Часть 1

Олимпиада: **Математика, 10 класс (1 часть)**

Шифр: **211006608**

ID профиля: **316051**

Вариант 12

Чистовик

1

N1

Дано:

$\triangle ABC$:

$D \in AC$

ω: BD - диаметр

$\omega \cap AB = P$

$\omega \cap BC = T$

M, N - сер. AD, CD - соотв.

$PM \parallel TN$

а) $\angle ABC$ - ?

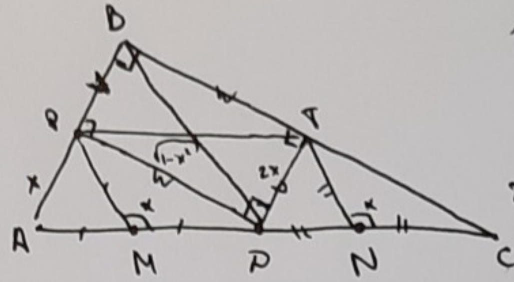
б) $MP = \frac{1}{2}$

$NT = 1$

$BD = \frac{4}{3}$

Найти:

S_{ABC} - ?



а)

1) BPDT - вписан. ; BD - диаметр $\Rightarrow \angle BPD = \angle BTD = 90°$

$\Downarrow$

2) PM, TN - медианы в прямоуг. треуг. $\Rightarrow AM = PM = MD$; $DN = NT = NC$

3) $PM \parallel TN \Rightarrow \underbrace{\angle PMD}_{=\alpha} = \angle TNC$ - односторон.

2) $\angle BAC = \frac{\alpha}{2}$ (α - внеш $\triangle APM$, $AM = PM$)

$\angle ACB = 90 - \frac{\alpha}{2}$ ($\angle N = \alpha$; $TN = NC$)

$\Downarrow$

4) $\angle B = 180 - \angle A - \angle C = 180 - (90 - \frac{\alpha}{2} + \frac{\alpha}{2}) = 90$ (в $\triangle ABC$)

б) 1) BPDT: $\angle B = \angle T = \angle P = 90° \Rightarrow \angle D = 360 - 270 = 90° \Rightarrow$

$\Rightarrow$ PDTB - прямоуг. $\Rightarrow BD = PT$ - диагонали $\Rightarrow PB = DT$; $PD = BT$

2) $\triangle APD \sim \triangle DTC$: $\angle P = \angle T = 90°$; $\angle A = \angle D = \frac{\alpha}{2}$ $\Rightarrow \frac{AP}{DT} = \frac{PM}{TN} = \frac{1}{2}$

3) Пусть $AP = x$; $DT = 2x$

$PD = \sqrt{AD^2 - AP^2}$ - Пифагор для $\triangle APD$

$PD = \sqrt{1 - x^2}$

$PT^2 = PD^2 + DT^2$ - Пифагор для $\triangle PTD$.

$\cancel{\frac{9}{16} = 1 - x^2 + 4x^2}$; $\frac{16}{9} = 1 - x^2 + 4x^2$; $\frac{7}{9} = 3x^2$; $\frac{7}{27} = x^2$;

$DT = 2x = \frac{2}{3}\sqrt{\frac{7}{3}}$; $PD = \sqrt{1 - \frac{7}{27}} = \sqrt{\frac{20}{27}} = \frac{2}{3}\sqrt{\frac{5}{3}} = BT$ $\quad \frac{1}{3}\sqrt{\frac{7}{3}} = x$

$TC = 2PD = \frac{4}{3}\sqrt{\frac{5}{3}}$

$\Rightarrow AB = AP + PB = AP + DT = 3x = \sqrt{\frac{7}{3}}$

$BC = BT + TC = PD + 2PD = 3PD = 2\sqrt{\frac{5}{3}}$.

$\triangle ABC$: $\angle B = 90 \Rightarrow S = \frac{AB \cdot BC}{2} = \sqrt{\frac{7}{3}} \cdot 2\sqrt{\frac{5}{3}} = \frac{2}{3}\sqrt{35}$

Ответ: $\angle B = 90$; $S_{ABC} = \frac{2}{3}\sqrt{35}$

Чистовик

(2)

№2. $\sqrt{x+1} - \sqrt{4-x} + 3 = 2\sqrt{4+3x-x^2}$

$x \in [-1; 4]$ - область определения

$\sqrt{x+1} - \sqrt{4-x} + 3 = 2\sqrt{(4-x)(x+1)}$

$\sqrt{x+1} - \sqrt{4-x} = 2\sqrt{(4-x)(x+1)} - 3 \quad |\wedge 2$ (потом проверим посторонние)

$x+1+4-x-2\sqrt{x+1}\sqrt{4-x} = 4(4-x)(x+1) - 12\sqrt{(4-x)(x+1)} + 9.$ $\left(\begin{matrix} x+1 \geqslant 0 \\ 4-x \geqslant 0 \end{matrix}\right| \Rightarrow \sqrt{x+1}\sqrt{4-x} = \sqrt{(x+1)(4-x)}$

$4(4-x)(x+1) - 10\sqrt{(4-x)(x+1)} + 4 = 0 \quad |:2$

$\sqrt{(4-x)(x+1)} = a \qquad (4-x)(x+1) = a^2$

$2a^2 - 5a + 2 = 0$

$a_1 = \frac{4}{2}$; $a_2 = \frac{1}{2}$

$\left[\begin{matrix} (4-x)(x+1) = 4 & ① \\ (4-x)(x+1) = \frac{1}{4} & ② \end{matrix}\right.$

1) $-x^2+3x+4 = 4$

$x^2 - 3x = 0$

$x_1 = 0$

$x_2 = 3$

2) $-x^2+3x+4 = \frac{1}{4}$

$x^2 - 3x - \frac{15}{4} = 0$

$4x^2 - 12x - 15 = 0$

$x_{12} = \frac{12 \pm \sqrt{12^2+4^2\cdot 15}}{8} = \frac{3 \pm \sqrt{9+15}}{2} = \frac{3 \pm \sqrt{22}}{2}$

Проверка:

$x = 0$

$\sqrt{1} - \sqrt{4} + 3 = 2\sqrt{4\cdot 1}$

$1 - 2 + 3 = 4$

$-2 = 0$ - не корень

$x = 3$

$\sqrt{4} - \sqrt{1} + 3 = 2\sqrt{4}$

$4 = 4$

$\cancel{x = \frac{3+\sqrt{22}}{2}}$

$\cancel{\sqrt{\frac{3+\sqrt{22}}{2}+1} - \sqrt{4 - \frac{3+\sqrt{22}}{2}} + 3 =}$

$3 + \sqrt{x+1}$ - возрас.

$2\sqrt{4+3x-x^2} + \sqrt{4-x}$ - убыв. на отр. $[\frac{3}{2}; 4]$.

$\Rightarrow$ максимум 1 корень на $[\frac{3}{2}; 4]$.

$4 > \frac{3+\sqrt{22}}{2} > \frac{3}{2}$ и 3-корень $\Rightarrow \frac{3+\sqrt{22}}{2}$ - не корень

$x = \frac{3-\sqrt{22}}{2}$: $\sqrt{1+\frac{3-\sqrt{22}}{2}} - \sqrt{4-\frac{3-\sqrt{22}}{2}} + 3 = 1$; $\sqrt{\frac{5-\sqrt{22}}{2}} - \sqrt{\frac{5-\sqrt{22}}{2}} = -2$; $0 = -2$ - не корень

Ответ: $x = 3$

Чистовик

N3. $2a^2-2ax-6ay+x^2+2xy+5y^2=0$

$a^2-2ax+x^2+a^2-6ay+9y^2+2xy-4y^2=0$; $(a-x)^2+(a-3y)^2+2xy-4y^2=0$

$ax^2+4a^2x-ay+4a^3+2=0 \mid :a$

т.к. парабола $\Rightarrow a\neq 0$

$x^2+4ax+4a^2+\frac{2}{a}=y$

B: $x=\frac{-4a}{2}=-2a$ $\quad B\left(-2a;\frac{2}{a}\right)$

$y=4a^2-8a^2+4a^2+\frac{2}{a}=\frac{2}{a}$.

$x^2+x(2y-2a)+2a^2-6ay+5y^2=0$

$x=\frac{-2y+2a\pm\sqrt{(2y-2a)^2-4(2a^2-6ay+5y^2)}}{2}=$

$(2y-2a)^2-8a^2+24ay-20y^2=4y^2-8ay+4a^2-8a^2+24ay-20y^2$

$=-16y^2+16ay-4a^2=-(4y-2a)^2\le 0\Rightarrow$

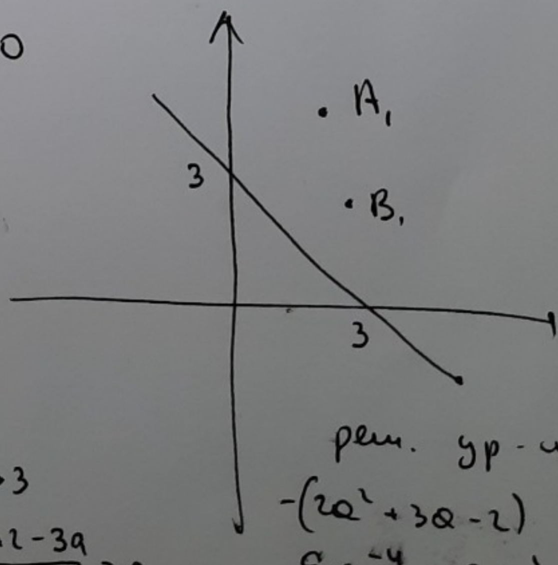
$\Rightarrow 4y=2a;\quad y=\frac{a}{2}$

$2a^2-2ax-3a^2+x^2+ax+\frac{5}{4}a^2=0$

$x^2-ax+\frac{a^2}{4}=0$

$x=\frac{a\pm\sqrt{a^2-a^2}}{2}=\frac{a}{2}$

$A\left(\frac{a}{2};\frac{a}{2}\right)$



если A, $\begin{cases}\frac{a}{2}+\frac{a}{2}>3\\ -2a+\frac{2}{a}>3\end{cases}$; $\begin{cases}a>3\\ \frac{-2a^2+2-3a}{a}>0\end{cases}$

$+\ \ -2\ \ -\ \ 0\ \ +\ \ \frac{1}{2}\ \ -$

реш. ур-ие $-(2a^2+3a-2)$

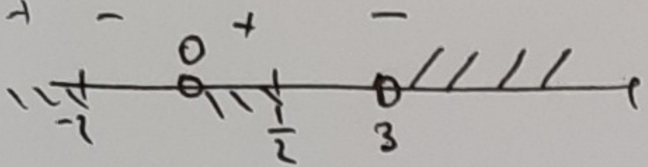
$a_1=-\frac{4}{2}\quad a_2=\frac{1}{2}$

$-\ \ 2\ \ +\ \ \frac{1}{2}\ \ -$

N3

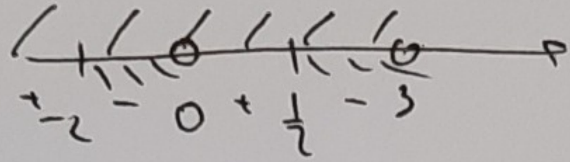
Чистовик

(4)



решений нет

$$\begin{cases} \frac{a}{2} + \frac{a}{2} < 3 \\ -2a + \frac{2}{a} < 3 \end{cases}$$



Ответ: $a \in [-2; 0) \cup [\frac{1}{2}; 3)$.

211006608 (U316051 M1275288)

$\sqrt{x+1} + \sqrt{4-x} + 3 = \sqrt{4+3x-x^2}$

$x^2 - 3x - 4 = (x-4)(x+1)$

$\sqrt{x+1} + \sqrt{4-x} + 3 = \sqrt{(4-x)(x+1)}$

$\sqrt{4-x} = a \qquad \sqrt{x+1} = b$

$a + b + 3 = ab$

$\cancel{a(1-b)}$

$\frac{a+3}{a-1} = b$

$x+1 = t$

$4-x = -t+5$

$\sqrt{x+1} =$

$4-x = t$

$x+1 = -t+5$

$a = t^2$

$\frac{t^2+3}{t^2-1} = \sqrt{-t+5}$

$1 + \frac{4}{t^2-1} =$

$\sqrt{x+1} +$

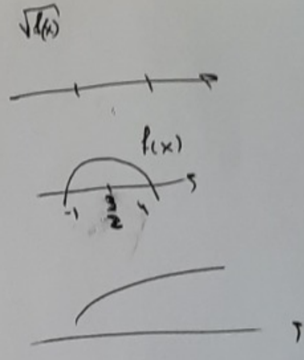
$2+1+3 = 2$

$\frac{3}{2}$

$\sqrt{x+1} + 3 =$

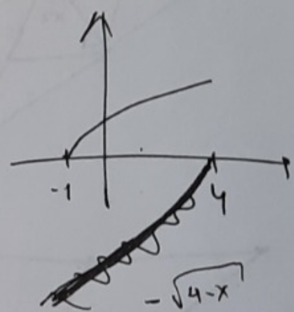
$= \sqrt{4+3x-x^2} - \sqrt{4-x}$

$\sqrt{f(x)}$



$a+b+3=2ab$

$x \in [-1; 4]$



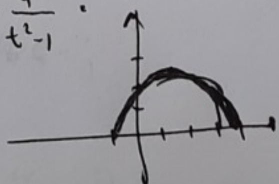
6

$-\sqrt{4-x} + \sqrt{(4-x)(x+1)}$

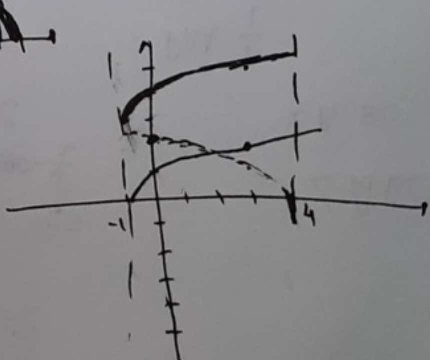
$\frac{9}{4} - \frac{9}{2} - 4 =$

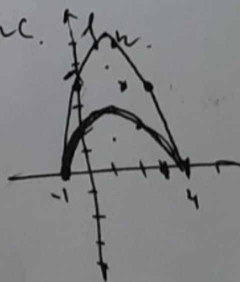
$= -\frac{9}{4} - 4 = -\frac{25}{4}$

$-(x^2-3x-4)$



$\left[\frac{3}{2}; 4\right]$ - манс.





$f\left(\frac{3}{2}\right) =$

$= \frac{9}{4} - \frac{9}{2} - 4 =$

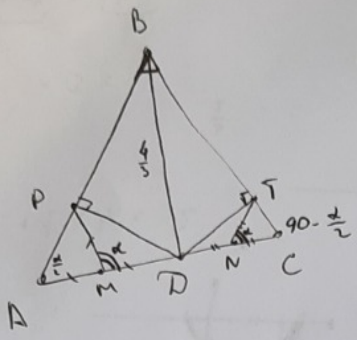
$= \frac{9}{4} - 4 = \frac{9-16}{4} = \frac{7}{4}$

$\sqrt{\frac{7}{4}} = \frac{\sqrt{7}}{2}$

$\sqrt{f(x)} = \frac{\sqrt{7}}{2}$ - max

$\sqrt{f(x)} = \frac{5}{2}$ - max

черновик



PM||TN

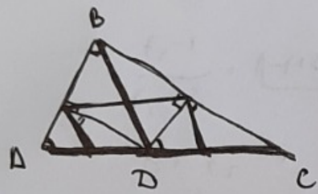
$\angle ABC$-?

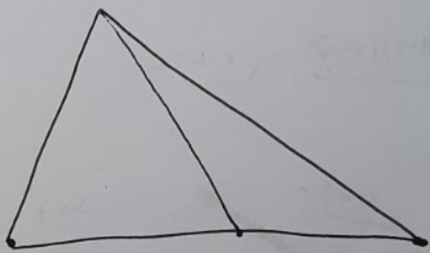
$\angle B = 90°$

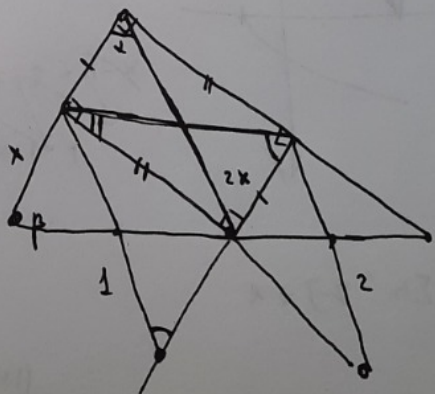
$PM = \frac{1}{2}$

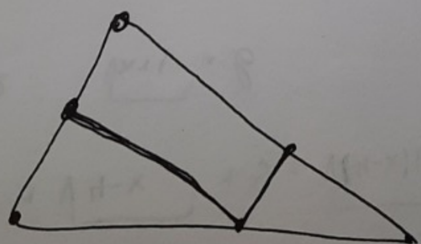
$NT = 1$

$S_{\triangle ABC}$-?









$\sqrt{x+1} + 3 = 2\sqrt{(4-x)(x+1)} + \sqrt{4-x}$

$\frac{3-\sqrt{22}}{2}$ -1

$3-\sqrt{22}$ -2

$-\sqrt{22} > -5$

$(4+3x-x^2)\cdot 4 = 1$

$-4x^2+12x+15=0$

$x+1+9+6\sqrt{x+1} = 4(4-x)(x+1) + 4-x + 4(4-x)\sqrt{x+1}$

$2x+6+\sqrt{x+1}(6-16+4x) = 4(4-x)(x+1)$

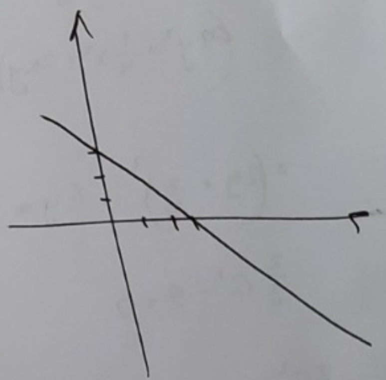
$(-10+4x)\sqrt{x+1} =$

т. A.

$2a^2 - 2ax - 6ay + x^2 + 2xy + 5y^2 = 0$

$ax^2 + 4a^2x - ay + 4a^3 + 2 = 0$ - парабола

вершина B

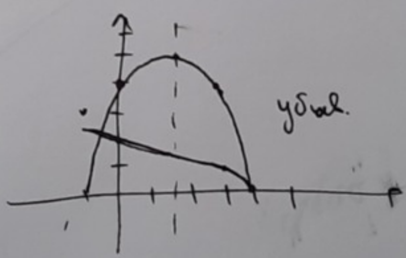


144

$\sqrt{12^2 + 4^2\cdot 15} =$

$= 4\sqrt{3^2+15} = 4\sqrt{}$

$4 < \sqrt{22} < 5$



убыв.

$y = -x+3$ $a-?$

A, B по одну сторону.

$\frac{3+\sqrt{22}}{2}$ 3

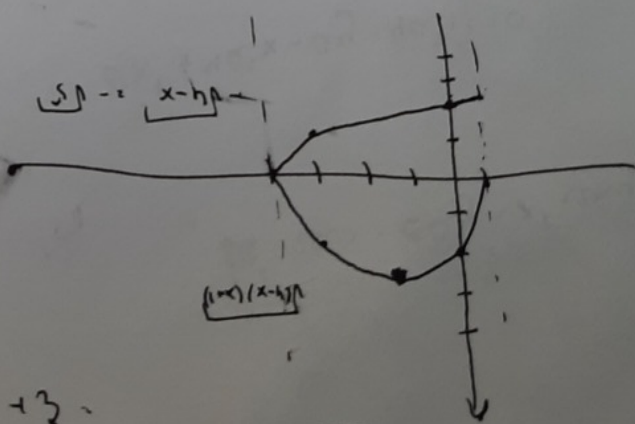
$3+\sqrt{22} > 6$

$3+\sqrt{22}$

$\frac{3+\sqrt{22}}{2}$ 4.

$3+\sqrt{22}$ 8

$\sqrt{22} < 5$



$\frac{3}{2}$

$\sqrt{x+1} + 3 =$

$\sqrt{\frac{5}{2}} + 3$

$5 + \sqrt{4-\frac{3}{2}} =$

$\frac{3-\sqrt{22}}{2}$ $a^2-2ax+x^2$ $(x+y)^2$

$\sqrt{\frac{3-\sqrt{22}}{2}+1}-\sqrt{4-\frac{3-\sqrt{22}}{2}+3}=1$

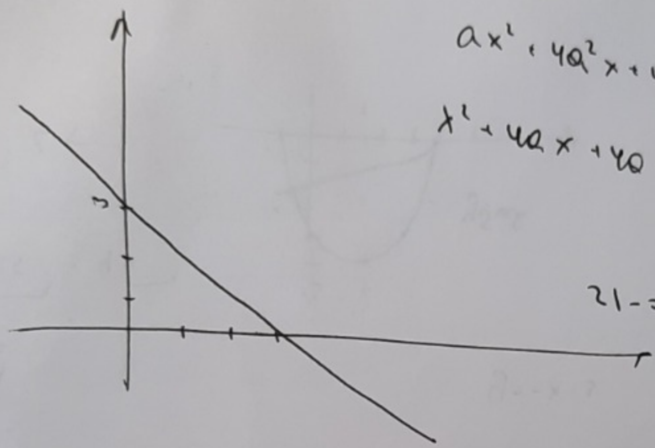
$\sqrt{\frac{5-\sqrt{22}}{2}}-\sqrt{\frac{5-\sqrt{22}}{2}}$

$2a^2-2ax-6ay+x^2+2xy+5y^2=0$

$ax^2+4a^2x-ay+4a^3+2=0$

$ax^2+4a^2x+4a^3+2=ay$ (нараб. → $a\neq 0$)

$x^2+4ax+4a+2=y$ . . .



$y=3$; $x=-12$

$\frac{2a^2}{3}-9\geq 0$

$9y^2-4y^2$ a^2

$\frac{2}{3}a^2-9=0$

$\cancel{x}+1+4-\cancel{x}-2\underbrace{\sqrt{(x+1)(4-x)}}=4(4-x)((x+1)-6\underbrace{\sqrt{(x+1)(4-x)}}+9$

$4\boxed{\sqrt{(x+1)(4-x)}}$ $4(4-x)(x+1)-4\underbrace{\sqrt{(x+1)(4-x)}}+4=0$

$a^2-a+1=0$

$2a^2-2ax-6ay+x^2+2xy+5y^2$

$\left(4y^2+\frac{1}{4}x^2+2xy\right)+\left(y^2-6ay+\underline{\underline{9}}\right)+\left(\frac{3}{4}x^2-2ax+\underline{\underline{\frac{4}{3}a^2}}\right)+2a^2-9-\frac{4}{3}a^2$

$=\left(2y+\frac{x}{2}\right)^2+(y-3)^2+\left(\frac{\sqrt{3}}{2}x-\frac{2}{\sqrt{3}}a\right)^2$

Часть 2

Олимпиада: **Математика, 10 класс (2 часть)**

Шифр: **211006608**

ID профиля: **316051**

Вариант 12

N 4. Чистовик (1)

1) $\begin{cases} \frac{1}{x^2+y^2} + x^2y^2 = \frac{5}{4} \\ 2x^4+2y^4+5y^2x^2 = \frac{9}{4} \end{cases}$ Пусть $(x^2+y^2)=a$, $x^2y^2=b$, сделаем замену

$2a^2 = 2(x^4+y^4+2x^2y^2)$

$\begin{cases} \frac{1}{a} + b = \frac{5}{4} \\ 2a^2+b = \frac{9}{4} \end{cases}$

$\begin{cases} a \neq 0 \\ 2a^2 - \frac{1}{a} = 1 \mid \cdot a \neq 0 \\ 2a^2+b = \frac{9}{4} \end{cases}$

$\begin{cases} a \neq 0 \\ 2a^3 - a - 1 = 0 \end{cases}$

$a = 1$

$a(a^2-1)+a^3-1=0$

$(a-1)(a^2+a+a^2+a+1)=0$

$(a-1)(2a^2+2a+1)=0$

$\left[\begin{array}{l} 2a^2+2a+1=0 \\ a=1 \end{array}\right.$ $2a^2+2a+1=0$

$D = 4-8 < 0 \Rightarrow$ корней нет

$\begin{cases} a=1 \\ b=\frac{9}{4}-2 \end{cases}$; $\begin{cases} a=1 \\ b=\frac{1}{4} \end{cases}$; $\begin{cases} x^2+y^2=1 \\ x^2y^2=\frac{1}{4} \end{cases}$ $\begin{cases} x^2=1-y^2 \\ y^2-y^4=\frac{1}{4} \end{cases}$

Пусть $y^2=t$, сделаем замену: $t^2-t+\frac{1}{4}=0$

$4t^2-4t+1=0$

$t=\frac{1}{2}$

$y^2=\frac{1}{2}$; $y=\pm\frac{1}{\sqrt{2}}$

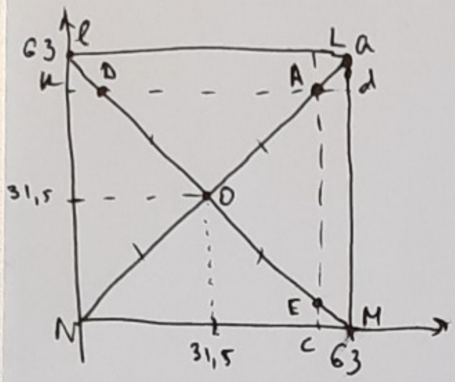
$x^2=1-y^2=1-\frac{1}{2}=\frac{1}{2}$

$x=\pm\frac{1}{\sqrt{2}}$

Ответ: $\left(\frac{1}{\sqrt{2}}; \frac{1}{\sqrt{2}}\right)$; $\left(\frac{1}{\sqrt{2}}; -\frac{1}{\sqrt{2}}\right)$; $\left(-\frac{1}{\sqrt{2}}; \frac{1}{\sqrt{2}}\right)$; $\left(-\frac{1}{\sqrt{2}}; -\frac{1}{\sqrt{2}}\right)$

N5. Чистовик (2)

K, L, M, N - вершины квадрата



$a: y = x$

$b: 63 - x = y$

т.к. ~~a∩b~~ $KO = OL = OM = ON$ (т.к. диаг квадр.)

$a \cap b = O\,(31{,}5;\ 31{,}5) \Rightarrow O$ - не узел.

$\Rightarrow$ ~~точки лежат~~ узлы лежат или только на a или только на b или не на одной из этих прямых.

1) Пусть Б.О.О. одна точка лежит на прямой a другая нет.

на такой диагонали (a) внутри квадрата лежит 62 узла

Пусть у $A(x_1; y_1)$, тогда ~~...~~ вторая точка не лежит на b и не прямых вида $x = x_1$ (c), $y = y_1$ (d)

тогда $b \cap c = E$ $\begin{cases} x = x_1 \\ 63 - x_1 = y \end{cases} \Rightarrow y \in \mathbb{N},\ y < 63$ т.к. $x_1 \in \mathbb{N},\ x_1 < 63 \Rightarrow$

$\Rightarrow$ E - узел, аналог. D - узел.

Всего внутри кв. 62^2 узлов; не подходят 62 - узлы на b

62-2 - узлы на d (т.к. $A \in d$ и D - уже посчит. на b)

62-2 - на c аналог.

$\Rightarrow$ выбрать втор. точку $62^2 - 62 - 2(62-2)$ сп.

т. A. ещё 62 сп. $\Rightarrow$ Всего сп. выб. A и B $62(62^2 - 62 - 2(62-2)) =$

$= 62(62^2 - 3\cdot 62 + 4) = 62^3 - 3\cdot 62^2 + 4\cdot 62$

аналогично можно выбрать сначала A на b и том на B (т.к. картинка симметрична относительно $h: x = 31{,}5$; $l: y = 31{,}5$; $O\,(31{,}5; 31{,}5)$)

$\Rightarrow$ уже $2\cdot 62(62^2 - 3\cdot 62 + 4)$

2) Если обе точки на одн. в.:

обе на a / обе на b $: 2\cdot\frac{62\cdot 61}{2} = 62\cdot 61$

одна на a, одна на b $: 62\cdot 60$

3) Всего: $2\cdot 62(62^2 - 62 - 2\cdot 60) +$

$+ 62\cdot 61 + 62\cdot 60 =$

$= 62(2\cdot 62^2 - 3 - 4\cdot 60) =$ ~~...~~ 461590

Ответ: ~~...~~ 461590.

N6

Чистовик

(3)

Дано:

ABCD

$AC \cap BD = O$

$\triangle BOC$; $\triangle AOD$ - правильные

T симм. O отн M - сер. CD.

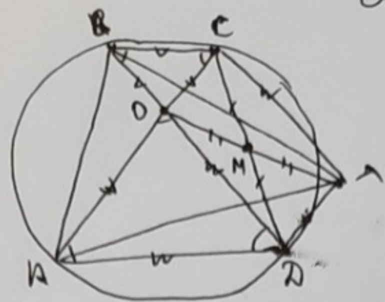
а) Док: $\triangle ABT$ - правильн.

б) $BC = 2$

$AD = 4$

Найти:

$$\frac{S_{ABT}}{S_{ABCD}}$$



а)

1) $\angle BCA = \angle BDA = 60°$ (опир. на AB) ⇒

⇒ ABCD - впис.

$\angle BCA = \angle CAD = 60°$ ⇒ $BC \parallel AD$.

$\angle BCA = \angle CBD$ → впис ⇒ $AB = CD$

2) OT - удв медиана в $\triangle OCD$

($CM = MD$; $OM = MT$ ⇒ OCTD - параллелогр.) ⇒

⇒ $CO = DT$; $OD = CT$

3) $\angle BOC = 60$ ⇒ $\angle COD = 120$ ⇒

⇒ $OD \parallel CT$ ⇒ $\angle OCT = 180° - \angle COD = 60$

⇒ $\angle BCT = \angle BCO + \angle OCT = 120$

4) $\triangle BCT = \triangle OCD$:

$BC = OC$ - по усл

$\angle BCT = \angle OCD = 120$

$OD = CT$

⇒ $BT = CD = AB$

аналогично $\triangle ATD = \triangle OCD$

$OD = AD$

$\angle COD = \angle ADT = 120°$

$DT = CO$

⇒ $AT = CD = AB$

5) $BT = CD = AB = AT$ ⇒

⇒ $\triangle ABT$ - правильный

б) $S_{ABT} = \frac{AB^2 \cdot \sin 60}{2} = \frac{\sqrt{3}}{4} AB^2$

$S_{ABCD} = BD^2 \cdot \sin 60 = \frac{6^2 \cdot \sqrt{3}}{2} = 18\sqrt{3}$

$AB = \sqrt{BO^2 + AO^2 - 2BO \cdot AO \cdot \cos 120} = \sqrt{4 + 16 + \frac{16}{2}} = \sqrt{28} = 2\sqrt{7}$ - теорема косинусов для $\triangle ABO$. ⇒

$S_{ABT} = \frac{\sqrt{3}}{4} \cdot 4 \cdot 7 = \sqrt{3} \cdot 7$

$$\frac{S_{ABT}}{S_{ABCD}} = \frac{\sqrt{3} \cdot 7}{18\sqrt{3}} = \frac{7}{18}$$

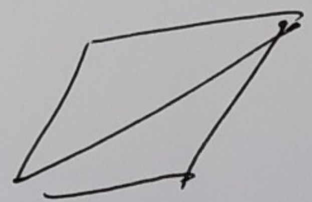
Ответ: б) $\frac{7}{18}$.

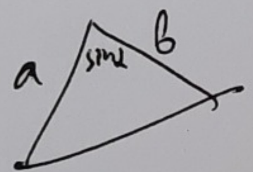
$$^{248}\,\underset{4}{2}\cdot 62\left(\underset{2}{62^2}-62-2\cdot 60\right)+\underset{2}{62\cdot 61}+\underset{0}{62\cdot 60}=$$

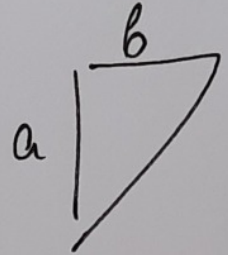
$$62\left(2\cdot 62^2-2\cdot 62-4\cdot 60+61+60\right)=$$

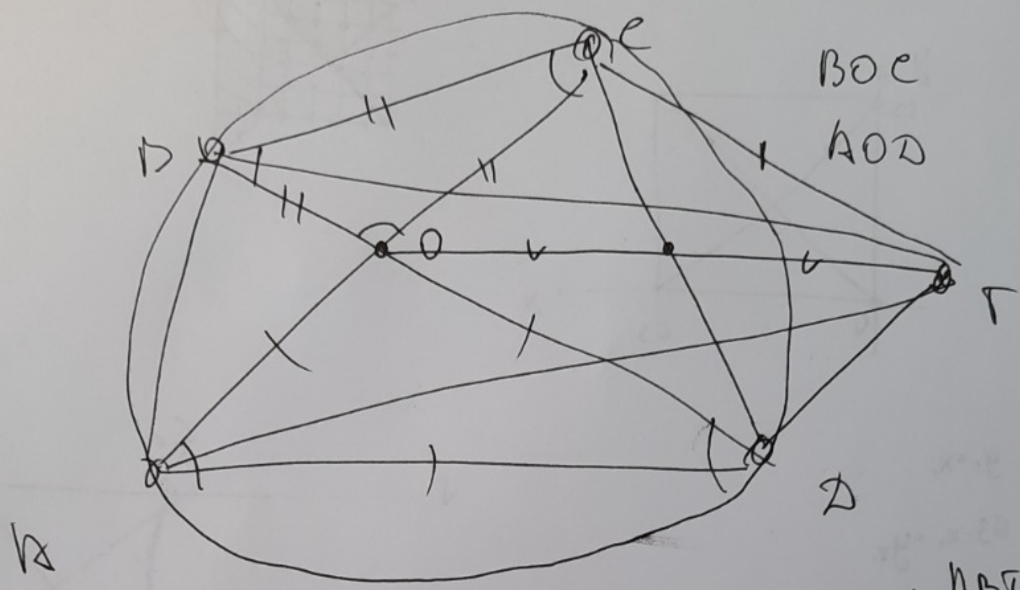
$$=62\left(2\cdot 62^2-3-240\right)$$

$$\begin{array}{r}
\times\ 62\\
62\\
\hline
124\\
+\ 372\ \\
\hline
3844\\
\times\ 2\\
\hline
7688\\
-\ 243\\
\hline
7445\\
\times\ 62\\
\hline
14890\\
+\ 44670\ \\
\hline
461590
\end{array}$$



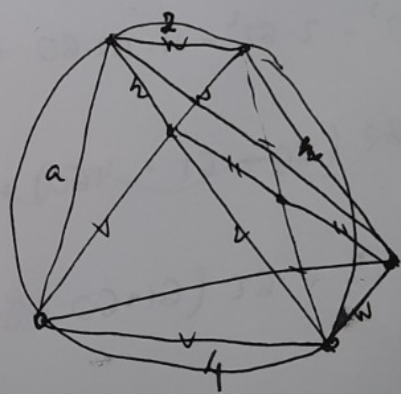


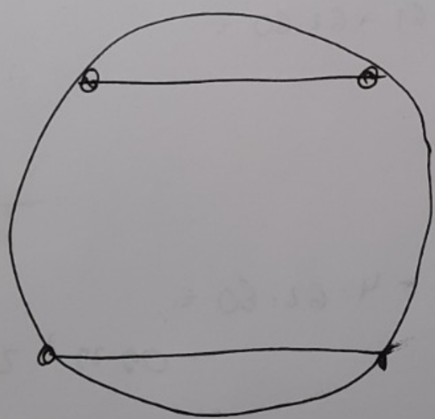




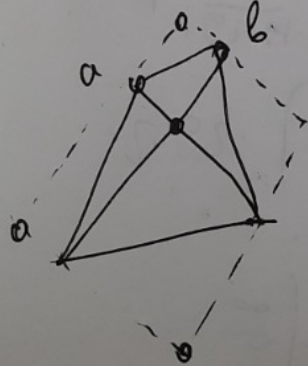
BOC
AOD

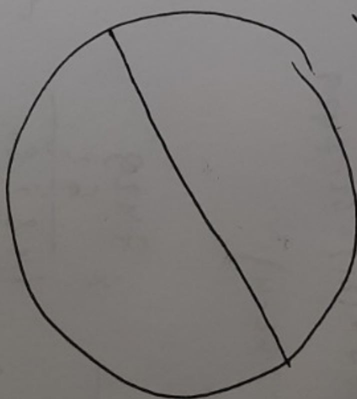
ΔABΓ - пра.

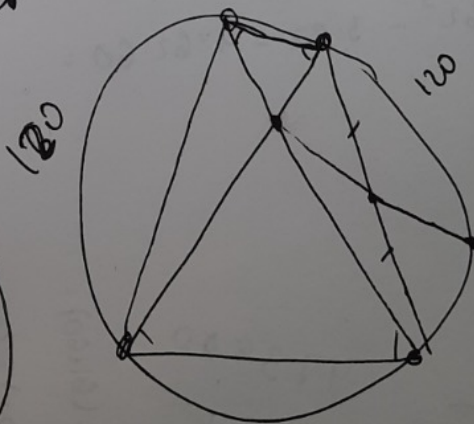




ab sinα

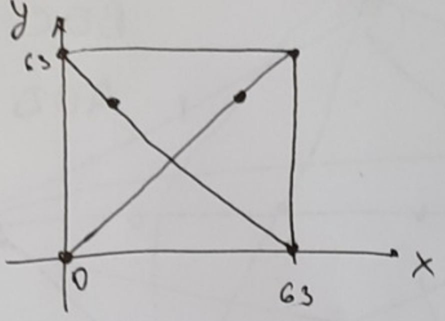


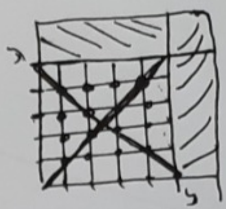




$$\begin{array}{l|l} 2a^3 - a - 1 & a-1 \\ \hline 2a^3 - 2a^2 & 2a^2 + 2a + 1 \end{array}$$

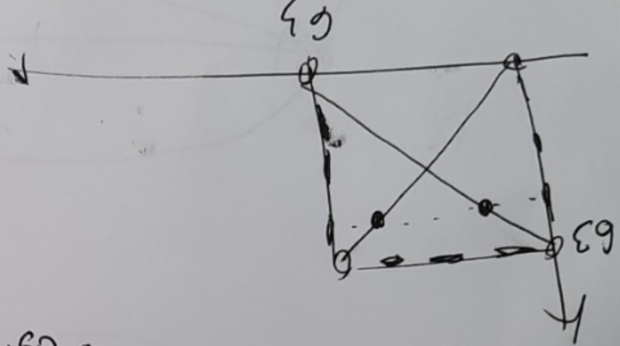
$$2a^2 - a$$
$$\underline{2a^2 - 2a}$$
$$a - 1$$





$y_1 = x_1$

$63 - x_1 = y_2$

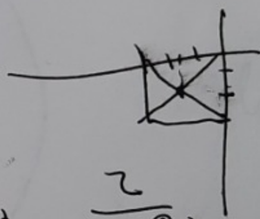


$2 \cdot 62^3 - 2 \cdot 62^2 - 4 \cdot 62 \cdot 60 + 62 \cdot 61 + 62 \cdot 60 =$

$= \cancel{62(60+61-4 \cdot 60) = 62}$

$2 \cdot 62^3 + 62(61+60-2 \cdot 62) - 4 \cdot 62 \cdot 60 =$

$= 2 \cdot 62^3 - 3 \cdot 62 - 4 \cdot 62 \cdot 60 =$



$2 \cdot 62 \cdot (62^2 - 62 - 60 \cdot 2)$

$+ 62 \cdot 61 \cdot 2 + 62 \cdot 60$

$62 \times 62 = 3844$

$3844 \times 2 = 7688$

$7688 - 243 = 7445$

7445×62: 15290, 45870

473990

14890 + 44670 = 461590

$62 \cdot 7308 + 62(61+60) =$

$62 \cdot (7308 + 121) = 62 \cdot 7429$

$2 \cdot 62(62^2 - 3 \cdot 62 - 4)$

7429×62: 14858, 44574, 460598

62×62: 124, 372, 3844, 7308