Часть 1

Олимпиада: **Математика, 10 класс (1 часть)**

Шифр: **211006571**

ID профиля: **849009**

Вариант 12

№2

$\sqrt{x+1} - \sqrt{4-x} + 3 = 2\sqrt{4+3x-x^2}$ ООФ: $x \in [-1;4]^{(*)}$

$\sqrt{x+1} + 3 = 2\sqrt{4+3x-x^2} + \sqrt{4-x}$

$x+1+9+6\sqrt{x+1} = 16\sqrt{x+1} - 4x\sqrt{x+1} + 4 - x + 16 + 12x - 4x^2$

$4x^2-10x-10 = 10\sqrt{x+1} - 4x\sqrt{x+1}$

$2x^2-5x-5 = (5-2x)\sqrt{x+1}$

$$\left[\begin{array}{l} \begin{cases} 2x^2-5x-5 \geq 0 \\ x \leq \frac{5}{2} \end{cases} \\ \begin{cases} 2x^2-5x-5 \leq 0 \\ x \geq \frac{5}{2} \end{cases} \end{array}\right. \quad (☺)$$

$4x^4+25x^2+25-20x^3-20x^2+50x = (25-20x+4x^2)(x+1)$

$4x^4+25x^2-20x^3+50x = 5x+4x^3+4x^2$

$4x^4+21x^2-\cancel{20}\,24x^3+45x=0$

$x(x-3)(4x^2-12x-15)=0$

$$\left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=3 \\ 4x^2-12x-15=0 \end{array}\right. ;$$

$\frac{D}{4} = 36+60=96$

$x = \frac{6 \pm \sqrt{96}}{4}$ $x = \frac{3 \pm 2\sqrt{6}}{2}$

$$\left[\begin{array}{l} x=0 \text{ не уд. усл. (☺)} \\ x=3 \\ x=\frac{3+2\sqrt{6}}{2} \text{ не уд. усл. (☺)} \\ x=\frac{3-2\sqrt{6}}{2} \text{ уд.} \end{array}\right.$$

Ответ: $3;\ \frac{3-2\sqrt{6}}{2}$

Черновик

$$\frac{ax^2+4a^2x+4a^3+2}{a} > 3-x$$

$$\frac{ax^2+4a^2x+4a^3+2-3a+ax}{a} > 0$$

$$x^2+4a^2x+4a^2+\frac{2}{a} > 3-x$$

$$(x+2a)^2+\frac{2}{a} > 3-x$$

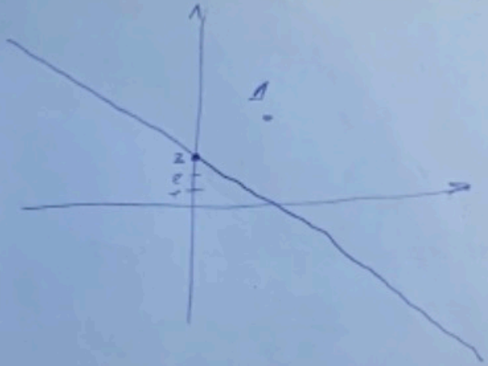
$$x^2+x(4a+1)+4a^2+\frac{2}{a}-3 > 0$$

$$D=(4a+1)^2-\left(16a^2+\frac{8}{a}-12\right)=8a+1-\frac{8}{a}+12=8a-\frac{8}{a}+12$$

$$x=\frac{-4a-1\pm\sqrt{8a-\frac{8}{a}+12}}{}$$

Черновик.

№3



$A = 2a^2 - 2ax - 6ay + x^2 + 2xy + 5y^2 = 0$

$ax^2 + 4a^2x - ay + 4a^3 + 2 = 0$ - параб. с т. B

$x + y = 3$

$y = 3 - x$

$x^2 + \cancel{2x(y}$

$-4x^2 \quad +5x^2$

$5y^2 + 2y(x - 3a) + (x^2 - 2ax + 2a^2) = 0$

$\frac{D}{4} = x^2 - 6ax + 9a^2 - 5x^2 + 10ax - 10a^2 =$

$= -4x^2 + 4ax - a^2 = -(2x - a)^2 = 0$

$y = \frac{3a - x \pm 0}{5}$

$\underline{a = 2x}$

$5y^2 - 10yx + 5x^2 = 0 \quad y = x$

$y^2 - 2yx + x^2 = 0$

$(y - x)^2 = 0 \qquad y = x$

$ax^2 + 4a^2x - ay + 4a^3 + 2 = 0$

$y = \frac{ax^2 + 4a^2x + 4a^3 + 2}{a}$

$y = x^2 + 4ax + (4a^2 + \frac{2}{a}) =$

$\frac{D}{4} = 4a^2 - 4a^2 - \frac{2}{a} = -\frac{2}{a}$

$x = -2a \pm \sqrt{-\frac{2}{a}} \qquad a < 0$

$y = \frac{2x^3 + 16x^3 + 32x^3 + 2}{2x}$

$y = \frac{25x^3 + 1}{x} \qquad 25x^2 + \frac{1}{x}$

таких значен. нет

Черновик

$2x^2-5x-5$ $\quad \frac{5+\sqrt{65}}{4} \approx 3,26556$ $\quad 4$ $\quad \frac{5-\sqrt{65}}{4} \approx -0,765564$

$$\frac{(3-2\sqrt{6})^2}{2} - \frac{5(3-2\sqrt{6})}{2} - 5 = \frac{9-12\sqrt{6}+24-15-10\sqrt{6}-10}{2} =$$

$=$

$$\frac{3-2\sqrt{6}}{2} \approx -0,94949$$

$$\frac{3+2\sqrt{6}}{2} \approx 3,94949$$

отпадает

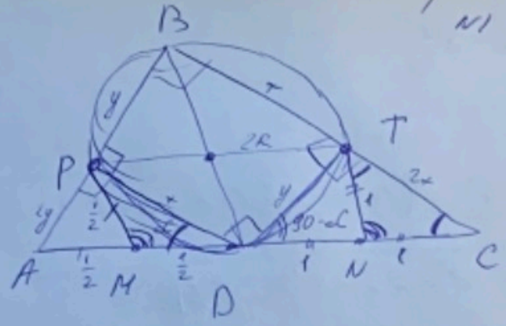
$5-2x>0$ ★

$2x<5$

$x<\frac{5}{2}$

Черновик

№1



$\angle ABC - ?$

$\angle ABC = 180^\circ - \angle PDT$

$\angle PDT = 180^\circ - (90^\circ - \angle A) - (90^\circ - \angle C)$

$MP = \frac{1}{2}$ $\qquad NT = 1$

$BD = \frac{4}{3}$ $\qquad S_{ABC} - ?$

$\underline{AC = 3}$

$R = \frac{2}{3}$

$$\begin{cases} x^2 + 4y^2 = 1 \\ y^2 + 4x^2 = 4 \left(\frac{4}{3}\right)^2 \end{cases}$$

$\cancel{3x^2 + 5y^2 = 5}$ $\qquad \cancel{x^2 = 1 - y^2}$

$\cancel{x^2 + y^2 = 1}$

$3y^2 = 1 - \frac{4}{9}$

$y^2 = \frac{5}{27}$

$y^2 + x^2 = \frac{4}{9}$ $\qquad \frac{5}{27} + x^2 = \frac{12}{27}$ $\qquad \boxed{x^2 = \frac{7}{27}}$

$$\begin{cases} 4x^2 + y^2 = 4 \\ x^2 + y^2 = \frac{16}{9} \end{cases}$$

$3x^2 = \frac{36-16}{9}$

$3x^2 = \frac{20}{9}$ $\qquad x^2 = \frac{20}{27}$

$\frac{20}{27} + y^2 = \frac{48}{27}$

$y^2 = \frac{28}{27}$

$(3y)^2 \cdot (3x)^2 \cdot \frac{1}{2} = x^2 y^2 \cdot 9 \cdot 9 \cdot \frac{1}{2} = \frac{20}{3} \cdot \frac{28}{3} \cdot \frac{1}{2} = \frac{280}{9}$

№2

$2x^2 - 5x - 5 = 0$

$D = 25 + 40 = 65$

$x = \frac{5 \pm \sqrt{65}}{4}$

$-8 > -\sqrt{65} > -9$

$-3 > 5 - \sqrt{65} > -4$

$-\frac{3}{4} > \frac{5 - \sqrt{65}}{4} > -1$

$\frac{3+2\sqrt{6}}{2}$

$2 < \sqrt{6} < 3$

$7 < 3 + 2\sqrt{6} < 9$

$3{,}5 < \frac{3+2\sqrt{6}}{2} < 4{,}5$

$\frac{3-2\sqrt{6}}{2}$

$-2 > -\sqrt{6} > -3$

$-4 > -2\sqrt{6} > -6$

$-1 > 3 - 2\sqrt{6} > -3$

$-\frac{1}{2} > \frac{3-2\sqrt{6}}{2} > -\frac{3}{2}$

$-2\sqrt{6} > -6$ $\qquad \frac{3-2\sqrt{6}}{2}$ $\qquad -1$

$\frac{3+2\sqrt{6}}{2}$ $\quad 4$

$2\sqrt{6}$ $\quad 5$

$\sqrt{6}$ $\quad \frac{5}{2}$

$\sqrt{6} < \sqrt{\frac{25}{4}}$

$1-2+3=4$ $\quad$ №2

$2-1+3=4$

$\sqrt{x+1}-\sqrt{4-x}+3=2\sqrt{4+3x-x^2}$

$\sqrt{x+1}+3=2\sqrt{4+3x-x^2}+\sqrt{4-x}$

$x\ge -1$

$x\le 4$

$-x^2+3x+4\ge 0$

$x^2-3x-4\le 0$

$(x-4)(x+1)\le 0$

$[-1;4]$

$x+1+9+6\sqrt{x+1}=4(4+3x-x^2)+4-x+4\sqrt{(4-x)\cdot(x-4)(x+1)}$

$x+10+6\sqrt{x+1}=8+2x-x^2+4\sqrt{|x-4|}\cdot\sqrt{x+1}$

$x+10+6\sqrt{x+1}=8+2x-x^2+4(4-x)\sqrt{x+1}$

$\cancel{x^2-x+2+6\sqrt{x+1}+2(x-4)\sqrt{x+1}=0}$

$x^2-x+2=4(4-x)\sqrt{x+1}-6\sqrt{x+1}$

$x^2-x+2=10\sqrt{x+1}-4x\sqrt{x+1}$

$D<0$

$(x^2-x+2)^2=(10-4x)^2(x+1)$

$x^4+x^2+4-2x^3-4x+4x^2=(16x^2-80x+100)(x+1)$

$x^4-2x^3+5x^2-4x+4=$

$16x^3-80x^2+100x+16x^2-80x+100$

-48

$81-486+621+48-96$ $\quad$ $16x^3-64x^2-20x+100$

$x^4-18x^3+69x^2+16x^2-96=0$

27 × 18

27 × 9 = 243

243 × 2 = 486

8 · 9 = 621

$x+10+6\sqrt{x+1}=16\sqrt{x+1}-4x\sqrt{x+1}+4-x+16+12x-4x^2$

$-4x^2+11x+20$

$4x^2-10x-10=10\sqrt{x+1}-4x\sqrt{x+1}$

$2x^2-5x-5=(5-2x)\sqrt{x+1}$

$(2x^2-5x-5)^2=(5-2x)^2(x+1)$

$4x^4+25x^2+25-20x^3-20x^2+50x=(25-20x+4x^2)(x+1)$

$4x^4+25x^2+25-20x^3-20x^2+50x=25x-20x^2+4x^3+25-20x+4x^2$

$4x^4+25x^2-20x^3+50x=5x+4x^3+4x^2$

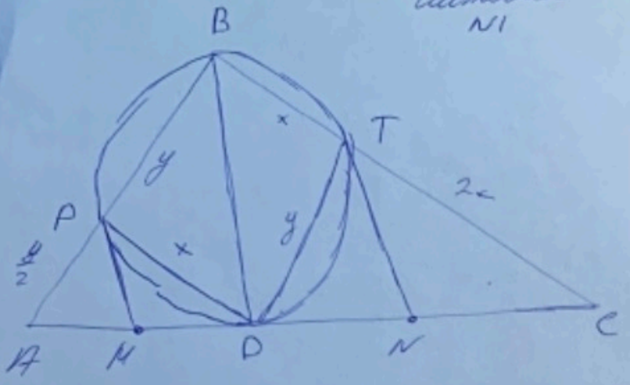
$4x^4+21x^2-24x^3+45x=0$

$x(x-3)(4x^2-12x-15)=0$

0 $\quad$ 3 $\quad$ $\frac{D}{4}=36+60=96$ $\quad$ $x=\frac{6\pm\sqrt{96}}{4}$ $\quad$ $x=\frac{3\pm2\sqrt{6}}{2}$

Ответ: 3; $\frac{3-2\sqrt{6}}{2}$.

Чистовик
№1



Дано: 1) BD - диагональ
AM = MD; DN = NC
Найти - ∠PDT
2) MP = $\frac{1}{2}$
NT = 1
BD = $\frac{4}{3}$
Найти: S_{ABC}

1) ∠BPD = ∠BTD = 90° (опираются на диагональ)
2) ∠APD - смежный с ∠BPD => = 180° - ∠BPD = 90°
аналогично ∠DTC = 90°
3) PM и TN - медианы, провед. из прямого угла =>
PM = AM = MD; TN = DN = NC
4) ∠PMD = ∠TNC (соответств. углы при паралл. прямых
PM и TN и сек. MN)
5) т.к. △MPD и △TNC - р/б (3) и (4) ∠PDM = ∠TCD
6) ∠TDC = 90° - ∠TCD (△DTC - прямоуг.)
7) ∠PDT = 180° - ∠PDM - ∠TDC = 90°
8) ∠PBT = 180° - ∠PDT = 90° (BPDT вписан в окр.)
9) пусть PD = x; DT = y
10) △MPD ~ △TNC (5) $k = \frac{MD}{NC} = \frac{PD}{TC}$

10.5) по (3)
AM = MD = MP = $\frac{1}{2}$
NT = DN = NC = 1

TC = 2x

11) $2R = \frac{PT}{\sin_{PDT}}$ PT = 2R = BD = $\frac{4}{3}$

12) составим систему уравнений
$\begin{cases} x^2+y^2=\frac{16}{9} \\ 4x^2+y^2=(DN+NC)^2 \end{cases}$; $\begin{cases} x^2+y^2=\frac{16}{9} \\ 4x^2+y^2=4 \end{cases}$ - ; $\begin{cases} 3x^2=\frac{20}{9} \\ x^2+y^2=\frac{16}{9} \end{cases}$; $\begin{cases} x^2=\frac{20}{27} \\ y^2=\frac{28}{27} \end{cases}$

13) т.к. BPDT - прямоуг., то BT = PD = x ; TD = PB = y
14) △APM ~ △DTN (аналогично ((10)) $\frac{AP}{TD} = \frac{AM}{DN}$; AP = $\frac{y}{2}$
15) $S_{ABC} = \frac{1}{2} AB \cdot BC = \frac{1}{2}\left(y+\frac{y}{2}\right)(x+2x) = \frac{9}{4} x \cdot y = \frac{9}{4} \cdot \frac{2}{3}\sqrt{\frac{5}{3}} \cdot \frac{2}{3}\sqrt{\frac{7}{3}} =$
$= \frac{\sqrt{35}}{3}$

Ответ: 90°; $\frac{\sqrt{35}}{3}$

1

211006571 (U849009 M1275190)

Часть 2

Олимпиада: **Математика, 10 класс (2 часть)**

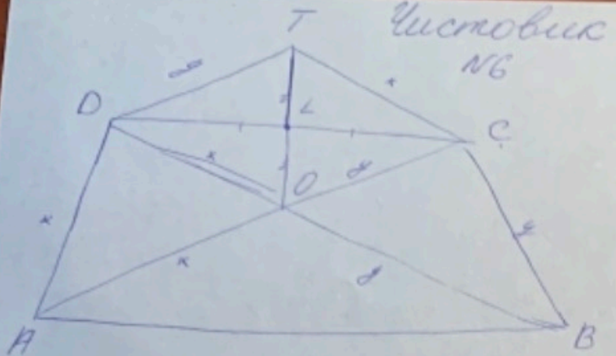
Шифр: **211006571**

ID профиля: **849009**

Вариант 12

Чистовик

№6



Дано: $\triangle AOD$ и $\triangle COB$ - правильные

$OL = LC$; $OL = LT$

Д-ть:

$\triangle ATB$ - правильный

$BC = 2$

$AD = 4$

$\frac{S_{ABT}}{S_{ABCD}}$ - ?

1) пусть $AD = x$; $CB = y$

2) т.к. $\triangle ADO$ и $\triangle COB$ - правильные, то $AD = DO = AO = x$; $CO = OB = CB = y$;
$\angle ADO = \angle AOD = \angle COB = \angle OCB = 60°$

3) CODT - параллелограмм (т.к. $DL = LC$; $OL = LT$)
$DT = OC = y$; $TC = OD = x$

4) $\angle DOC = \angle AOB$ (вертик.)
$\angle DOC = \angle AOB = 180° - \angle AOD = 120°$ (смежные)

5) $\angle TDO = 180° - \angle COD = 60°$ ($DT \parallel OC$; углы односторонние)

6) $\angle TDO = \angle TCO = 60°$ (противолеж. углы в параллелограмме)

7) $\angle TDA = \angle ADO + \angle TDO = 120°$
$\angle TCB = \angle TCO + \angle OCB = 120°$

8) $\triangle ADT = \triangle AOB$ ($AD = AO$; $DT = OB$; $\angle ADT = \angle AOB$) $\Rightarrow AB = AT$
$\triangle ADT = \triangle TCB$ ($AD = TC$; $DT = CB$; $\angle TCB = \angle ADT$) $\Rightarrow AT = TB$

9) $AB = AT = TB \Rightarrow \triangle ATB$ - правильный ч.т.д.

10) $BC = 2 \Rightarrow y = 2$
$AD = 4 \Rightarrow x = 4$
$\triangle AOB$:
$AB^2 = AO^2 + OB^2 - 2AO \cdot OB \cdot \cos_{AOB}$
$AB^2 = 16 + 4 + 2 \cdot \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot 2$
$AB = \sqrt{28} \Rightarrow AT = TB = \sqrt{28}$ (п. 9)

11) $\triangle ATB$ - правильн. $\Rightarrow \angle TAB = 60°$
$S_{ATB} = \frac{1}{2} \cdot \sin_{TAB} \cdot AT \cdot AB$
$S_{ATB} = 28 \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 7\sqrt{3}$

12) $S_{AOB} = \frac{1}{2} \cdot AO \cdot OB \cdot \sin_{AOB}$ $\quad S_{AOB} = \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 4 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 2\sqrt{3}$ $\quad S_{ABCD} = S_{AOB} + S_{DOC} + S_{ADO} + S_{COB} = 7\sqrt{3}$
$S_{DOC} = \frac{1}{2} \cdot DO \cdot OC \cdot \sin_{DOC}$ $\quad S_{DOC} = \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 4 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 2\sqrt{3}$
$S_{ADO} = \frac{1}{2} \cdot AO \cdot DO \cdot \sin_{ADO}$ $\quad S_{ADO} = \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot 4 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 4\sqrt{3}$
$S_{COB} = \frac{1}{2} \cdot OC \cdot OB \cdot \sin_{COB}$ $\quad S_{COB} = \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = \sqrt{3}$

Чистовик

N6

(3) $\dfrac{S_{ABT}}{S_{ABCD}} = \dfrac{7\sqrt{3}}{7\sqrt{3}} = 1$

Ответ: 1

N4

$$\begin{cases} \dfrac{1}{x^2+y^2} + x^2y^2 = \dfrac{5}{4} \\ 2x^4+2y^4+5x^2y^2 = \dfrac{9}{4} \end{cases}$$

Пусть $a = x^2+y^2$

$b = x^2y^2$

$a^2-2b = x^4+y^4$

$$\begin{cases} \dfrac{1}{a} + b = \dfrac{5}{4} \\ 2(a^2-2b)+5b = \dfrac{9}{4} \end{cases} ; \quad \begin{cases} \dfrac{1}{a} + b = \dfrac{5}{4} \\ 2a^2+b = \dfrac{9}{4} \end{cases} -$$

$$\begin{cases} 2a^2 - \dfrac{1}{a} = 1 \ (1) \\ \dfrac{1}{a} + b = \dfrac{5}{4} \end{cases} ;$$

(1) $2a^2 - 1 - \dfrac{1}{a} = 0$

$2a^3 - a - 1 = 0$

$(a-1)(2a^2+2a+1) = 0$

$$\left[\begin{array}{l} a = 1 \\ 2a^2+2a+1 = 0 \ (2) \end{array}\right.$$

(2) $\dfrac{D}{4} = 1-2 = -1 \quad \dfrac{D}{4} < 0$

след-но корней нет

$$\begin{cases} a = 1 \\ b = \dfrac{1}{4} \end{cases} ; \begin{cases} x^2+y^2 = 1 \\ x^2 \cdot y^2 = \dfrac{1}{4} \end{cases} ; \begin{cases} x^2 = 1-y^2 \\ (1-y^2)y^2 = \dfrac{1}{4} \end{cases} ; \begin{cases} x^2 = 1-y^2 \\ -y^4+y^2-\dfrac{1}{4} = 0 \end{cases} ;$$

$$\begin{cases} 4y^4-4y^2+1 = 0 \\ x^2 = 1-y^2 \end{cases} ; \begin{cases} (2y^2-1)^2 = 0 \\ x^2 = 1-y^2 \end{cases} ; \begin{cases} y^2 = \dfrac{1}{2} \\ x^2 = \dfrac{1}{2} \end{cases} ;$$

Чистовик

№ 4

$\left[\begin{array}{l}\begin{cases}x=\sqrt{\frac{1}{2}}\\ y=\sqrt{\frac{1}{2}}\end{cases}\\ \begin{cases}x=-\sqrt{\frac{1}{2}}\\ y=\sqrt{\frac{1}{2}}\end{cases}\\ \begin{cases}x=\sqrt{\frac{1}{2}}\\ y=-\sqrt{\frac{1}{2}}\end{cases}\\ \begin{cases}x=-\sqrt{\frac{1}{2}}\\ y=-\sqrt{\frac{1}{2}}\end{cases}\end{array}\right.$

Ответ: $(\sqrt{\frac{1}{2}};\sqrt{\frac{1}{2}})$; $(\sqrt{\frac{1}{2}};-\sqrt{\frac{1}{2}})$; $(-\sqrt{\frac{1}{2}};\sqrt{\frac{1}{2}})$; $(-\sqrt{\frac{1}{2}};-\sqrt{\frac{1}{2}})$

№5

1) Рассмотрим случай, когда 1 точка на диагонали, вторая - нет

1) Узнаем число всех клеток, не лежащих на границе $(63-0-1)(63-0-1)=62\cdot62$ (в данном случае у нас не будет центральной клетки, так как

2) Узнаем число точек на 1 диагонали $(63-0-1)=62$ длина каждой линии, парал. координатной - четная)

3) На 2-ух диагоналях

$62\cdot2=124$

4) Тогда число клеток, не лежащих на диагонали $=(62\cdot62-124)$

5) Допустим, что мы выбрали одну точку на диагонали, тогда к нам в пару подойдут точки, не лежащие на диагонали и не лежащие на линиях парал. координатам прямым, это $(62\cdot62-124-120)$ (в одной линии 62 клетки, а 2 мы уже вычли, когда удаляли диагонали, след-но вычитаем 120)

Чистовик

№5

6) Умножим это число клеток в диагоналях

$124(62\cdot62-124-120)$

получим итоговую в пункте формулу

вычислим

$124(62\cdot62-124-120) =$

г) Рассмотрим случай, когда две точки на диагоналях

1) Число клеток в диагоналях

124

2) Нам нужно выбрать подходящу клетки в диагоналях

$124\cdot121$ (нам не подойдут 2 клетки, потому что они лежат на прямых, паралл. коорд. прямым, и 1, потому что мы ее рассматриваем вначале)

3) Так как мы рассматриваем каждую пару дважды поделим на два

$62\cdot121$

Вычислим ответ

$\underbrace{62\cdot121}^{7502}+\underbrace{124(62\cdot62-124-120)}_{446\ 400} = 453\ 902$

Ответ: 453 902

$9b^6 - \frac{93}{4}b^4 - 4b^3 + \frac{315}{8}b^2 + 5b - \frac{87}{64} = 0$ Чирновик №4

$2 - 4b^2 + 5b$

$$\begin{cases} \frac{1}{a^2-2b} + b^2 = \frac{5}{4} \\ 2a^4 - 4a^2 b + 9b^2 = \frac{9}{4} \end{cases}$$

$a^2 b = k$

$2a^2(a^2-2b) + 9b^2 = \frac{9}{4}$

$\frac{1}{a^2-2b}$

$\cancel{a^2-2b=t}$

b

$$\begin{cases} \cancel{2(t+2b)t + 9b^2 = \frac{9}{4}} \\ \cancel{\frac{1}{t} + b^2 = \frac{5}{4}} \end{cases}$$

$2(k^2-b^2) + 9b^2 = \frac{9}{4}$

$2k^2 + 7b^2 = \frac{9}{4}$

$8k^2 + 28b^2 = 9$

$\cancel{b^2 = \frac{9+8k^2}{28}}$ $k^2 = \frac{9-28b^2}{8}$

$\cancel{b^2 = 9 - 8k^4}$ $a^4 - 2ab + b^2 = \frac{9-28b^2}{8}$

$\cancel{\frac{1}{t} = \frac{5-4b^2}{4}}$

$\cancel{t = \frac{4}{5-4b^2}}$

$\cancel{\frac{8}{5-4b^2}\left(\frac{4}{5-4b^2} + 2b\right) + 9b^2 = \frac{9}{4}}$

$\cancel{\frac{8}{5-4b^2}\left(\frac{4+10b-8b^3}{5-4b^2}\right) + 9b^2 = \frac{9}{4}}$

211006571 (U849009 M1275191)

$$\begin{cases} \frac{1}{x^2+y^2}+x^2y^2=\frac{5}{4} \\ 2x^4+2y^4+5x^2y^2=\frac{9}{4} \end{cases} \qquad \begin{cases} a=x^2+y^2 \\ b=x^2y^2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \frac{1}{a}+b=\frac{5}{4} \\ 2(a^2-2b)+5b=\frac{9}{4} \end{cases} \qquad \begin{cases} \frac{1}{a}+b=\frac{5}{4} \\ 2a^2+b=\frac{9}{4} \end{cases}$$

$$2a^2-\frac{1}{a}=1$$

$$2a^3-a-1=0$$

$$2a^3-2a^2+2a^2-2a+a-1$$

$$(a-1)(2a^2+2a+1)=0$$

$$\frac{D}{4}=1-2=-1$$

$$a=1$$

$$b=\frac{1}{4}$$

$$\begin{cases} x^2+y^2=1 \\ x^2y^2=\frac{1}{4} \end{cases} \qquad x^2=1-y^2$$

$$(1-y^2)y^2=\frac{1}{4}$$

$$-y^4+y^2-\frac{1}{4}=0$$

$$4y^4-4y^2+1=0$$

$$(2y^2-1)^2=0 \quad y^2=\frac{1}{2} \quad x=$$

$$x^2=\frac{1}{2} \qquad x=\sqrt{\frac{1}{2}} \quad y=\sqrt{\frac{1}{2}}$$

211006571 (U849009 M1275191)

Черновик
№4

$$\begin{cases} \frac{1}{x^2+y^2} + x^2y^2 = \frac{5}{4} \\ 2x^4+2y^4+5x^2y^2 = \frac{9}{4} \end{cases}$$

$$\begin{cases} \frac{1}{a^2-2b} + b^2 = \frac{5}{4} \\ 2a^4-4a^2b+4b^2+5b^2 = \frac{9}{4} \end{cases}$$

$+9b^2$

$$1+a^2b^2-2b^3 = \frac{5}{4}a^2 - \frac{5}{2}b$$

$$2(x^4+y^4) - \frac{5}{x^2+y^2} = \frac{9}{4} - \frac{25}{4} = -4$$

$$2a^4-4a^2b+4b^2 - \frac{5}{a^2-2b} = -4$$

$$2a^2(a^2-2b) + \cancel{4b^2} \quad 9b^2 = \frac{9}{4}$$

$$\frac{2-4b^3+5b}{\frac{5}{4}-b^2}\left(\frac{1-2b^3+\frac{5}{2}b}{\frac{5}{4}-b^2} - 2b\right) + 9b^2 = \frac{9}{4}$$

$$\frac{2-4b^3+5b}{\frac{5}{4}-b^2}\left(\frac{1-2b^3+\frac{5}{2}b-\frac{5}{2}b+2b^3}{\frac{5}{4}-b^2}\right) + 9b^2 = \frac{9}{4}$$

$$\frac{2-4b^3+5b}{\left(\frac{5}{4}-b^2\right)^2} + 9b^2 = \frac{9}{4}$$

$$2-4b^3+5b+9b^2\left(b^4-\frac{5}{2}b^2+\frac{25}{16}\right) = \frac{9}{4}\left(b^4-\frac{5}{2}b^2+\frac{25}{16}\right)$$

$$2-4b^3+5b+9b^6-\frac{45}{2}b^4+\frac{225}{16}b^2 = \frac{9}{4}b^4 - \frac{45}{8}b^2 + \frac{225}{64}$$

$a = x+y$

$b = xy$

$x^2+y^2 = a^2-2b$

$x^4+y^4 = (a^2-2b)^2 - 2b^2 =$

$= a^4-2a^2b+4b^2-2b^2 =$

$= a^4-2a^2b+2b^2$

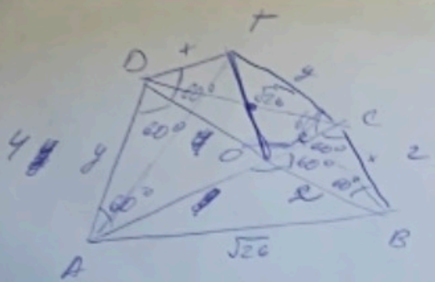
$\cancel{\frac{D}{4} = 4b^2-16b^2+\frac{9}{2} = \frac{9}{2}-16b^2}$

$\cancel{a^2 = \frac{2b \pm \sqrt{\frac{9}{2}-16b^2}}{2}}$

$$1-2b^3+\frac{5}{2}b = \frac{5}{4}a^2 - a^2b^2$$

$$\boxed{a^2 = \frac{1-2b^3+\frac{5}{2}b}{\frac{5}{4}-b^2}}$$

N6



AB=CD

$\triangle ABT$-прав.

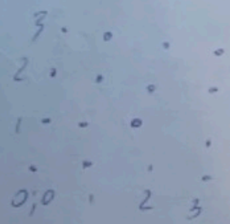
$AB^2=16+2+8=26$

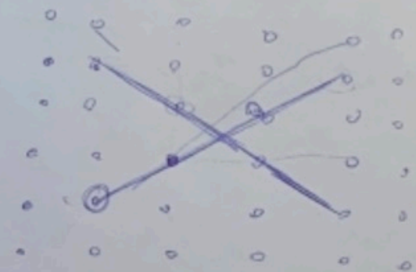
$AB=\sqrt{26}$

$S_{ABT}=26\cdot\frac{1}{2}\cdot\frac{\sqrt{3}}{2}=\frac{13\sqrt{3}}{2}$

20

N5





$62\cdot 62 = 2\cdot 62\cdot(62\cdot 62-62-62-60-60)$

1 на диагонали, вторая-нет

2 на диагонали

+

$\frac{124\,(124-3)}{2}$

5+4+3+2+3+2+1