Часть 1

Олимпиада: **Математика, 10 класс (1 часть)**

Шифр: **211006535**

ID профиля: **291146**

Вариант 12

№ 2 (продолжение)

$4x^2 - 28x + 49 = 16 - 4x$

$4x^2 - 24x + 23 = 0$

$x^2 - 6x + \frac{23}{4} = 0$

Черновик

$D = 36 - \frac{4 \cdot 23}{4} = 36 - 23 = 13$

$x = \frac{6 \pm \sqrt{13}}{2}$

Нужно проверить, є ли эти решения $[-1; 4]$

$\frac{6+\sqrt{13}}{2} > \frac{6+\sqrt{9}}{2} > \frac{9}{2} = 4,5 > 4$ – не подходит

$\frac{6-\sqrt{13}}{2} \le 4 \Leftrightarrow 6 - \sqrt{13} \le 8 \Leftrightarrow -2 \le \sqrt{13}$ – верно

$\frac{6-\sqrt{13}}{2} \ge -1 \Leftrightarrow 6 - \sqrt{13} \ge -2 \Leftrightarrow 8 \ge \sqrt{13} \Leftrightarrow 64 \ge 13$ – верно

$\Rightarrow \frac{6-\sqrt{13}}{2}$ – подходит

2) $\sqrt{x+1} - \sqrt{4-x} = 1$

$|x+1| - 2\sqrt{(x+1)(4-x)} + |4-x| = 1$

$x+1+4-x-1 = 2\sqrt{(x+1)(4-x)}$

$2 = \sqrt{(x+1)(4-x)}$

$4 = |(x+1)(4-x)|$ $\quad x+1 \ge 0 \quad 4-x \ge 0$

$4 = (x+1)(4-x)$

$4 = 4 + 3x - x^2$

$x^2 - 3x = 0 \quad x(x-3) = 0$

$x = 0$ или $x = 3$

↑ подходит ↑ подходит

211006535 (U291146 M1275556)

$-1 < \frac{6+\sqrt{13}}{2} \le 4$ $\frac{6+\sqrt{13}}{2} > 9$ $\sqrt{13} > \sqrt{9} > 3$

$6+\sqrt{13} \le 8$

$\sqrt{13} \le 2$ $\frac{9}{2} = \frac{8}{2} + 0,5 =$ $\frac{6-\sqrt{13}}{2} < 4$ $\frac{6-\sqrt{13}}{2} \ge -1$

$9 \ni 8$ $6-\sqrt{13} < 8$ $6-\sqrt{13} \ge -2$

$9 \in 8$ $-\sqrt{13} < 2$ v

$4 \ge \sqrt{13}$

$\sqrt{x+1} - \sqrt{4-v} = -2$

$\sqrt{x+1} - \sqrt{4-v} = 1$

$x+1 - 2\sqrt{} + 4 - \cancel{x} = 2$

$\cancel{x+1}$

$2 = 2\sqrt{}$ $5 - 2\sqrt{} = 1$

$1 = \sqrt{}$ $-2\sqrt{} = -4$

$1 = 4+3x-x^2$ $\sqrt{} = 2$

$x^2 - 3x - 3 = 0$ $4+3x-x^2 = 4$

$\frac{15}{+9}{4}$ $D = 9 + 4\cdot 3 = 21$ $x^2-3x-4 = -4$

x^2-3x -

$4-x \ge 0$

$a-b=-2$

$a^2-2ab+b^2=4$

$\sqrt{x+1} - \sqrt{4-x} = -2$

$a-b=-2$

$a=b-2$

$a^2 = b^2 - 4b + 4$

$5 - 2\sqrt{} = 4$

$-2\sqrt{} = -1$

Черновик

$a^2+b^2=5 \qquad a-b+3=2ab$ Чорновик

$a^2+b^2-2ab=5-2ab$

$(a-b)^2=5-2ab$

$(a-b)+3=2ab$

$(a-b)^2+(a-b)+3=5$

$1-2+3=2\cdot 2$

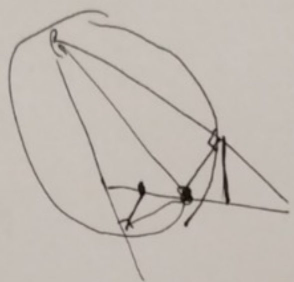
$x=0$

$\sqrt{1}-\sqrt{2}+3=2\cdot\sqrt{4}$

$4-2$

4

$\frac{12}{8}=\frac{4\cdot 3}{4\cdot 2}$



$\frac{3}{2}+\sqrt{6}<4$

$\frac{3}{2}+\sqrt{6}<\frac{3}{2}+$

$\sqrt{6}<\frac{5}{2}$

$36<\frac{25}{4}$

$\frac{3}{2}+\sqrt{6}>$

$4-1{,}5$

$4-1-\frac{1}{2}=2{,}5$

$\sqrt{6}>\frac{5}{2}$

$\frac{3}{2}-\sqrt{6}>-1$

$3-2\sqrt{6}>-2$

$5>2\sqrt{6}$

$\frac{5}{2}>\sqrt{6}$

$\cdot 36$

1. $\sqrt{x+1}-\sqrt{4-x}+3$

$x=3$

$\sqrt{13}>\sqrt{9}$

$2-1+3=2\cdot 2$

$4+9$

$3+4$

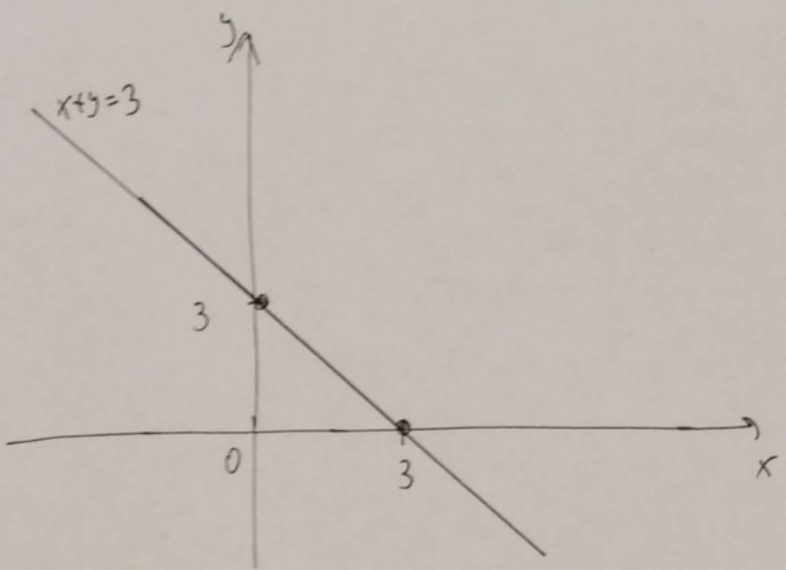
4

$(\sqrt{x+1}-\sqrt{4-x})$

1

211006535 (U291146 M1275556)

Чистовик № 3.



$$2a^2-2ax-6ay=-(x^2+2xy+5y^2)$$

$$\uparrow$$

$$D=4y^2-20y^2=-5y^2\le 0 \Rightarrow x^2+2xy+5y^2\ge 0$$

$$\Rightarrow 2a^2-2ax-6ay\le 0$$

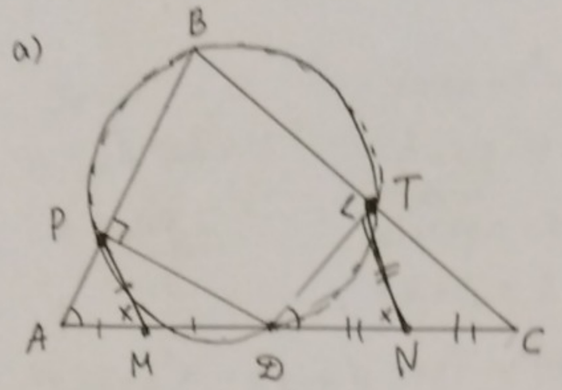
$$2a(a-x-3y)\le 0$$

211006535 (U291146 M1275556)

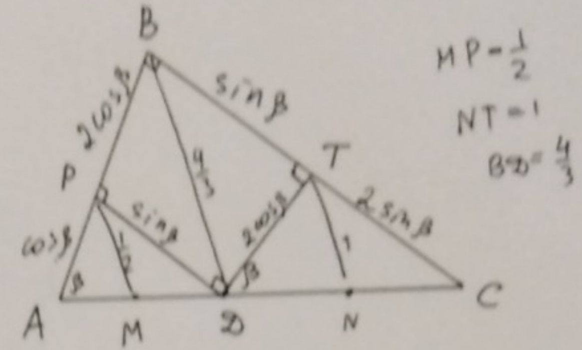
Чистовик

№ 1.

а)



б)



$MP = \frac{1}{2}$

$NT = 1$

$BD = \frac{4}{3}$

а) Так как $PM \parallel TN$, то $\angle AMP = \angle DNT$ (соответственные) $= x$.

Так как BD – диаметр окружности, то $\angle BPD = 90^\circ$, $\angle BTD = 90^\circ$.

В $\triangle APD$ $\angle APD = 90^\circ \Rightarrow PM$ – медиана, проведённая к гипоте-

нузе $\Rightarrow PM = \frac{1}{2}AD = AM$. В $\triangle DTC$, аналогично, $TN = \frac{1}{2}DC = DN$.

В $\triangle AMP$: $AM = MP \Rightarrow \angle MAP = \angle APM \Rightarrow \angle MAP = \frac{180 - x}{2} = 90 - \frac{x}{2}$.

В $\triangle DMT$: $DN = NT \Rightarrow \angle TDN = \frac{180 - x}{2} = 90 - \frac{x}{2}$.

Итак, $\angle MAP = \angle TDN \Rightarrow AB \parallel DT \Rightarrow \angle ABC = \angle DTC = 90^\circ$.

Ответ: 90°.

б) $AD = 2PM = 1 = 2R(\triangle APD)$ – (в APD $\angle P = 90^\circ \Rightarrow AD$ – диаметр опис. окр-ти)

$CD = 2TN = 2 = 2R(\triangle DTC)$

$\angle PAD = \angle TDC = \beta$. По т. синусов $PD = 2R(\triangle APD)\sin\beta = \sin\beta$; $TC = 2R(\triangle TDC)\sin\beta = 2\sin\beta$. $PBTD$ – прямоугольник (в нём 3 угла по $90^\circ \Rightarrow$ 4-ый тоже 90°) $\Rightarrow BT = PD = \sin\beta$. $TD = 2R(\triangle TDC)\sin(90-\beta) = 2\cos\beta$

$BP = TD = 2\cos\beta$. $AP = 2R(\triangle APD)\sin(90-\beta) = \cos\beta$

Итак, $AB = AP + PB = \cos\beta + 2\cos\beta = 3\cos\beta$. $BC = \sin\beta + 2\sin\beta = 3\sin\beta$

$S_{\triangle ABC} = \frac{AB \cdot BC}{2} = \frac{9}{2}\sin\beta\cos\beta$

В $\triangle BDT$ $\angle T = 90^\circ \Rightarrow \left(\frac{4}{3}\right)^2 = \sin^2\beta + 4\cos^2\beta \Rightarrow \left(\frac{4}{3}\right)^2 = 1 + 3\cos^2\beta$

$3\cos^2\beta = \frac{16}{9} - \frac{9}{9} = \frac{7}{9} \Rightarrow \cos^2\beta = \frac{7}{27}$ $0^\circ < \beta < 90^\circ \Rightarrow \cos\beta > 0 \Rightarrow \cos\beta = \sqrt{\frac{7}{27}}$

~~В $\triangle BAD$ $\angle P = 90^\circ \Rightarrow \left(\frac{4}{3}\right)^2$~~ $0^\circ < \sin\beta < 90^\circ \Rightarrow \sin\beta > 0 \Rightarrow \sin\beta = \sqrt{1 - \frac{7}{27}} =$

$= \sqrt{\frac{27-7}{27}} = \sqrt{\frac{20}{27}}$ $S = \frac{9}{2}\sin\beta\cos\beta = \frac{9}{2}\sqrt{\frac{20}{27}} \cdot \sqrt{\frac{7}{27}} = \frac{9}{2} \cdot \frac{\sqrt{140}}{27} = \frac{\sqrt{140}}{2 \cdot 3} = \boxed{\frac{\sqrt{35}}{3}}$

Ответ: $\boxed{\frac{\sqrt{35}}{3}}$

211006535 (U291146 M1275556)

Черновик

$\sqrt{x+1} - \sqrt{4-x} = -2$

$5 - 2\sqrt{(x+1)(4-x)} = 4$

$1 = 2\sqrt{}$

$1 = 4(x+1)(4-x)$

$1 = 4(4+3x-x^2)$

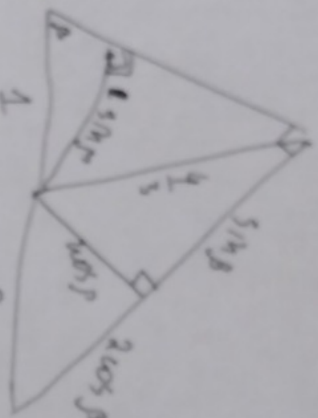
$1 + 4(x^2-3x-4) = 0$

$1 + 4x^2 - 12x - 16 = 0$

$4x^2 - 12x - 15 = 0$

$x = 0$

$\sin\varphi$



$\frac{16}{9} = 1 + 8\cos^2\varphi$

$\frac{16-9}{9} = \frac{7}{9}$

$\cos^2 = \frac{7}{72}$

$\cos = \sqrt{\frac{7}{72}}$

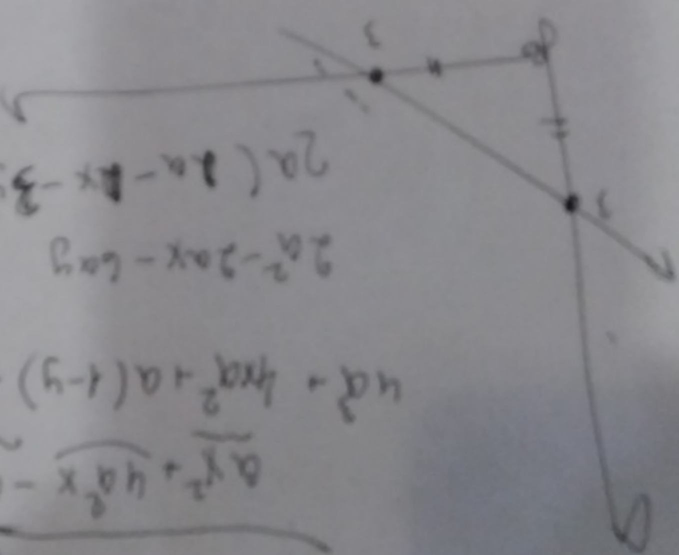
$\sin^2 = \frac{72-7}{72}$

$\sin = \sqrt{\frac{65}{72}}$

$\sqrt{\frac{7}{72}} \cdot \sqrt{\frac{65}{72}}$

$\frac{2\sqrt{455}}{72}$

$= \frac{\sqrt{7}}{3}$



$2a^2 - 2ax - 6ay + (x^2 - 2xy + 5y^2) = 0$

$D = 4y^2$

$ay^2 + 4a^2x - ay + 4a^3 + 2 = 0$

$4a^3 + 4xa^2 + a(1-y) + 2$

$x + y = 3$

$y = 3 - x$

$2a^2 - 2ax - 6ay$

$2a(a - x - 3y)$

211006535 (U291146 M1275556)

Чистовик № 2 (продолжение г) стр. 4

2) $\sqrt{x+1} - \sqrt{4-x} = 1$

$|x+1| - 2\sqrt{(x+1)(4-x)} + |4-x| = 1$ $|x+1| = x+1$, т.к. $x+1 \geq 0$

$|4-x| = 4-x$, т.к. $4-x \geq 0$

$5 - 2\sqrt{(x+1)(4-x)} = 1$

$2\sqrt{(x+1)(4-x)} = 4$

$\sqrt{(x+1)(4-x)} = 2$ $|(x+1)\cdot(4-x)| = (x+1)(4-x)$, т.к $(x+1)(4-x) \geq 0$

$(x+1)(4-x) = 4$

$4 + 3x - x^2 = 4$

$x^2 - 3x = 0$

$x(x-3) = 0$

$x = 0$, $x = 3$ $-1 \leq 0 \leq 4$ - подходит

$-1 \leq 3 \leq 4$ - подходит

Также необходимо проверить, являются ли найденные значения корнями выражения 2) $\sqrt{x+1} - \sqrt{4-x} - 1 = 0$, т.к. не все преобразования были равносильными:

$\sqrt{0+1} - \sqrt{4-0} = 1$; $1 - 2 = 1$; $-1 = 1$ ← не подходит

$\sqrt{3+1} - \sqrt{4-3} = 2 - 1 = 1$ - подходит

Ответ: $x = 3$

211006535 (U291146 M1275556)

1) $\sqrt{x+1} - \sqrt{4-x} = -2$

$|x+1| - 2\sqrt{(x+1)(4-x)} + |4-x| = 4$

$x + 1 + 4 - x - 2\sqrt{(x+1)(4-x)} = 4$

$1 = 2\sqrt{(x+1)(4-x)}$

$1 = 4(x+1)(4-x)$

$1 = 4(4+3x-x^2)$

$4(x^2-3x-4)+1=0$

$4x^2-12x-15=0$

$D = 12^2 + 4\cdot4\cdot15 = 4\cdot4\cdot9 + 4\cdot4\cdot15 = 4\cdot4(9+15) = 4\cdot4(24) = 4\cdot4\cdot2\cdot2\cdot6$

$x = \frac{12 \pm 8\sqrt{6}}{8}$

$x_1 = \frac{12+8\sqrt{6}}{8} = \frac{3}{2} + \sqrt{6}$; $\frac{3}{2} + \sqrt{6} > 4$; $\sqrt{6} > \frac{5}{2}$; $36 > \frac{25}{4}$ – верно $\Rightarrow$

$\Rightarrow \frac{3}{2} + \sqrt{6}$ – не подходит

$x_2 = \frac{12-8\sqrt{6}}{8} = \frac{3}{2} - \sqrt{6}$. $\frac{3}{2} - \sqrt{6} < -1$; $3 - 2\sqrt{6} < -2$; $5 < 2\sqrt{6}$;

$\sqrt{6} > \frac{5}{2}$; $36 > \frac{25}{4}$ – верно $\Rightarrow \frac{3}{2} - \sqrt{6} < -1 \Rightarrow \frac{3}{2} - \sqrt{6}$ – не подходит

Чистовик № 2. стр. 2

$\sqrt{x+1} - \sqrt{4-x} + 3 = 2\sqrt{4+3x-x^2}$

~~$4 - 3x - x^2 = 0$~~
~~$D = 9 + 4\cdot 4 = 5^2$~~
~~$x = \frac{3 \pm 5}{-2} =$~~

$4+3x-x^2=0$

$x^2-3x-4=0$

т. Виета:

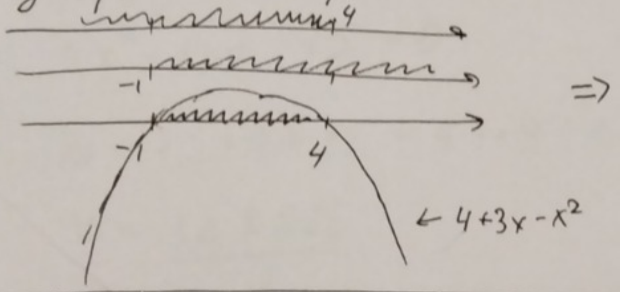
$\begin{cases} x_1 \cdot x_2 = -4 \\ x_1 + x_2 = 3 \end{cases}$ $x_1 = 4$, $x_2 = -1$

$\Rightarrow 4+3x-x^2 = -(x-4)(x+1) = (4-x)(x+1)$

(1) $\sqrt{x+1} - \sqrt{4-x} + 3 = 2\sqrt{(4-x)(x+1)}$

$x \geq -1$ $4 \geq x$

Подкоренные выражения $\geq 0 \Rightarrow x+1 \geq 0,\ 4-x \geq 0,\ (4-x)(x+1) \geq 0$



$\Rightarrow$ Могут подойти только $x \in [-1; 4]$.
Будем рассматривать далее только такие x

$\sqrt{x+1} - \sqrt{4-x} + 3 = 2\sqrt{(4-x)(x+1)}$ ~~$\sqrt{x+1} = a$, $\sqrt{|4-x|} = b$~~

~~если x решение~~

$(\sqrt{x+1})^2 + (\sqrt{4-x})^2 = |x+1| + |4-x| =$

$= x+1+4-x = 5$ (Так как $x+1 \geq 0$ и $4-x \geq 0$, то их модули — они сами)

$(\sqrt{x+1})^2 + (\sqrt{4-x})^2 = 5$; $(\sqrt{x+1})^2 - 2\sqrt{(x+1)(4-x)} + (\sqrt{4-x})^2 = 5 - 2\sqrt{(x+1)(4-x)}$;

$\begin{cases} (\sqrt{x+1} - \sqrt{4-x})^2 = 5 - 2\sqrt{(x+1)(4-x)} \\ (\sqrt{x+1} - \sqrt{4-x}) = 2\sqrt{(4-x)(x+1)} - 3 \end{cases}$ Сложим эти выражения

$(\sqrt{x+1} - \sqrt{4-x})^2 + (\sqrt{x+1} - \sqrt{4-x}) = 2$ $\sqrt{x+1} - \sqrt{4-x} = a$

$a^2 + a - 2 = 0$

$a_1 \cdot a_2 = -2$ $a_1 = -2$

$a_1 + a_2 = -1$ $a_2 = 1$

1) $\sqrt{x+1} - \sqrt{4-x} = -2$

$\sqrt{x+1} = \sqrt{4-x} - 2$

$|x+1| = |4-x| - 2\sqrt{4-x} + 4$

$x+1 = 4-x+4 - 2\sqrt{4-x}$

$2x - 7 = -2\sqrt{4-x}$

$4x^2 - 28x + 49 = 4|4-x|$

211006535 (U291146 M1275556)

Часть 2

Олимпиада: **Математика, 10 класс (2 часть)**

Шифр: **211006535**

ID профиля: **291146**

Вариант 12

$$\begin{cases} \textcircled{1}\ \dfrac{1}{x^2+y^2} + x^2y^2 = \dfrac{5}{4} \\ \textcircled{2}\ 2x^4 + 2y^4 + 5x^2y^2 = \dfrac{9}{4} \end{cases}$$

Если $x^2+y^2=0$, то первое рав-во не имеет смысла $\Rightarrow x^2+y^2 \neq 0$

② $2x^4+2y^4+5x^2y^2=\frac{9}{4}$; $2x^4+2y^4+4x^2y^2-4x^2y^2+5x^2y^2=\frac{9}{4}$;

$2(x^4+2x^2y^2+y^4)+x^2y^2=\frac{9}{4}$; $2(x^2+y^2)^2+x^2y^2=\frac{9}{4}$

$$\Rightarrow \begin{cases} \dfrac{1}{x^2+y^2} + x^2y^2 = \dfrac{5}{4} \\ 2(x^2+y^2)^2 + x^2y^2 = \dfrac{9}{4} \end{cases}$$

вычтем из второго рав-ва первое

$2(x^2+y^2)^2 - \frac{1}{x^2+y^2} = \frac{9}{4} - \frac{5}{4}$; $2(x^2+y^2)^2 - \frac{1}{(x^2+y^2)} = 1$.

Умножим обе части на $x^2+y^2 \neq 0$:

$2(x^2+y^2)^3 - 1 = x^2+y^2$

$2(x^2+y^2)^3 - (x^2+y^2) - 1 = 0$ $\qquad a = x^2+y^2$

$2a^3 - a - 1 = 0$

$2a^3 - 2 + 2 - a - 1 = 0$

$2(a^3-1) - (a-1) = 0$

$2(a-1)(a^2+a+1) - (a-1) = 0$

$(a-1)(2a^2+2a+2-1) = 0$

$(a-1)(2a^2+2a+1) = 0$

$a = 1$ или $2a^2+2a+1=0$

$D = 4 - 4\cdot 2 < 0 \Rightarrow 2a^2+2a+1 \neq 0$

$\Rightarrow a=1 \Rightarrow x^2+y^2=1$

211006535 (U291146 M1275557)

№1 (продолжение)

$x^2+y^2=1 \Rightarrow \frac{1}{x^2+y^2}+x^2y^2 = 1+x^2y^2=\frac{5}{4} \Rightarrow x^2y^2=\frac{1}{4}$

По обр. Теореме Виета

$\begin{cases} x^2+y^2=1 \\ x^2y^2=\frac{1}{4} \end{cases} \Rightarrow x^2$ и y^2 – корни уравнения $t^2-t+\frac{1}{4}=0$

$t^2-t+\frac{1}{4}=0$

$D=1-4\cdot\frac{1}{4}=0$

$t_{12}=\frac{1}{2} \Rightarrow x^2=y^2=\frac{1}{2}$

$x^2=\frac{1}{2} \Rightarrow x=\pm\frac{1}{\sqrt{2}}$

$y^2=\frac{1}{2} \Rightarrow y=\pm\frac{1}{\sqrt{2}}$

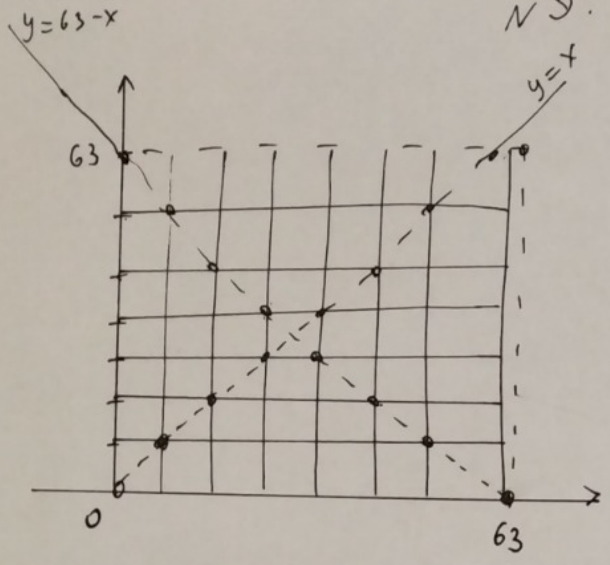
Получаем следующие решения $(x;y)$:

$\left(\frac{1}{\sqrt{2}};\frac{1}{\sqrt{2}}\right), \left(\frac{1}{\sqrt{2}};-\frac{1}{\sqrt{2}}\right), \left(-\frac{1}{\sqrt{2}};\frac{1}{\sqrt{2}}\right), \left(-\frac{1}{\sqrt{2}};-\frac{1}{\sqrt{2}}\right)$

Ответ: $\left(\frac{1}{\sqrt{2}};\frac{1}{\sqrt{2}}\right), \left(\frac{1}{\sqrt{2}};-\frac{1}{\sqrt{2}}\right); \left(-\frac{1}{\sqrt{2}};\frac{1}{\sqrt{2}}\right), \left(-\frac{1}{\sqrt{2}};-\frac{1}{\sqrt{2}}\right)$

Чистовик

~~№5~~. №2.



Заметим, что $x \neq 63-x$ при $x \in \mathbb{Z}$ (т.к. $2x$ – чет, а 63 – нечет.) $\Rightarrow$ множества $\mathbb{Z}$ точек на прямых $y=x$ и $y=63-x$ не пересекаются

Заметим, что $y=x$ проходит через $(0,0)$ и $(63,63)$, а $y=63-x$ через $(0,63)$ и $(63,0)$ $\Rightarrow$ эти прямые – диагонали квадрата. На каждой из них ровно 62 $\mathbb{Z}$ точки лежат внутри квадрата.

Пары искомых точек бывают 3 видов:

1) ~~обе~~ точки лежат на разных диагоналях
2) одна точка лежит на первой, вторая не лежит на второй (но может лежать на I)
3) одна точка лежит на второй диагонали, вторая НЕ лежит на первой.

В 1 группе пар: $62 \cdot 60$. Есть 62 способа выбрать точку с I диагонали. Теперь 2 точку можно выбрать 60 способами, т.к. 2 точки лежат в одной вертик. или гориз. с первой выбранной.

Во 2 группе пар: $62 \cdot (61^2 - 1 - 61 - 61 - \cancel{59}\,60) = \cancel{62(61^2 - 2\cdot 61 - 60)}$ $62(61^2 - 3\cdot 61)$

Первую точку – 62 способа, вторую точку можно взять любую, кроме ~~тех, что~~ 1) ~~самой~~ первой точки 1 2) точек на одной верт/гориз с ней – $2\cdot 61$, 3) точек на 2 диагонали (их ~~61~~ 62, но 2 из них мы уже убрали во 2) $\Rightarrow$ надо вычесть ~~59~~ 60)

В 3 группе пар: $\cancel{62(61^2 - 2\cdot 61 - 60)}$ аналогично 2 группе

$62(61^2 - 3\cdot 61)$

211006535 (U291146 M1275557)

Всего пар: $62 \cdot 60 + 2 \cdot 62(61^2 - 3 \cdot 61) =$

$= 61^2 - 1 + 2 \cdot 62(61^2 - 3 \cdot 61) = 3720 + 2 \cdot 62(3721 - 183) =$

$= 3720 + 2 \cdot 62 \cdot 3538 = 3720 + 124 \cdot 3538 =$

$= 3720 + 438.712 = 442.432$

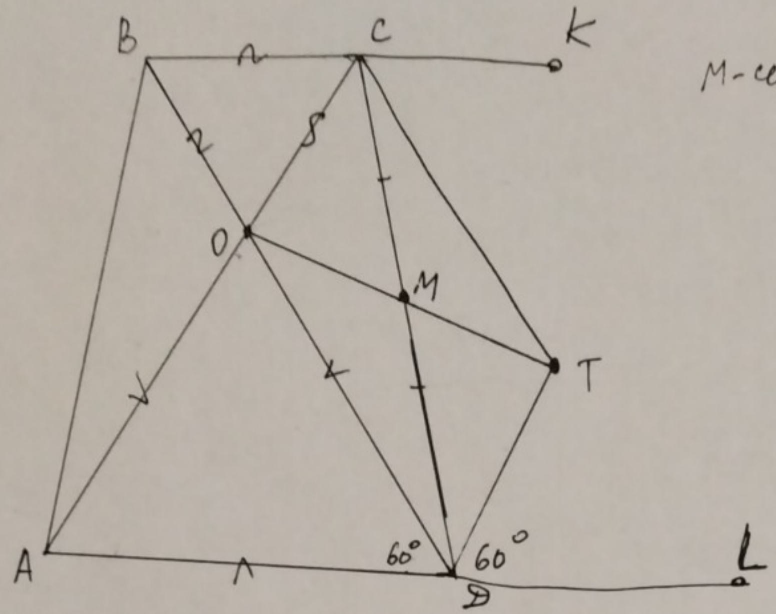
$$\begin{array}{r} \times\ 61 \\ 61 \\ \hline 61 \\ 366\ \ \\ \hline 3721 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \times\ 3538 \\ 124 \\ \hline 14152 \\ 7076\ \ \\ 3538\ \ \ \ \\ \hline 438.712 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} +\ 438712 \\ 3720 \\ \hline 442432 \end{array}$$

Ответ: 442.432

№ 3.



M - середина CD

а) T симметрична O относ. M ⇒ OM = MT ; CM = MD (по условию) ⇒ OCTD - параллелограмм ⇒ CT ∥ OD, OC ∥ TD. ∠CBO = ∠ODA = 60° ⇒ ⇒ BC ∥ AD. △ABO = △COD по 2 сторонам и углу между ними ⇒ AB = CD ⇒ ABCD - равнобокая трапеция.

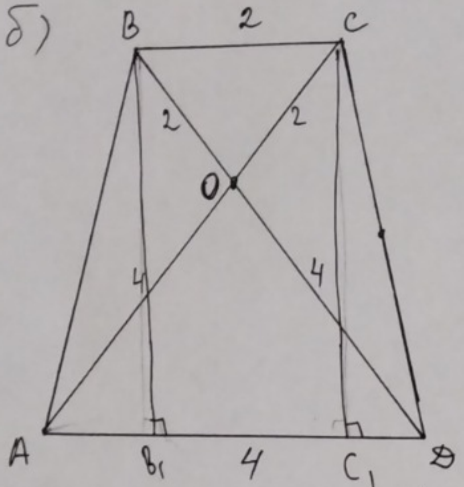
∠ADO = 60°. Т.к. AC ∥ DT, то ∠TDL (см. рис.) = 60° ⇒ ∠ODT = 60°. BCTD - трапеция, причём ∠CBO = 60° = ∠ODT ⇒ BCTD - равнобокая трапеция. Диагонали равнобокой трапеции равны ⇒ BT = CD = AB. ∠BCO = 60°. ∠TCK (см. рис) = ∠OBC (т.к. OD ∥ CT) = 60° ⇒ ∠OCT = 180° - 60° - 60° = 60°. ACTD - трапеция, т.к. AC ∥ TD. ∠CAD = 60° = ∠OCT ⇒ она равнобокая ⇒ её диагонали равны ⇒ CD = AT.

Итак. CT = CD = AB = AT, т.е. AB = BT = AT ⇒ ABT - правильный треугольник. ЧТД.

211006535 (U291146 M1275557)

№ 3.

б)



$\dfrac{S_{\triangle ABT}}{S_{ABCD}}$

· T

1) $S_{\text{вып. 4-ка}} = \dfrac{d_1 \cdot d_2}{2} \sin\varphi$, где d_1 и d_2 – длины диагоналей, φ – угол между ними ~~$\Rightarrow S_{ABCD} =$~~. $AC = OC + AO = BC + AD = 2+4=6$. $BD = BO + OD = BC + AD = 6$. $\angle BOC = 60°$. $\Rightarrow S(ABCD) = \dfrac{6 \cdot 6}{2} \sin 60° = \dfrac{6\cdot 6}{2}\dfrac{\sqrt{3}}{2} = 9\sqrt{3}$. С другой стороны, $S_{\text{трапеции}} = \dfrac{(BC+AD)h}{2} = 3h \Rightarrow 9\sqrt{3} = 3h \Rightarrow h = 3\sqrt{3}$

2) Опустим высоты BB_1 и CC_1. BCB_1C_1 – прямоугольник $\Rightarrow B_1C_1 \overset{=BC}{=} 2$. Из симметрии, $AB_1 = C_1D \Rightarrow AB_1 = \dfrac{AD - B_1C_1}{2} = \dfrac{4-2}{2} = \dfrac{2}{2} = 1$. В $\triangle ABB_1$: $\angle B_1 = 90°$, $AB_1 = 1$, $BB_1 = h = 3\sqrt{3}$
$\Rightarrow AB = \sqrt{1^2 + (3\sqrt{3})^2} = \sqrt{1+27} = \sqrt{28}$

3) ABT – правильный $\Rightarrow S(ABT) = \dfrac{AB^2\sqrt{3}}{4} = \dfrac{28\sqrt{3}}{4} = 7\sqrt{3}$

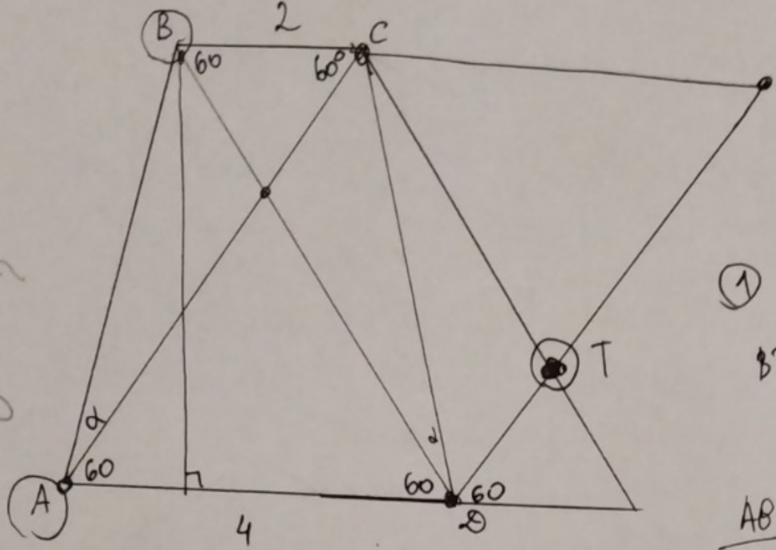
4) $\dfrac{S_{\triangle ABT}}{S_{ABCD}} = \dfrac{7\sqrt{3}}{9\sqrt{3}} = \dfrac{7}{9}$.

Ответ: $\dfrac{7}{9}$.

211006535 (U291146:M1275557)

$a=61$ Черновик

$$(a+1)(a-1)+2(a+1)(a^2-3a)=$$
$$=a^2-1+2a$$



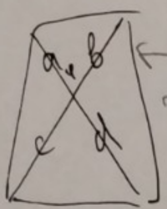
① $AB=BT$

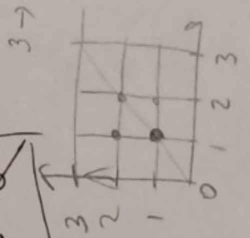
$BT=$

AB

$$\frac{S_{ABT}}{S_{ABCD}}$$

$$\frac{(a+b)h}{2}$$





План

1) S трап

2) h

3) AB

$(b+c)(a+d)=$
$=ab+bd+a$

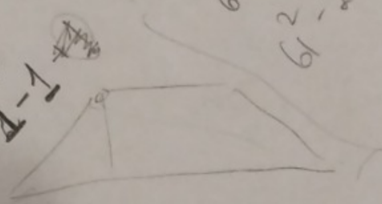
$$\frac{ab\sin\alpha+bd\sin\alpha+cd}{2}$$

$$\frac{(ab+bd+cd+ac)\alpha}{2}$$

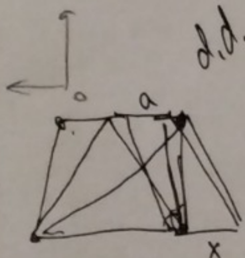
$61^2-62-2\cdot 60-1$

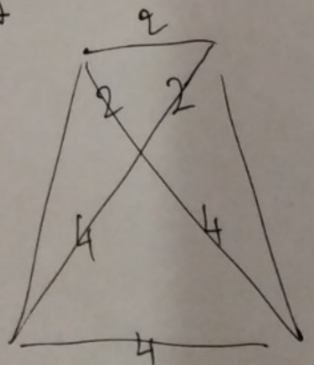
$61^2-61-61-1-1-2\cdot 60-1$

$61^2-2\cdot 61$



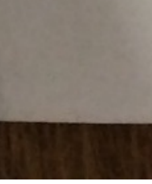
$d_1 d_2\sin\alpha$





$$\frac{2\cdot 2}{2}\sin 60^\circ+$$
$$+\frac{2\cdot 4}{2}\sin 60^\circ+\frac{4\cdot 4}{2}\sin 60^\circ+$$
$$+\frac{2\cdot 4}{2}\sin 60^\circ=$$
$$=\sin 60^\circ($$

$$\frac{a^2}{2}\sin 60^\circ=\frac{a^2\sqrt{3}}{4}$$



$$\frac{ah}{2}+\frac{bh}{2}$$

$$\frac{6\cdot 6\sin}{2}$$

211006535 (U291146 M1275557)

№2 Черновик

Всего пар: $62 \cdot 60 + 2 \cdot 62 (61^2 - 2 \cdot 61 - 60) =$

$= 62(60 + 2 \cdot 61^2 - 4 \cdot 61 - 2 \cdot 60) = 62(2 \cdot 61^2 - 4 \cdot 61 - 60) =$

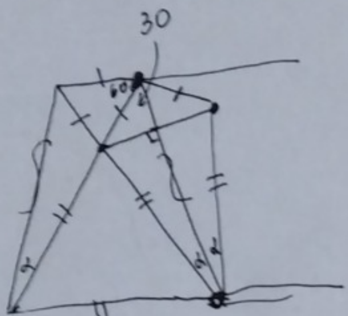
$= 62(2 \cdot 3721 - 244 - 60) = 62(7444 - 304) =$

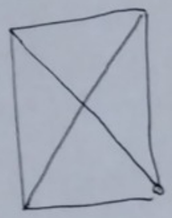
$= 62 \cdot 7140 = 442680$

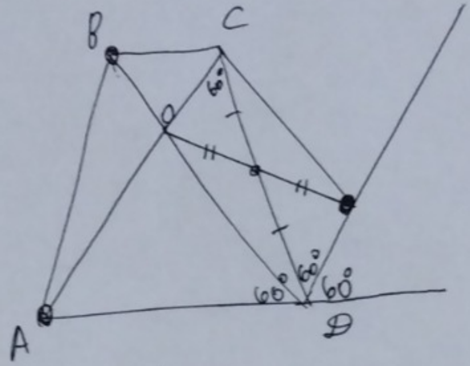
$$\begin{array}{r} \times\, 61 \\ 61 \\ \hline 61 \\ 366 \\ \hline 3721 \end{array}$$

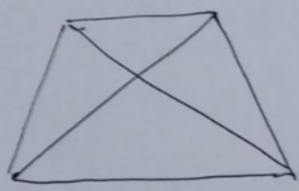
$$\begin{array}{r} \times\, 714 \\ 62 \\ \hline 1428 \\ 4284 \\ \hline 44268 \end{array}$$

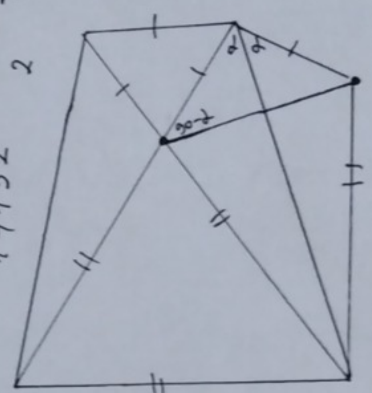
Черновик

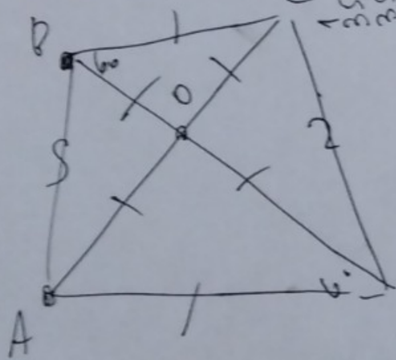


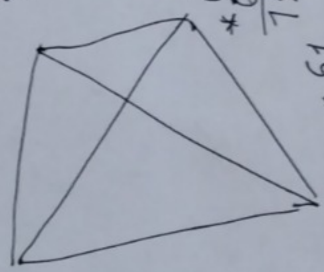












$62\cdot 60 + 2\cdot 62(61^2 - 3\cdot 61) =$

$= 62(60 + 2\cdot 61^2 - 6\cdot 61)$

211006535 (U291146 M1275557)

Черновик

$x^2+y^2=1$

$$\frac{1}{x^2+y^2} + x^2y^2 = \frac{5}{4}$$

$(x\cdot y)^2 = \frac{1}{4}$

$x^4+y^4-2x^2y^2$

$2x^4+2y^4+5x^2y^2=\frac{9}{4}$

$x^2+y^2=1$

$x^2y^2=\frac{1}{4}$

$2x^4+2y^4\underbrace{-4x^2y^2+5x^2y^2}+4x^2y^2=\frac{9}{4}$

$2x^2y^2=\frac{1}{2}$

$2(x^2+y^2)^2 + x^2y^2=\frac{9}{4}$

$\frac{1}{a}+b=\frac{5}{4}$

$\frac{1}{a} = 5$ $\quad \frac{1}{a}-2a^2=$

$2a^2+b=\frac{9}{4}$

$a=0$ отдельн

$(x-y)^2=x^2+y^2-2xy$

$2a^2-\frac{1}{a}=\frac{9}{4}-\frac{5}{4}=1$

$x^2+y^2\neq 0$ | (x^2+y^2)

$x^2+y^2=1$

$a+b=1$

$ab=\frac{1}{4}$

$2a^3-1=a$ $\quad a=1$

$2a^3-a-1=0$

$1+\sin^2\cos^2=\frac{5}{4}$

$2+\sin^2\cos^2=\frac{9}{4}$

$2a^3-a-1 \mid a-1$

$2a^3 \qquad 2a^2$

$\sin^2\alpha\cdot\cos^2\alpha=$

$2a^3+0\cdot a^2-a-1 \mid a-1$

$2a^3-2a^2 \qquad 2a^2+2a+1$

$2a^2-a$

$2a^2-2a$

$a-1$

$2a^3-a+1-2$

$2(a^3-1)-(a-1)$

$(a-1)(2a^2+2a+1)$ >0

$2(a-1)(a^2+a+1)-(a-1)$

$D=4-4\cdot4<0$

$(a-1)(2a^2+2a+2-1)$

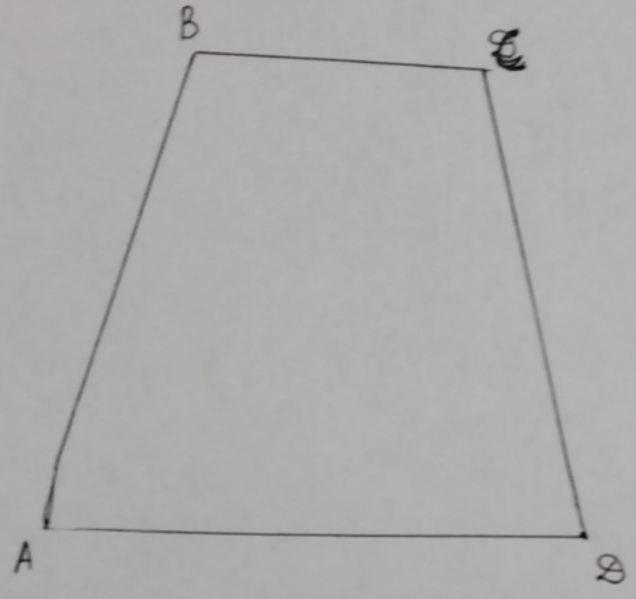
$\cancel{(\sqrt{2}a)^2+2}$

$(a-1)(2a^2+2a+1)$

211006535 (U291146 M1275557)

Черновик

№ 3.



211006535 (U291146 M1275557)