

# Часть 1

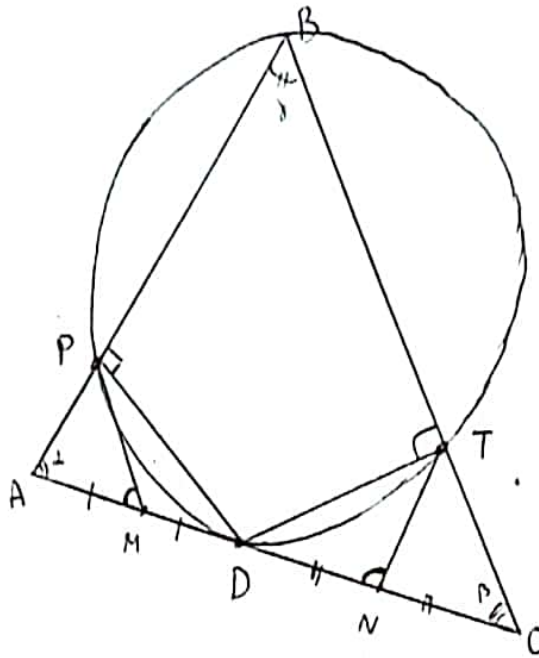
Олимпиада: **Математика, 10 класс (1 часть)**

Шифр: **211006177**

ID профиля: **295169**

Вариант 12

1.



а)  $BD$  - диаметр, значит  $\angle BPD$  и  $\angle BTD = 90^\circ$ , так как они опираются на диаметр.

Соответственно  $\angle APD = \angle DTC = 90^\circ$

~~В  $\triangle APD$   $\angle PDA = \angle BCA$ , поскольку эти  $\triangle$  подобны ( $\triangle ABC \sim \triangle APD$  по ЧЧЧ)~~

~~В  $\triangle DTC$   $\angle TDC = \angle BAC$ , поскольку  $\triangle DTC \sim \triangle ABC$~~

$\angle PMA = \angle TND$ , т.к.  $PM \parallel TN$ , а  $AC$  - секущая

Пусть  $\angle BAC = \alpha$ ,  $\angle BCA = \beta$ ,  $\angle ABC = \gamma$

$\angle PDT = 180^\circ - \gamma$  (из четырех угловника  $PBTD$ )

$\angle PDT = 180^\circ - \gamma = \alpha + \beta$

$\triangle APD \sim \triangle DTC \Rightarrow \angle PDA = \beta$ ;  $\angle TDC = \alpha \Rightarrow \angle PDT = 180 - \alpha - \beta = \alpha + \beta \Rightarrow \alpha + \beta = 90^\circ \Rightarrow \gamma = \angle ABC = 90^\circ$

Пусть  $MP = \frac{1}{2}$ ,  $NT = 1$ ;  $BD = \frac{4}{3}$

$\triangle APD \sim \triangle DTC$   $k = \frac{MP}{NT} = \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{AD}{DC} = \frac{1}{2}$

$BD$  делит  $AC$ :  $AD:DC = 1:2$

# Условие

$$2. \sqrt{x+1} - \sqrt{4-x} + 3 = 2\sqrt{4+3x-x^2}$$

$$OD3: x \in [-1; 4]$$

$$\sqrt{x+1} - \sqrt{4-x} + 3 = 2\sqrt{(x+1)(4-x)}$$

$$a = x+1$$

$$b = 4-x$$

$$\begin{cases} a+b=5 & (1) \end{cases}$$

$$\begin{cases} \sqrt{a} - \sqrt{b} + 3 = 2\sqrt{ab} & (2) \end{cases}$$

$$(\sqrt{a} - \sqrt{b})^2 = a - 2\sqrt{ab} + b = 5 - 2\sqrt{ab} \quad (\text{из (1)})$$

$$(\sqrt{a} - \sqrt{b})^2 = (2\sqrt{ab} - 3)^2 \quad (\text{из (2)})$$

$$5 - 2\sqrt{ab} = (2\sqrt{ab} - 3)^2 = 4ab - 12\sqrt{ab} + 9$$

$$4ab - 10\sqrt{ab} + 4 = 0$$

$$\sqrt{ab} = \frac{10 \pm \sqrt{100 - 64}}{2 \cdot 4} = \begin{cases} 2 \\ 0,5 \end{cases}$$

$$\textcircled{1} \sqrt{ab} = 2$$

$$\sqrt{(x+1)(4-x)} = 2 \Rightarrow 4 + 3x - x^2 = 4 \Rightarrow x = 0; 3$$

Проверим эти корни

$$x=0$$

$$\sqrt{0+1} - \sqrt{4-0} + 3 = 2\sqrt{4+0+0}$$

$$1 - 2 + 3 = 4$$

$$-2 = 0$$

противоречие

$$x=3$$

$$3 + \sqrt{3+1} - \sqrt{4-3} = 2\sqrt{4+9-9}$$

$$4 = 4$$

$$\textcircled{2} \sqrt{ab} = \frac{1}{2}$$

$$\sqrt{(x+1)(4-x)} = \frac{1}{2} \Rightarrow 4 + 3x - x^2 = \frac{1}{4} \Rightarrow -4x^2 + 12x + 15 = 0$$

$$x = \frac{-12 \pm \sqrt{144 + 16 \cdot 15}}{-8} = \frac{12 \pm \sqrt{144 + 240}}{8} = \frac{6 \pm \sqrt{96}}{4} = \frac{3 \pm \sqrt{24}}{2} = \frac{3}{2} \pm \sqrt{6}$$

$$2,4 < \sqrt{6} < 2,5$$

$$\frac{3}{2} - \sqrt{6} > -1$$

$$\frac{3}{2} + \sqrt{6} < 4$$

Проверка

$$x = \frac{3}{2} - \sqrt{6}$$

$$\sqrt{\frac{5}{2} - \sqrt{6}} - \sqrt{\frac{5}{2} + \sqrt{6}} + 3 = 1$$

$$\sqrt{\frac{5}{2} - \sqrt{6}} - \sqrt{\frac{5}{2} + \sqrt{6}} = -2$$

$$4 = \frac{10}{2} - 2 \cdot \sqrt{\frac{25}{4} - 6} = \frac{10}{2} - 1 = 4$$

Ответ:  $x = 3; \frac{3}{2} \sqrt{6}$ .

Проверка

$$x = \frac{3}{2} + \sqrt{6}$$

$$\sqrt{\frac{5}{2} + \sqrt{6}} - \sqrt{\frac{5}{2} - \sqrt{6}} + 3 = 1$$

$$\sqrt{\frac{5}{2} + \sqrt{6}} - \sqrt{\frac{5}{2} - \sqrt{6}} = -2, \text{ но } \sqrt{\frac{5}{2} + \sqrt{6}} - \sqrt{\frac{5}{2} - \sqrt{6}} > 0, \text{ этот } x \text{ не подходит}$$

# Чистовик

3. А)  $2a^2 - 2ax - 6ay + x^2 + 2xy + 5y^2 = 0$

В)  $ax^2 + 4a^2x - ay + 2 = 0$ ; В-вышши

А)  $2a^2 - 2ax - 6ay + 4y^2 + (x^2 + 2xy + y^2) = 0$

$(x+y)^2 - 2(ax+ay) + a^2 + a^2 - 4ay + 4y^2 = 0$

$(x+y-a)^2 + (a-2y)^2 = 0$

Такое возможно, если

$$\begin{cases} x+y=a \\ a=2y \end{cases} \begin{cases} x=\frac{1}{2}a \\ y=\frac{1}{2}a \end{cases}$$

В)  $ax^2 + 4a^2x - ay + 2 = 0$

$y = x^2 + 4ax + \frac{2-4a^2}{a}$

$x_B = \frac{-4a}{2} = -2a$

$y_B = 4a^2 - 8a^2 + 4a^2 + \frac{2}{a} = \frac{2}{a}$

Вернёмся к условию: А и В лежат по одну сторону прямой  $x+y=3$ , то есть

$y > 3-x$  или  $y < 3-x$

$y > 3-x$

$$\begin{cases} \frac{1}{2}a > 3 - \frac{1}{2}a \\ \frac{2}{a} > 3 + 2a \end{cases}$$

$$\begin{cases} a > 3 \\ \frac{2-3a-2a^2}{a} > 0 \end{cases}$$

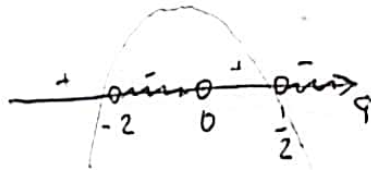


$$\begin{cases} a > 3 \\ a \in (-\infty; -2) \cup (0; \frac{1}{2}) \end{cases} a \in \emptyset$$

$y < 3-x$

$$\begin{cases} \frac{1}{2}a < 3 - \frac{1}{2}a \\ \frac{2}{a} < 3 + 2a \end{cases}$$

$$\begin{cases} a < 3 \\ \frac{2-3a-2a^2}{a} < 0 \end{cases}$$

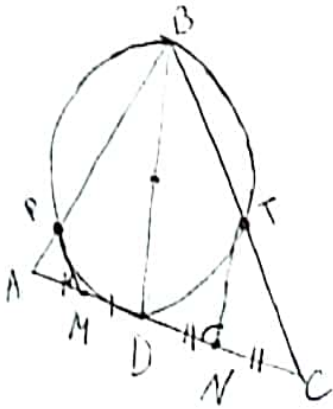


$$\begin{cases} a < 3 \\ a \in (-2; 0) \cup (\frac{1}{2}; +\infty) \Rightarrow a \in (-2; 0) \cup (\frac{1}{2}; 3) \end{cases}$$

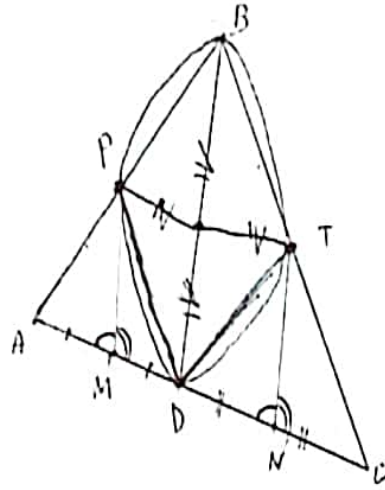
Ответ:  $a \in (-2; 0) \cup (\frac{1}{2}; 3)$

Чирковик

1.



PMHTN



PMHTN

$$AP \cdot AB = AD^2$$

$$CT \cdot CB = CD^2$$

$$AB = \frac{AD^2}{AP} \quad CB = \frac{CD^2}{CT}$$

$\triangle APD \sim \triangle DTC \sim \triangle ABC$

$$2. \sqrt{x+1} - \sqrt{4-x} + 3 = 2\sqrt{4+3x-x^2}$$

$$a = \sqrt{x+1}$$

$$b = \sqrt{4-x} \quad x \in [-1; 4]$$

$$\begin{cases} a^2 + b^2 = 5 \\ a - b + 3 = 2ab \end{cases}$$

$$a(1-2b) = b-3$$

$$a = \frac{b-3}{1-2b} \Rightarrow \frac{(b-3)^2}{(1-2b)^2} + b^2 = 5$$

$$(b-3)^2 + b^2(1-2b)^2 = 5(1-2b)^2$$

$$b^2 - 6b + 9 + b^2 - 4b^3 + 4b^4 = 5 - 20b + 20b^2$$



$$1 \cdot 2 \cdot 3 = 2 \cdot 2$$

$$2 \cdot \dots \cdot 3 = 4$$

$$\frac{16}{15} = \frac{80}{80}$$

$$\frac{16}{240}$$

$$a = x+1$$

$$b = 4-x$$

$$a + b = 5$$

$$\sqrt{a} - \sqrt{b} + 3 = 2\sqrt{ab}$$

$$a + 2\sqrt{ab} + b = (\sqrt{a} + \sqrt{b})^2$$

$$(\sqrt{a} + \sqrt{b})^2 = (2\sqrt{ab} - 3)^2 = 5 - 2\sqrt{ab}$$

$$4ab - 12\sqrt{ab} + 9 = 5 - 2\sqrt{ab}$$

$$4ab - 10\sqrt{ab} + 4 = 0$$

$$\sqrt{ab} = \frac{10 \pm \sqrt{100 - 64}}{8} = \frac{10 \pm 6}{8} = \left[ \frac{2}{1} \right]$$

$$\sqrt{(x+1)(4-x)} = 2 \Rightarrow 4+3x-x^2 = 4 \Rightarrow x=0$$

$$\sqrt{(x+1)(4-x)} = \frac{1}{2} \Rightarrow 4+3x-x^2 = 0,25$$

$$-x^2 + 3x + 3,75 = 0$$

$$-3 \pm \sqrt{9+15} = \frac{3 \pm \sqrt{24}}{2}$$

$$\begin{array}{r} 384 \overline{) 4} \\ \underline{36} \phantom{0} \\ 24 \phantom{0} \end{array}$$

0

96

48

24

Чертова.

$$3. \quad 2a^2 - 2ax - 6ay + x^2 + 2xy + 5y^2 = 0$$

$$2a^2 - 2ax - 6ay + (x+y)^2 + 4y^2 = 0$$

$$y < 3-x$$

$$y > 3-x$$

$$y < 3-x$$

2a^2

$$(a^2 - 2ax + x^2) + (a^2 - 6ay + 9y^2) + (x+y)^2 - 5y^2 - x^2 = 0$$

$$\textcircled{B} \quad a^2 + 4a^2x - ay + 4a^3 + 2 = 0 \quad a \neq 0$$

$$y = x^2 + 4ax + 4a^2 + \frac{2}{a}$$

$$\text{By)} \quad x = -\frac{b_1}{2a} - \frac{4a}{2} = -2a$$

$$\text{By)} \quad y = 4a^2 - 8a^2 + 4a^2 + \frac{2}{a} = \frac{2}{a}$$

$$\left. \begin{array}{l} x = -2a \\ y = \frac{2}{a} \end{array} \right\} \frac{2}{a} \vee 3+2a$$

$$\textcircled{A} \quad (a-x)^2 + (a-y)^2 + (x+y)^2 = 5y^2 - x^2$$

$$2a^2 - 2ax - 6ay + x^2 + 2xy + 5y^2 = 0$$

$$(a^2 - 2ax + x^2) + (a^2 - 6ay + 9y^2) + 2xy - 4y^2 = 0$$

$$5y^2 - 6ay + a^2 = -x^2 + 2ax$$

$$(a^2 - 2ax + x^2) + (a^2 - 6ay + 9y^2) + (x^2 + 2xy - y^2) + x^2 - 3y^2 = 0$$

$$(a-x)^2 + (a-y)^2 - (x-y)^2 + x^2 - 3y^2$$

$$(x+y)^2 + 2(x \cdot y + a) + a^2$$

$$(x+y)^2 - 2(xa + ya) + a^2 + 4y^2 - 4ya - 4ay + 9y^2 + a^2$$

$$(x+y-a)^2 + 4y^2 - 4ay + a^2 = 0$$

$$(x+y-a)^2 + (2y-a)^2 = 0$$

$$\begin{cases} x+y=a \\ 2y=a \end{cases}$$

$$2y=a$$

$$2x=a$$

$$x = \frac{1}{2}a$$

$$y = \frac{1}{2}a$$

$$\frac{1}{2}a \vee 3 - \frac{1}{2}a$$

$$\begin{cases} \frac{2}{a} > 3+2a \\ \frac{1}{2}a > 3 - \frac{1}{2}a \end{cases}$$

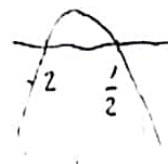
$$\begin{cases} 2a \frac{2-3a-2a^2}{a} > 0 \\ a > 3 \end{cases}$$

$$-2a^2 - 3a + 2 > 0$$

$$a_0 = \frac{3 \pm \sqrt{9+16}}{-4} = \frac{3 \pm 5}{-4} = \begin{bmatrix} -2 \\ \frac{1}{2} \end{bmatrix}$$

$$\textcircled{a > 3}$$

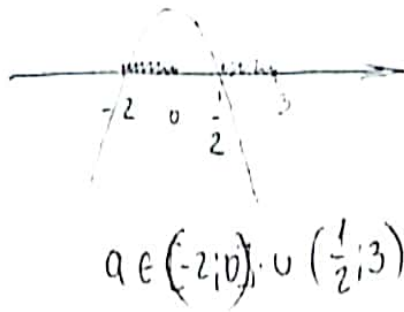
$$a \in \emptyset$$



Кривовиде

$$\frac{2-5a-2a^2}{a} < 0$$

$$a < 3$$



$$a \in (-2; 0) \cup (\frac{1}{2}; 3)$$

$$\sqrt{6} = 2,4$$

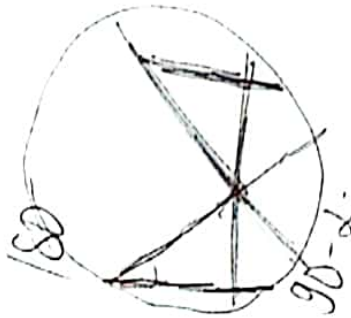
$$2,4 < \sqrt{6} < 2,5$$

$$\frac{3}{2} - \sqrt{6}$$

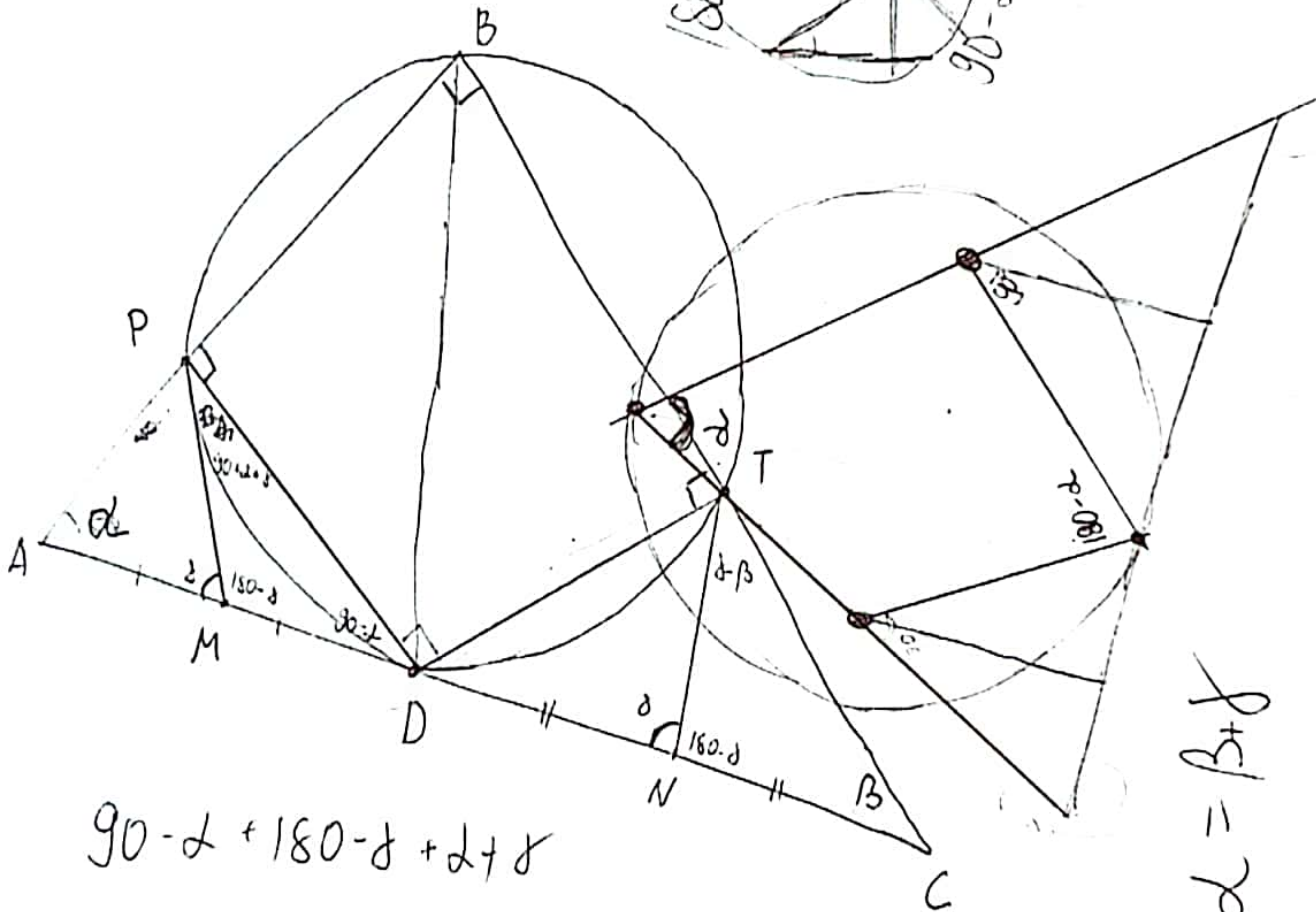
$$\frac{2,4}{96}$$

$$\frac{48}{576}$$

$$180 - \alpha - \beta = 90 - \alpha + 90 - \beta$$



$$\sqrt{\frac{5}{2} - \sqrt{6}} - \sqrt{\frac{5}{2} + \sqrt{6}} = 1$$



$$90 - \alpha + 180 - \delta + \alpha + \delta$$

$$180 - \alpha = \beta + \delta$$

# Часть 2

Олимпиада: **Математика, 10 класс (2 часть)**

Шифр: **211006177**

ID профиля: **295169**

Вариант 12



Чистовик Вариант 12

$$4. \begin{cases} \frac{1}{x^2+y^2} + x^2y^2 = \frac{5}{4} \\ 2x^4 + 2y^4 + 5x^2y^2 = \frac{9}{4} \end{cases} \begin{cases} \frac{1}{x^2+y^2} + x^2y^2 = \frac{5}{4} \quad (1) \\ 2(x^2+y^2) + x^2y^2 = \frac{9}{4} \quad (2) \end{cases}$$

$$(2) - (1) = 2(x^2+y^2) - \frac{1}{x^2+y^2} = 1$$

Введем замену  $a = x^2+y^2 \geq 0$

$$2t^2 - t^{-1} = 1 \quad | \cdot t$$

$$2t^3 - t - 1 = 0 \Rightarrow (t-1)(2t^2 + 2t + 1) = 0$$

$$\downarrow \quad D = 4 - 8 < 0 - \text{решений нет.}$$

$t = x^2+y^2 = 1$ , из (1) получим, что  $x^2y^2 = \frac{1}{4}$

$$\begin{cases} x^2+y^2 = 1 \\ x^2y^2 = \frac{1}{4} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x^2+y^2 = 1 \\ x^2 = \frac{1}{4y^2} \end{cases} \Rightarrow y^2 + \frac{1}{4y^2} = 1 \Rightarrow 4y^4 - 4y^2 + 1 = 0$$

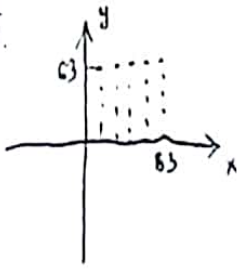
$$y^2 = \frac{4 \pm \sqrt{16-16}}{8} = \frac{1}{2}$$

$$x^2 = \frac{1}{2}$$

Ответ:  $(x, y) = (\frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{1}{\sqrt{2}}); (\frac{1}{\sqrt{2}}, -\frac{1}{\sqrt{2}}); (-\frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{1}{\sqrt{2}}); (-\frac{1}{\sqrt{2}}, -\frac{1}{\sqrt{2}})$

Чистовик

5.



Исключая границы квадрата, мы получим квадрат  $61 \times 61$

После выбора точки мы не можем поставить в 121 узел т.к. оно либо совпадает с 1-ым элементом  $O_x$  или  $O_y$

Рассмотрим такую пару, где 1-ая точка лежит на

прямой:  $y = x$  или  $y = 63 - x$

Точек подходящих под это условие: 121, поскольку 1-точка-точка пересечения этих прямых

Потом мы теряем еще 121 точку и ставим 2-ую. То есть в первый ход у нас  $121 \cdot (61^2 - 121)$  вариантов. (1-ая функция; 2-может, а может функция)

Теперь рассмотрим вариант, когда (1-ая функция; 2- функция)

1-ая точка  $(61^2 - 241)$  | 1-ая ось 120  
2-ая точка - 117 | 2-ая 118

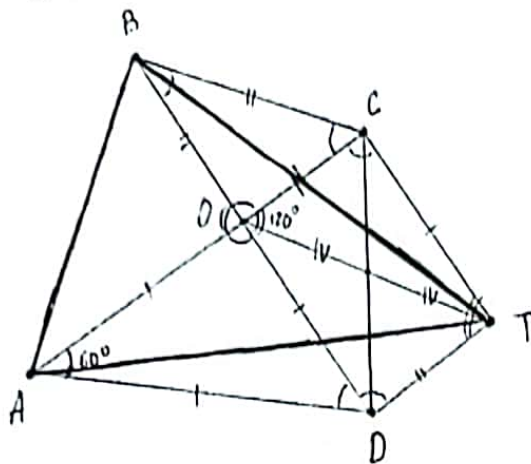
5	•	•	•	•	•
4	•	•	•	•	•
3	•	•	•	•	•
2	•	•	•	•	•
1	•	•	•	•	•
	1	2	3	4	5

Если точка лежит на 3 вертикали или горизонтали, то вариантов поставить вторую точку на 3 меньше.  
А если на остальных, то на 4 меньше.  
(Знаем случаи это 32 горизонталь и вертикаль)

$$C = 121 \cdot (61^2 - 121) + (61^2 - 241) \cdot 117 + 120 \cdot 118$$

$$\text{Ответ: } C = 121 \cdot (61^2 - 121) + (61^2 - 241) \cdot 117 + 120 \cdot 118.$$

6.



а) Проведём отрезки CT и TD. Заметим, что  $CT = OD$ ;  $OC = DT$

Отметим в  $\triangle ADD$  и  $\triangle BOC$  углы по  $60^\circ$ . Тогда  $\angle BOA = \angle COD = 120^\circ$  (как внешние  $\angle \triangle AOD$ )

$\triangle AOB$ :

$$AB^2 = AO^2 + BO^2 - 2AO \cdot BO \cdot \cos 120^\circ \quad (\text{Th. cos})$$

Заметим, что  $OCTD$  - параллелограмм  $\Rightarrow \angle COB = \angle CTD = 120^\circ$ , а  $\angle OCT = \angle ODT = 60^\circ$

$\triangle BCT$ :

$$BT^2 = BC^2 + CT^2 - 2BC \cdot CT \cdot \cos 120^\circ = AO^2 + BO^2 - 2AO \cdot BO \cdot \cos 120^\circ \quad (\text{Th. cos})$$

$\triangle ATD$

$$AT^2 = AD^2 + DT^2 - 2AD \cdot DT \cdot \cos 120^\circ = AO^2 + BO^2 - 2AO \cdot BO \cdot \cos 120^\circ \quad (\text{Th. cos})$$

$AB^2 = BT^2 = AT^2 \Rightarrow \triangle ABT$  - правильный  $\triangle$

б)  $BC = 2$ ;  $AD = 4$

$$BT = \sqrt{BC^2 + CT^2 - 2BC \cdot CT \cdot \cos 120^\circ} = \sqrt{4 + 16 + 16 \cdot \frac{1}{2}} = \sqrt{28}$$

$$S_{ABT} = \frac{1}{2} BT \cdot AT \cdot \sin 60^\circ = \frac{1}{2} \cdot 28 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 7\sqrt{3}$$

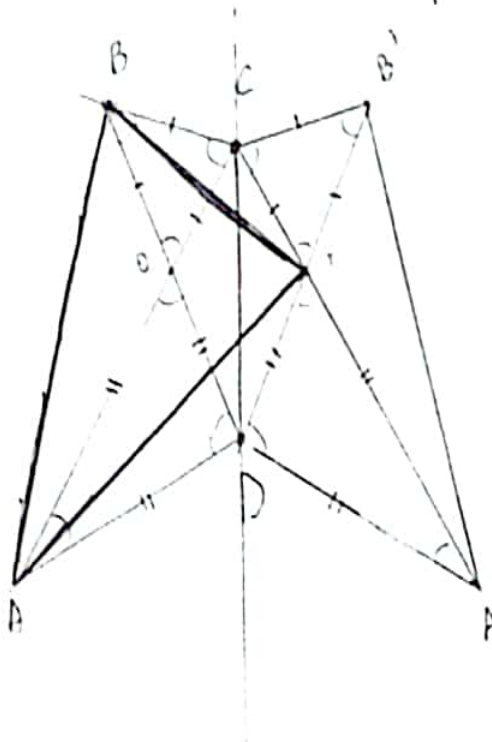
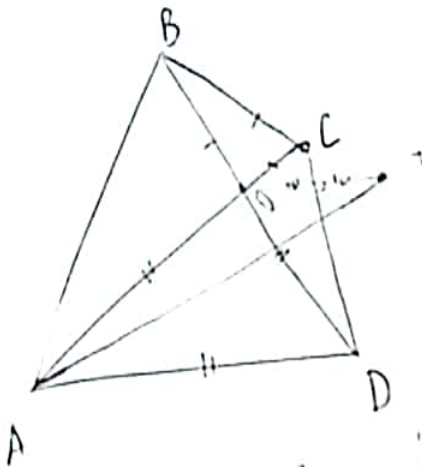
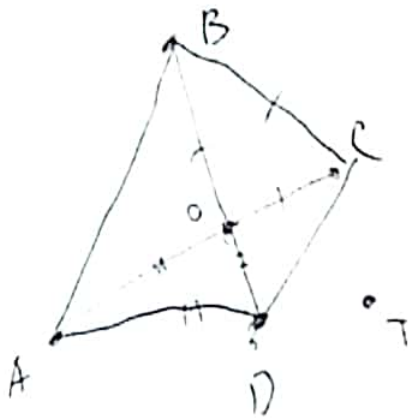
$$S_{ABCD} = S_{BOC} + S_{COD} + S_{BOA} + S_{AOD} = \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2} \cdot 16 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2} \cdot 8 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2} \cdot 8 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{1}{2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot 36 = 9\sqrt{3}$$

$$S_{ABT} : S_{ABCD} = 7 : 9$$

Ответ: б)  $S_{ABT} : S_{ABCD} = 7 : 9$

Угловое

$$\begin{array}{r} 121 \\ -117 \\ \hline 238 \end{array}$$



$$BT = 2a^2 - 2a^2 \cdot \cos \alpha$$

$$AT = 2b^2 - 2b^2 \cdot \cos \beta$$

$\Delta BCA$ :

$$AB^2 = a^2 + (a \cdot b)^2 - 2a(a \cdot b) \cdot \cos 60^\circ$$

$\Delta DBA$

$$AB^2 = b^2 + (a \cdot b)^2 - 2b(a \cdot b) \cdot \cos 60^\circ$$

$$0 = a^2 - b^2 - (a \cdot b)(a - b)$$

$\Delta BDA$

$$AB^2 = a^2 + b^2 + ab$$

$$AB^2 = 2b^2 - 2b^2 \cdot \cos \beta = a^2 + b^2 + ab$$

$\Delta BCD = \Delta BCA$   
 $BA = CD$

$$2b^2 + a^2 + 2ab - ba \cdot b^2 = a^2 + b^2 + ab$$

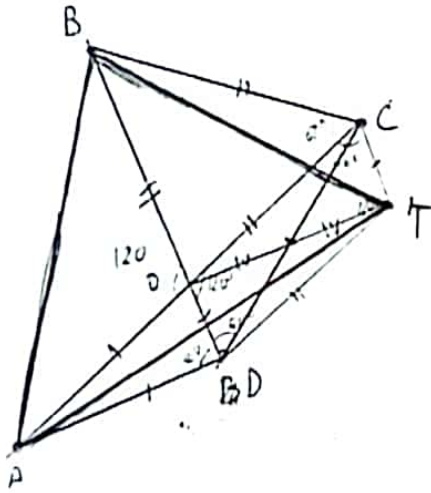
$$2b^2 \cdot \cos \beta = a^2 + b^2 - ab$$

$$\cos \beta = \frac{a^2}{2b^2} \cdot \frac{1}{2} - \frac{1a}{2b}$$

$$\cos \alpha = \frac{b^2}{2a^2} \cdot \frac{1}{2} - \frac{1b}{2a}$$

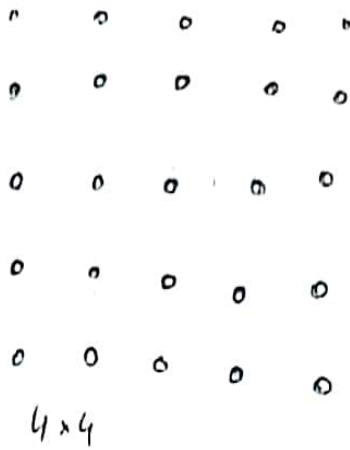
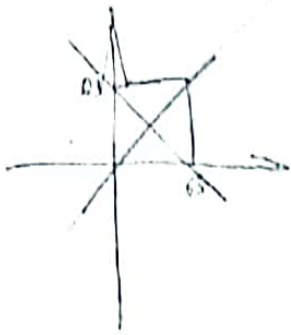
или

Чуковик



Чертовик.

5.



$61+60$  - 1ый выбор, но по ум ограничению выбор только из  $61^2 - 120 - 1$

$$\begin{cases} \frac{1}{x^2+y^2} + x^2y^2 = \frac{5}{4} \\ 2x^4 + 2y^4 + 5x^2y^2 = \frac{9}{4} \end{cases}$$

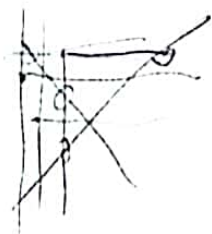
$$\begin{aligned} 2 &= 2x^4 + 2y^4 + 4x^2y^2 - \frac{1}{x^2+y^2} \\ 2 &= 2(x^2+y^2)^2 - 4x^2y^2 - \frac{1}{x^2+y^2} \end{aligned}$$

$$\begin{cases} 2(x^2+y^2)^2 - 3x^2y^2 = \frac{9}{4} \\ \frac{1}{x^2+y^2} + x^2y^2 = \frac{5}{4} \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2a^2 - 3b = \frac{9}{4} \rightarrow b = \frac{2}{3}a^2 - \frac{3}{4} \\ \frac{1}{a} + b = \frac{5}{4} \rightarrow \frac{1}{a} + \frac{2}{3}a^2 - \frac{3}{4} = \frac{5}{4} \end{cases}$$

$$\frac{1}{a} + \frac{2}{3}a^2 = \frac{8}{4} \quad | \cdot 3a$$

$$\begin{aligned} x^2+y^2 &= a \\ x^2y^2 &= b \end{aligned}$$



$$3 + 2a^3 = 2 \cdot 3a$$

$$2a^3 - 6a + 3 = 0$$

$$61^2 - 121 - 120$$

$$\frac{1}{x^2+y^2} + x^2y^2 = \frac{5}{4}$$

$$x^2y^2$$

$$\begin{cases} \frac{1}{x^2+y^2} + x^2y^2 = \frac{5}{4} \\ 2x^4 + 2y^4 + 5x^2y^2 = \frac{9}{4} \end{cases}$$

$$\begin{cases} \frac{1}{x^2+y^2} + x^2y^2 = \frac{5}{4} \\ 2(x^2+y^2)^2 + x^2y^2 = \frac{9}{4} \end{cases}$$



$$1 = 2(x^2+y^2)^2 - \frac{1}{x^2+y^2}$$

$$2(x^2+y^2)^3 - (x^2+y^2) - 1 = 0$$

$$x^2+y^2 = -1$$

Чепробука.

$$2(x^2+y^2)^2 - (x^2+y^2) + 1 = 0$$

$$2a^3 - a + 1 = 0$$

~~$$\begin{array}{r|l} 2a^3 - a + 1 & a+1 \\ \hline 2a^3 + 2a^2 & \\ \hline 2a^2 - a & \\ 2a^2 + 2a & \\ \hline -3a - 1 & \\ -3a - 1 & \\ \hline 0 & \end{array} \quad \begin{array}{r|l} 2a^3 - a + 1 & a-1 \\ \hline 2a^3 - 2a^2 & \\ \hline 2a^2 - a + 1 & \\ 2a^2 + 2a & \\ \hline 3a + 1 & \\ 3a + 1 & \\ \hline 0 & \end{array}$$~~

~~$$\begin{array}{r|l} 2a^3 - a + 1 & a+1 \\ \hline 2a^3 + 2a^2 & \\ \hline -2a^2 - a & \\ -2a^2 - 2a & \\ \hline a + 1 & \\ -a - 1 & \\ \hline 0 & \end{array}$$~~

$$a = \frac{2 \pm \sqrt{4-8}}{2}$$

~~$$\begin{array}{r|l} 2a^3 - a - 1 & a-1 \\ \hline 2a^3 - 2a^2 & \\ \hline 2a^2 - a & \\ 2a^2 - 2a & \\ \hline a - 1 & \\ -a + 1 & \\ \hline 0 & \end{array}$$~~

$$a = \frac{-2 \pm \sqrt{4-8}}{2}$$

$$2t^3 + 2t^2 + t - 2t^2 - 2t - 1$$

$$2t^3 - t - 1$$

$$\begin{cases} \frac{1}{x^2+y^2} + x^2y^2 = \frac{5}{4} \\ 2x^4 + 2y^4 + 5x^2y^2 = \frac{9}{4} \end{cases} \rightarrow \begin{cases} \frac{1}{x^2+y^2} + x^2y^2 = \frac{5}{4} \\ 2(x^2+y^2)^2 + x^2y^2 = \frac{9}{4} \end{cases}$$

$$2(x^2+y^2)^2 - \frac{1}{x^2+y^2} = 1$$

$$2(x^2+y^2)^2 - (x^2+y^2) - 1 = (x^2+y^2-1)(2(x^2+y^2)^2 + 2(x^2+y^2) + 1)$$

$$\begin{cases} x^2+y^2 = 1 \\ x^2y^2 = \frac{1}{4} \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x^2y^2 = \frac{1}{4} \\ x^2 = \frac{1}{4y^2} \end{cases}$$

$$1 + 4y^4 = 4y^2$$

$$y^2 = \frac{1 \pm \sqrt{16-16}}{8} = \pm \frac{1}{2}$$

$$y = \pm \sqrt{\frac{1}{2}}$$

$$x = \pm \sqrt{\frac{1}{2}}$$