Часть 1

Олимпиада: **Математика, 10 класс (1 часть)**

Шифр: **211006938**

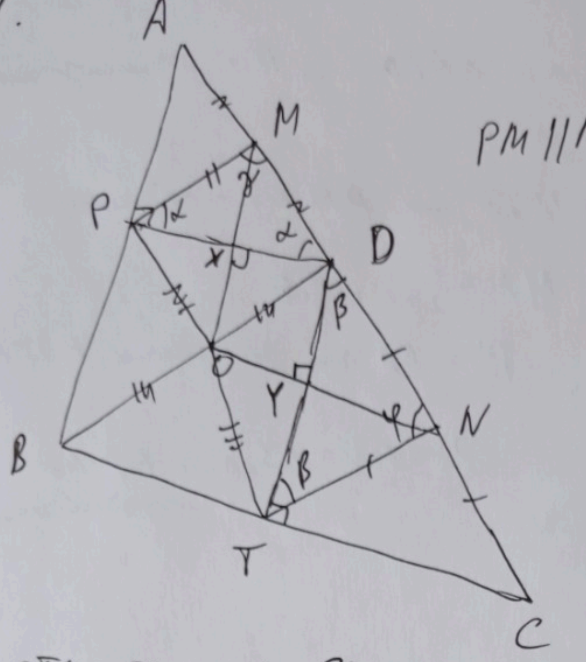
ID профиля: **838663**

Вариант 12

Чистовик   Вариант 12   Лист 1 из 4

№1.

а)



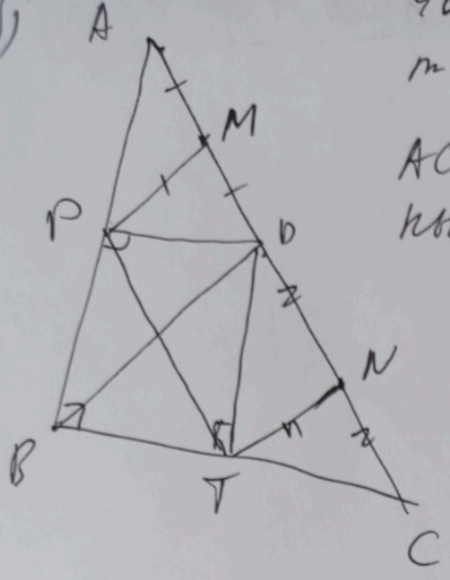
PM || NT

Заметим, что т.к. BD – диаметр, то $\angle BPD = \angle BTD = 90$ (опираются на BD) $\Rightarrow \triangle APD$ и $\triangle DTC$ – прямоугольные $\Rightarrow AM = MD = MP$ & $DN = NC = NT$

Также заметим, что $PO = OP = OT$, т.к. O центр описанной около BPDT окружности. Тогда MPOD и ODNT – дельтоиды. Обозначим $\alpha = \angle PDM$, $\beta = \angle TDN$, $\gamma = \angle PMD$, $\varphi = \angle TND$ тогда т.к. $PM // TN$, то $\gamma + \varphi = 180^\circ$ ~~как~~ так как $\gamma + 2\alpha + \varphi + 2\beta = 360$ ($2\alpha + \gamma = 180$, т.к. $\triangle MPD$ – равнобедренный), то $180 + 2(\alpha + \beta) = 360 \Rightarrow (\alpha + \beta) = 90$

т.к. MPOD и ODNT дельтоиды, то $MO \perp PD$ & $ON \perp DT$ из симметрии $\Rightarrow$ OXDY – вписанный $\Rightarrow \angle XOY = \angle XDY = 180 - \alpha - \beta = 90$

Осталось заметить, что $\angle POD$ – центральный $\Rightarrow \angle POD = 2\angle PBD$ (опираются на PD) Аналогично, $\angle DOT = 2\angle DBC$, а из симметрии MOOP и ODNT получаем, что $\angle XOY = \angle ABC = 90^\circ$

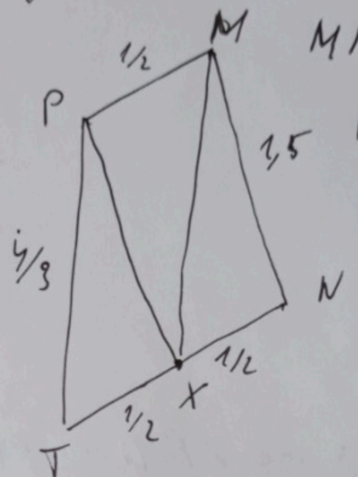
б)   Ответ: $\angle ABC = 90^\circ = \frac{\pi}{2}$ рад б) 

чистовик вариант 12 | лист 2 из 4

т.к $PM \parallel TN$, то

$AC = 2MP + 2NT$ т.к $\triangle APD$ и $\triangle DTC$ прямоугольные $\Rightarrow AC = 3$

тогда т.к $PM \parallel TN$, то $PMNT$ - трапеция



$MN = \frac{1}{2} + 1 = 1{,}5$

$PT = BD$ т.к диагонали $PDTB$

$PX = MN = 1{,}5$, т.к $MPNX$ - параллелограмм

$$S_{PTX} = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)} = \sqrt{\frac{5}{3}\left(\frac{1}{3}\right)\left(\frac{7}{6}\right)\cdot\left(\frac{1}{6}\right)} = \frac{\sqrt{35}}{18}$$

$$p = \frac{\frac{4}{3} + \frac{1}{2} + \frac{3}{2}}{2} = \frac{\frac{4}{3}+2}{2} = \frac{5}{3}$$

$S_{PMNT} = 3S_{PTX} = \frac{\sqrt{35}}{6}$ т.к $\left.\begin{array}{l} S_{\triangle APM} = S_{\triangle PMD} \\ S_{\triangle DNT} = S_{\triangle TNC} \\ S_{\triangle BPT} = S_{\triangle PDT} \end{array}\right\} \Rightarrow S_{ABC} = 2S_{PMNT} = \frac{\sqrt{35}}{3}$

Ответ: $S_{ABC} = \frac{\sqrt{35}}{3}$

211006938 (U838663 M1274172)

№2 Вариант 12 чистовик $\boxed{\text{лист 3 из 4}}$

$$\sqrt{x+1} - \sqrt{4-x} + 3 = 2\sqrt{4+3x-x^2}$$

$$4+3x-x^2 = -(x^2-3x+2{,}25-6{,}25) = 6{,}25-(x-1{,}5)^2 = (x+1)(4-x)$$

$$\sqrt{x+1} - \sqrt{4-x} + 3 = 2(\sqrt{(x+1)(4-x)}$$

ОДЗ: $\left.\begin{array}{l} x+1 \geq 0 \\ 4-x \geq 0 \end{array}\right\} \Rightarrow \begin{array}{l} x \geq -1 \\ x \leq 4 \end{array}$

$$\sqrt{x+1} - \sqrt{4-x} = 2\sqrt{(x+1)(4-x)} - 3 \quad |\,^2$$

$$x+1 - 2\sqrt{(x+1)(4-x)} + 4 - x = 4(x+1)(4-x) - 12\sqrt{(x+1)(4-x)} + 9$$

$$4\underbrace{(x+1)(4-x)}_{y^2} - 10(\underbrace{\sqrt{(x+1)(4-x)}}_{y} + 4 = 0 \qquad 2y^2 - 5y + 2 = 0$$

$$y = \sqrt{(x+1)(4-x)}$$

$$y = \frac{5 \pm \sqrt{25-4\cdot 2\cdot 2}}{4} \qquad y_1 = \frac{5+3}{4} = 1$$

$$y_2 = \frac{5-3}{2} = 0{,}5$$

$\sqrt{(x+1)(4-x)} = 1 \qquad x^2-3x-3=0 \qquad x_1 = \frac{3+\sqrt{21}}{2}$ ✓

$\sqrt{(x+1)(4-x)} = 0{,}5 \qquad x^2-3x-3{,}75=0 \qquad x_2 = \frac{3-\sqrt{21}}{2} < -1$ – посторон

$x_3 = \frac{3+2\sqrt{6}}{2}$ ✓

$x_4 = \frac{3-2\sqrt{6}}{2} < -1$ посторон

Ответ: $x = \frac{3+\sqrt{21}}{2}$

$x = \frac{3+2\sqrt{6}}{2} = 1{,}5+\sqrt{6}$

211006938 (U838663 M1274172)

№3 чистовик лист 4 из 4

$ax^2+4a^2x-ay+4a^3+2=0$

$a\neq 0$

$y=x^2+4ax+4a^2+2/a$

$x_B=\frac{-4a}{2}=-2a$

$y_B=4a^2+4a(-2a)+4a^2+2/a=2/a$

$B(-2a, 2/a) \Rightarrow B\notin OX$

$B\notin OY$

$-2a+2/a>3$ при $(x_1+y_1)>3$ т.е B выше $x+y=3$

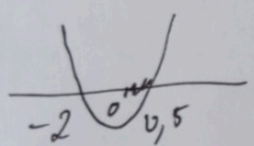
$a>0$

$-2a^2+2-3a>0$

$2a^2+3a-2<0$

$a=\frac{-3\pm\sqrt{9+16}}{4}$ $a_1=0,5$

$a_2=-2$ ~~не подх~~ ~~a>0~~



$2a^2-2ax-6ay+x^2+2xy+5y^2=(x+y)^2-6a(x+y)+4y^2+4ax+2a^2=0$

$(x+y)^2-6a(x+y)+4y^2+4ax+2a^2\geq 9-16a^2+4y_2^2+4ax_2$

т.к $x_2+y_2>3$

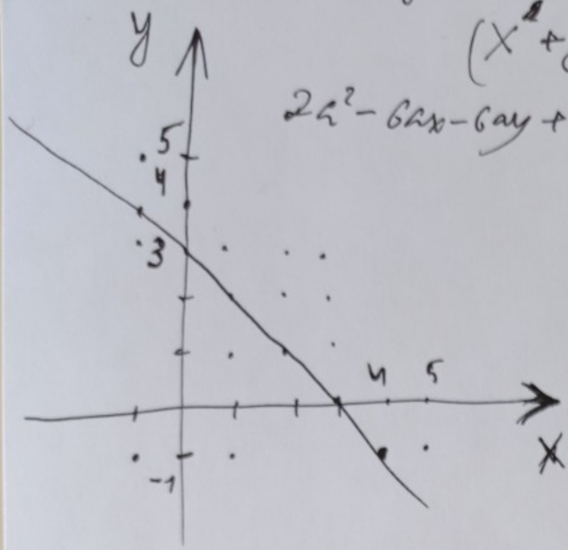
черновик

$2a^2 - 2ax - 6ay + x^2 + 2xy + 5y^2 = 0$ $\qquad (x-x_0)^2 + (y-y_0)^2 = r^2$

$+4y^2$

$(x+y)^2 + 2a(2a-x) - 2y(3a-2y) = 0$

$2a^2 - 6ax - 6ay + 4ax + 4y^2 = -6a(x+y) + 4y^2 + 4ax + 2a^2$



$y = 3 - x$

$0 + 4 > 3$

строго

$\cancel{1 \cdot (x_1+y_1)(x_2+y_2)}$

$(x_1+y_1) \geq 3$, $(x_2+y_2) \geq 3$ $\Rightarrow (x_1+y_1)(x_2+y_2) \geq 9$

$(x_1+y_1) \leq 3$, $(x_2+y_2) \leq 3$ $\Rightarrow (x_1+y_1)(x_2+y_2) < 9$

$(5-1)(-1-1) = 4 \cdot (-2) = -8$

$ax^2 + 4a^2x - ay + 4a^3 + 2 = 0$

$a \neq 0$

$y = x^2 + 4ax + 4a^2 + 2/a$

$a \cdot$

$x_1+y_1 > 3$

$x_2+y_2 > 3$

$B(-2a, 2/a)$

$x_B = \frac{-4a}{2} = \underline{-2a}$

$y_B = 4a^2 + 4a(-2a) + 4a^2 + 2/a = \cancel{...} + 2/a$

$8a^2$

$-2a + 2/a > 3$

$a > 0$

$-2a^2 + 2 - 3a > 0$

$2a^2 + 3a - 2 < 0$

$a = \frac{-3 \pm \sqrt{9+16}}{4}$

$a =$

черновик

$\sqrt{x+1} - \sqrt{4-x} + 3 = 2\sqrt{4+3x-x^2}$

$-x^2+3x+4$

$3 = 2\cdot 1,5$

$-(x^2-3x-4)$ $\quad 1,5^2 = \frac{9}{4} = 2,25$ $\quad 6,25 = 2,5^2 \quad (2,5)^2$

$-\cancel{(x^2-3x+4,5-5,5)} = -(x^2-(1,5))^2+5,5$

$-(x^2-3x+2,25-6,25) = -(x-1,5)^2+6,25 = \sqrt{(2,5)^2-(x-1,5)^2} = \sqrt{(2,5-x+1,5)(2,5+x-1,5)}$

$= \sqrt{(4-x)(x+1)}$

ОДЗ

$\begin{cases} x+1 \geq 0 \\ 4-x \geq 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{matrix} x \geq -1 \\ x \leq 4 \end{matrix}$ $\quad -1,0,1,2,3,4$

$\underbrace{x+1 - 2\sqrt{(x+1)(4-x)} + 4-x}_{5} = 4(4+3x-x^2) - 12\sqrt{(x+1)(4-x)} + 9$

$4(4+3x-x^2) - 10\underbrace{\sqrt{4+3x-x^2}}_{y} + 4 = 0$

$2y - 5y + 2 = 0$ $\qquad 3,75 \cdot 4 = 15,00$

$y = \frac{5 \pm \sqrt{25-4\cdot 2\cdot 2}}{4}$ $\quad y_1 = \frac{5+3}{4} = 1$

$y_2 = \frac{5-3}{4} = 0,5$

$\sqrt{4+3x-x^2} = 1$ $\quad 4+3x-x^2 = 1$ $\quad x^2-3x-3=0$ $\quad x = \frac{3 \pm \sqrt{9+12}}{2}$ $\quad x_1 = \frac{3+\sqrt{21}}{2}$ $\quad x_2 = \frac{3-\sqrt{21}}{2}$

$\sqrt{4+3x-x^2} = 0,5$ $\quad 4+3x-x^2 = 0,25$ $\quad x^2-3x-3,75=0$ $\quad x = \frac{3 \pm \sqrt{9+15}}{2}$ $\quad x_1 = \frac{3+2\sqrt{6}}{2}$ $\quad x_2 = \frac{3-2\sqrt{6}}{2}$

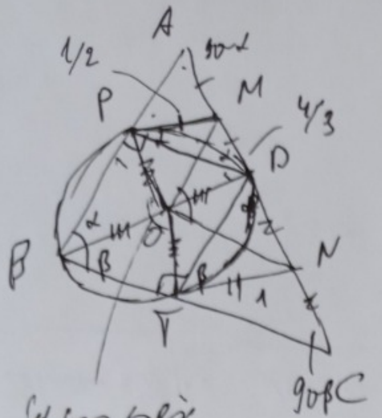
$\sqrt{24} - \sqrt{25} \leq 0$ ✓

$\frac{3+\sqrt{21}-8}{2} = \frac{\sqrt{21}-5}{2} \leq 0$ ✓ $\qquad \frac{2\sqrt{6}-5}{2} \leq 0$

X

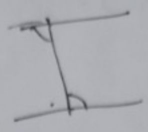
$\frac{3-\sqrt{21}}{2} - (-1) = \frac{3-\sqrt{21}+2}{2} = \frac{1-\sqrt{21}}{2} \geq 0$ $\qquad \frac{1-2\sqrt{6}}{2} \geq 0$ X

Черновик

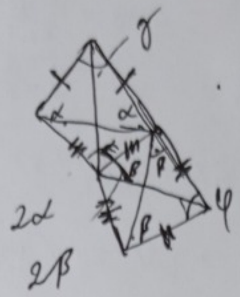


PM // NT

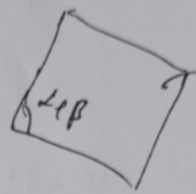
$\angle ABC$-?



$\gamma+\varphi=180$



$\ldots+\ldots=180$



~~$90-\alpha+90-\beta+\alpha+\beta$~~

$\gamma+2\alpha+\varphi+2\beta=360$

$\gamma+\varphi=180$

$180+2(\alpha+\beta)=360$

$2(\alpha+\beta)=180$

$(\alpha+\beta)=\underline{\underline{90}}$

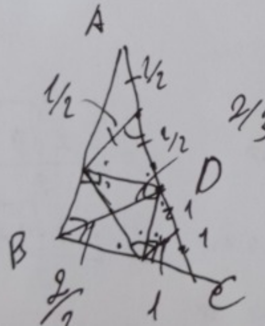
$\sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$

$p=\frac{a+b+c}{2}$

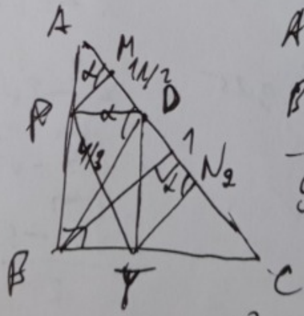
$MP=\frac{1}{2}$

$NT=1$

$BD=4/3$



$AC=3$



$AB^2=1+\frac{16}{9}-2\cos\alpha\frac{4}{3}$

$BC^2=4+\frac{16}{9}+2\cos(\ldots)2\cdot 4/3$

$9=5+\frac{32}{9}$.

$\frac{4+6}{3\cdot 2}=\frac{5}{3}$

$\frac{5}{3}-\frac{3}{2}=\frac{7}{6}$

$\frac{5}{3}-\frac{3}{2}=\frac{1}{6}$

$\frac{7}{3}-\frac{4}{3}$

$2-\frac{4}{3}=\frac{2}{3}=2/3$

Ax^2.

$S_{RMNT}=\frac{(1/2+1)}{2}\cdot\frac{3}{2}=\frac{9}{8}$

$\frac{S_{ABC}}{2}\Rightarrow S_{ABC}=2\cdot\frac{9}{8}=\frac{9}{4}=2{,}25$

$\frac{6{,}75}{3}$

Часть 2

Олимпиада: **Математика, 10 класс (2 часть)**

Шифр: **211006938**

ID профиля: **838663**

Вариант 12

№ 4

$$\begin{cases} \frac{1}{x^2+y^2} + x^2y^2 = 5/4 \\ 2x^4 + 2y^4 + 5x^2y^2 = 9/4 \ (3) \end{cases}$$

преобразуем нижнее: $2(x^2+y^2)^2 + x^2y^2 = 9/4$

$$\begin{cases} 2(x^2+y^2)^2 + x^2y^2 = 9/4 \ (1) \\ \frac{1}{x^2+y^2} + x^2y^2 = 5/4 \ (2) \end{cases}$$

$2(x^2+y^2)^2 - \frac{1}{(x^2+y^2)} = 1$

$x^2+y^2 = \frac{1 \pm \sqrt{1+8}}{4}$

I) $x^2+y^2 = \frac{1+3}{4} = 1$ $\boxed{x^2+y^2 = 1}$

подставим в (2)

$\frac{1}{1} + x^2y^2 = 5/4 \Rightarrow \boxed{x^2y^2 = 1/4}$

$\boxed{xy = \pm 1/2}$

подставим в (3)

$2(x^4+y^4) + \frac{5}{4} = 9/4$

$x^4+y^4 = 1/2$

т.к $(x+y)^2 = x^2+y^2+2xy$, то

$x+y = \pm\sqrt{x^2+y^2+2xy}$

подставим, получим

$x+y = \pm\sqrt{1+1} = \pm\sqrt{2}$

$x+y = \pm\sqrt{1-1} = 0$

получаем системы:

$\begin{cases} x+y = \sqrt{2} \\ xy = 1/2 \end{cases} \Rightarrow$ $y = \frac{2\sqrt{2} \pm \sqrt{8-4\cdot 2}}{4} = \frac{\sqrt{2}}{2}$, $x = \frac{\sqrt{2}}{2}$

$\begin{cases} x+y = -\sqrt{2} \\ xy = 1/2 \end{cases} \Rightarrow$ $y = -\frac{\sqrt{2}}{2}$, $x = -\frac{\sqrt{2}}{2}$

$\begin{cases} x+y = 0 \\ xy = -1/2 \end{cases} \Rightarrow$ $y = \sqrt{1/2}$, $x = -\sqrt{1/2}$ | $y = -\sqrt{1/2}$, $x = \sqrt{1/2}$

$x^2+y^2 = \frac{1-3}{4} = -0{,}5$

подставим в (2)

$\frac{1}{-0{,}5} + x^2y^2 = 5/4 \Rightarrow x^2y^2 = \frac{13}{4}$

$xy = \pm\frac{\sqrt{13}}{2}$

$x+y = \pm\sqrt{x^2+y^2+2xy}$

$x+y = \pm\sqrt{-0{,}5 \pm \sqrt{13}}$

минус не подходит, т.к числа рациональные

$x+y = \pm\sqrt{\sqrt{13}-0{,}5}$

получаем системы:

$\begin{cases} x+y = \sqrt{\sqrt{13}-0{,}5} \\ xy = \frac{\sqrt{13}}{2} \end{cases} \Rightarrow x = \frac{\sqrt{13}}{2y}$

$\frac{\sqrt{13}}{2y} + y = \sqrt{\sqrt{13}-0{,}5}$

$2y^2 - 2\sqrt{\sqrt{13}-0{,}5}\, y + \sqrt{13} = 0$

$y = \frac{2\sqrt{\sqrt{13}-0{,}5} \pm \sqrt{4(\sqrt{13}-0{,}5) - 8\sqrt{13}}}{4}$

$4(\sqrt{13}-0{,}5) - 8\sqrt{13} < 0 \Rightarrow y \notin \mathbb{R}$

рациональных нет

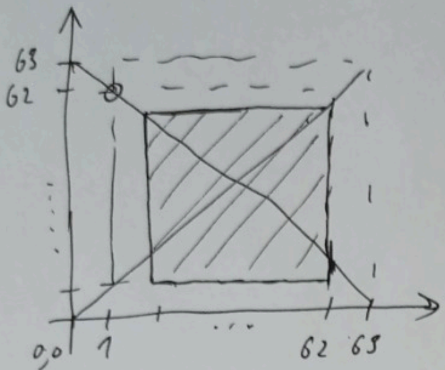
$\begin{cases} x+y = -\sqrt{\sqrt{13}-0{,}5} \\ xy = \frac{\sqrt{13}}{2} \end{cases}$ $D<0$ тоже

Чистовик | Вариант 12 |

№4 (продолжение)

Ответ: $x=\frac{\sqrt{2}}{2}$, $y=\frac{\sqrt{2}}{2}$; $x=-\frac{\sqrt{2}}{2}$, $y=\frac{\sqrt{2}}{2}$; $x=\sqrt{1/2}$, $y=-\sqrt{1/2}$; $x=-\sqrt{1/2}$, $y=-\sqrt{1/2}$

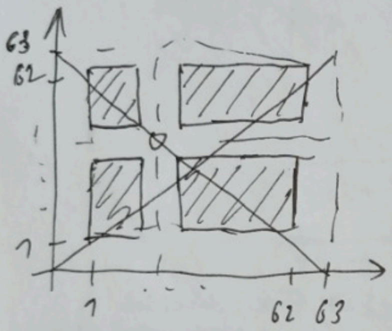
№5



Всего точек, которые мы можем выбрать, 62^2.

Будем выбирать точку, лежащую на одной из прямых $y=x$ или $y=63-x$ тогда для нее можно выбрать отмеченный „квадрат" узлов. Их всего 61^2 т.к нельзя, чтобы была параллельна оси

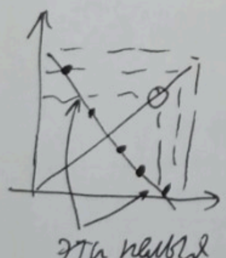
для точек внутри квадрата узлов тоже будет 61^2 т.к одинаковое количество узлов, которых брать нельзя.



Эти квадраты мы выбираем для 62 точек с одной диагонали и 62 с другой $\Rightarrow 2\cdot 62\cdot 61^2$

Но заметим, что мы взяли некоторые отрезки дважды. ~~из~~ Отдельно посчитаем, когда взяли 2 узла с одной диагонали: $2\cdot C_{62}^2$

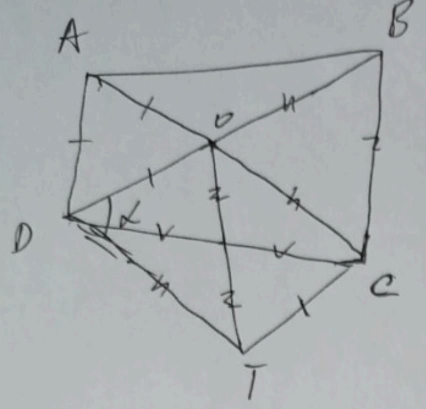
и когда брали узел с одной диагонали, а другой - с другой их $60\cdot 62$, т.к нельзя брать параллельные осям.



В центре пересечения узла нет, т.к квадрат с нечетной стороной

Итого получим: $2\cdot 62\cdot 61^2 - 2\cdot C_{62}^2 - 62\cdot 60$ способов.

№6



Обозначим $\angle ODT = \alpha$

Тогда $\angle TCO = \alpha$ тоже т.к $ODTC$ - параллелограм (диагонали делятся пополам)

$\Rightarrow OC = DT$ & $OD = CT$

Тогда $\angle ADT = 60 + \alpha$

$\angle DOC = 180 - \alpha$ т.к $ODTC$ - параллелограм

$\angle AOB = 360 - 60 - 60 - \angle DOC = 240 - (180 - \alpha) = 60 + \alpha \Rightarrow$

$\triangle AOB = \triangle ADT = \triangle BCT$ по 2-м сторонам и углу между $\Rightarrow$
соответственные стороны $AB = AT = BT \Rightarrow ABT$ - правильный.

$S_a = S_{\triangle AOD} = \frac{4^2\sqrt{3}}{4} = 4\sqrt{3}$

$S_b = S_{\triangle BOC} = \frac{2^2\sqrt{3}}{4} = \sqrt{3}$

$S_1 = S_{\triangle ODC}$

$S_2 = S_{\triangle AOB}$

$S_{ABT} = S_a + S_b + S_2 + 2S_1 - 2S_2 = S_a + S_b + 2S_1 - S_2$

$S_{ABCD} = S_a + S_b + S_1 + S_2$

$\frac{S_{ABT}}{S_{ABCD}} = \frac{S_a + S_b + S_1 + S_2 + S_1 - 2S_2}{S_a + S_b + S_1 + S_2} = 1 + \frac{S_1 - 2S_2}{S_a + S_b + S_1 + S_2}$

211006938 (U838663 M1274173)

Черновик

$$\begin{cases} \frac{1}{x^2+y^2} + x^2y^2 = 5/4 & \cdot 5 \\ 2x^4+2y^4+5x^2y^2 = 9/4 \end{cases} \quad 2(x^2+y^2)^2 + x^2y^2 = 9/4$$

$$\frac{5}{x^2+y^2} - 2x^4 - 2y^4 = \frac{16}{4} = 4$$

$$5 - 2(x^2+y^2)(x^2+y^2) - 4(x^2+y^2) = 0$$

$$2(x^2+y^2) - \frac{1}{(x^2+y^2)} = 1$$

$$2(x^2+y^2)^2 - (x^2+y^2) - 1 = 0$$

$$x^2+y^2 = \frac{1 \pm \sqrt{1+8}}{4} = \begin{matrix} \mathrm{I}\ 1 \\ \mathrm{II}\ -0{,}5 \end{matrix}$$

$$\frac{1}{-0{,}5} + x^2y^2 = 5/4 \qquad x^2y^2 = 5/4 + \frac{1}{0{,}5} = \frac{8+5}{4}$$

$$(x+y)^2 = x^2+y^2+2xy$$

I $x+y = \sqrt{1+1} = \pm\sqrt{2}$, 0

II $x+y = \sqrt{-0{,}5+2\cdot\frac{\sqrt{13}}{2}} = \pm\sqrt{\sqrt{13}-0{,}5}$

$xy = \pm 1/2$

I $x^2y^2 = 1/4$

II $x^2y^2 = 5/4 + \frac{1}{0{,}5} = \frac{13}{4} = 3{,}25 \quad xy = \pm\sqrt{3{,}25} = \pm\frac{\sqrt{13}}{2}$

$65 - 9 = 56$

$\frac{65}{4}$

I $x^4+y^4 = 1/2$

~~14 · 4 = 56~~ ✓

II $x^4+y^4 = -\frac{56}{8} = -7$

$$\begin{cases} x+y = \sqrt{2} \\ xy = 1/2 \end{cases} \quad \frac{1}{2y} + y = \sqrt{2}$$

$$1 + 2y^2 - 2\sqrt{2}y = 0$$

$$y = \frac{2\sqrt{2} \pm \sqrt{8-4\cdot 2}}{4} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$x = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\begin{cases} x+y = \sqrt{\sqrt{13}-0{,}5} \\ xy = \frac{\sqrt{13}}{2} \end{cases}$$

$$\frac{\sqrt{13}}{2y} + y = \sqrt{\sqrt{13}-0{,}5}$$

$$\sqrt{13} + 2y^2 - 2y\sqrt{\sqrt{13}-0{,}5} = 0$$

$$y = \frac{2\sqrt{\sqrt{13}-0{,}5} \pm \sqrt{4(\sqrt{13}-0{,}5) - 8\sqrt{13}}}{4}$$

$$-2 - 4\sqrt{13} < 0$$

$$\begin{cases} x+y = -\sqrt{2} \\ xy = 1/2 \end{cases} \Rightarrow 1 + 2y^2 + 2\sqrt{2}y = 0$$

$$y = \frac{-2\sqrt{2}}{4} = -\frac{\sqrt{2}}{2}$$

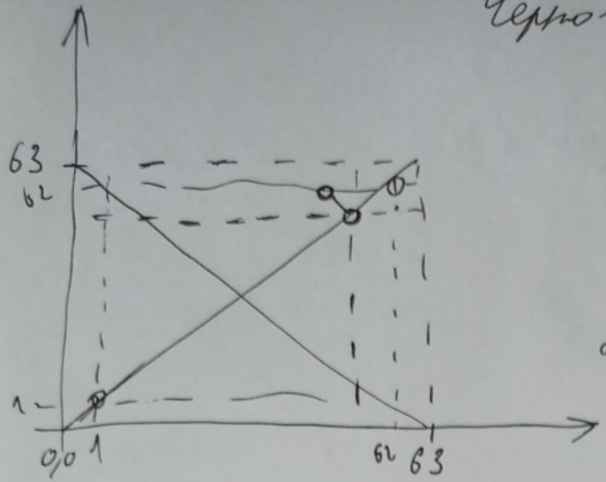
$$x = -\frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\begin{cases} x+y = 0 \\ xy = -1/2 \end{cases} \Rightarrow \frac{-1}{2y} + y = 0 \quad -1 + 2y^2 = 0 \quad 2y^2 = 1$$

$$y = \pm\sqrt{0{,}5} \quad x = \mp\sqrt{0{,}5}$$

REDMI NOTE 9
AI QUAD CAMERA

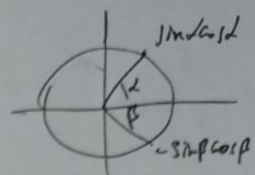
Черновик



$C^2_{62^2} - (C^2_{62}\cdot 62):2 -$

$2\cdot \frac{61^2\cdot 62}{C^2_{62}} - 60^2\cdot 62 - 2C^2_{62}$

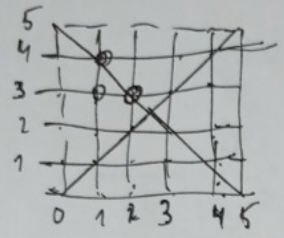
вычитаем

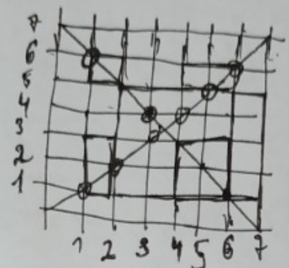


$\cos(\alpha+\beta) = \cos\alpha\cos\beta - \sin\alpha\sin\beta$

$C^2_{62} = \frac{62\cdot 61}{2} = 61\cdot 31$

$61\cdot 4 - 60^2$





$2\cdot 61^2\cdot 62 - 60\cdot 62 - 2\cdot 61\cdot 31$

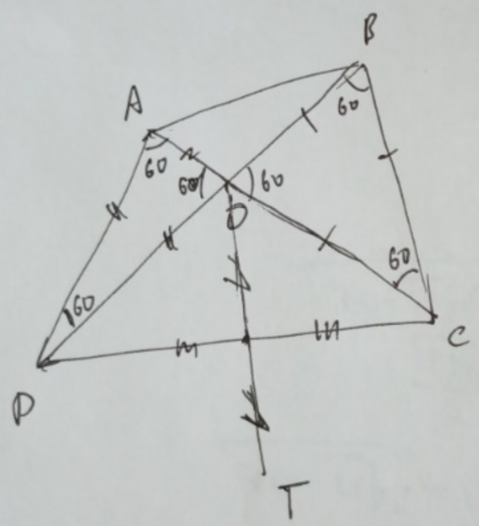
$(2\cdot 61^2 - 60 - 61)$

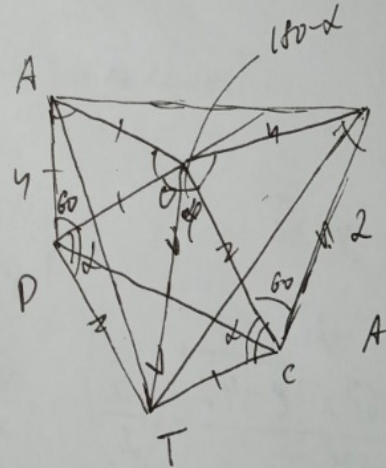
$\sin(\alpha+\beta) = \sin\alpha\cos\beta + \sin\beta\cos\alpha$

$\sin(60-\alpha) = \sin 60\cos(-\alpha) + \sin(-\alpha)\cos 60 = \sin 60\cos\alpha - \sin\alpha\cos 60 = \frac{\sqrt{3}}{2}\cos\alpha - \frac{\sin\alpha}{2}$

$\angle AOB = 360 - (180-\alpha) - 120 = 60+\alpha$

$\cos(60+\alpha)$



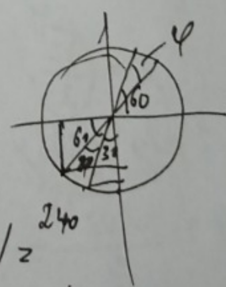


AT = BT

$\frac{a\sqrt{3}}{2}$

$S = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$

$360 - (\varphi+120) = 240-\varphi$



$\sin(240-\varphi) = -\sin(30+\varphi) = -\sin(60-\varphi)$

$\sin(\alpha+60)$

$\sin(180-\alpha) = \sin\alpha$

$S_1 = \frac{ab\sin\varphi}{2}$

$S_2 = \frac{ab\sin(60-\varphi)}{2}$

$S_2 = \frac{ab \cdot \sin(\alpha + 60)}{2} = \frac{ab \cdot \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\cos\alpha + \frac{\sin\alpha}{2}\right)}{2}$ черновик

$AB = \sqrt{a^2 + b^2 - 2\cos(60+\alpha)ab}$

$S_1 = \frac{ab \sin\alpha}{2}$

$\cos(\alpha + 60) = \cos\alpha\cos 60 - \sin\alpha\sin 60 = \frac{\cos\alpha}{2} - \frac{\sin\alpha}{2}\sqrt{3}$

$S_{ABT} = S_A + S_B + S_2 + 2S_1 - 2S_2 = S_A + S_B + 2S_1 - S_2$

$S_{ABCD} = S_A + S_B + S_1 + S_2$

S

$$\frac{S_{ABT}}{S_{ABCD}} = \frac{S_A + S_B + S_1 + S_2 + S_1 - 2S_2}{S_A + S_B + S_1 + S_2} = 1 + \frac{S_1 - 2S_2}{\underbrace{S_A + S_B + S_1 + S_2}_{S}} = 1 + \frac{\frac{ab\sin\alpha}{2} - \frac{ab(\sqrt{3}\cos\alpha + \sin\alpha)}{2}}{S} =$$

$$= 1 + \frac{\sqrt{3}ab\cos\alpha}{2S}$$

$S_1 + S_2 = \frac{ab}{2}\left(\sin\alpha + \frac{\sin\alpha}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}\cos\alpha\right)$