Часть 1

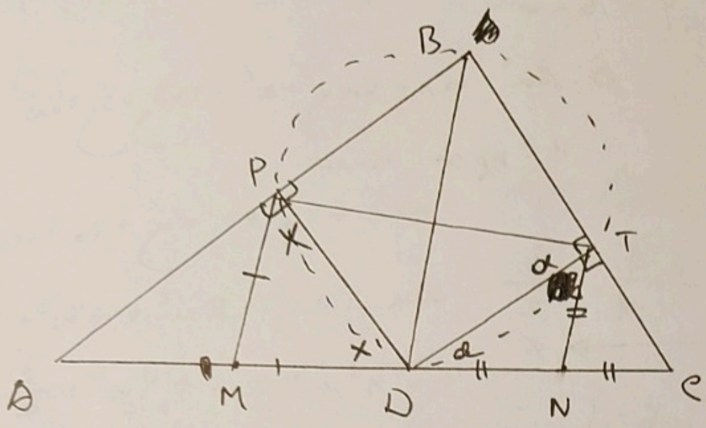
Олимпиада: **Математика, 10 класс (1 часть)**

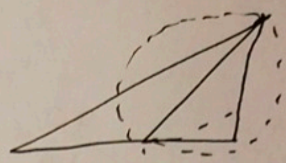
Шифр: **211007082**

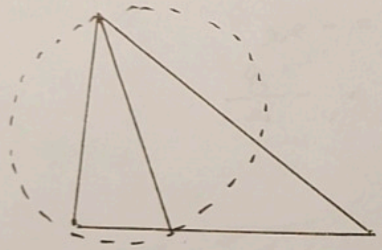
ID профиля: **819938**

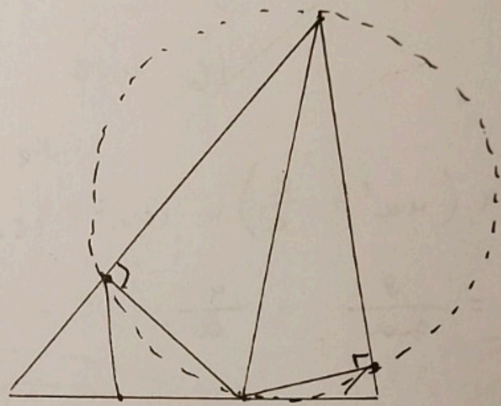
Вариант 12

Черновик.







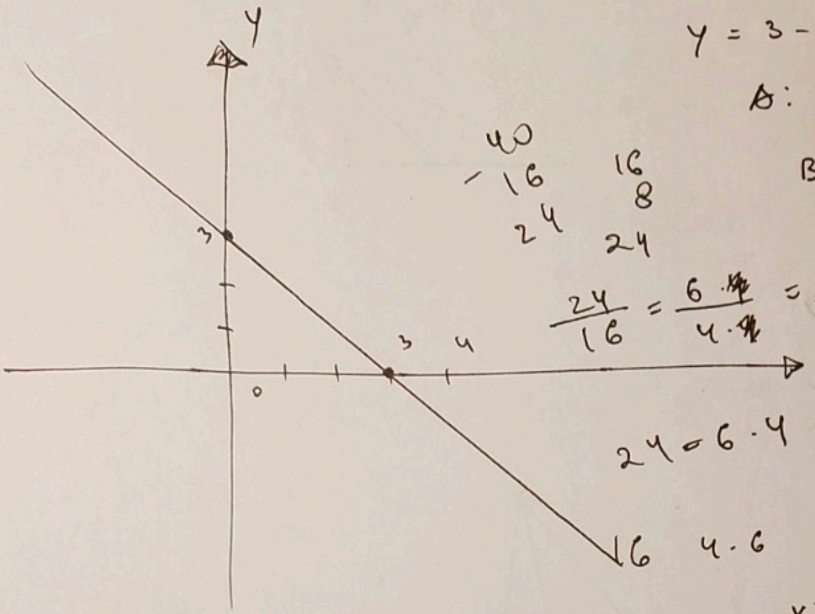


$180 - x - y + 180 - \alpha - \beta = 180$

$\Rightarrow 180 = x + y + \alpha + \beta$

$= 2x + 2\alpha \Rightarrow x + \alpha = 90$

Черновик.



$$y = 3 - x$$

$A:\ 2a^2 - 2ax - 6ay + x^2 + 2xy + 5y^2 = 0$

$B:$ п-ла

$$ax^2 + 4a^2x - ay + 4a^3 + 2 = 0$$

$$40 - 16 = 24 \qquad 16,\ 8,\ 24$$

$$\frac{24}{16} = \frac{6\cdot 4}{4\cdot 4} = \frac{3}{2}$$

$$ay = ax^2 + 4a^2x + 4a^3 + 2$$

$$y = x^2 + 4ax + 4a^2 + \frac{2}{a}$$

$$24 = 6\cdot 4$$

$$x_B = \frac{-b}{2a} \qquad y_B = \frac{-D}{2a}$$

$$16 \quad 4\cdot 6$$

$$x_B = \frac{-4a}{2} = -2a$$

$$D = 16a^2 - 4\left(4a^2 + \frac{2}{a}\right) = 16a^2 - 16a^2 - \frac{8}{a} = -\frac{8}{a}$$

$$\Rightarrow y_B = \frac{\frac{8}{a}}{2} = \frac{8}{2a} = \frac{4}{a}$$

2. $\sqrt{x+1} - \sqrt{4-x} + 3 = 2\sqrt{4+3x-x^2}$ $\qquad x+1+4-x = 5$

$\sqrt{a} - \sqrt{b} + 3 = 2\sqrt{ab} = -(\sqrt{a}-\sqrt{b})^2 + (a+b)$

$\sqrt{a} - (\sqrt{b} - 3)$

$\uparrow^2\quad a + (\sqrt{b}-3)^2 - 2\sqrt{a}(\sqrt{b}-3) = 4ab$

$a + b - 6\sqrt{b} + 9 - 2\sqrt{ab} + 6\sqrt{a} = 4ab$

Пусть $a = \sqrt{x+1}$; $b = \sqrt{4-x}$ $\quad a, b > 0$

$\Rightarrow a - b + 3 = 2ab = -(a-b)^2 + a^2 + b^2$

$a - 2ab - b + 3 = 0$

$a - ab - ab - b + 3 = 0$

$2a - 2ab - a - b + 3$

$$\frac{3}{2} - \sqrt{6} \ ?\ -1$$

$$\frac{3}{2} + 1 \ ?\ \sqrt{6}$$

$$\frac{5}{2} \ ?\ \sqrt{6} \quad \uparrow^2$$

$$\frac{25}{4} \ ?\ 6$$

$$25 > 24$$

Черновик.

2. $\sqrt{x+1} - \sqrt{4-x} + 3 = 2\sqrt{4+3x-x^2}$

$-x^2+3x+4$

ОДЗ: $\begin{cases} x \geq -1 \\ x \leq 4 \\ -(x-4)(x+1) \geq 0 \end{cases}$

$D = 9 + 4 \cdot 4 = 25 \Rightarrow x = \frac{-3 \pm 5}{-2} = \left[\begin{array}{l} 4 \\ -1 \end{array}\right.$

$= 2\sqrt{-(x-4)(x+1)}$

$\Rightarrow (x-4)(x+1) \leq 0$

$+ \quad -1 \quad - \quad 4 \quad +$

$\Rightarrow x \in [-1; 4]$

~~Пусть~~ Пусть $a = x+1$

$b = 4 - x = -(x-4)$

Тогда $\sqrt{a} - \sqrt{b} + 3 = 2\sqrt{ab}$

$\sqrt{a} - \sqrt{b} = 2\sqrt{ab} - 3 \quad \uparrow^2$

$a + b - 2\sqrt{ab} = 4ab + 9 - 12\sqrt{ab}$

$10\sqrt{ab} = 4ab - a - b + 9$

$\sqrt{x+1} - \sqrt{4-x} + 3 \geq 0$

$\underset{\geq 0}{\sqrt{x+1}} + 3 \geq \underset{\geq 0}{\sqrt{4-x}} \quad \uparrow^2 \Rightarrow x+1+9+6\sqrt{x+1} \geq 4-x$

$2x + 6 + 6\sqrt{x+1} \geq 0$

$x + 3 + 3\sqrt{x+1}$

$(x+1) + 3\sqrt{x+1} + 2 \geq 0$

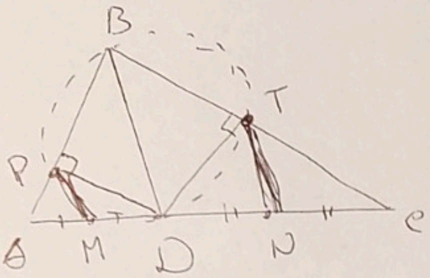
$t = \sqrt{x+1}$, $t \geq 0$

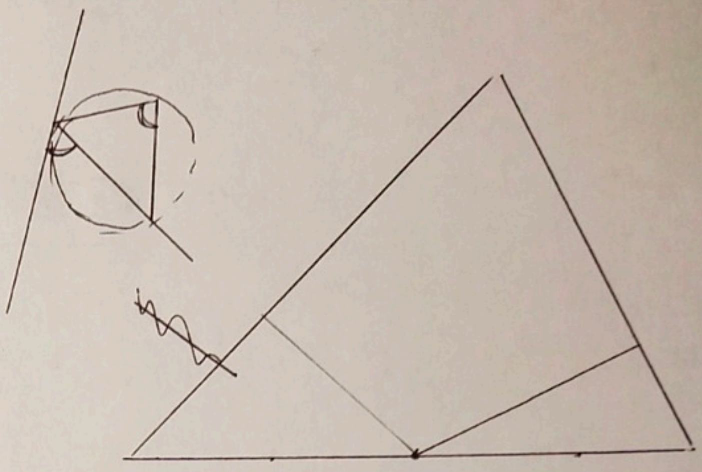
$x \geq -1 \Rightarrow$ это всегда > 0

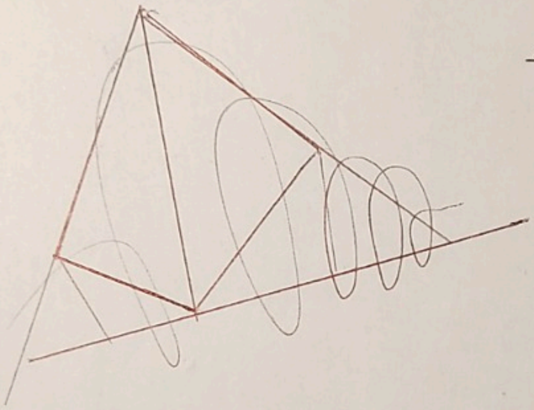
$t^2 + 3t + 2 \geq 0 \Rightarrow D = 9 - 4 \cdot 2 = 1 \Rightarrow t = \frac{-3 \pm 1}{2} = \left[\begin{array}{l} -2 \\ -1 \end{array}\right.$

211007082 (U819938 M1276698)

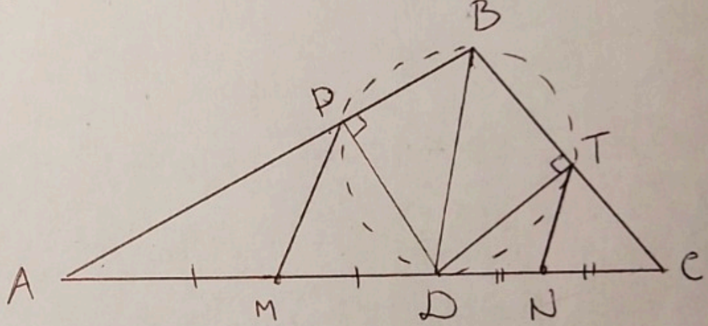
Черновик.







PM || TN



$\sqrt{a}-\sqrt{b}+3=2\sqrt{ab}$ $\Rightarrow$

$\sqrt{a}+3=2\sqrt{ab}+\sqrt{b}$ $\Rightarrow \uparrow^2$ $a+9+6\sqrt{a}=$

$\vee$ 0 $\quad \vee$ 0 $\quad \cancel{\sqrt{b}(2\sqrt{a}+1)}$

$=4ab+b+4\underbrace{\sqrt{ab^2}}_{=4b\sqrt{a}}$

$a+9+6\sqrt{a}-4ab-b-4b\sqrt{a}$

$\sqrt{x+1}-\sqrt{4-x}+3=2\sqrt{4+3x-x^2}=2\sqrt{-(x-4)(x+1)}$

0: $\sqrt{1}-\sqrt{4}+3=2\sqrt{4\cdot 1}=2\sqrt{4}^2=4$

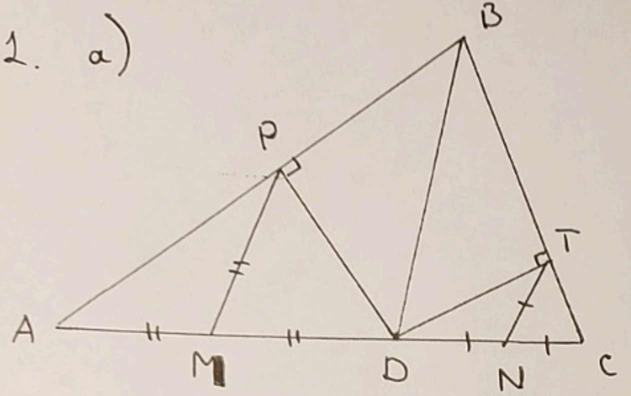
$3+1-2=2$

$\sqrt{a}-\sqrt{b}-2\sqrt{ab}+3=0$

$\sqrt{a}(1-2\sqrt{b})+(1-2\sqrt{b})+\sqrt{b}+2$

Чистовик. ③

1. а)



$\angle BTD$ и $\angle BPD$ опираются на диаметр BD

$\Rightarrow \angle BTD = \angle BPD = 90°$

$\Rightarrow \angle DTC = \angle DPA = 90°$ (как смежные)

$\Rightarrow \triangle APD$ – прямоуг. PM – медиана в прямоуг. треугольнике.

$\Rightarrow PM = AM = MD$

Аналогично $TN = DN = NC$.

$\triangle PMD$ – р/б $\Rightarrow$ Пусть $\angle MPD = \angle MDP = \alpha$

$\triangle DNT$ – р/б: $\angle DTN = \angle TDN = \beta$

$PM \parallel TN$ (по усл.) $\Rightarrow \angle PMN + \angle TNM = 180°$

$$180° - 2\alpha + 180° - 2\beta = 180°$$

$$180° = 2(\alpha + \beta)$$

$$\Rightarrow \alpha + \beta = 90°$$

Т.е. $\angle MDP + \angle NDT = 90° \Rightarrow \angle PDT = 90°$

$$\angle PBT = 180° - \angle PDT = 90° = \angle ABC$$

Ответ: $\angle ABC = 90°$.

$2(x+1) + 4\sqrt{x+1} - 1 = 0$ ②

$D = 16 + 4 \cdot 2 = 24 \quad \Rightarrow \sqrt{x+1} = \dfrac{-4 \pm 2\sqrt{6}}{4}$

$4\sqrt{x+1} = 2\sqrt{6} - 4 \quad \uparrow^2$

$16(x+1) = 24 + 16 - 16\sqrt{6}$

$x + 1 = \dfrac{40}{16} - \sqrt{6}$

$x = \dfrac{40-16}{16} - \sqrt{6} = \dfrac{3}{2} - \sqrt{6}$ *

② $\sqrt{x+1} - \sqrt{4-x} = 1$

$\underset{0}{\underset{\vee\!/}{\sqrt{x+1}}} = 1 + \underset{0}{\underset{\vee}{\sqrt{4-x}}} \quad \Rightarrow \uparrow^2 \quad x + 1 = 1 + 4 - x + 2\sqrt{4-x}$

$2x - 4 = 2\sqrt{4-x}$

$x - 2 = \sqrt{4-x}$

$\sqrt{4-x} - x + 2 = \underset{0}{\underset{\vee\!/}{4 - x}} + \underset{0}{\underset{\vee\!/}{\sqrt{4-x}}} - 2 = 0$

$D = 1 + 4 \cdot 2 = 9 \quad \Rightarrow \sqrt{4-x} = \dfrac{-1 \pm 3}{2} = \dfrac{-1+3}{2} = 1$

$\Rightarrow \uparrow^2 \quad 4 - x = 1 \quad \Rightarrow \quad x = 3$

* $\dfrac{3}{2} - \sqrt{6} \ \overset{?}{\ } \ -1$

$\dfrac{5}{2} \ \overset{?}{\ } \ \sqrt{6}$

$\dfrac{25}{4} \ \overset{?}{\ } \ 6 \quad \Rightarrow \quad 25 > 24 \quad \Rightarrow \quad \dfrac{3}{2} - \sqrt{6} > -1$

$\Rightarrow$ этот корень входит в ОДЗ.

Ответ: $\left[\begin{array}{l} x = \dfrac{3}{2} - \sqrt{6} \\ x = 3 \end{array}\right.$

211007082 (U819938 M1276698)

Чистовик. Математика. 10 класс.

Вариант 12.

Часть 1.

2. $\sqrt{x+1} - \sqrt{4-x} + 3 = 2\sqrt{4+3x-x^2}$

$D = 9 + 4\cdot 4 = 25 \Rightarrow x = \frac{-3\pm 5}{-2} = \left[\begin{array}{l} 4 \\ -1 \end{array}\right.$

$\Rightarrow \sqrt{x+1} - \sqrt{4-x} + 3 = 2\sqrt{-(x-4)(x+1)} =$

$= 2\sqrt{(4-x)(x+1)}$

1

ОДЗ: $\begin{cases} x+1 \geq 0 \\ 4-x \geq 0 \\ -(x-4)(x+1) \geq 0 \\ \sqrt{x+1} - \sqrt{4-x} + 3 \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \in [-1; 4] \\ \sqrt{x+1} + 3 \geq \sqrt{4-x} \; * \end{cases}$

$* \; \underset{\substack{\vee \\ 0}}{\sqrt{x+1}} + 3 \geq \underset{\substack{\vee\!/ \\ 0}}{\sqrt{4-x}} \Rightarrow$ Возводим в квадрат.

$\Rightarrow x+1+9+6\sqrt{x+1} \geq 4-x$

$2x+6+6\sqrt{x+1} \geq 0 \Rightarrow x+3+3\sqrt{x+1} \geq 0$

$(x+1) + 3\sqrt{x+1} + 2 \geq 0$

при $x \geq -1$: $\underset{\substack{\vee\!/ \\ 0}}{(x+1)} \quad \underset{\substack{\vee\!/ \\ 0}}{3\sqrt{x+1}} \quad \underset{\substack{\vee \\ 0}}{2}$

$\Rightarrow$ При условии, что $x \geq -1$, это нер-во всегда выполняется.

$\Rightarrow$ Итого ОДЗ: $x \in [-1; 4]$.

Пусть $a = x+1$; $b = 4-x$; $a, b > 0$.

Тогда $\sqrt{a} - \sqrt{b} + 3 = 2\sqrt{ab} = -(\sqrt{a}-\sqrt{b})^2 + a + b$

$\Rightarrow (\sqrt{a}-\sqrt{b})^2 + (\sqrt{a}-\sqrt{b}) - a - b + 3 = 0$

но $a + b = x+1+4-x = 5$

Тогда $(\sqrt{x+1} - \sqrt{4-x})^2 + (\sqrt{x+1} - \sqrt{4-x}) - 2 = 0$

$D = 1 + 4\cdot 2 = 9 \Rightarrow \sqrt{x+1} - \sqrt{4-x} = \frac{-1\pm 3}{2} = \left[\begin{array}{l} -2 \\ 1 \end{array}\right.$

① $\sqrt{x+1} - \sqrt{4-x} = -2$

$2 + \underset{\substack{\vee \\ 0}}{\sqrt{x+1}} = \underset{\substack{\vee\!/ \\ 0}}{\sqrt{4-x}} \Rightarrow \uparrow^2 \; 4 + x + 1 + 4\sqrt{x+1} = 4 - x$

$2x + 1 + 4\sqrt{x+1} = 0$

Часть 2

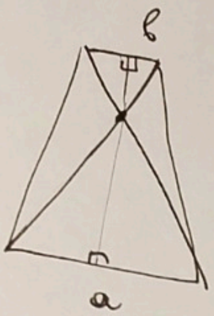
Олимпиада: **Математика, 10 класс (2 часть)**

Шифр: **211007082**

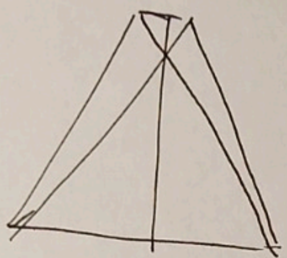
ID профиля: **819938**

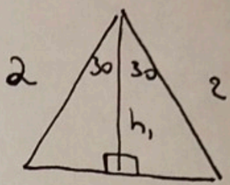
Вариант 12

Черновик.



$\cancel{\frac{1}{2} h_1 a + \frac{1}{2} h_2 \cdot b}$ $\frac{1}{2}(h - h_1)b$

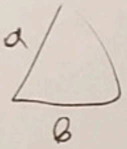




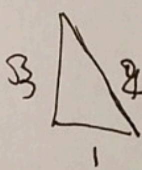
$h_1 = \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot 2 = \sqrt{3}$

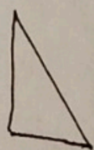
$\cos = \frac{h_1}{2}$

$4 + 16 + 2 \cdot 4 = 4 + 16 + 8 = 16 + 12 = 28 \,|\, 2$, 14

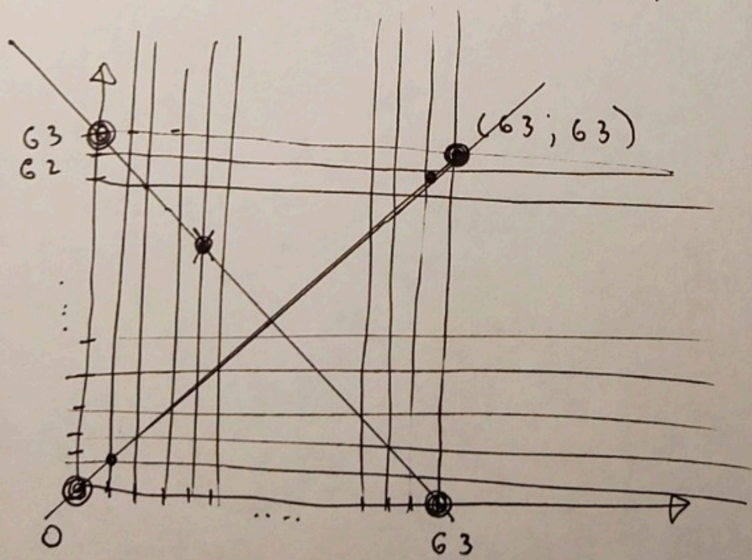


$S = \frac{1}{2} ab \sin \gamma$





$28 = 2 \cdot 14 =$
$= 4 \cdot 7$



$y = x$:

62 - способа выбрать точки на пр-ой $y = x$

C_{62}^2 - кол-во спос. выбрать 2 точки на прямой $y = x$

$62 \cdot (62 \times 62 - 61 - 61) + C_{62}^2$
-61

Чистовик.

5

5. Найдем сначала кол-во способов выбрать 2 узла, когда они оба лежат на одной из прямых $y = x$ или $y = 63 - x$.

C_{62}^2 — кол-во способов выбрать 2 узла на прямой $y = x$

C_{62}^2 — // — на прямой $y = 63 - x$.

Рассмотрим пр-ю $y = x$. На ней мы можем выбрать ~~точку~~ узел 62 способами.

Выбрать ~~вторую точку~~ второй узел мы можем:

$62 \cdot 62 - 61 - 61 - 61$

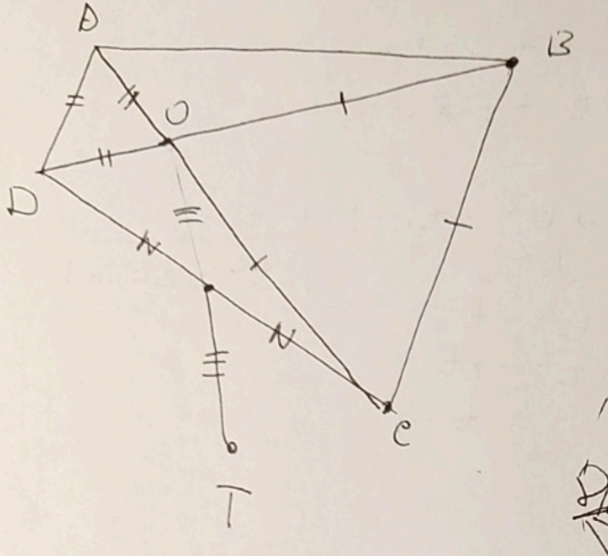
- 61 — оставшиеся узлы на вертикальной прямой, которая параллельна OY
- 61 — оставшиеся узлы на горизонтальной прямой
- 61 — оставшиеся узлы на прямой $y = x$

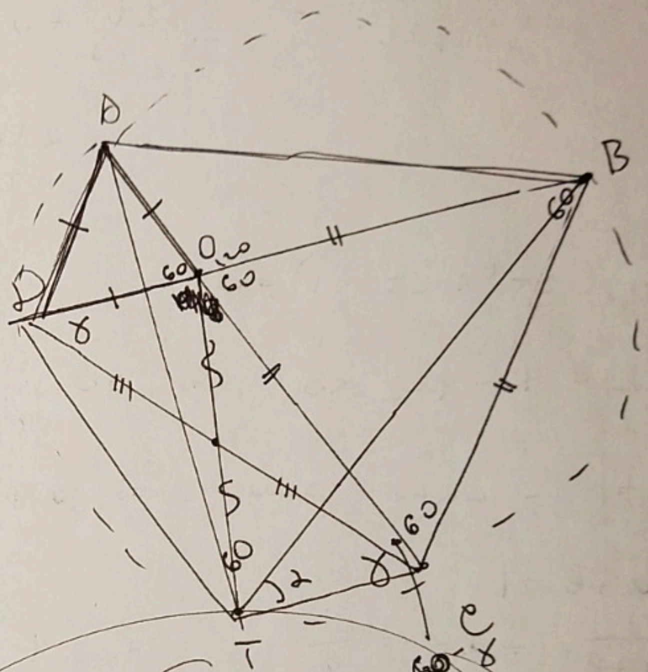
При этом тут учитываются и варианты, когда одна точка принадлежит пр-ой $y = x$, а другая — $y = 63 - x$.

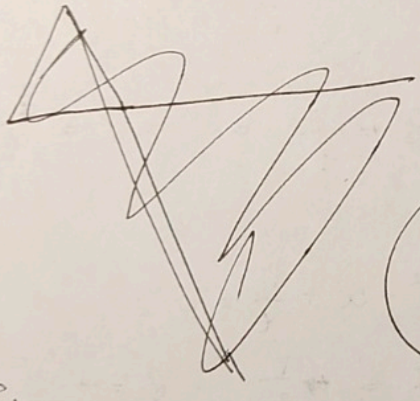
Всего: $2 \cdot C_{62}^2 + \frac{1}{2} \cdot 62\left(62^2 - 3 \cdot 61\right)$

Ответ: $2 \cdot C_{62}^2 + \frac{1}{2} 62\left(62^2 - 3 \cdot 61\right)$.

Черновик.







$$\text{ОДЗ: } \begin{cases} x^2+y^2 \neq 0 \\ x \neq 0 \\ y \neq 0 \end{cases}$$

$a = x^2$
$b = y^2$
$a, b > 0$

4. $$\begin{cases} \dfrac{1}{x^2+y^2} + x^2y^2 = \dfrac{5}{4} \\ 2x^4+2y^4+5x^2y^2 = \dfrac{9}{4} \end{cases}$$

$$\begin{cases} \dfrac{1}{a+b} + ab = \dfrac{5}{4} \\ 2a^2+2b^2+5ab = \dfrac{9}{4} \quad (2) \end{cases}$$

$$2(a^2+b^2) = 2\left((a+b)^2 - 2ab\right)$$

$$\frac{2}{4} + \frac{2}{4} + \frac{5}{4}$$

$$\Rightarrow (2) = 2(a+b)^2 - 4ab + 5ab = \frac{9}{4}$$

$$2(a+b)^2 + ab = \frac{9}{4}$$

$$\Rightarrow \frac{9}{4} - \frac{5}{4} = 1 = 2(a+b)^2 - \frac{1}{a+b}$$

$$2(a+b)^2 + \frac{1}{a+b} - 1 = 0$$ Черновик

$t := a+b;\quad t>0 \qquad 2t^2 - \frac{1}{t} - 1 = 0 \quad |\cdot t$

$$2t^3 - 1 - t = 0$$

$t = 1$ подходит $\qquad 2t^3 - t - 1 = 0$

$\cancel{2t^3 - t - 1 \,|\, t-1}$

$\cancel{2t^3 \quad | \, 2t^2}$

$$\begin{array}{r|l} 2t^3 + 0t^2 - t - 1 & t-1 \\ \cline{2-2} -\;\; 2t^3 - 2t^2 & 2t^2 + 2t + 1 \\ 2t^2 - t & \\ -\;\; 2t^2 - 2t & \\ t - 1 & \end{array}$$

$$(t-1)(2t^2 + 2t + 1) = 0$$

$D = 4 - 4\cdot 2 < 0 \quad \Rightarrow \quad > 0$

$\Rightarrow t = 1$ – одно реш $\Rightarrow$ $a + b = 1$

$$\begin{cases} a + b = 1 \\ \frac{1}{a+b} + ab = \frac{5}{4} \end{cases} \Rightarrow 1 + ab = \frac{5}{4} \Rightarrow ab = \frac{1}{4}$$

$b = 1 - a \quad \Rightarrow \quad a(1-a) = \frac{1}{4}$

$-a^2 + a = \frac{1}{4} \quad \Rightarrow \quad a^2 - a + \frac{1}{4} = 0$

$D = 1 - 4\cdot\frac{1}{4} = 0 \quad \Rightarrow \quad a = \frac{1}{2} = \frac{1}{2} \qquad b = \frac{1}{2}$

$\Rightarrow \begin{cases} a = \frac{1}{2} \\ b = \frac{1}{2} \end{cases} \qquad x^2 = \frac{1}{2} \qquad x = \pm\frac{1}{\sqrt{2}} = \pm\frac{\sqrt{2}}{2}$

$y^2 = \frac{1}{2} \qquad y = \mp\frac{\sqrt{2}}{2}$

$\Rightarrow t = 1 \Rightarrow a + b = 1$ | Чистовик. |

4

Тогда
$$\begin{cases} a + b = 1 \\ \dfrac{1}{a+b} + ab = \dfrac{5}{4} \end{cases} *$$

$* \ \dfrac{1}{a+b} + ab = 1 + ab = \dfrac{5}{4} \Rightarrow ab = \dfrac{1}{4} \Rightarrow \begin{cases} a + b = 1 \\ a \cdot b = \dfrac{1}{4} \end{cases}$

$a(1-a) = a - a^2 = \dfrac{1}{4} \Rightarrow a^2 - a + \dfrac{1}{4} = 0$

$\left(a - \dfrac{1}{2}\right)^2 = 0 \Rightarrow a = \dfrac{1}{2}$

$\Rightarrow b = \dfrac{1}{2}$

$\Rightarrow \begin{cases} a = \dfrac{1}{2} \\ b = \dfrac{1}{2} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x^2 = \dfrac{1}{2} \\ y^2 = \dfrac{1}{2} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = \pm\dfrac{\sqrt{2}}{2} \\ y = \pm\dfrac{\sqrt{2}}{2} \end{cases}$

Ответ: $\left(\dfrac{\sqrt{2}}{2}; \dfrac{\sqrt{2}}{2}\right), \left(\dfrac{\sqrt{2}}{2}; -\dfrac{\sqrt{2}}{2}\right),$
$\left(-\dfrac{\sqrt{2}}{2}; \dfrac{\sqrt{2}}{2}\right), \left(-\dfrac{\sqrt{2}}{2}; -\dfrac{\sqrt{2}}{2}\right).$

211007082 (U819938 M1276699)

Чистовик.

4. $\begin{cases} \dfrac{1}{x^2+y^2} + x^2y^2 = \dfrac{5}{4} \\ 2x^4+2y^4+5x^2y^2 = \dfrac{9}{4} \end{cases}$

3

Пусть $a = x^2$, $b = y^2$; $a, b \geq 0$.

ОДЗ: $x^2+y^2 \neq 0$ $\Rightarrow$ $x \neq 0$, $y \neq 0$

$\begin{cases} \dfrac{1}{a+b} + ab = \dfrac{5}{4} \\ 2a^2+2b^2+5ab = \dfrac{9}{4} \end{cases}$

Заметим, что $a^2+b^2 = (a+b)^2 - 2ab$

Тогда $2a^2+2b^2+5ab = 2\left((a+b)^2 - 2ab\right) + 5ab =$

$= 2(a+b)^2 + ab = \dfrac{9}{4}$

$\Rightarrow \begin{cases} \dfrac{1}{a+b} + ab = \dfrac{5}{4} \\ 2(a+b)^2 + ab = \dfrac{9}{4} \end{cases}$

Вычтем из второго первое:

$2(a+b)^2 - \dfrac{1}{a+b} = \dfrac{9}{4} - \dfrac{5}{4} = 1 \quad \Big| \cdot (a+b)$

$2(a+b)^3 - 1 = a+b$

$2(a+b)^3 - (a+b) - 1 = 0$ Пусть $t = a+b$, $t > 0$

Тогда $2t^3 - t - 1 = 0$

$t = 1$ — подходит

$$\begin{array}{l|l} 2t^3 + 0\cdot t^2 - t - 1 & t-1 \\ \hline -\ 2t^3 - 2t^2 & 2t^2+2t+1 \\ \quad 2t^2 - t & \\ -\ 2t^2 - 2t & \\ \quad\quad t - 1 & \\ \quad\quad t - 1 & \\ \quad\quad\quad 0 & \end{array}$$

$\Rightarrow 2t^3 - t - 1 =$

$= (t-1)(2t^2+2t+1) = 0$

$D = 4 - 4\cdot 2 < 0$

Чистовик.

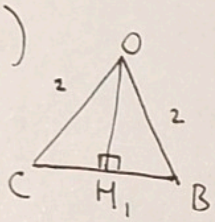
$\Rightarrow \angle CAB = \beta = \angle CTB$ $\Rightarrow$ Точка T лежит на описанной окружности.

Тогда $\angle ATB = \angle ACB = 60^\circ$ (т.к. опираются на одну дугу)

$\angle ABT = \angle ACT = 60^\circ$

$\Rightarrow \angle TAB = 180^\circ - 2 \cdot 60^\circ = 60^\circ$ $\Rightarrow$ $\triangle ABT$ — правильный

б)

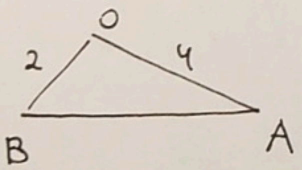


$\triangle OBC$: $OH_1 = \cos 30^\circ \cdot 2 = \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot 2 = \sqrt{3}$

Аналогично $\triangle OAD$: $OH_2 = \cos 30^\circ \cdot OA = \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot 4 = 2\sqrt{3}$

$\Rightarrow H_1H_2 = 3\sqrt{3}$

$$S_{ABCD} = \frac{BC + AD}{2} \cdot H_1H_2 = \frac{2+4}{2} \cdot 3\sqrt{3} = 9\sqrt{3}$$



$\triangle BOA$: $AB^2 = BO^2 + AO^2 - 2BO \cdot AO \cdot \cos 120^\circ$

$= 4 + 16 - 2 \cdot 2 \cdot 4 \cdot \left(-\frac{1}{2}\right) = 28$

$\Rightarrow AB = \sqrt{28}$

$$S_{ABT} = \frac{1}{2} \cdot AB^2 \cdot \sin 60^\circ = \frac{28}{2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 7\sqrt{3}$$

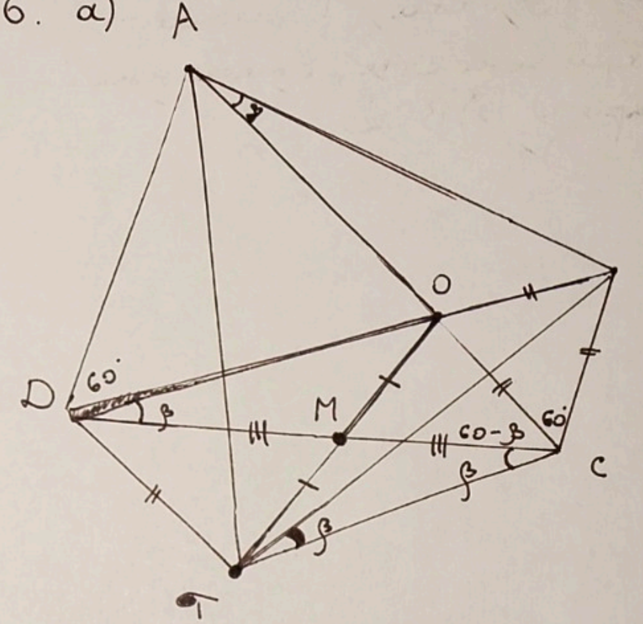
$$\Rightarrow \frac{S_{ABT}}{S_{ABCD}} = \frac{7\sqrt{3}}{9\sqrt{3}} = \frac{7}{9}$$

Ответ: $\frac{S_{ABT}}{S_{ABCD}} = \frac{7}{9}$.

Математика. 10 класс. Вариант 12. Часть 2.
Чистовик.

1

6. а)



Пусть M – середина CD.

Т.к. $\triangle AOD$ и $\triangle BOC$ – правильные, то
- $AD \parallel BC$
- $\triangle AOD \sim \triangle BOC$
- $\triangle AOB = \triangle DOC$ (по 2 сторонам и углу)

=> ABCD – р/б трапеция => ABCD можно вписать в окружность

$\angle BOC = 60° = \angle ODC + \angle OCD$

Пусть $\angle ODC = \beta$. Тогда $\angle OCD = 60° - \beta$

DM = MC (по усл.)
OM = MT (по усл.)
$\angle DMO = \angle TMC$ (верт.)
=> $\triangle DMO = \triangle CMO$
=> $\angle ODC = \angle DCT = \beta$

=> $\angle ACT = \beta + 60 - \beta = 60°$

DM = MC
TM = MO
=> DOCT – параллелограмм
=> $\angle DTC = \angle DOC = 180° - \angle COB = 120°$

DT = OC = BC
TC – общая сторона
$\angle DTC = \angle BCT = 120°$
=>

=> $\triangle DTC = \triangle BCT$ => $\angle BTC = \angle DCT = \beta$

$\angle CAB = CDB = \beta$ (опираются на одну дугу)

$\Rightarrow \angle CAB = \beta = \angle CTB \Rightarrow$ Точка T лежит на окружности, описанной вокруг $ABCD$.

211007082 (U819938 M1276699)