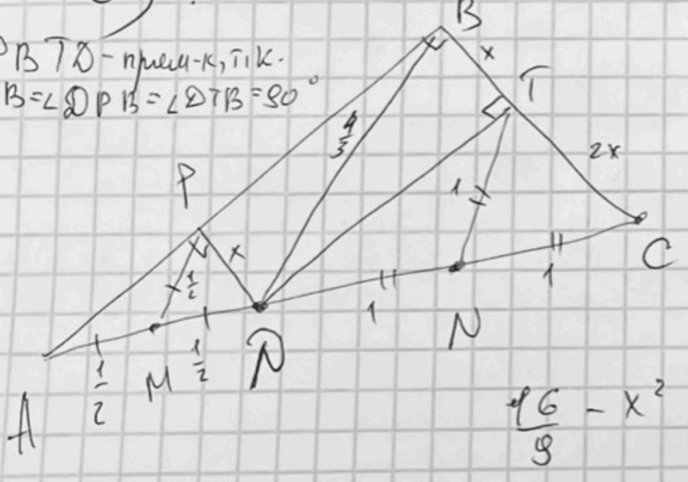


Решение: а) т.к. BD - диаметр $\to \angle DPB = \angle DTB = 90°$. $\Rightarrow \triangle APD$ и $\triangle DTC$ - прям-ые $\to$ их медиана к гипотенузе равна гипотенузе/2 (соотв-но) $\Rightarrow PM = AM = MD$; $DN = NT = NC$. Пусть $\angle NDT = \alpha \Rightarrow \angle DTN = \alpha$ $\Rightarrow \angle TND = 180 - 2\alpha \to \angle BCA = 90 - \alpha$. Т.к. $PM \parallel TN \Rightarrow$ $\Rightarrow \angle PMD = 2\alpha$ (т.к. $\angle PMD + \angle DNT = 180°$) $\Leftrightarrow \angle MPA = \angle MAP = \alpha \to \angle B =$ $= 180 - \alpha - (90 - \alpha) = 90°$.

Ответ: $\angle ABC = 90°$.

б).

PBTD - прям-к, т.к. $\angle B = \angle DPB = \angle DTB = 90°$



$PM = \frac{1}{2} = \frac{AD}{2}$; $TN = 1 = \frac{DC}{2}$; $BD = \frac{4}{3}$.

$DT^2 = DB^2 - BT^2 = DC^2 - CT^2$ (т. Пиф.)

$BT = PD$; $\triangle APD \overset{1/2}{\sim} \triangle DTC$ т.к. (по 2м углам)

$DT \parallel AB$ т.к. $\angle DTB = \angle B = 90°$. (и $AD : DC = 1 : 2$)

если $BT = PD = x \Rightarrow TC = 2x$

$$\frac{16}{9} - x^2 = 4 - 4x^2 \Rightarrow 3x^2 = \frac{20}{9} \Rightarrow x = \sqrt{\frac{20}{27}}.$$

$AP^2 + PD^2 = AD^2 \Rightarrow AP^2 + \frac{20}{27} = 1 \Rightarrow AP = \sqrt{\frac{7}{27}}$ $S_{APD} = \sqrt{\frac{7}{27}} \cdot \sqrt{\frac{20}{27}} =$

$= \frac{\sqrt{35}}{27}$. Но $APD \overset{1/3}{\sim} ABC$ (по 2 углам) $\to S_{ABC} = 9 S_{APD}$

Ответ: 2 $\sqrt{35}/3$

(3) $2a^2-2ax-6ay+x^2+2xy+5y^2=0$ – ур-е коорд. точки A.

Лист 3

Рассм. как трехчлен от X

$x^2+x(2y-2a)+(2a^2-6ay+5y^2)=0$

т.к. есть решение $(x;y)$ =>

$D\geq 0$ $(2y-2a)^2\geq 4\cdot(2a^2-6ay+5y^2)$

$(y-a)^2\geq 2a^2-6ay+5y^2$

$y^2+a^2-2ay\geq 2a^2-6ay+5y^2$

$a^2+4y^2-4ay\leq 0$

$(a-2y)^2\leq 0$ => $y=\frac{a}{2}$

т.к. $a=2y$

Тогда $x=\frac{-2y+2a+0}{2}=a-y=a-\frac{a}{2}=\frac{a}{2}$

Коорд. A : $\left(\frac{a}{2};\frac{a}{2}\right)$

$ax^2+4a^2x-ay+4a^3+2=0$ – парабола с верш. в B.

коорд. по X : $\frac{-4a^2}{2\cdot a}=-2a$

~~коорд по y:~~ $\cancel{a\cdot 4a^2-8a^3-ay+4a^3+2=2-ay}$

$x^2+4ax+4a^2+\frac{2}{a}=y$ => коорд. по y: $4a^2-8a^2+4a^2+\frac{2}{a}=\frac{2}{a}$

Итого $A=\left(\frac{a}{2};\frac{a}{2}\right)$; $B=\left(-2a;\frac{2}{a}\right)$. причем $a\neq 0$

т.к. в таком случае $(ax^2+4a^2x-\ldots)$ – не парабола

Теперь т.к. A и B по 1 сторону от прямой $y+x=3$ имеем 2 случая:

$\begin{cases}\frac{a}{2}+\frac{a}{2}>3\\ -2a+\frac{2}{a}>3\end{cases}$ или $\begin{cases}\frac{a}{2}+\frac{a}{2}<3\\ -2a+\frac{2}{a}<3\end{cases}$ => 1° $\begin{cases}a>3\\ -2a+\frac{2}{a}>3\end{cases}$ 2° $\begin{cases}a<3\\ -2a+\frac{2}{a}<3\end{cases}$

1°

$$\begin{cases} a > 3 \\ \dfrac{-2a^2+2-3a}{a} > 0 \end{cases} \qquad \begin{cases} a > 3 \\ \dfrac{(a+2)(-2a+1)}{a} > 0 \end{cases} \leftarrow$$

$+ \quad -2 \quad - \quad 0 \quad + \quad \frac{1}{2} \quad -$

$\Downarrow$

$a \in (-\infty; -2) \cup (0; \frac{1}{2})$

реш. нет, т.к. $a > 3$

2°

$$\begin{cases} a < 3 \\ \dfrac{-2a^2+2-3a}{a} < 0 \end{cases} \rightarrow$$

$+ \quad -2 \quad - \quad 0 \quad + \quad \frac{1}{2} \quad -$

$\Rightarrow$ ~~$a \in (\frac{1}{2}; \frac{1}{2}) \cup (-2;$~~

$a \in (-2; 0) \cup (\frac{1}{2}; 3)$.

Ответ: $a \in (-2; 0) \cup (\frac{1}{2}; 3)$

Лист 4

$\frac{3-2\sqrt{6}}{2} = x$

$\frac{3+2\sqrt{6}}{2}$

$\sqrt{\frac{5-2\sqrt{6}}{2}} - \sqrt{\frac{5+2\sqrt{6}}{2}} + 3 = 2 \cdot \sqrt{\frac{1}{4}(a+b)^2} = 1$

$a-b+3+5 = (a+b)^2$

$a-b+8 = (a+b)^2$

$\sqrt{\frac{5-2\sqrt{6}}{2}} - \sqrt{\frac{5+2\sqrt{6}}{2}} = -2$

$a-b+3+a^2+b^2 = 2ab+5$

$(a-b)+(a-b)^2 = 2$

$\frac{(5-2\sqrt{6})(5+2\sqrt{6})}{4}$

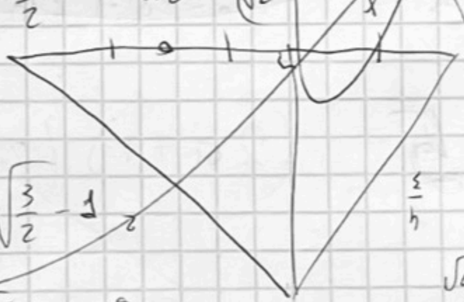
$(a-b)(a-b+1) = 2$

$= 25-24 = 1$

$\frac{5}{2} - \sqrt{6} = \frac{5}{2} - 2\sqrt{\frac{3}{2}} = \left(\sqrt{\frac{3}{2}} - 1\right)^2$

$x(x+1) = 2$

$x^2 + x = 2$



$\sqrt{\frac{3}{2}} - 1 - \sqrt{\frac{3}{2}} - 1$

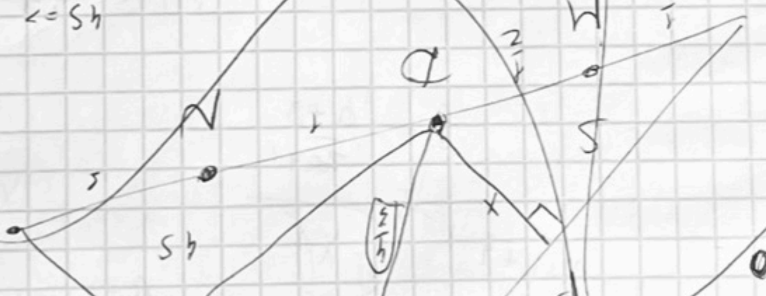
$\sqrt{x+1} - \sqrt{4-x} = 1$

$= -2$

$5 - 2\sqrt{6} =$

$5 - 2\sqrt{6}$

$\frac{3}{2} - \cancel{2\sqrt{6}}$



$-16 \le 24 - 16\sqrt{6}$

$16\sqrt{6} \le 40$

24

$4 \cdot 6 \le 25$

$a^2 + a^2 + 4a + 4 = 5$

$2a^2 + 4a - 1 = 0$

$a = b+1$

$b^2 + 2b + 1 + b^2 = 5$

$2b^2 + 2b + 1 = 5$

$1 + \frac{\sqrt{6}}{2} =$

$16 + 4 \cdot 2 =$

$16 + 8 =$

$= 24$

$\frac{-4 \pm \sqrt{24}}{4}$

$b = 1$

$b =$

$\sqrt{x+1} - \sqrt{4-x} + 3 = 2\sqrt{4+3x-x^2}$

$a - b + 3 = 2ab$

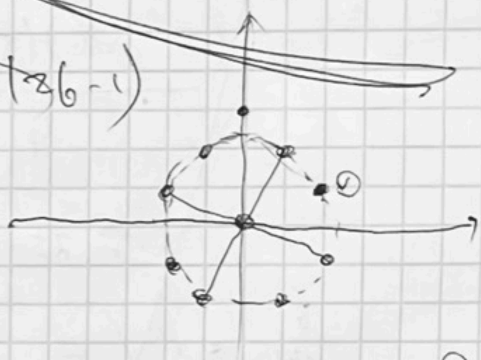
$3 = 2ab - a + b$

$6 = 4ab - 2a + 2b$

$6 = (2a-1)(2b-1)$

$2a - 2b + 6 = 4ab$

$\cancel{7} = (2a-1)(2b-1)$

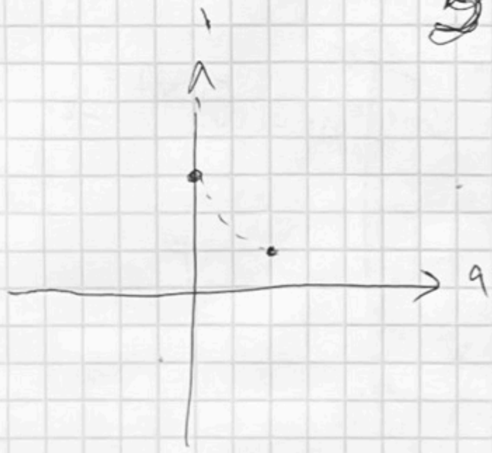


$\cancel{6} = 4ab - 2a + 2b$

$\cancel{5} = (2a+1)(2b-1)$

$a = 2$

$\frac{a+3}{2a+1} = b(\cancel{2a+1})$



$5 = (2\sqrt{x+1} + 1)(2 \cdot \sqrt{4-x} - 1)$

$\frac{5}{5}$

$\sqrt{x+1} \leq \sqrt{5}$

$4 - x = 4 - a + 1 = 5 - a$

$b = \frac{a+3}{2a+1}$

$x + 1 = a$

$x+1+4-x = 5$

$\sqrt{xA}$

$a+3 : 2a+1 ?$

$x = a - 1$

$\frac{2}{-2a+1} = -1$

$\sqrt{a} - \sqrt{5-a} + 3 = 2\sqrt{a(5-a)}$

$a^2 + b^2$

② $\sqrt{x+1} - \sqrt{4-x} + 3 = 2\sqrt{4+3x-x^2}$

Лист 2

ОДЗ: $x+1 \geq 0$; $4-x \geq 0$; $4+3x-x^2 \geq 0$.

$x \geq -1$; $x \leq 4$; $x \in [-1; 4]$.

Пусть $\sqrt{x+1} = a$; $\sqrt{4-x} = b$ $\Rightarrow$ $\sqrt{4+3x-x^2} = ab$ $(a, b \geq 0)$

$\begin{cases} a-b+3 = 2ab \\ a^2+b^2 = 5 \end{cases} \rightarrow a-b+3+a^2+b^2 = 5+2ab$

$\Downarrow$

$(a-b) + (a-b)^2 = 2$

$a-b = t \Rightarrow t^2+t = 2. \rightarrow \left[\begin{array}{l} t=1 \\ t=-2 \end{array}\right.$

1° $a-b = 1 \Rightarrow a = b+1 \Rightarrow b^2+2b+1+b^2 = 5$

$b_0 = 1$ ~~или отриц~~ $b_1 =$ отриц (т.к. $b_0 \cdot b_1 = -\frac{4}{2}$ по т. Виета)

не подх, ведь $b \geq 0$

Значит $b = 1$; $a = 2$

$\Downarrow$

$\sqrt{x+1} = 2$; $\sqrt{4-x} = 1 \Rightarrow x = 3$

Проверка: $2 - 1 + 3 = 2 \cdot 2$ ✓.

2° $a-b = -2. \Rightarrow a+2 = b.$

$a^2 + (a+2)^2 = 5 \rightarrow a^2 + a^2+4a+4 = 5. \Leftrightarrow 2a^2+4a-1 = 0.$

$D = 16+4\cdot 2 = 24 \Rightarrow \sqrt{D} = 2\sqrt{6}. \Rightarrow a = \frac{-4+2\sqrt{6}}{4}$ (т.к. 2ой корень <0)

$\frac{-4+2\sqrt{6}}{4} = \sqrt{x+1} \rightarrow x+1 = \frac{24+16-16\sqrt{6}}{16} \Rightarrow x = \frac{24+16-16\sqrt{6}-16}{16}$

$x = \frac{24-16\sqrt{6}}{16} \Rightarrow$ подх. под ОДЗ т.к.

$= \frac{3-2\sqrt{6}}{2}$

$-1 \leq \frac{24-16\sqrt{6}}{16} \leq 4.$

$-16 \leq 24-16\sqrt{6} \Leftrightarrow 16\sqrt{6} \leq 40 \Leftrightarrow 2\sqrt{6} \leq 5 \Leftrightarrow 24 \leq 25$ ✓

$\frac{24-16\sqrt{6}}{16} \leq 4$, т.к. $24-16\sqrt{6} \leq 4\cdot 16$ т.к. $-16\sqrt{6} \leq 4\cdot 16 - 24$ ✓

211007119 (U199033 M1274632)

Ответ: $x = 3$; $x = \cancel{\frac{24-16\sqrt{6}}{16}}$ $\frac{3-2\sqrt{6}}{2}$

Проверка 2ого корня $= \frac{3-2\sqrt{6}}{2}$:

$\sqrt{\frac{5-2\sqrt{6}}{2}} - \sqrt{\frac{5+2\sqrt{6}}{2}} + 3 \overset{?}{=} 2\sqrt{\frac{(5-2\sqrt{6})(5+2\sqrt{6})}{4}} - 1$

$\sqrt{\frac{5-2\sqrt{6}}{2}} - \sqrt{\frac{5+2\sqrt{6}}{2}} \overset{?}{=} -2$

$\sqrt{\frac{5}{2}-\sqrt{6}} - \sqrt{\frac{5}{2}+\sqrt{6}} \overset{?}{=} -2$

$\sqrt{\frac{5}{2}-2\sqrt{\frac{3}{2}}} - \sqrt{\frac{5}{2}+2\sqrt{\frac{3}{2}}} \overset{?}{=} -2$

$\sqrt{\left(\sqrt{\frac{3}{2}}-1\right)^2} - \sqrt{\left(\sqrt{\frac{3}{2}}+1\right)^2} \overset{?}{=} -2$

$\frac{\sqrt{3}}{2} > 1 \Rightarrow \sqrt{\frac{3}{2}} - 1 - \sqrt{\frac{3}{2}} - 1 = -2$ ✓

$\Downarrow$

корень подходит.

$2a^2 - 2ax - 6ay + x^2 + 2xy + 5y^2 = 0$

Черновик

$x^2 + x(2y - 2a) + (2a^2 - 6ay + 5y^2) = 0$

$\exists$ реш-е $(x;y)$

$\Downarrow$

$D > 0$ или $D = 0$? и пон.

$4(y-a)^2 \geq 4(2a^2 - 6ay + 5y^2)$

$y^2 + a^2 - 2ay \geq 2a^2 - 6ay + 5y^2$

$a^2 - 4ay + 4y^2 \leq 0$

$(2y - a)^2 \leq 0$

$2y - a = 0$

$\boxed{y = \frac{a}{2}}$

$x = \frac{-2y + 2a}{2} = -y + a = \boxed{\frac{a}{2}}$

$\boxed{a \neq 0}$

$ax^2 + 4a^2x - ay + 4a^3 + 2 = 0$

$x^2 \cdot a + x(4a^2) + (4a^3 + 2 - ay) = 0$

$\frac{-4a^2}{2a} = -2a$

$\frac{-4a^2}{2a} = \boxed{-2a}$ по x

$2 - ay$

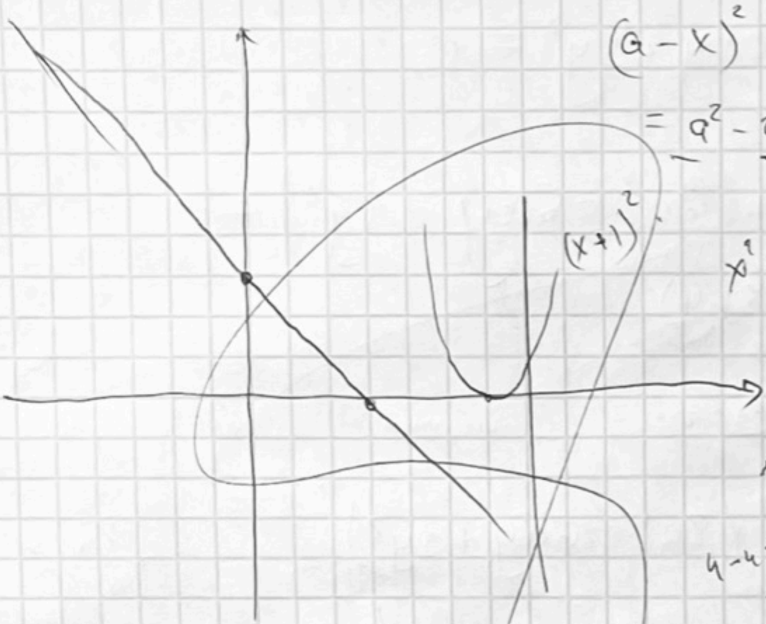
$4a^2a - 2a \cdot 4a^2 + 4a^3 + 2 - ay = 0$

$ay = 2 \Rightarrow y = \boxed{\frac{2}{a}}$

$(-2a; \frac{2}{a})$

$\frac{7}{27}$ $\frac{20}{27}$ $\frac{20}{9}$ $\frac{16}{9}x^2$

211007119 (U199033 M1274632)



$(a-x)^2 + (a-3y)^2 + (x+y)^2 =$

$= a^2 - 2ax + x^2 + a^2 - 6ay + 9y^2 + x^2 + 2xy + y^2$

$x^2 + 2x + 1$

$x^2 + 5y^2 = (a-x)^2 + \dots$

$-\frac{2}{2} = -1$

$1 - 2 + 1 = 0$

$4 - 4 = 0.$

$\cancel{-2} = 0 = -1.$

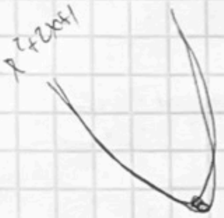
т. к. A - точка $\Rightarrow 2a^2 - 2ax - 6ay + x^2 + 2xy + 5y^2 = 0$

единств. реш. е.

$x^2 + x(2y - 2a) + (2a^2 - 6ay + 5y^2) = 0.$

$(2y - 2a)^2 = 4(2a^2 - 6ay + 5y^2)$

$y = 3 - x.$



$(y-a)^2 = 2a^2 - 6ay + 5y^2.$

$\cancel{y^2} + a^2 - \cancel{2ay} = \cancel{2}a^2 - \cancel{6}ay + \cancel{4}y^2.$

$4y^2 = 4ay.$

$-6 \pm \frac{\sqrt{50}}{20}$

$-6 \pm \frac{\sqrt{50}}{20}$

$\boxed{-\frac{1}{10}}$

$-\frac{6-6}{20}$

$\frac{\sqrt{\frac{7}{27}} \cdot \sqrt{\frac{20}{27}}}{2} = \frac{\sqrt{\frac{7\cdot 20}{4}}}{27} = \frac{\sqrt{35}}{27}$

$\frac{\sqrt{35}}{3}$

Часть 2

Олимпиада: **Математика, 10 класс (2 часть)**

Шифр: **211007119**

ID профиля: **199033**

Вариант 12

(4)
$$\begin{cases} \frac{1}{x^2+y^2} + x^2y^2 = \frac{5}{4} \\ 2x^4+2y^4+5x^2y^2 = \frac{9}{4} \end{cases}$$

ОДЗ: $x^2+y^2 \neq 0$
⇕
x и y не нули одновременно

$x^2 = a$; $y^2 = b$.

$$\begin{cases} \frac{1}{a+b} + ab = \frac{5}{4} \\ 2(a+b)^2 + ab = \frac{9}{4} \end{cases} \Rightarrow \frac{1}{a+b} + 1 = 2(a+b)^2$$

1 ЛИСТ

$a+b = t$

$$\frac{1}{t} + 1 = 2t^2$$

$$2t^3 - t - 1 = 0 \Rightarrow (t-1)(2t^2+2t+1) = 0$$

$D = 4 - 4\cdot 2 < 0 \rightarrow$ корней нет

$t = 1$
⇕
$a+b = 1 \Rightarrow ab = \frac{1}{4}$

$m^2 - m + \frac{1}{4} \Rightarrow$ корни a и b $\rightarrow a = b = \frac{1}{2}$

$(m-\frac{1}{2})^2$
⇕
$x^2 = \frac{1}{2}$; $y^2 = \frac{1}{2} \Rightarrow$ ~~$x = y = \pm 1$~~

$$\begin{cases} x = \pm\frac{1}{\sqrt{2}} \\ y = \pm\frac{1}{\sqrt{2}} \end{cases}$$

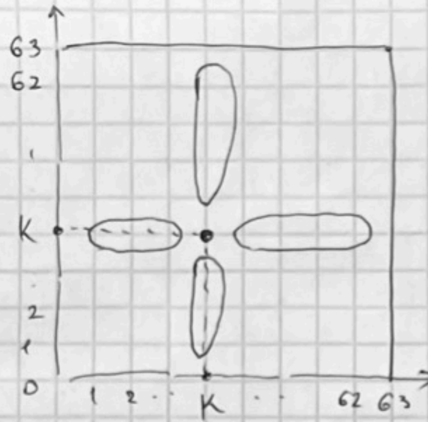
~~Ответ: $x = y = \frac{1}{\sqrt{2}}$~~

(Проверка: $\frac{1}{\frac{1}{2}+\frac{1}{2}} + \frac{1}{4} = \frac{5}{4}$ ✓

$2\cdot\frac{1}{4} + 2\cdot\frac{1}{4} + 5\cdot\frac{1}{4} = \frac{9}{4}$ ✓)

Ответ: $\left(\frac{1}{\sqrt{2}}; \frac{1}{\sqrt{2}}\right)$; $\left(\frac{1}{\sqrt{2}}; -\frac{1}{\sqrt{2}}\right)$; $\left(-\frac{1}{\sqrt{2}}; \frac{1}{\sqrt{2}}\right)$; $\left(-\frac{1}{\sqrt{2}}; -\frac{1}{\sqrt{2}}\right)$

5



Т.к. 63 – нечетно => нет целочисл. узла такого, что он $\in y=x$ и $y=63-x$

т.к. если $x = 63-x \Rightarrow x \notin \mathbb{Z}$.

Значит кол-во сп-в =

(#сп-в : 1 узел $\in y=x$) +

+ (#сп-в : 1 узел $\in y=63-x$) −

(#сп-в : 1 узел $\in y=x$; другой $y=63-x$)

Для удобства это соотв-но $A+B-C$.

Возьмём любой узел на $y=x$ $(K;K)$ $K\in(1,2,\ldots,62)$

Тогда нам запрещено брать: $(1;K);\ldots;(K-1;K)$; $(K+1;K),\ldots,(62;K)$ – всего 61 узел запрещен на $y=K$ => столько же на $x=K$: $(K;1)\ldots(K;62)$

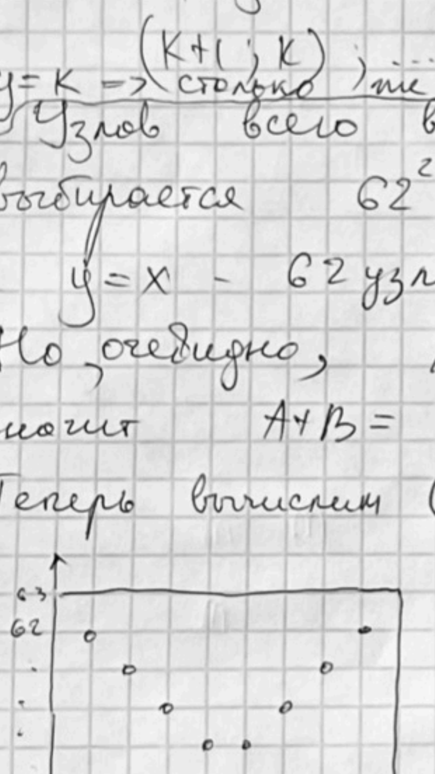
Узлов всего внутри кв-та: 62^2 => 2ой узел выбирается $62^2-61\cdot2-1 = 62^2-123$. Но всего на $y=x$ – 62 узла => $\boxed{\text{вычли } (K;K)}$ $A = 62(62^2-123)$

Но, очевидно, $A=B$ (считаем так аналогично)

Значит $A+B = 2\cdot62\cdot(62^2-123)$

2 ЛИСТ

Теперь вычислим C.



Т.к. на $y=x$ обязательно отмечен 1 узел => на $y=63-x$ другой

возьмём узел $(K;K)$ внутри кв-та.

на $y=63-x$ запрещ: $(K;63-K)$ и $(63-K;K)$ => всегда запрещ. ровно 2 узла т.к. $K\neq63-K$ при $K\in\mathbb{Z}$. Значит, при выборе $(K;K)$ для каждого $K\in(1,2,\ldots,62)$ имеем $62-2=60$ возможных выборов узлов на $y=63-x$

$C = 62\cdot60 \Rightarrow A+B-C = 62\cdot2\cdot(62^2-123)-62\cdot60$

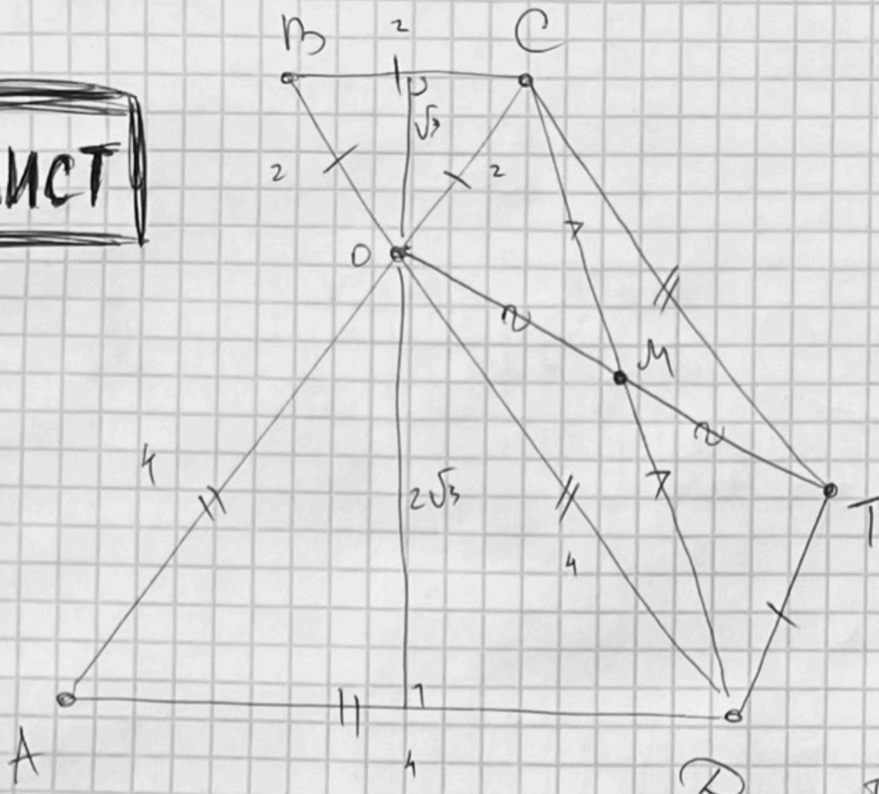
Ответ: $62\cdot2\cdot(62^2-123)-62\cdot60$ $= 457684$

Замечание: формула $A+B-C$ берется т.к. в A и B дважды считаем C => из $A+B$ надо вычесть C 1 раз.

(в A,B,C имеется ввиду „ПРАВИЛЬНЫЙ" выбор узлов, т.е. никакие 2 не $\in$ прямой $\parallel OX$ или OY)

(6)

3 ЛИСТ



а) т.к. T — сим. O отн. M. (где M - сер. CD) $\Rightarrow$ $OCTD$ - пар-м по признаку $\Rightarrow$ $CT \parallel BD$

но $DT = OC = BC \Rightarrow$

$\Rightarrow$ $BCTD$ - р/б трапеция.

$\Downarrow$ диагонали равны $\Downarrow$

$BT = CD$.

Но т.к. $\triangle BOC$ и $\triangle AOD$ прав-ые $\Rightarrow$ $ABCD$ - р/б трапеция ($BC \parallel AD$) $\Rightarrow$ ее бок. стороны равны ($AB = CD$) $\Rightarrow$ $AB = BT$.

Аналогично $CT = OD$ и $TD \parallel OC \Rightarrow$ $ACTD$ - р/б трап. $\Rightarrow$ $CD = AT = BT = AB \Rightarrow$ $\triangle ABT$ - правильный, ч.т.д.

б). $AD = 4$; $BC = 2 \Rightarrow$ высота $\triangle OAD = 2\sqrt{3}$; высота $\triangle BOC = \sqrt{3} \Rightarrow$ т.к. $BC \parallel AD \Rightarrow$ высота к осн-м $ABCD = \sqrt{3} + 2\sqrt{3} = 3\sqrt{3} \Rightarrow S_{ABCD} = \left(\frac{BC+AD}{2}\right) \cdot 3\sqrt{3} = 3 \cdot 3\sqrt{3} = 9\sqrt{3}$.

По т. кос. для $\triangle ABO$: $BO^2 + AO^2 - 2 \cdot BO \cdot AO \cdot \cos\angle BOA = AB^2$

$4 + 16 + 2 \cdot 2 \cdot 4 \cdot \frac{1}{2} = 20 + 8 = 28 \Rightarrow AB = \sqrt{28}$.

Т.к. $\triangle ABT$ - прав. $\Rightarrow S_{ABT} = \frac{AB \cdot h}{2}$, где h – его высота

но $h = \sqrt{28} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow S = \frac{\sqrt{28} \cdot \sqrt{28} \cdot \sqrt{3}}{4} = 7\sqrt{3}$.

$$\frac{S_{ABT}}{S_{ABCD}} = \frac{7\sqrt{3}}{9\sqrt{3}} = \frac{7}{9}$$

Ответ: $\frac{7}{9}$

$124 \cdot 3721$

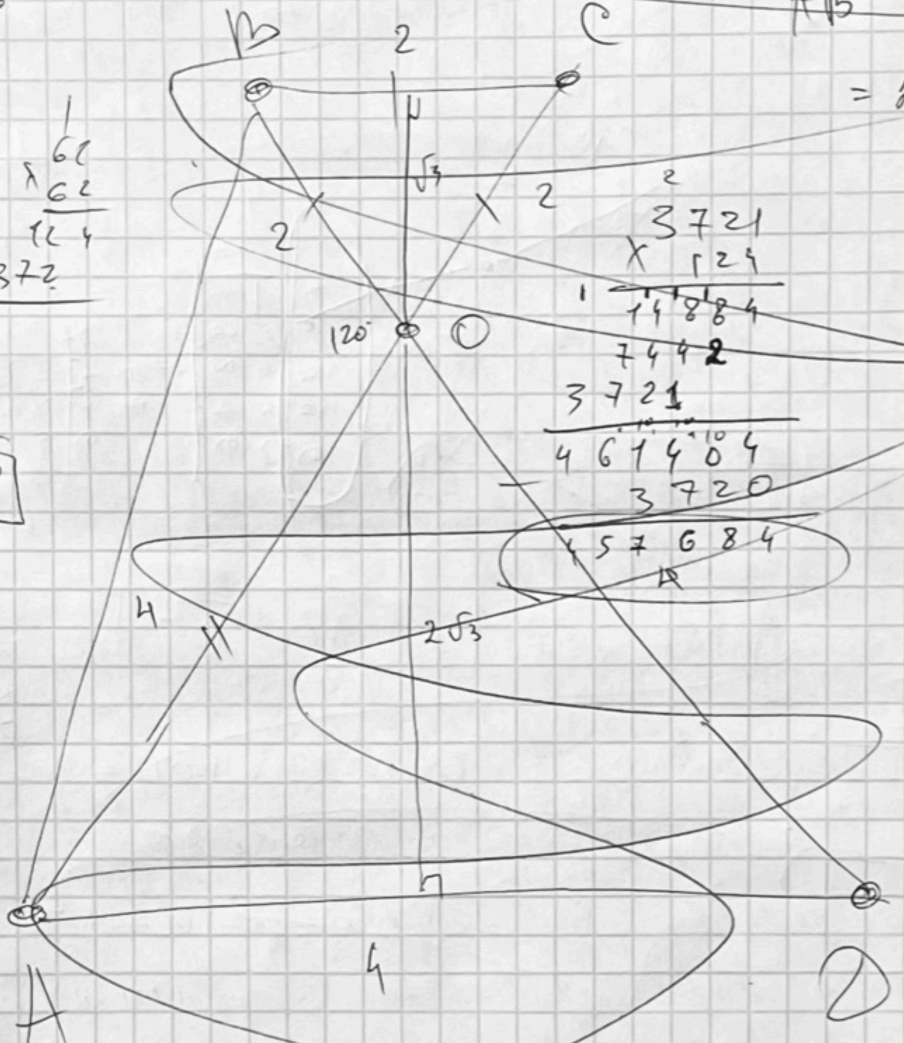
$S_{ABCD} = 3\sqrt{3} \cdot 3 = 9\sqrt{3}$

211007119 (U199033 M1274633)

$AB^2 = 4 + 16 - 2 \cdot 4 \cdot 2 \cos 120^\circ =$

$= 20 + 16 \cdot \frac{1}{2} = 20 + 8 = 28$

$AB = \sqrt{28}$



$3844 - 123 = 3721$

$62 \times 62 = 124\ 372$

$62 \times 60 = 3720$

$3721 \times 124 = 14884 + 7442 + 3721 = 461404$

$461404 - 3720 = 457684$

$S_{ABT} = \sqrt{28} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \sqrt{28} =$

$= 14\sqrt{3}$

$\frac{14}{9} S_{ABCD}$

$62 \cdot (2 \cdot 62^2 - 246 - 60)$

$62 \times 62 = 124 + 372 = 3844$

$3844 \times 2 = 7688$

$7688 - 246 = 7442$

$7442 - 60 = 7382$

$7382 \times 62 = 14764 + 44292 = 457684$

$$\begin{cases} \frac{1}{x^2+y^2} + x^2y^2 = \frac{5}{4} \\ 2x^4+2y^4+5x^2y^2 = \frac{9}{4} \end{cases}$$

$(x+y)^2$

$\cancel{2(x^2+y^2}$ $x^2=a$; $y^2=b$.

$$\begin{cases} \frac{1}{a+b} + ab = \frac{5}{4} \\ 2a^2+2b^2+5ab = \frac{9}{4} \end{cases}$$

$4+4a^2b+4ab^2 = 5a+5b$

$8a^2+8b^2+10ab = 9$

$2(a+b)^2 = \frac{9}{4} - ab$

$2(a+b)^2 + ab = \frac{9}{4}$

$\frac{1}{a+b} + ab = \frac{5}{4}$

$(a+b)\left(\frac{5}{4}-ab\right) = 1$

$a+b = \sqrt{\frac{\frac{9}{4}-ab}{2}} = \frac{1}{\frac{5}{4}-ab}$

$\frac{1}{a+b} + 1 = 2(a+b)^2$

$ab = x$

$a+b = t$

$\sqrt{\frac{\frac{9}{4}-x}{2}} = \frac{1}{\frac{5}{4}-x}$

$\frac{1}{t} + 1 = 2t^2$

$1+t = 2t^3$

$(t-1)(2t^2+2t+1)$

$4-4\cdot2$

$\frac{\frac{9}{4}-x}{2} = \frac{1}{\frac{25}{16}-\frac{5}{2}x+x^2}$

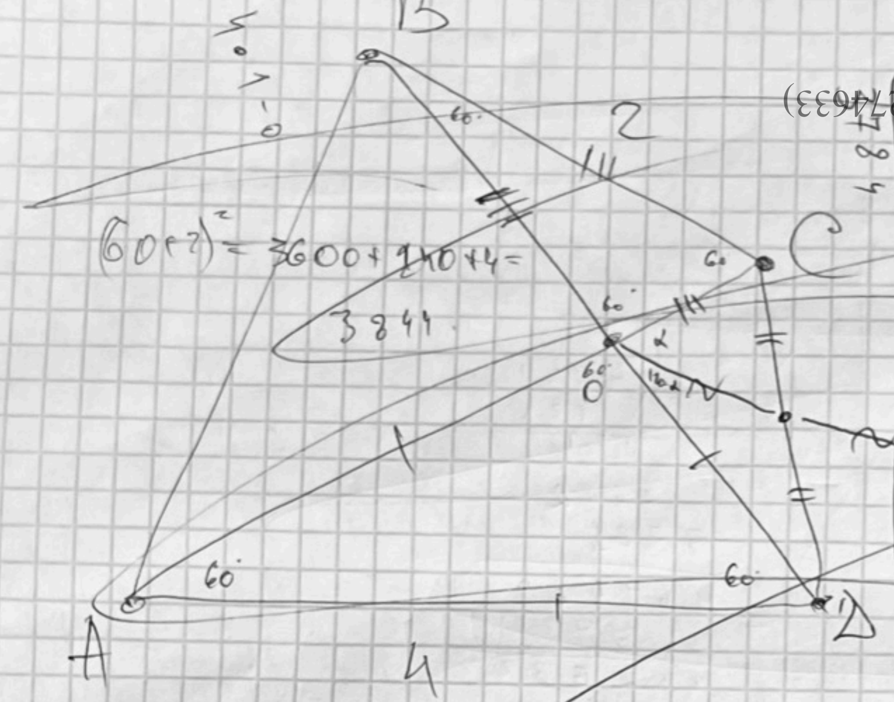
$\frac{25\cdot9}{4\cdot16} - \frac{25}{16}x - \frac{9}{16}x + \frac{10}{4}x^2 + \frac{9}{4}x^2 - x^3 = 2$

$x^3 - \frac{19}{4}x^2 + \frac{115}{16}x - 93 = 0$

$\frac{2\cdot4\cdot16-25\cdot9}{4\cdot16}$

2, 16, 128, 225, 1800, 225, 128

211007119 (U199033 M1274633)



$(60+2)^2 = 3600+240+4 = 3844$

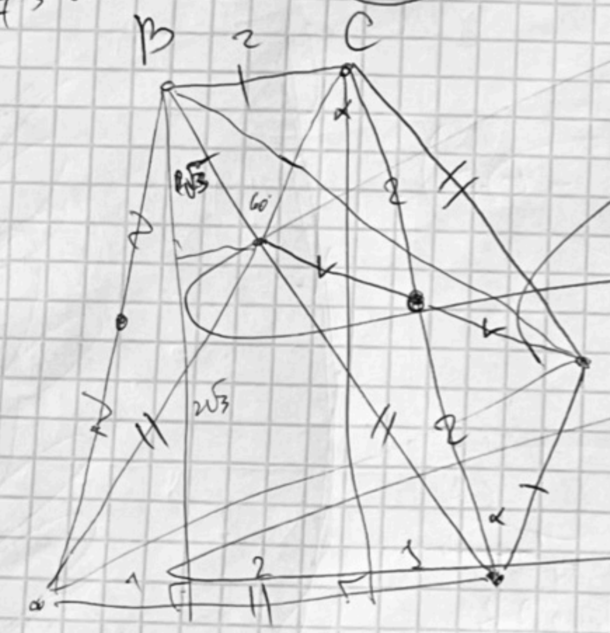
$1241 \cdot 3784 - 62 \cdot 60$

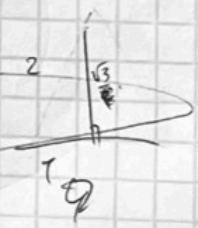
$$\begin{array}{r} 62 \\ \times\ 62 \\ \hline 124 \\ 372\ \ \\ \hline 3844 \\ -\ \ 60 \\ \hline 3784 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 3784 \\ \times\ 124 \\ \hline 15136 \\ 7568\ \ \\ 3784\ \ \ \ \\ \hline 469216 \\ -\ 3720 \\ \hline 465496 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 62 \\ \times\ 60 \\ \hline 3720 \end{array}$$

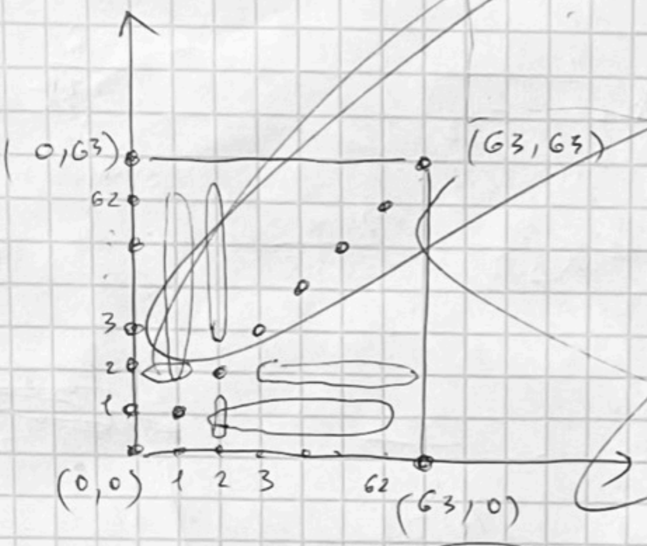
$$|\vec{BO}+\vec{O\Gamma}| = |\vec{AO}+\vec{O\Gamma}|$$

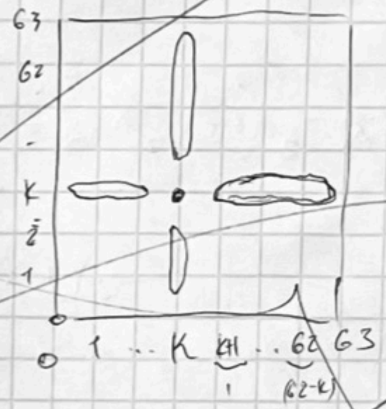
$$BO^2+\cancel{O\Gamma^2} - 2BO\cdot O\Gamma \cos\angle BO\Gamma =$$
$$= AO^2+\cancel{O\Gamma^2} - 2AO\cdot O\Gamma \cos\angle AO\Gamma$$
$$BO^2 - 2BO\cdot O\Gamma\cdot\cos(60+\alpha) =$$
$$= AO^2 - 2AO\cdot O\Gamma \cos(180-\alpha).$$

$$\begin{array}{r} 3844 \\ -\ 123 \\ \hline \boxed{3721} \\ \times\ \ \ 2 \\ \hline 7442 \\ -\ \ 60 \\ \hline 7382 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 7382 \\ \times\ \ 62 \\ \hline 14764 \\ 44292\ \ \\ \hline 457684 \end{array}$$









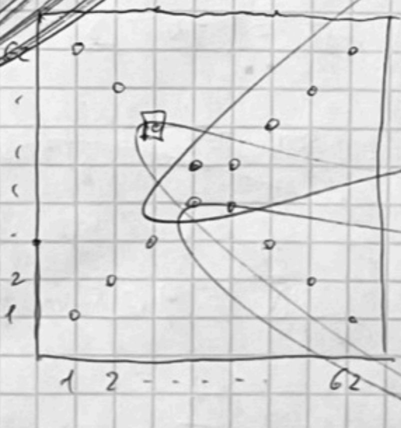
$(K-1) + 62-K = 61$ - нельз.

122 нельзя

$62\cdot 62$ - всего

$2\cdot 62\cdot(62^2-123) -$

\# : 1 линия на X, др. на 63-X



62+62 - всего

$62\cdot(124-3)$

$62\,(2\cdot 62^2-246-60)$

211007119 (U199033 M1274633)