Часть 1

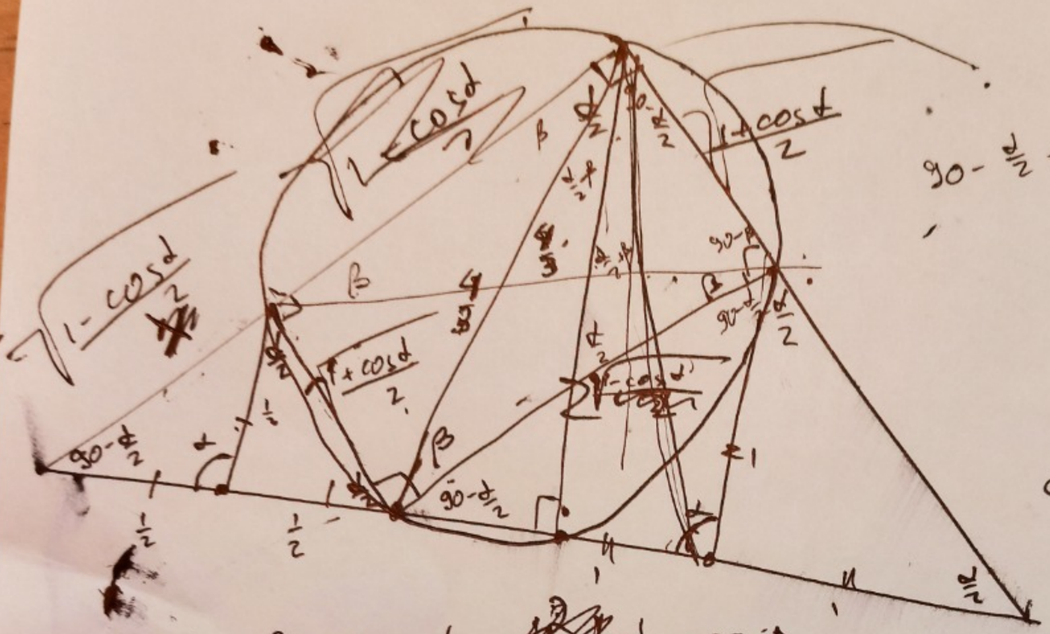
Олимпиада: **Математика, 10 класс (1 часть)**

Шифр: **211006614**

ID профиля: **87453**

Вариант 12

Черновик



$90 - \frac{\alpha}{2} + \beta - 90 + \alpha =$

$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab\cdot c$

$30^2 = 900 \quad 32^2$

$40^2 = 1800$

$x^2 = \frac{1}{4} + \frac{1}{4} - \cancel{\ } \cdot \frac{1}{2} \cdot \cos\alpha$

$x = \sqrt{\frac{1 - \cos\alpha}{2}} \quad x^2 \; |+1$

$18 \times 18 = 144 + 18 = 324$

$32 \times 32 = 64 + 96 = 1024$

$\sqrt{\left(\frac{4}{3}\right)^2 - \left(\frac{1+\cos\alpha}{2}\right)^2} = \sqrt{\frac{16}{9} - \frac{1 + 2\cos\alpha + \cos^2\alpha}{2}} =$

$= \sqrt{\frac{16}{9} - 2 - \sin^2\alpha + 2\cos\alpha}$

$1 - \cos\alpha = \sqrt{\left(\frac{4}{3}\right)^2 - \left(\frac{1+\cos\alpha}{2}\right)^2}$

$\frac{3}{2} - \frac{16}{9} = \frac{27-32}{18} =$

$(1 - \cos\alpha)^2 = \frac{16}{9} - \frac{1 + 2\cos\alpha + \cos^2\alpha}{4}$

$\cancel{1 - \frac{\cos\alpha}{2}}$

$\frac{32}{18} - \frac{9}{18} = \frac{23}{18}$

$1 - 2\cos\alpha + \cos^2\alpha = \frac{16}{9} - \frac{1}{4} - \cos\alpha - \frac{\cos^2\alpha}{2}$

$-\frac{5}{18} - \cos\alpha + \frac{3}{2}\cos^2\alpha = 0$

$\cancel{\cos^2\alpha - \cos\alpha - \frac{5}{9}} \quad \cancel{\cos^2\alpha = 0} = 0$

211006614 (U87453M+274950); $D = 18^2 + 4\cdot 5\cdot 36 = 324 + 720 = 1044 =$

Черчение

$$\left(\sqrt{\frac{1-\cos\alpha}{2}}\right)^2 + \left(2\sqrt{\frac{1-\cos\alpha}{2}}\right)^2 = \frac{16}{9}$$

$$\frac{1-\cos\alpha}{2} + 2 - 2\cos\alpha = \frac{16}{9}$$

$$1-\cos\alpha + 4 - 4\cos\alpha = \frac{32}{9}$$

$$5(1-\cos\alpha) = \frac{32}{9}$$

$$1-\cos\alpha = \frac{32}{45} \qquad 58 = 29\cdot 2$$

$$\cos\alpha = 1 - \frac{32}{45} = \frac{13}{45}$$

$$\sin\alpha = \sqrt{1-\frac{13^2}{45^2}} = \sqrt{\frac{45^2-13^2}{45^2}} = \sqrt{\frac{32\cdot 58}{45^2}} = \frac{8}{45}\sqrt{29}$$

$$4\cdot\sqrt{\frac{1}{5}}$$

отсюда $3\sqrt{\frac{16}{45}} =$

$$\sqrt{\frac{16}{45}} + \sqrt{\ }$$

$45-32=13$

$$\frac{16}{5} = 1^2 + \left(\frac{4}{3}\right)^2 - 2\cdot\frac{4}{3}\cdot 1\cdot\cos\gamma$$

$27-16$

$45-16=29$

$$\frac{16}{5} = 1 + \frac{16}{9} - \frac{8}{3}\cos\gamma$$

$$\cos\gamma = \left(\frac{25}{9} - \frac{16}{5}\right)\cdot\frac{3}{8} = \frac{125-144}{45}\cdot\frac{3}{8} = \frac{19}{120}$$

211006614 (U87453 M1274950)

Ч. ~~Черновик~~ ~~Чистовик~~ 4

№2

$$\sqrt{x+1} - \sqrt{4-x} + 3 = 2\sqrt{4+3x-x^2}$$

$a = \sqrt{x+1}$
$b = \sqrt{4-x}$ $\Rightarrow$ $a, b > 0$

$$\begin{cases} a - b + 3 = 2ab \\ a^2 + b^2 = 5 \end{cases}$$

$a^2 + b^2 - 2ab = 5 - a + b - 3$

$(b-a)^2 = b - a + 2$

$t = b - a$

$t^2 = t + 2$

$t^2 - t - 2 = 0$

$D = 9$

$t_1 = \frac{1+3}{2} = 2$

$t_2 = \frac{1-3}{2} = -1$

① $t = 2$

$b - a = 2$

$b = a + 2$

$a - (a+2) + 3 = 2a(a+2)$

$1 = 2a^2 + 4a$

$2a^2 + 4a - 1 = 0$

$D = 16 + 8 = 24 =$ [redacted]

$a_1 = \frac{-4 + 2\sqrt{6}}{4} = \frac{\sqrt{6} - 2}{2}$

$a_2 = \frac{-4 - 2\sqrt{6}}{4} < 0 \Rightarrow$ не подходит

$a = \frac{\sqrt{6} - 2}{2}$

$\sqrt{x+1} = \frac{\sqrt{6} - 2}{2}$

~~$x + x = 0$~~
~~$x = -x$~~

$x + 1 = \frac{6 - 4\sqrt{6} + 4}{2}$

② $t = -1$

$b - a = -1$

$b = a - 1$

$a - (a-1) + 3 = 2a(a-1)$

$4 = 2a^2 - 2a$

$a^2 - a - 2 = 0$

$D = 9$

$a_1 = \frac{1+3}{2} = 2$

$a_2 = \frac{1-3}{2} = -1 < 0 \Rightarrow$ не подходит

$a = 2$

$\sqrt{x+1} = 2$

$x + 1 = 4$

$x = 3$

~~Черновик~~ ~~5~~ Черновик

$\sqrt{x+1} - \sqrt{4-x} + 3 = 2\sqrt{4+3x-x^2}$

$\sqrt{a} - \sqrt{b} + 3 = 2\sqrt{ab}$

$a - b + 3 = 2ab$

$a + 3 = (2a+1)b$

$b = \frac{a+3}{2a+1}$

$\sqrt{4-x} = \frac{\sqrt{x+1}+3}{2\sqrt{x+1}+1}$

$\begin{cases} a-b+3=2ab \\ a^2+b^2=5 \end{cases} \Rightarrow$ ~~ab~~ $b = 5-a$

$a^2 ab$

$a - (5-a) + 3 = 2a(5-a)$

$2a - 2 = 10a - 2a^2$

$2a^2 - 8a - 2 = 0$

$a^2 - 4a - 1 = 0$

$D = 16 + 4 = 20$

$a_{1,2} = \frac{4 \pm 2\sqrt{5}}{2} = 2 \pm \sqrt{5}$

1) $\sqrt{x+1} = 2+\sqrt{5}$

$x+1 = 4 + 4\sqrt{5} + 5$

$x = 8 + 4\sqrt{5}$

2) $\sqrt{x+1} = 2-\sqrt{5}$

$x+1 = 4 - 4\sqrt{5} + 5$

$x = 8 - 4\sqrt{5}$

$a^2 + b^2 - 2ab = 5 - a + b - 3$

$(a-b)^2 = b - a + 2$

$(b-a)^2 = b - a + 2$ $\quad t^2 = t + 2$

$\overset{\parallel}{t}$

$\sqrt{5} + 3 = 2\sqrt{\;}$

Черновик

$$(1-\cos\alpha)^2 = \frac{16}{9} - \frac{1+2\cos\alpha+\cos^2\alpha}{4}$$

$$\frac{16}{9} - \frac{1}{4} = \frac{64-9}{36} = \frac{55}{36} - 1 = -\frac{19}{36}$$

$$1-2\cos\alpha+\cos^2\alpha = \frac{16}{9} - \frac{1}{4} - \frac{\cos\alpha}{2} - \frac{\cos^2\alpha}{4}$$

$$-\frac{19}{36} - \frac{3}{2}\cos\alpha + \frac{5}{4}\cos^2\alpha = 0$$

$$-\frac{19}{9} - 6\cos\alpha + 5\cos^2\alpha = 0$$

$$(1-\cos\alpha)^2 + \left(\frac{1-\cos\alpha}{2}\right)^2 = \left(\frac{4}{3}\right)^2 \qquad 1-\cos\alpha = t$$

$$t^2 + \frac{t^2}{4} = \frac{16}{9}$$

$$\frac{5}{4}t^2 = \frac{16}{9}$$

$$t = 8\sqrt{\frac{1}{45}}$$

$$1-\cos\alpha = 8\sqrt{\frac{1}{45}}$$

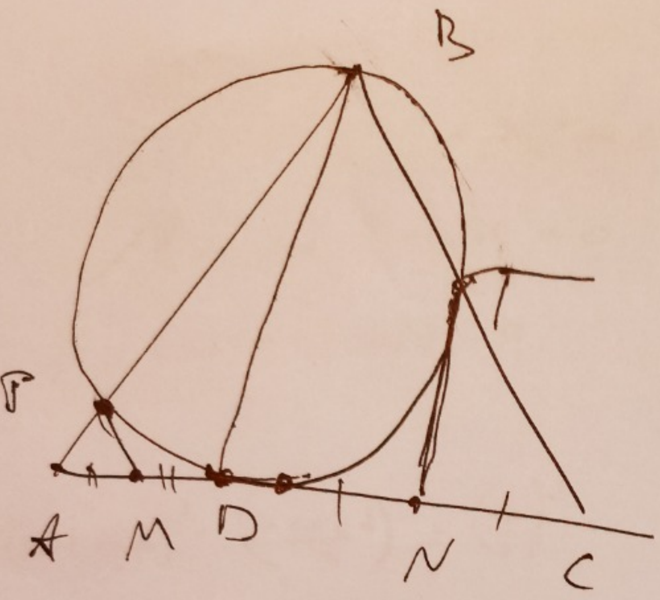
$$\cos\alpha = 1 - 8\sqrt{\frac{1}{45}}$$

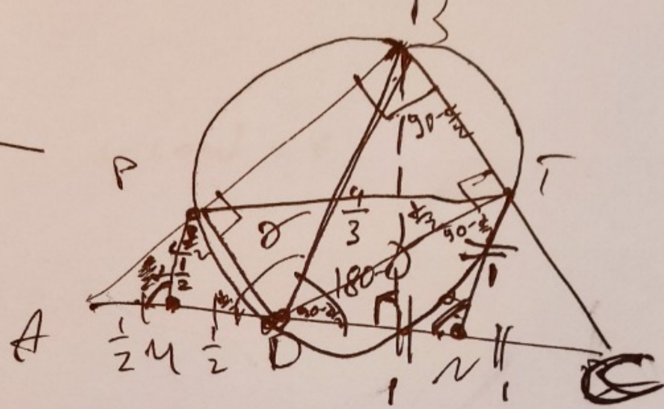
$$\sin\alpha = \sqrt{1-\cos^2\alpha} = \sqrt{1-\left(1-8\sqrt{\frac{1}{45}}\right)^2} = \sqrt{16\sqrt{\frac{1}{45}} - \frac{64}{45}} =$$

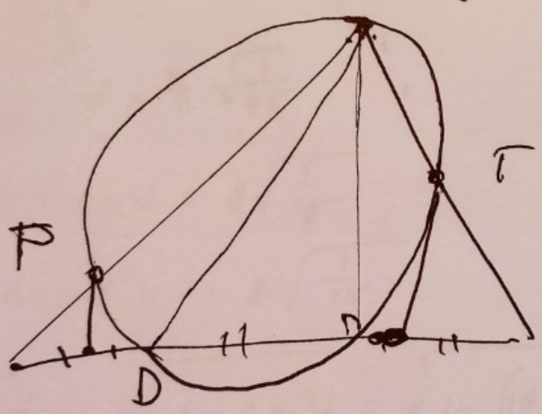
$$= 4\sqrt{\sqrt{\frac{1}{45}} - \frac{4}{45}}$$

211006614 (U87453 M1274950)

Черновик



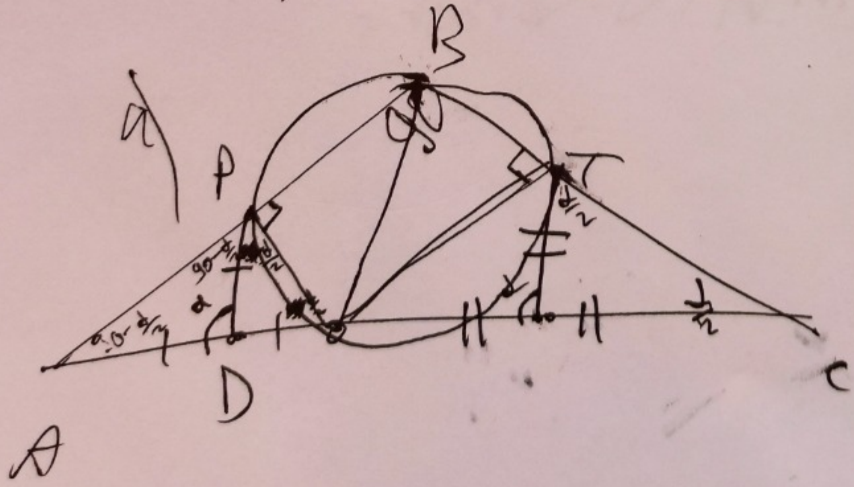




$$\frac{1\cdot\frac{4}{3}\cdot\sin\gamma}{2}+\frac{2\cdot\frac{4}{3}\cdot\sin(180-\gamma)}{2}=$$

$$=\frac{3\cdot\frac{4}{3}\cdot\sin\gamma}{2}=\frac{4\sin\gamma}{2}=$$

$$=2\sin\gamma$$



Чистовик (4) Вариант 12

№1(б) (продолжение)

$$AB = \sqrt{\frac{1-\cos\alpha}{2}} + 2\sqrt{\frac{1-\cos\alpha}{2}} = 3\sqrt{\frac{1-\cos\alpha}{2}} =$$

$$= 3\sqrt{\frac{1-\frac{13}{27}}{2}} = 3\sqrt{\frac{7}{27}} = \sqrt{\frac{7}{3}}$$

$\angle BDA = \gamma$

$$\frac{7}{3} = \left(\frac{4}{3}\right)^2 + 1^2 - 2\cdot\frac{4}{3}\cdot 1\cdot\cos\gamma$$ – т. кос. для $\triangle ABD$

$$\frac{7}{3} = \frac{16}{9} + 1 - \frac{8}{3}\cos\gamma$$

$$\cos\gamma = \left(\frac{25}{9} - \frac{7}{3}\right)\cdot\frac{3}{8} = \frac{\frac{25}{3} - 7}{8} = \frac{\frac{4}{3}}{8} = \frac{1}{6}$$

$$\sin\gamma = \sqrt{1-\cos^2\gamma} = \sqrt{1-\frac{1}{36}} = \sqrt{\frac{35}{36}} = \frac{\sqrt{35}}{6}$$

$$S_{\triangle ABC} = S_{\triangle ABD} + S_{\triangle BDC} = \frac{1}{2}\cdot 1\cdot\frac{4}{3}\cdot\sin\gamma +$$

$$+ \frac{1}{2}\cdot 2\cdot\frac{4}{3}\cdot\sin\gamma = 2\cdot\sin\gamma = \frac{\sqrt{35}}{3}$$

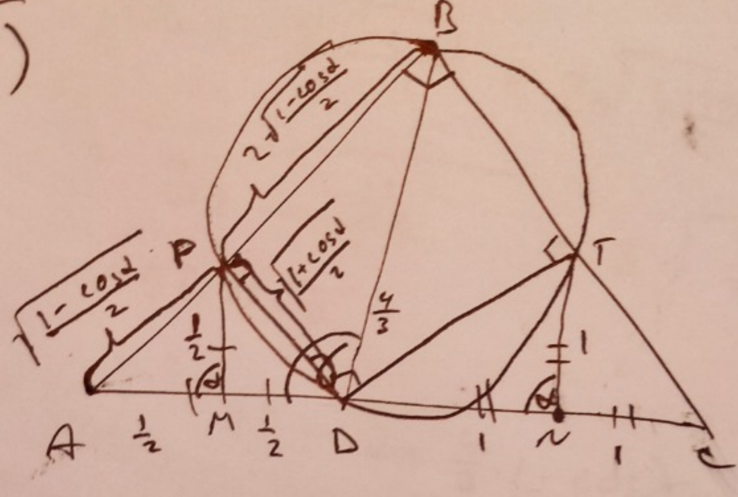
Ответ: $S_{\triangle ABC} = \frac{\sqrt{35}}{3}$

211006614 (U87453 M1274950)

Чистовик ③ Вариант 12

№1

б)



$\angle ABC = 90^\circ$ (по пункту а)

$AM = MP = MD = \frac{1}{2}$ (рав-во по пункту а)

$DN = NT = NC = 1$ (рав-во по пункту а)

$\angle PMA = \angle TND = \alpha$ ($PM \parallel TN$)

$AP^2 = \left(\frac{1}{2}\right)^2 + \left(\frac{1}{2}\right)^2 - 2\cdot\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2}\cdot\cos\alpha$ – т. кос. для $\triangle APM$

$AP^2 = \frac{1}{2}(1-\cos\alpha)$

$AP = \sqrt{\frac{1-\cos\alpha}{2}}$

$DT^2 = 1^2 + 1^2 - 2\cdot 1\cdot 1\cdot\cos\alpha$ – т. кос. для $\triangle DNT$

$DT^2 = 2(1-\cos\alpha)$

$DT = 2\sqrt{\frac{1-\cos\alpha}{2}}$

$PD^2 = \left(\frac{1}{2}\right)^2 + \left(\frac{1}{2}\right)^2 + 2\cdot\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2}\cos\alpha$ – т. кос. для $\triangle PMD$

$PD = \sqrt{\frac{1+\cos\alpha}{2}}$

$\left(2\sqrt{\frac{1-\cos\alpha}{2}}\right)^2 + \left(\sqrt{\frac{1+\cos\alpha}{2}}\right)^2 = \left(\frac{4}{3}\right)^2$ – т. пиф. для $\triangle DPB$

$\frac{4-4\cos\alpha}{2} + \frac{1+\cos\alpha}{2} = \frac{16}{9}$

$4 - 4\cos\alpha + 1 + \cos\alpha = \frac{32}{9}$

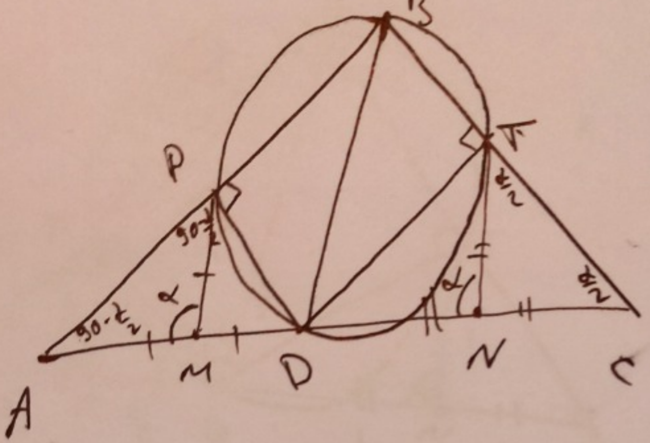
$5 - 3\cos\alpha = \frac{32}{9}$

$\cos\alpha = \frac{5-\frac{32}{9}}{3} = \frac{13}{27}$

Чистовик (2)   Вариант 12

№1

а)



BD - диаметр $\Rightarrow \angle BPD = \angle BTD = 90^\circ$

$PM \parallel TN \Rightarrow \angle PMA = \angle TND = \alpha$

$\angle BPD = 90^\circ \Rightarrow \angle APD = 90^\circ \Rightarrow \triangle APD$ - прямоуг. | PM - мед. $\Rightarrow PM = AM = MD$

$\angle BTD = 90^\circ \Rightarrow \angle CTD = 90^\circ \Rightarrow \triangle CTD$ - прямоуг. | TN - мед. $\Rightarrow TN = DN = NC$

$AM = MP \Rightarrow \triangle AMP$ - равноб. $\Rightarrow \angle PAM = \angle APM = 90 - \frac{\alpha}{2}$

$TN = NC \Rightarrow \triangle TNC$ - равноб. $\Rightarrow \angle NTC = \angle TCN = \frac{\alpha}{2}$ ($\angle TND = \alpha$ - внеш.)

$\angle ABC = 180^\circ - \angle BAC - \angle BCA = 180^\circ - 90^\circ + \frac{\alpha}{2} - \frac{\alpha}{2} = 90^\circ$

Ответ: $\angle ABC = 90^\circ$

Чистовик (1) Вариант 12

№2

$\sqrt{x+1} - \sqrt{4-x} + 3 = 2\sqrt{4+3x-x^2}$

$a = \sqrt{x+1}$
$b = \sqrt{4-x}$ $\Rightarrow a, b > 0$

$\begin{cases} a - b + 3 = 2ab \\ a^2 + b^2 = 5 \end{cases}$

$a^2+b^2-2ab = 5-a+b-3$

$(b-a)^2 = b-a+2$

$t = b-a$

$t^2 = t+2$

$t^2 - t - 2 = 0$

$D = 9$

$t_1 = \frac{1+3}{2} = 2$

$t_2 = \frac{1-3}{2} = -1$

(1) $t_1 = 2$

$b - a = 2$

$b = a+2$

$a - (a+2) + 3 = 2a(a+2)$

$1 = 2a^2 + 4a$

$2a^2 + 4a - 1 = 0$

$D = 16 + 8 = 24$

$a_1 = \frac{-4 + 2\sqrt{6}}{4} = \frac{\sqrt{6}}{2} - 1$

$a_2 = \frac{-4 - 2\sqrt{6}}{4} < 0 \Rightarrow$ не подходит

$\Downarrow$

$a = \frac{\sqrt{6}}{2} - 1$

$\sqrt{x+1} = \frac{\sqrt{6}}{2} - 1$

$x+1 = \frac{6}{4} - \sqrt{6} + 1$

$\underline{x = \frac{3}{2} - \sqrt{6}}$

(2) $t = -1$

$b - a = -1$

$b = a - 1$

$a - (a-1) + 3 = 2a(a-1)$

$4 = 2a^2 - 2a$

$a^2 - a - 2 = 0$

$D = 9$

$a_1 = \frac{1+3}{2} = 2$

$a_2 = \frac{1-3}{2} = -1 < 0 \Rightarrow$ не подходит

$\Downarrow$

$a = 2$

$\sqrt{x+1} = 2$

$x + 1 = 4$

$\underline{x = 3}$

Ответ: $x_1 = 3$; $x_2 = \frac{3}{2} - \sqrt{6}$

Часть 2

Олимпиада: **Математика, 10 класс (2 часть)**

Шифр: **211006614**

ID профиля: **87453**

Вариант 12

Черновик

$$\begin{cases} \frac{1}{x^2+y^2} + x^2y^2 = \frac{5}{4} \\ 2x^4+2y^4+5x^2y^2 = \frac{9}{4} \end{cases}$$

$x^2 = a > 0$

$y^2 = b > 0$

$(2a+2b)^2 = 4a^2+8b+4b^2$

$$\begin{cases} \frac{1}{a+b} + ab = \frac{5}{4} \\ 2a^2+2b^2+5ab = \frac{9}{4} \end{cases}$$

$$\begin{cases} \frac{1}{a+b} + ab = \frac{5}{4} \\ 2(a+b)^2+ab = \frac{9}{4} \end{cases}$$

$a+b=1$

$1 + ab = \frac{5}{4}$

$$\begin{cases} ab = \frac{1}{4} \\ a+b = 1 \end{cases}$$

$a = 1-b$

$2(a+b)^2 - \frac{1}{a+b} = 1$

$a+b = t > 0$

$\cancel{(1-b)b = \frac{1}{4}}$

$\cancel{b^2 - b + \frac{1}{4} = 0}$

$2t^2 - \frac{1}{t} = 1$

$b - b^2 = \frac{1}{4}$

$b^2 - b + \frac{1}{4} = 0$

$4b^2 - 4b + 1 = 0$

$D = 16 - 16 = 0$

$\boxed{b = \frac{1}{2}}$

$a = \frac{1}{2}$

$2t^3 - t - 1 = 0$

$\cancel{(t-1)(2t^2+t) = t^3+t^2-t^2-t-t^3+1}$

$\cancel{(2t^2-1)(t+1)}$

$\cancel{(t-1)t = 0}$

$t \neq 0$

$(2t^2+2t+1)(t-1) = 0$

(1) $t = 1$

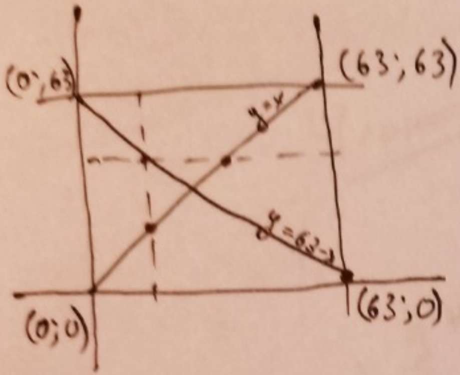
$2t^2 + 2t + 1 = 0$

$D = 4 - 8 = -4 < 0$

$$\begin{array}{r|l} 2t^3 - t - 1 & t-1 \\ \hline -\;2t^3 - 2t^2 & 2t^2+2t+1 \\ 2t^2 - t - 1 & \\ -\;2t^2 - 2t & \\ t - 1 & \\ -\;t - 1 & \\ 0 & \end{array}$$

Черновик

~~Чистовик~~ ~~Вариант~~



$61+61-1=121$ — # способов выбрать клетку на диагонали

~~$121\cdot(61^2-1)$ — # способов выбрать клетку~~

пар, которых мы посчитали дважды (когда обе на диаг.)

$121\cdot(61^2-1)-\frac{121\cdot120}{2}=$

$=121(61^2-121)$ — # способов выбрать пару клеток, ≥1 из кот-х лежит на диагонали

~~$(121-1)\cdot2 - 120$ — # пар не подходящих под условие (делим на 2 т.к. каждую пару посчитали дважды)~~

$121\cdot(60+60)-\frac{120\cdot2}{2}$ — # пар не подходящих под условие по причине того, что они в одной строке или одном столбце (но при этом 1 из точек на диаг.)

$$121(61^2-121)-121\cdot120=$$

$$=121(61^2-241)=121\cdot60\cdot58$$

Ответ: $121\cdot60\cdot58$

$120\cdot2\cdot60$

$\times\frac{61}{60}$ 3660

3660×121: 3660, 7320, 3660, 442860

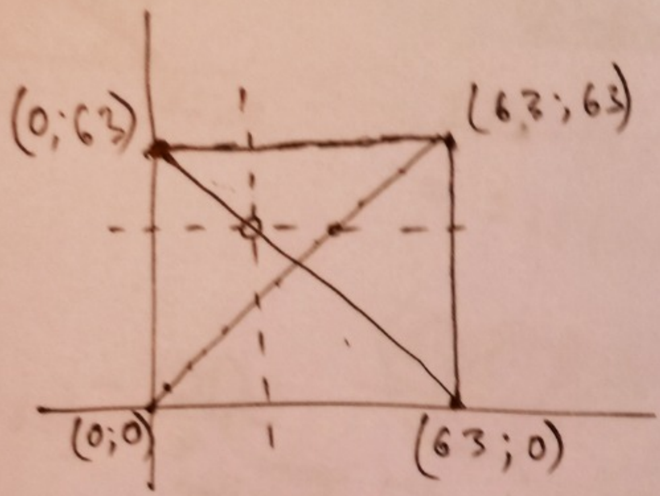
$442860-14400=428460$

$120^2=12^2\cdot100=14400$

$$60(121\cdot61-120\cdot2)=60(121\cdot61-121-119)=$$

$$=60(121\cdot60-119)=60(121\cdot60-121+2)=60(121\cdot59+2)$$

Черновик



$\cancel{61^2(61^2-1) - 60\ 121\cdot\frac{(60+60)}{2} =}$

$\cancel{= 61^2(61^2-1) - 121\cdot 60}$

$\cancel{= 61^2(61^2-1) - 121\cdot 60}$

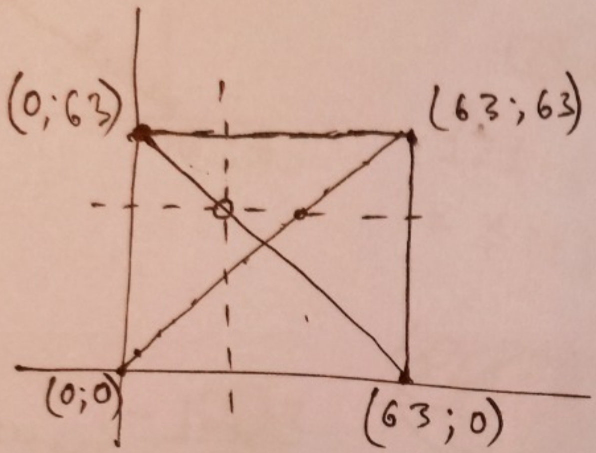
$$121\cdot(61^2-1) - \frac{121\cdot(60+60)}{2} =$$

$$= 121\cdot(61^2-1) - 121\cdot 60 =$$

$$= 121(61^2-61) =$$

$$= 121\cdot 61\cdot 60$$

Черновик



$\cancel{61^2(61^2-1) - 60 \cdot \frac{121\cdot(60+60)}{2}}$

$\cancel{= 61^2(61^2-1) - 121\cdot 60 =}$

$\cancel{= 61^2(61^2-1) - 121\cdot 60}$

$$121\cdot(61^2-1) - \frac{121\cdot(60+60)}{2} =$$

$$= 121\cdot(61^2-1) - 121\cdot 60 =$$

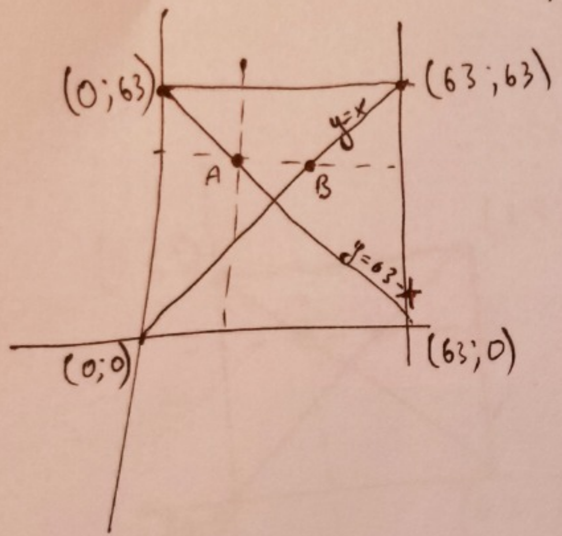
$$= 121(61^2-61) =$$

$$= 121\cdot 61\cdot 60$$

Черновик

~~Чистовик~~ (2) Вариант 12

№ 5



61^2 – # способов выбрать 1 клетку

$61^2(61^2-1)$ – # способов выбрать 2 клетки

$61+61-1$ – # способов выбрать клетку на диагоналях

$60+60$ – # способов выбрать клетку отличную от данной, но в том же столбце или той же строке

$\frac{(61+61-1)(60+60)}{2}$ – # пар клеток, не подходящих под условие (делим на 2, т.к. каждая пара посчитана дважды)

$$61^2(61^2-1)-\frac{(61+61-1)(60+60)}{2}=$$

$$=61^2(61^2-1)-121\cdot 60$$

$$61^2 - 61 - 60 - 60 - 60 =$$

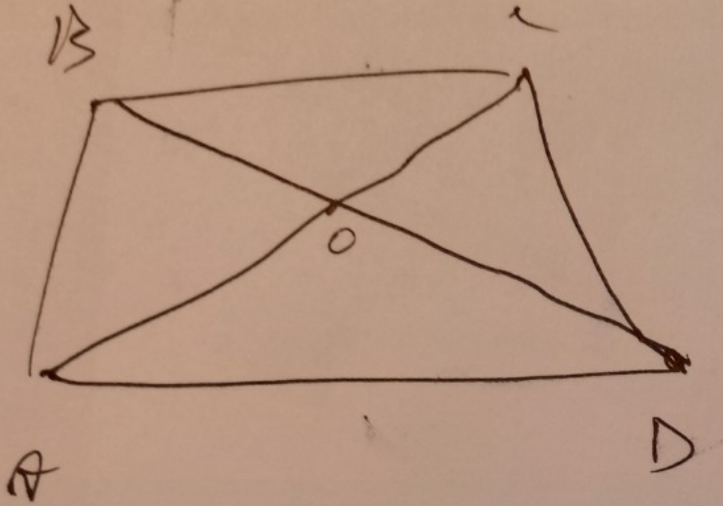
$$= 61\cdot 60 - 60 - 60 - 60 =$$

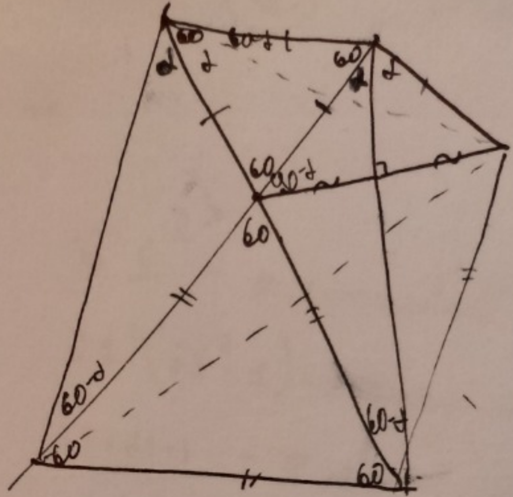
$$= 60\cdot 60 - 60 - 60 =$$

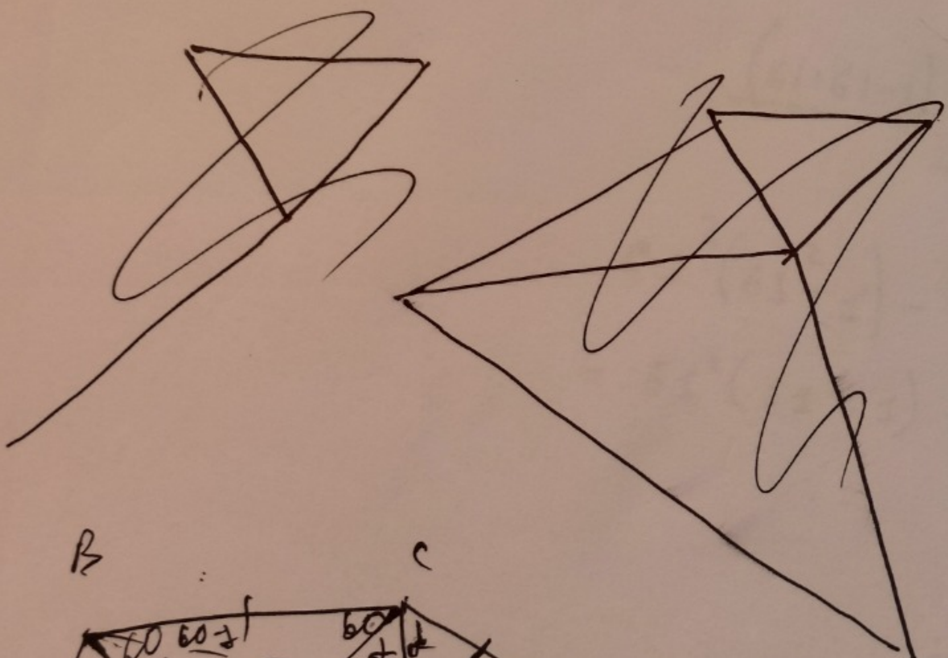
$$= 59\cdot 60 - 60 =$$

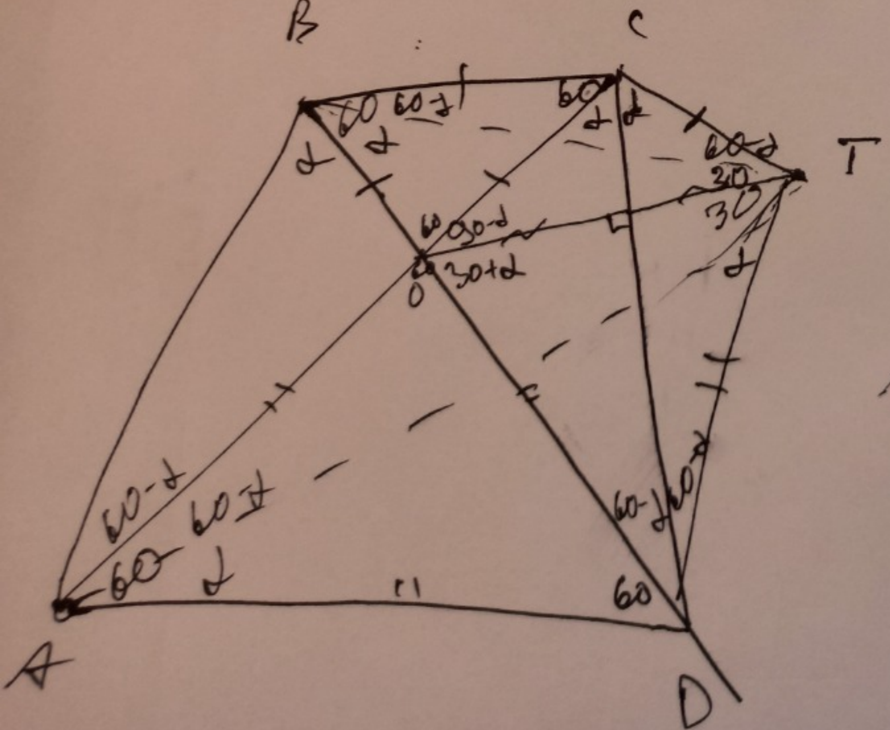
$$= 58\cdot 60$$

Черновик

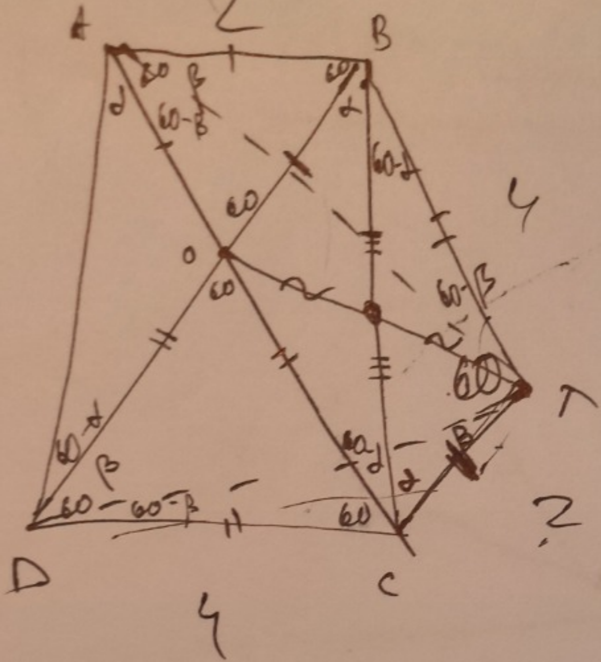




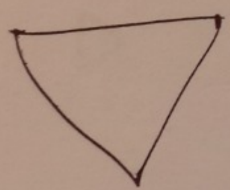


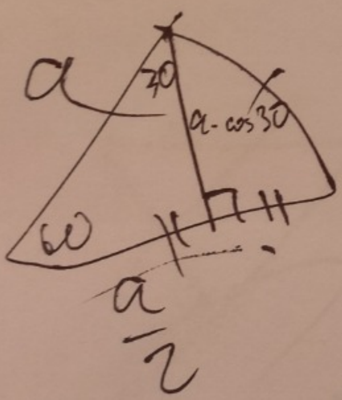


Черновик



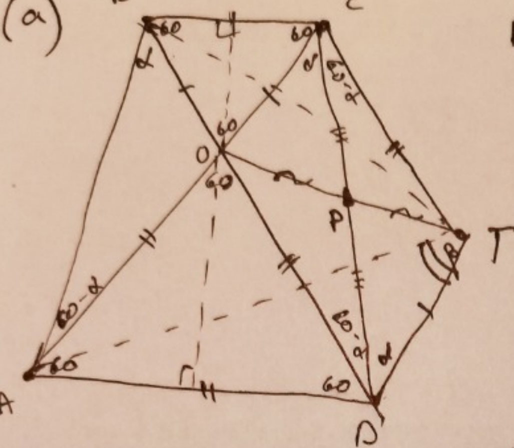
$$\frac{S-2c}{S-[illegible]c} = [illegible]$$





Чистовик ③ Вариант 12

№6 (а)



BOC - прав-й $\Rightarrow \begin{cases} \angle CBO = \angle BOC = \angle OCB = 60 \\ BC = CO = OB \end{cases}$

AOD - прав-й $\Rightarrow \begin{cases} \angle AOD = \angle ODA = \angle DAO = 60 \\ AD = DO = OA \end{cases}$

P - серед. CD $\Rightarrow$ $\left.\begin{matrix} PC = PD \\ OP = PT \end{matrix}\right\} \Rightarrow$ OCTD - паралл (диаг. в серед.) $\Downarrow$ $\begin{cases} OC = TD \\ OD = CT \end{cases}$

$\angle ABD = \alpha \Rightarrow \angle BAC = 60° - \alpha$ ($\angle BOC$ - внеш. $= 60$)

~~ABCD~~

$\left.\begin{matrix} \angle CBD = \angle CAD \\ \text{опир. на } CD \end{matrix}\right\} \Rightarrow$ ABCD - впис. $\Rightarrow \begin{cases} \angle ABD = \angle ACD = \alpha \\ \angle CAB = \angle BDC = 60 - \alpha \end{cases}$

OCTD - паралл-м $\Rightarrow \begin{cases} BD \parallel CT \Rightarrow \angle BDC = \angle DCT = 60 - \alpha \\ AC \parallel DT \Rightarrow \angle ACD = \angle CDT = \alpha \end{cases}$

$\angle ATD = \beta \Rightarrow TAD = 180 - 60 - 60 + \alpha - \alpha - \beta = 60 - \beta$

$\left.\begin{matrix} AD = CT \\ TD = BC \\ \angle ADT = 60 + 60 - \alpha + \alpha = 120 = \angle BCT \end{matrix}\right\} \Rightarrow \triangle BCT = \triangle TDA \Rightarrow \begin{cases} \angle BTC = \angle TAD = 60 - \beta \\ BT = AT \end{cases}$

$\angle CTD = \angle COD = 180 - 60 = 120$ (OCTD - парал-м)

$\angle BTA = \angle CTD - \angle CTB - \angle ATD = 120 - \beta - 60 + \beta = 120 - 60 = 60$

$\left.\begin{matrix} \triangle BTA \text{ - равноб.} \\ \angle BTA = 60° \end{matrix}\right\} \Rightarrow \triangle BTA$ - прав-й

(б) $BC = 2$, $AD = 4$

① $\left.\begin{matrix} BC = TD \\ CT \text{ - общ.} \\ \angle BCT = \angle CTD = 120° \end{matrix}\right\} \Rightarrow \begin{matrix} \triangle BCT = \triangle CTD \\ \triangle BCT = \triangle TDA \end{matrix} \Rightarrow S_\triangle BCT = S_\triangle CTD = S_\triangle TDA = \dfrac{BC \cdot CT \cdot \sin\angle BCT}{2} = \dfrac{2 \cdot 4 \cdot \sin 120}{2} = 4 \cdot \sin 60 = 2\sqrt{3}$

② $S_{ABCTD} = S_{ABCD} + S_\triangle CTD = \left(2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} + 4 \cdot \frac{2\sqrt{3}}{2}\right) \cdot \frac{4+2}{2} + S_\triangle CTD$,
т.к. ABCD - равнобед. трап-я,
т.к. $\angle BAD = \angle CDA$, $BC \parallel AD$,
т.к. $\angle BCA = \angle CAD$

③ $S_{ABCD} = S_{ABCTD} - S_\triangle CTD$

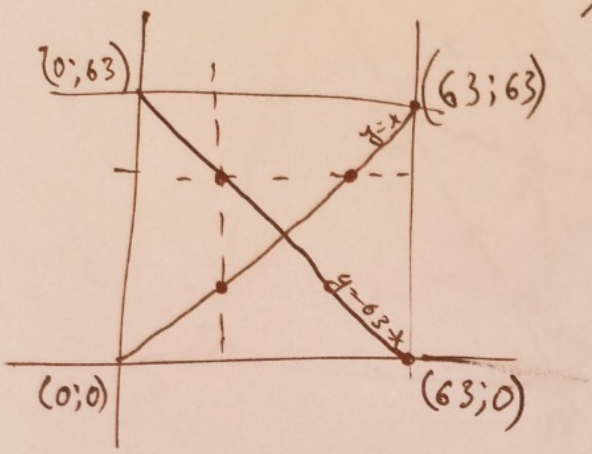
$S_\triangle ABT = S_{ABCTD} - S_\triangle BCT - S_\triangle ADT$

$\dfrac{S_\triangle ABT}{S_{ABCD}} = \dfrac{S_{ABCTD} - 4\sqrt{3}}{S_{ABCTD} - 2\sqrt{3}} = \dfrac{9\sqrt{3} + 2\sqrt{3} - 4\sqrt{3}}{9\sqrt{3} - 2\sqrt{3} + 2\sqrt{3}} = \dfrac{7\sqrt{3}}{9\sqrt{3}} = \dfrac{7}{9}$

Ответ: $\dfrac{S_\triangle ABT}{S_\triangle ABCD} = \dfrac{7}{9}$

Чистовик (2) Вариант 12

№5



$61+61-1=121$ − # способов выбрать клетку на диагоналях

$121\,(61^2-1)-\dfrac{121\cdot120}{2}=121\cdot61\cdot60$ − # способов выбрать пару клеток, ≥ 1 из которых лежит на диагоналях

пар клеток, обе из которых лежат на диагоналях

$121\cdot(60+60)-\dfrac{120\cdot2}{2}=120^2$ − # пар, где 1 клетка лежит на диаг., а 2-я в одной строке или одном столбце с ней.

пар клеток, обе из которых лежат на диагоналях, при этом в 1-й строке или 1-м столбце

$121\cdot61\cdot60-120^2$ − # итоговый ответ

$\parallel$

428460

Ответ: 428460

Чистовик №4 (1) Вариант 12

$$\begin{cases} \frac{1}{x^2+y^2} + x^2y^2 = \frac{5}{4} \\ 2x^4+2y^4+5x^2y^2 = \frac{9}{4} \end{cases}$$

$x^2 = a > 0$

$y^2 = b > 0$

$$\begin{cases} \frac{1}{a+b} + ab = \frac{5}{4} \\ 2a^2+2b^2+5ab = \frac{9}{4} \end{cases}$$

$$\begin{cases} \frac{1}{a+b} + ab = \frac{5}{4} \\ 2(a+b)^2+ab = \frac{9}{4} \end{cases}$$

$2(a+b)^2 - \frac{1}{a+b} = 1$

$a+b = t > 0$

$2t^3 - t - 1 = 0$

$(2t^2+2t+1)(t-1) = 0$

$2t^2+2t+1 = 0$

$D = 4-8 < 0 \Rightarrow$ решений нет

$\Downarrow$

$2t^2+2t+1 \neq 0$

$\Downarrow$

$t-1 = 0$

$t = 1$

$$\begin{cases} a+b = 1 \\ \frac{1}{a+b} + ab = \frac{5}{4} \end{cases}$$

$$\begin{cases} ab = \frac{1}{4} \\ a+b = 1 \end{cases}$$

$a = 1-b$

$b(1-b) = \frac{1}{4}$

$b^2 - b + \frac{1}{4} = 0$

$D = 1-1 = 0$

$b = \frac{1}{2}$

$a = 1-b = \frac{1}{2}$

$x = \pm\frac{1}{\sqrt{2}}$

$y = \pm\frac{1}{\sqrt{2}}$

Ответ: $\left(\frac{1}{\sqrt{2}}; \frac{1}{\sqrt{2}}\right); \left(-\frac{1}{\sqrt{2}}; \frac{1}{\sqrt{2}}\right); \left(\frac{1}{\sqrt{2}}; -\frac{1}{\sqrt{2}}\right); \left(-\frac{1}{\sqrt{2}}; -\frac{1}{\sqrt{2}}\right)$