Часть 1

Олимпиада: **Математика, 10 класс (1 часть)**

Шифр: **211006030**

ID профиля: **328766**

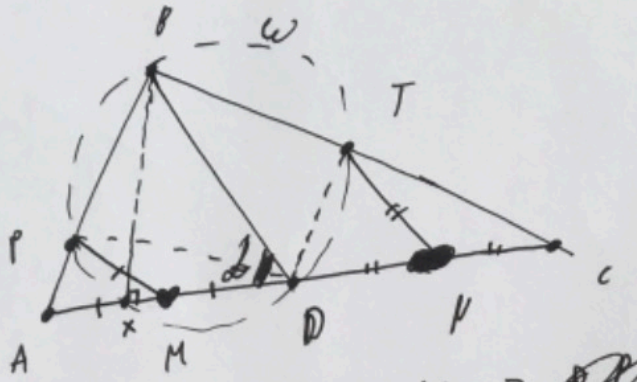
Вариант 12

чистовик.

(1)

M - середина AD
N - середина DC
BD - диаметр ω
а) $PM \parallel TN$
б) $MP = \frac{1}{2}$
$NT = 1$
$BD = \frac{4}{3}$

а) $\angle ABC = ?$
б) $S_{ABC} = ?$



а) • т.к. BD - диаметр $\omega \Rightarrow \angle BPD = 90° = \angle BTD$

$\Rightarrow$ раз M, N - середины AD и DC и $\angle APD = \angle DTC = 90° \Rightarrow PM = AM$; $TN = NC$ (медиана в прям. Δ)

• ~~Раз~~ Раз $PM \parallel TN \Rightarrow \angle TND = \angle PMA \Rightarrow$

$\Rightarrow \angle TCN = 90° - \angle PAM$ (т.к. ΔPMA и ΔTNC - равнобед)

$\angle PAM = 90° - \frac{\angle PMA}{2} = 90° - \angle TCN = 90° - \frac{\angle TND}{2} = 90° - \frac{\angle PMA}{2}$.

$\Rightarrow \angle ABC = 90°$

б) • $X = \omega \cap AC$ ($X \neq D$) ~~Если~~ ~~X = D~~ BD ($BD = \frac{4}{3}$ по дан.), тогда раз $X \in \omega \Rightarrow BX \perp AC$ ($\angle BXD = 90°$), если в этом случае $X = D \Rightarrow BD \perp AC \Rightarrow BD = \sqrt{AD \cdot DC}$ (т.к. высота в прям. Δ)

$\Rightarrow$ т.к. $PM = \frac{1}{2}$; $TN = 1 \Rightarrow \begin{cases} AD = 1 \\ DC = 2 \end{cases} \Rightarrow BD = \sqrt{2} \neq \frac{4}{3} \Rightarrow X \neq D$

• Пусть $\angle BDA = \alpha \Rightarrow$ по Th косинусов: $\begin{cases} BA^2 = BD^2 + AD^2 - 2 \cdot BD \cdot AD \cdot \cos\alpha \\ BC^2 = BD^2 + DC^2 + 2BD \cdot DC \cdot \cos\alpha \end{cases}$

но по Th. Пифагора: $BA^2 + BC^2 = AC^2 = (1+2)^2 = 9$

$\Rightarrow 9 = \frac{16}{9} + 1 - 2 \cdot \frac{4}{3} \cdot 1 \cdot \cos\alpha + \frac{16}{9} + 4 + 2 \cdot 2 \cdot \frac{4}{3} \cos\alpha =$

$= \frac{32}{9} + 5 - \frac{8}{3}\cos\alpha + \frac{16}{3}\cos\alpha = \frac{32}{9} + \frac{8}{3}\cos\alpha + 5 \Rightarrow$

$\Rightarrow \frac{56}{9}\cos\alpha = 4 \Rightarrow \left[\cos\alpha = \frac{9}{14}\right] \Rightarrow \sin\alpha = \sqrt{1 - \frac{11}{144}} = \frac{\sqrt{63}}{12} = \frac{\sqrt{7}}{4} \Rightarrow BX = \frac{4}{3} \cdot \sin\alpha = \frac{\sqrt{7}}{3}$

$\Rightarrow S_{ABC} = \frac{BX \cdot AC}{2} = \frac{\sqrt{7}}{3} \cdot 3 \cdot \frac{1}{2} = \frac{\sqrt{7}}{2}$

$\boxed{\text{ОТВЕТ: а) } 90° \text{ б) } \frac{\sqrt{7}}{2}}$

чистовик

(2)

$\sqrt{x+1} - \sqrt{4-x} + 3 = 2\sqrt{4+3x-x^2}$

• Заметим, что $(4-x)(x+1) = 4+3x-x^2$

ОДЗ

~~$x \in [-1; 4$~~

$\begin{cases} x+1 \geq 0 \\ 4-x \geq 0 \\ -x^2+3x+4 \geq 0 \end{cases} \Rightarrow x \in [-1; 4]$

~~фхк~~

• введём функции

$f(x) = \sqrt{x+1} - \sqrt{4-x}$

$Q(x) = 2\sqrt{(4-x)(x+1)} - 3$

$f'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x+1}} - \frac{-1}{2\sqrt{4-x}} = \frac{1}{2\sqrt{x+1}} + \frac{1}{2\sqrt{4-x}}$; $\forall x$ из $(-1; 4)$; $f'(x) > 0$

~~$\Rightarrow f(x)$ – убывает~~

$\Rightarrow f(x)$ – возрастает на $[-1; 4]$

и т.к $f(1,5) = 0$, $f(-1) = -\sqrt{5} \Rightarrow$ на $(-1; 1,5)$ $f(x) < 0$

, а на $(1,5; 4)$; $f(x) > 0$

• $Q'(x) = \frac{1}{\sqrt{4+3x-x^2}}(3-2x)$; при $x > 1,5$ $Q'(x) < 0$

$\Downarrow$

на $(1,5; 4)$

$Q(x)$ – убывает

, а на $(-1; 1,5)$

$Q(x)$ - возрастает

~~т.к $Q(-1) = Q(4) = 0$ и $Q(0) =$~~

$Q(1,5) = 2\sqrt{4+\frac{9}{2}-\frac{9}{4}} - 3 = \frac{5}{2} \cdot 2 - 3 = 2$

$\Rightarrow Q_{наиб}(x) = 2$

• т.к $f(x)$ на $(-1, 1,5)$ отрицательна, а $Q(x)$ на $(-1; 1,5)$ положительна $\Rightarrow f(x) \not\cap Q(x)$, на $(-1; 1,5)$ $f(x)$ – возрастает, а $Q(x)$ – убывает $\Rightarrow Q(x) \cap f(x)$ в единственной точке, но очевидно, что $Q(3) = 2\sqrt{1 \cdot 4} - 3 = 1$

и $f(3) = \sqrt{4} - \sqrt{1} = 1 \Rightarrow f(3) = Q(3) \Rightarrow x = 3$ – корень т.к $3 \in [-1; 4]$

Ответ: $x = 3$

211006030 (U328766 M1275510)

чистовик

3

• $2a^2-2ax-6ay+x^2+2xy+5y^2=0$ (1)

$x^2+2x(y-a)+5y^2-6ay+2a^2=0$

$D/4$ относительно $x = (y-a)^2-(5y^2-6ay+2a^2)=$

$= y^2+a^2-2ya-5y^2+6ay-2a^2 = 4ay-4y^2-a^2 =$

$= -(2y-a)^2$; чтобы $x \in \mathbb{R} \Rightarrow D/4$ отн $x \geq 0$

но $\underset{\forall y;a}{-(2y-a)^2 \leq 0} \Rightarrow \boxed{2y=a}$

• $ax^2+4a^2x-ay+4a^3+2=0$; очевидно $a \neq 0$ (т.к $2\neq 0$)

$\Rightarrow \left[y = x^2+4ax+4a^2+\frac{2}{a} \right]$ (2)

• найдём координаты вершины ~~нашей~~ параболы

$x_в = \frac{-4a^2}{2a} = -2a$; ~~$y_в = a\cdot 4a^2 - 8a^3+4a^2+\frac{2}{a} =$~~

~~$= 4a^2+\frac{2}{a}-4a^3$~~ $y_в = 4a^2-8a^2+4a^2+\frac{2}{a} = \frac{2}{a}$

• подставим $y=\frac{a}{2}$ в ур-е (1) $\Rightarrow$

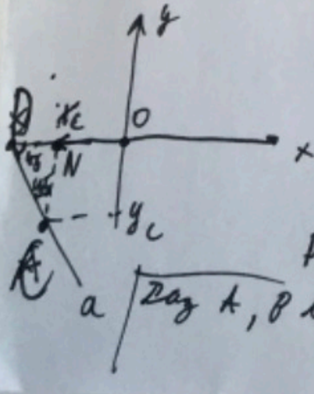
$\Rightarrow 2a^2-2\cdot a\cdot \cancel{x} - 6\cdot a\cdot\frac{a}{2} + x^2+\frac{2x\cdot a}{2}+5\cdot\frac{a^2}{4}=0$

$2a^2-3a^2-2ax+xa+x^2+\frac{5}{4}a^2=0$; $x^2-ax+\frac{1}{4}a^2=0$

$\Rightarrow (2x-a)^2=0 \Rightarrow \boxed{2x=a} \Rightarrow$ координаты т. $A\left(\frac{a}{2};\frac{a}{2}\right)$

координаты точки $B\left(-2a;\frac{2}{a}\right)$

• докажем лемму



$C(x_c;y_c)$ тогда a – прямая через ~~C под 45°~~ к Ox с под $-45°$ к Ox

тогда $x_c+y_c=\cancel{x}_D$

очевидно из геом. соображений т.к $\angle ODC = 45°$

$DN=NC=y_c \Rightarrow x_D = x_c+ND = x_D$

Раз A, B лежат по одну сторону от $y=3-x \Rightarrow x_A+y_A>3$

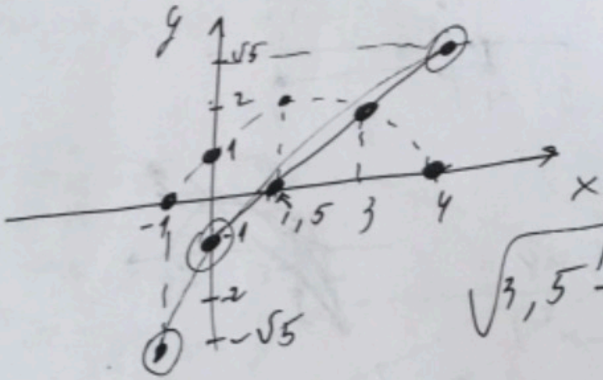
x_B+

черновик

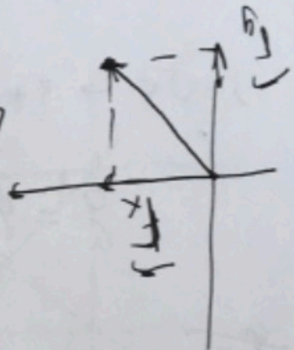
$f(x) = \sqrt{x+1} - \sqrt{4-x}$

$Q(x) = 2\sqrt{4+3x-x^2} - 3 = 2\sqrt{(4-x)(x+1)} - 3$

$2\sqrt{6} - 3$



$\sqrt{3,5} - \sqrt{1,5}$



$\boxed{2y = a}$

$2 - 1$

1

$\frac{1}{\sqrt{4+3x-x^2}}(3-2x)$

$x \geq \frac{1}{5}$

$4 + 9\sqrt{9}$

$2 \cdot 1 \cdot 2 \quad 4 - 3 = 1$

$\sqrt{3}a \cdot \sqrt{6} \cdot y \cdot 2 \qquad \forall y: a = 0$

$-(4y^2 - 4ay + a^2) = -(2y-a)^2$

$-a^2 - 4y^2 + 4ay$

$6y^2 - 8ay + 3a^2$

$= \cancel{6y^2 + 3a^2} - 8ay$

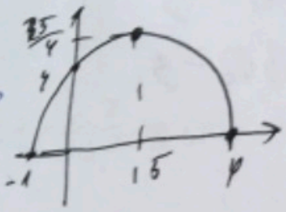
$x/4 = y^2 + a^2 - 2ya - 2a^2 + 5y^2 - 6ay =$

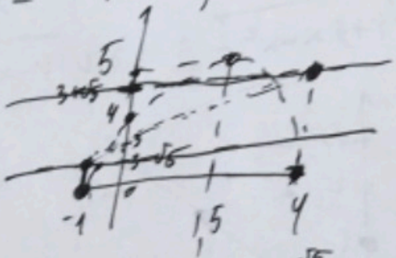
$x^2 + 2x(y-a) + 2a^2 + 5y^2 - 6ay = 0$

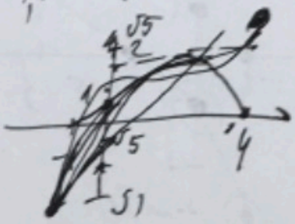
$2a^2 - 2ax - 6ay + x^2 + 2xy + 5y^2 = 0$

$\sqrt{x+1} + \sqrt{4-x} = 2\sqrt{(x+1)(4-x)} \quad x \in [-1; 4]$

$+3$







$3-\sqrt{5} \to 3+\sqrt{5}$

$3+\sqrt{5} > 4$

$y^2 = 4(4+3x-x^2)$

$y^2 + (4x)^2 - 3x$

$x_1 - 1$

$\sqrt{x_1+1} - \sqrt{4-x_1} > \sqrt{x_2+1} - \sqrt{4-x_2}$

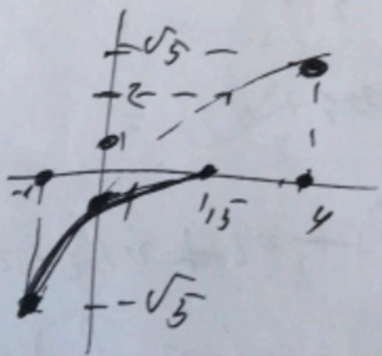
$4x^2 - 3x + \frac{9}{16}$

$2 \cdot 2 \cdot \frac{3}{4}$

$1 - 2 \quad \frac{1}{2\sqrt{x+1}} + \frac{1}{2\sqrt{4-x}} > 0$

$(2x)^2 - 2 \cdot 2x \cdot \frac{3}{4} + \frac{9}{16} - \frac{9}{16}$

$\left(2x - \frac{3}{4}\right)^2 - \frac{9}{16}$



$y^2 + \left(2x - \frac{3}{4}\right)^2 = \left(\frac{3}{4}\right)^2$

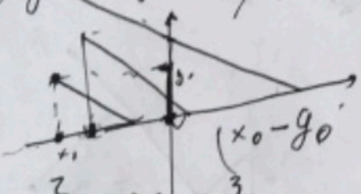
$\sqrt{2,5} - \sqrt{2,5}$

1,5   4,0

2,5 $-1,5$

$2,5$

$2 \cdot 4y^2 - 4yx - \cancel{8y}^2 + x^2 + 2xy + 5y^2 = 0$



$x^2 - 2xy + 5y^2$

$(x_0 - y_0)$

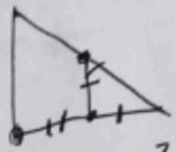
$(\cancel{x-y})^2 + 4y^2 = 0$

$ax^2 + 4a^2x - ay + 4a^3 + 2 = 0$

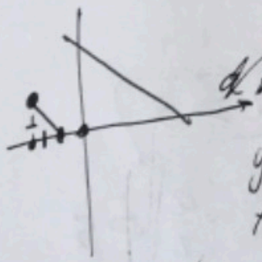
$\mathcal{L}_{14} = y^2 - 5y^2$

$y = 0$

$ax^2 + 4a^2x - \frac{a^2}{2} + 4a^3 + 2 = 0$



$x = 0$



$(-2a; \frac{2}{a})$

$y \leq 3$

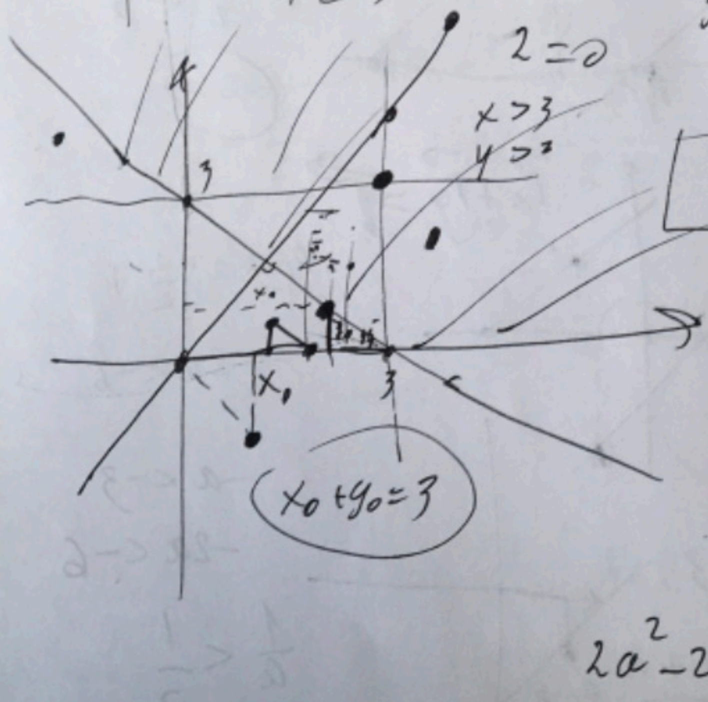
$y > 3$

$x \geq 3$

$y = 3 - x$

$2 = 0$

$4x^2 - 4ax + a^2 = 0$



$x > 3$

$y > 3$

$\boxed{x^2 - ax + \frac{1}{4}a^2 = 0}$

$\mathcal{D} = a^2 - a^2 = 0$

$\boxed{(2x - a)^2 = 0}$

$x_0 + y_0 = 3$

$y = \frac{a}{2}$ $\boxed{2x = a}$

$2a^2 - 2ax - 6 \cdot a \cdot \frac{a}{2} + x^2 + 2x \cdot \frac{a}{2} + 5 \cdot \frac{a^2}{4}$

$2a^2 - 2ax - 3a^2 + x^2 + xa + \frac{5}{4}a^2$

211006030 (U328766 M1275510)

$\sqrt{x+1} - \sqrt{4-x} + 3 = 2\sqrt{4+3x-x^2}$ 　 0 d 3

$x \geq -1$

$\sqrt{x+1} - \sqrt{4-x} \leq 5$

$-x^2+3x+4$

$4-x \geq 0$

$\sqrt{5}+3$

$\sqrt{x+1} - \sqrt{4-x} + 3 =$ 　 $3-\sqrt{5}$ 　 x^2-3x-4 　 $x \leq 4$

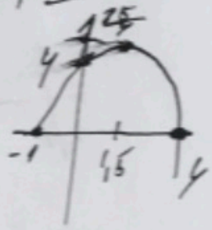
$\cancel{-2\sqrt{(x-4)(x+1)}}$ 　 $\frac{-3}{-2} = 1,54$ 　 $x \in [-1;4]$

$= 2\sqrt{(4-x)(x+1)}$ 　 -1

$9-3<9-0$ 　 $\sqrt{5}$ 　 $\frac{1}{2\sqrt{x+1}} + \frac{4}{2\sqrt{4-x}} = 0$

$\cancel{4x+4-x^2-x}$

$3x+4-x^2$ 　 $\frac{1}{\sqrt{x+1}} + \frac{1}{...}$



$2 \cdot \frac{5}{2}$ 　 $\frac{3}{49}$ 　 $3-\sqrt{3} \Rightarrow$

$a - b + 3 = 2ab$

$4 + 3 \cdot \frac{6}{4} - \frac{9}{4}$

$\frac{9}{4}+4$ 　 $\frac{25}{4} > 4$

$\sqrt{1 \cdot 2}$

$2+1+2+9$

$\frac{16}{9}+1+\frac{16}{9}+4$

$\frac{32}{9}+5=9$

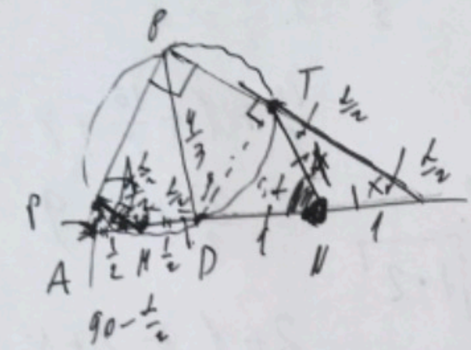
$\frac{4}{3} \cdot 3\frac{1}{2} = 2$

211006030 (U328766 M1275510)

(черновик)

$8\cdot\frac{1}{3} = 8\sin\alpha$

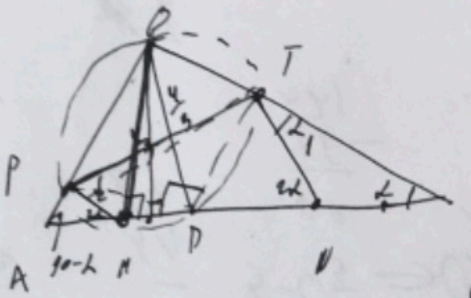
$\boxed{\sin\alpha = \frac{1}{24}}$



~~$2+4+2g=0$~~

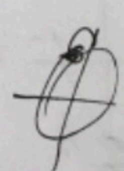
$\frac{BD\cdot DC}{2}\sin\beta$

$\frac{81-35-45}{9} = \frac{8}{3}\sin\alpha$



$PD^2+\frac{TD^2}{4}=1$

$4\cdot PD^2$



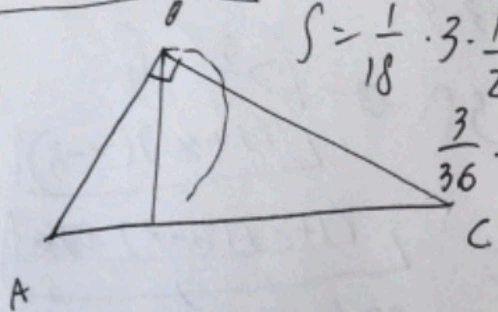
$\cos\alpha = \frac{PD}{1}$

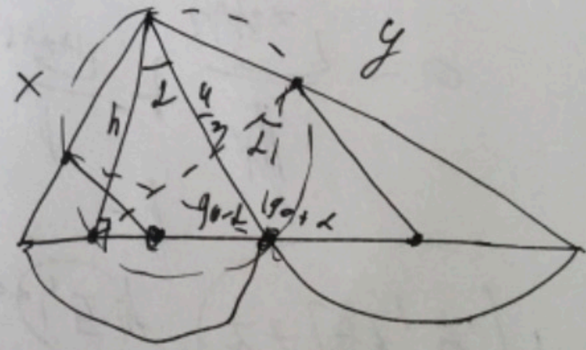
$\sin\alpha = \frac{TD}{2}$

$\boxed{h=\frac{4}{3}\cdot\frac{1}{24}=\frac{1}{18}}$

$S=\frac{1}{18}\cdot 3\cdot\frac{1}{2}$

$\frac{3}{36}=\frac{1}{12}$



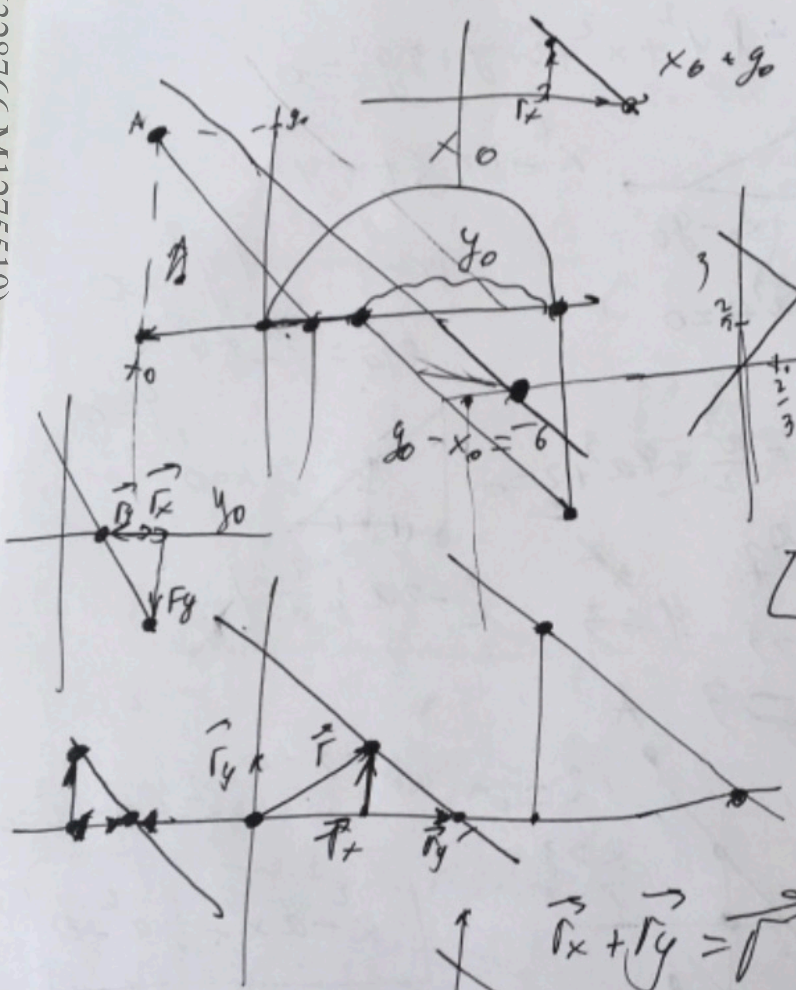


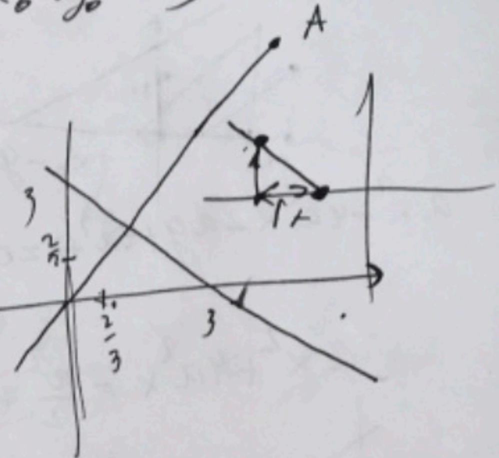
$x^2=\frac{16}{9}+1-2\cdot 1\cdot\frac{4}{3}\sin\alpha$

$y^2=\frac{16}{9}+4+2\cdot\frac{4}{3}\cdot 2\cdot\sin\alpha$

$9=\frac{32}{9}+5+\left(\frac{16}{3}\sin\alpha-\frac{8}{3}\sin\alpha\right)=\frac{8}{3}\sin\alpha$

черновик



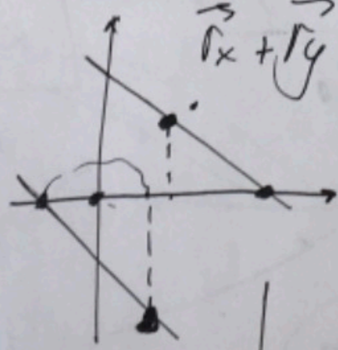


$\boxed{a > 3}$

$\frac{a}{2} + \frac{a}{2} > 3$

$a > 3$

$\vec{r}_x + \vec{r}_y = \vec{r}$



$B(-2a; \frac{2}{a})$

$\cancel{2a < -6}$

$-a < -3$

$-2a < -6$

$\frac{1}{a} < \frac{1}{3}$

$\frac{2}{a} < \frac{2}{3}$

$a < -2$

$\begin{cases} -2a + \frac{a}{2} < 3 \\ a < 3 \end{cases}$

$\cancel{4}a + a < 6$

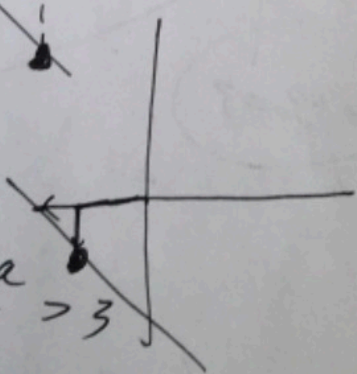
$-3a < 6$

$-a < 2$

$a > -2$

$a < 3$

$-2a + \frac{a}{2} > 3$



$\frac{-4a + a}{2} > 3$

$-3a > 6$

$-a > 2$

Часть 2

Олимпиада: **Математика, 10 класс (2 часть)**

Шифр: **211006030**

ID профиля: **328766**

Вариант 12

черновик

$\frac{1}{x^2+y^2} + x^2y^2 = \frac{5}{4}$

$(x_0; y_0)$ – реш

$(y_0; x_0)$ – реш

$2x^4+2y^4+5x^2y^2=\frac{9}{4}$

$x^2 -$

$(\sqrt{2}x^2)^2+(\sqrt{2}y^2)^2+$

$\frac{5\sqrt{3}\cdot 3}{2}$

$\frac{4\cdot 7\cdot\sqrt{3}}{4}$

$2x^4+2y^4+5x^2y^2-(\frac{3}{2})^2=0$

$\frac{7\sqrt{3}}{15\sqrt{3}}$

~~$D = 25y^4 + 8\cdot\frac{9}{4} =$~~

$25y^4 - 8(2y^4 - \frac{9}{4}) = 9y^4$

$\frac{7}{15}$

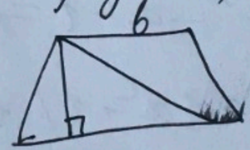
$9y^4 + 18 > 0$

$9(y^4+2)$

$x^2+y^2 \geq 2xy$

$5\sqrt{3}\cdot 3$

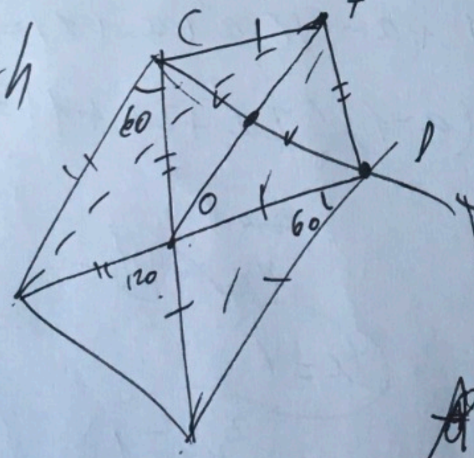
6



a

$2(x^4+y^4) \geq 4x^2y^2$

$\sqrt{3} = h$

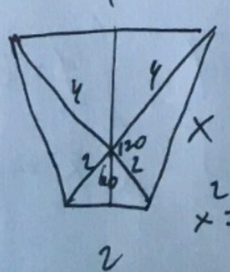


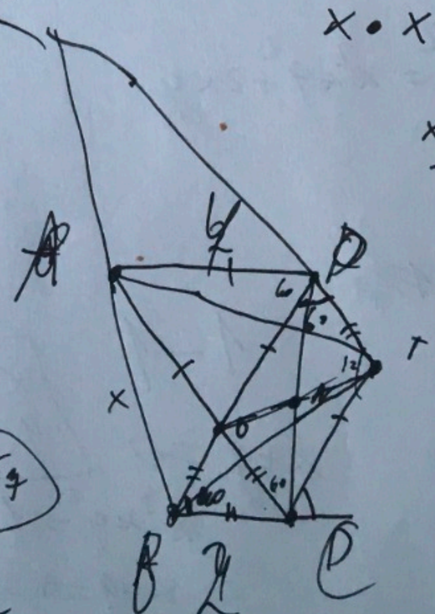
$CD = AB$

$x\cdot x\cdot\frac{\sqrt{3}}{2}\cdot\frac{1}{2}$

$\frac{x^2\sqrt{3}}{4}$

$\frac{4^2\cdot\sqrt{3}}{4} -$



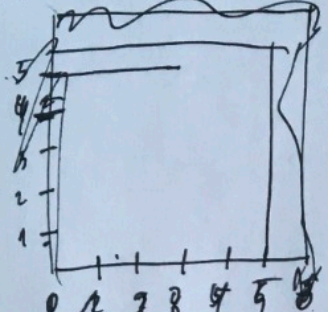


$20+8$

$x = 2\sqrt{7}$

$x^2 = 4+16+2\cdot 2\cdot 4\cdot\frac{1}{2}$

черновик

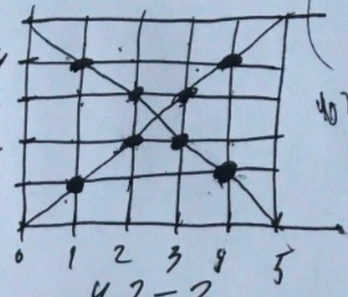


$4\cdot2-1-2$

$4\cdot2-3$

$8-3$

5

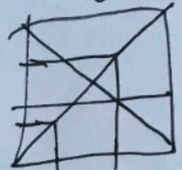


$\left(4^2-4\cdot2-2\cdot2\right)(4-2)$

$(16-8-6)8$

$=16$

$16-8$



$8-6$

2

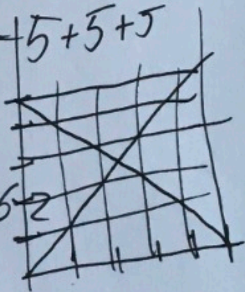
$6 \quad 4\cdot2-3 \quad 12-3$

$\left(62^2-62-61-61-62\right)\cdot62\cdot2+8$

$4+4+4+1$

$62- \quad \cancel{62\cdot2-6} + (62\cdot2-2)\cdot\frac{62\cdot2}{2} \quad 5-5+5+5$

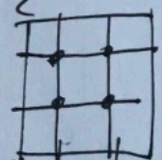
$4\cdot2-3 \quad 5 \quad 20$



$\left(62^2-62\cdot2-61\cdot2\right)62\cdot2+(62\cdot2-3)\cdot62$

$62^3\cdot2-4\cdot62^2-4\cdot61^2+2\cdot62^2-3\cdot62$

$2\cdot62^3-2\cdot62^2-4\cdot61^2-3\cdot62$



$4(62-1)^2=4\cdot62^2+4-8\cdot62$

$2\cdot62^3+2\cdot62^2+4-11\cdot62$

52

$32+20$

$62\left(2\cdot62^2+2\cdot62-11\right)+4=\left(2^2-2\cdot2-2\right)2\cdot2$

$2\cdot62^2-2\cdot62-4\cdot62+4-3 \quad (62-1) \quad 4-4 \quad 60+36$

$2\cdot62^2-8\cdot62+1 \quad D/4=1+22=23 \quad 128-96+20$

$+4$

$2\cdot62^2-4\cdot62-4\cdot61 \quad \frac{-1+\sqrt{23}}{2}$

$+2\cdot62^2-3$

$\left(62-\frac{1-\sqrt{23}}{2}\right)($

$2\cdot64-6\cdot16+5\cdot4$

$2\cdot62^2-2\cdot62-4\cdot62 \quad (\cancel{2\cdot62-(1+\sqrt{23})})($

частовик

4

$$\begin{cases} \dfrac{1}{x^2+y^2} + x^2y^2 = \dfrac{5}{4} & (1) \\ 2x^4+2y^4+5x^2y^2 = \dfrac{9}{4} & (2) \end{cases}$$

ОДЗ
$x^2+y^2 \neq 0$
$\Downarrow$
$x \neq 0$
$y \neq 0$

$(2)-(1)$: ; $\underbrace{2x^4+2y^4+4x^2y^2}_{2(x^2+y^2)^2} - \dfrac{1}{x^2+y^2} = 1$

замена:
$x^2+y^2=a$ | $2a^2 - \dfrac{1}{a} = 1$; $2a^3-1-a=0$

$a^3-1+a(a^2-1)=0$

$(a-1)(a^2+a+1)+a(a-1)(a+1)=0$

$(a-1)(a^2+a+a^2+a+1)=0$

$(a-1)(2a^2+2a+1)=0$; $2a^2+2a+1=0$

$D/4 = 1-2<0 \Rightarrow 2a^2+2a+1 \neq 0 \ \forall a.$

$\Rightarrow \boxed{a=1}$; $\underline{x^2+y^2=1}$ $\Big| \Rightarrow \dfrac{1}{1} + x^2y^2 = \dfrac{5}{4} \Rightarrow x^2y^2 = \dfrac{1}{4}$

$\boxed{xy = \pm\dfrac{1}{2}}$

I $\begin{cases} x^2+y^2=1 \\ xy=\frac{1}{2} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x=\frac{1}{2y} \\ x^2+y^2=1 \end{cases}$; $\dfrac{1}{4y^2}+y^2=1$; $1+4y^4-4y^2=0$

$(2y^2-1)^2=0$
$\Downarrow$
$2y^2=1$

$\left[y = \pm\dfrac{1}{\sqrt{2}} \right.$
$\Downarrow$
$\left[x = \pm\dfrac{\sqrt{2}}{2} = \pm\dfrac{1}{\sqrt{2}} \right.$

II $\begin{cases} x^2+y^2=1 \\ xy=-\frac{1}{2} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x=-\frac{1}{2y} \\ x^2+y^2=1 \end{cases} \Rightarrow \dfrac{1}{4y^2}+y^2=1 \Rightarrow (2y^2-1)^2=0$

$\Downarrow$
$\left[y = \pm\dfrac{1}{\sqrt{2}} \right.$
$\Downarrow$
$\left[x = \mp\dfrac{1}{\sqrt{2}} \right.$

<u>ОТВЕТ</u>: $\left(\frac{1}{\sqrt{2}}; \frac{1}{\sqrt{2}}\right)$; $\left(-\frac{1}{\sqrt{2}}; -\frac{1}{\sqrt{2}}\right)$

$\left(\frac{1}{\sqrt{2}}; -\frac{1}{\sqrt{2}}\right)$; $\left(-\frac{1}{\sqrt{2}}; \frac{1}{\sqrt{2}}\right)$

черновик

(6)

$AC \cap BD = O$

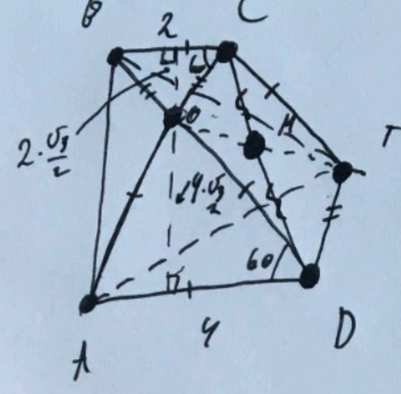
ΔAOD, ΔBOC – правильные

T – сим. O относ. M – середины CD

б) $BC = 2$; $AD = 4$

а) ΔABT – правильный!

б) $\frac{S_{ABT}}{S_{ABCD}}$ ^ доказать



а) • Так как T – симметрична середины CD => CODT – параллелограмм.

⇓

$AC \parallel TD$. $CT \parallel BD$

$OC = TD$; $CT = OD$

• так. как AOD и BOC – правильные Δ

$\Rightarrow \angle ODT = \angle BOC = \angle ACT = 60^\circ \Rightarrow \angle ADT = 120^\circ =$

$= \angle BCT = \angle CTD$; $\angle BOA = 120^\circ$; $AD = OD = CT$, $OC = TD = BC$ $\Big| \Rightarrow$

$\Rightarrow \Delta CTD$, ΔADT, ΔBOA – равны (по 2 стор. и углу между ними)

$\Rightarrow BT = TA = BA \Rightarrow \Delta ABT$ – правильный. – ч.т.д.

б)

• найдём высоту трапеций ABCD (т.к $\angle ODA = 60^\circ = \angle CBO$ ⇒ $BC \parallel AD$)

$\Rightarrow h$ – высота трапеции $= 4\cdot\frac{\sqrt{3}}{2} + 2\cdot\frac{\sqrt{3}}{2} = 3\sqrt{3} = (OD\cdot\sin60^\circ + OC\cdot\sin60^\circ)$; $AO \cancel{\parallel} CD$)

$\Rightarrow S_{ABCD} = \frac{2+4}{2}\cdot 3\sqrt{3} = 9\sqrt{3}$ $\left(\frac{BC+AD}{2}\cdot h\right)$

• По Т.К. ~~косинусов~~: $AB^2 = BO^2 + OA^2 + 2\cdot BO\cdot OA\cos(60^\circ) =$ $[\cos(120^\circ) = -\cos60^\circ]$

$= 4 + 16 + 2\cdot\frac{1}{2}\cdot 2\cdot 4 = 20 + 8 = 28 \Rightarrow AB = 2\sqrt{3}$

• т.к ΔABT – правильный $\Rightarrow S_{ABT} = \underbrace{AB\cdot\frac{\sqrt{3}}{2}}_{\text{высота } \Delta ABT} \cdot AB\cdot\frac{1}{2} = \frac{28}{4}\cdot\sqrt{3} = 7\sqrt{3}$

$\Rightarrow \frac{S_{ABT}}{S_{ABCD}} = \frac{7\sqrt{3}}{9\sqrt{3}} = \frac{7}{9}$

ОТВЕТ: б) $\frac{7}{9}$

черновик

$$\begin{cases} \dfrac{1}{x^2y^2} + x^2y^2 = \dfrac{5}{4} \\ 2x^4 + 2y^4 + 5x^2y^2 = \dfrac{9}{4} \end{cases}$$

$$x^2y^2 = \frac{1}{4}$$

$$\boxed{xy = \pm\frac{1}{2}}$$

$$2x^4 + 2y^4 - \frac{1}{x^2y^2} + 4x^2y^2 = 1$$

$$(\sqrt{2}x^2 + \sqrt{2}y^2)^2 - \frac{1}{x^2+y^2} = 1$$

$$x^2 + y^2 = a$$

$$2(x^2+y^2)^2 - \frac{1}{x^2+y^2} = 1$$

$$2a^2 - \frac{1}{a} = 1$$

$$2a^3 + \cancel{2a^2} - \cancel{2a^2} - 2a - 1$$

$$+a$$

$$2a^3 - a - 1 = 0$$

$$2\cdot 2^3 - 6\cdot 2^2 + 5\cdot 2$$

$$a(a^2-1) + a^3 - 1$$

$$2\cdot 8 - 24 + 10$$

$$a(a+1)(a-1) + (a-1)(a^2+a+1) = 0 \qquad 26 - 24$$

$$(a-1)(2a^2+2a+1) = 0$$

2

$$(x+y)^2 = x^2+y^2+2xy$$

$$a = 1$$

$$x^2+y^2 = 1$$

$$x = -y$$

$$2y^2 = 1$$

$$y^2 = \frac{1}{2}$$

$$1 - 1$$

$$x + y = 0$$

$$\boxed{\begin{matrix} x < 1 \\ y < 1 \end{matrix}}$$

$$x^2+y^2 = 1$$

$$x + y = +\sqrt{2}$$

$$\left[\begin{array}{l} x^2+y^2 = 1 \\ x+y = 0 \end{array}\right.$$

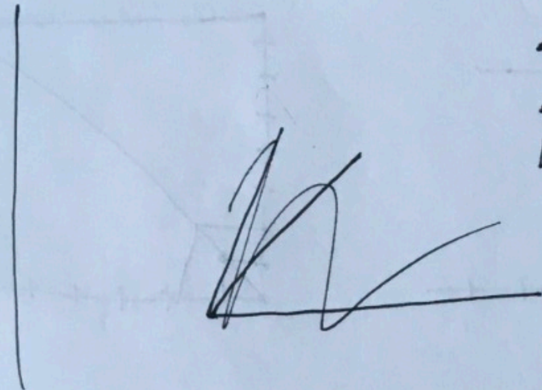
$$\begin{cases} y = \pm\dfrac{1}{\sqrt{2}} \\ x = \mp\dfrac{1}{\sqrt{2}} \end{cases}$$

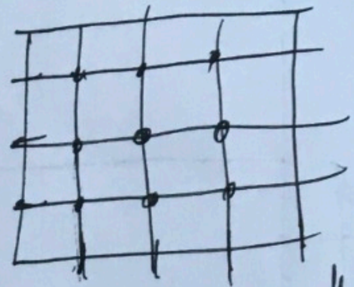
$$x = \sqrt{2} - y$$

(6)

~~[illegible]~~

чердак



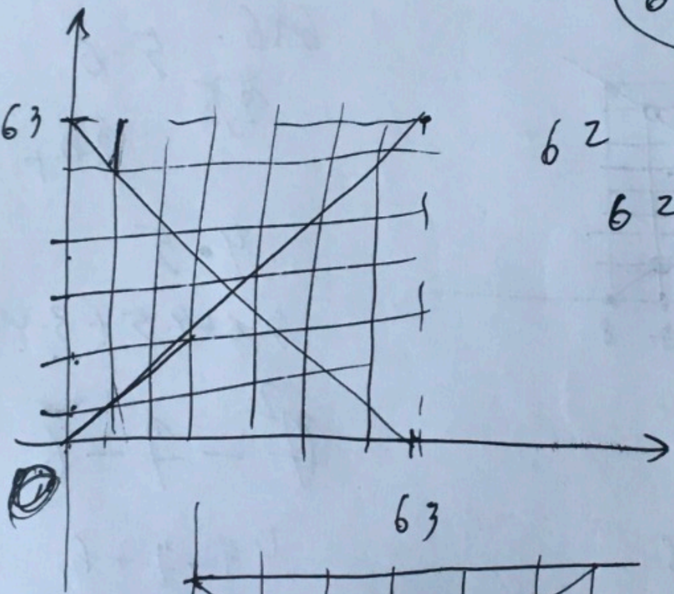


4

$1 \cdot 63 + 1 \cdot 63$

63^2

$62^2 = g_{30}$

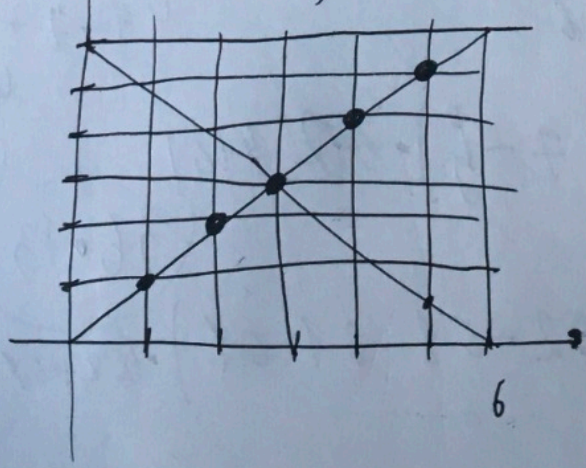


6 2

6 2

y

63



чистовик

5

• т.к. квадрат размером 63×63 => всего внутренних узлов будет 62^2 (и диагонали не пересекутся в каком-то узле)

• для подсчёта всех вариантов сначала подсчитаем сколько пар ~~пар~~ (точка на диагонали квадрата + точка не на диагонали), согласно условию задачи.

$y = x$
$y = 63 - x$ – диагонали нашего квадрата.

• тогда # способов выбрать точку на диагоналях $62 \cdot 2$, а точку не на диаг. и не на одной вертикали/горизонт. с выбранной точкой на диагонали =

$62^2 - 62 \cdot 2 - 60 \cdot 2$

• тогда всего способов выбрать 1 точку на диаг. и 1 точку не на диаг $= (62^2 - 62 \cdot 2 - 60 \cdot 2) 62 \cdot 2$

• теперь подсчитаем # способов выбрать 1 точку на диагонали и 1 точку на диагонали.
Всего точек на диагоналях $62 \cdot 2$, а вторую точку можно выбрать из оставшихся, за исключением 3, которые лежат соответственно с первой выбранной ~~на одной д~~ нами точкой на одной вертикали и горизонтали, ~~но~~ т.к. каждую ~~пару та~~ пару точекх, лежащей на одной диагонали мы подсчитали 2, нужно в конце поделить на 2

• тогда всего способов выбрать (1 точку на диаг + 1 точку на диагонали) $\frac{62 \cdot 2}{2} \cdot (62 \cdot 2 - 3) = 2 \cdot 62^2 - 3 \cdot 62 = 62(2 \cdot 62 - 3)$

• Всего способов выбрать 2 узла =

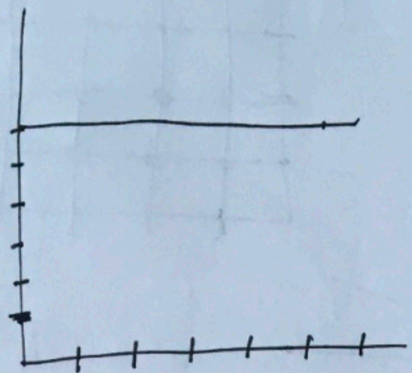
$= (62^2 - 2 \cdot 62 - 2 \cdot 60) \cdot 62 \cdot 2 + 62(2 \cdot 62 - 3) = 62(2 \cdot 62^2 - 4 \cdot 62 - 4 \cdot 62 + 8 + 2 \cdot 62 - 3)$

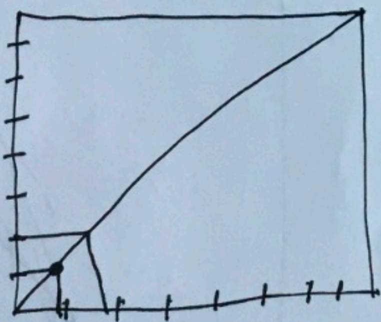
$= 62(2 \cdot 62^2 - 6 \cdot 62 + 5) = 2 \cdot 62^3 - 6 \cdot 62^2 + 5 \cdot 62$

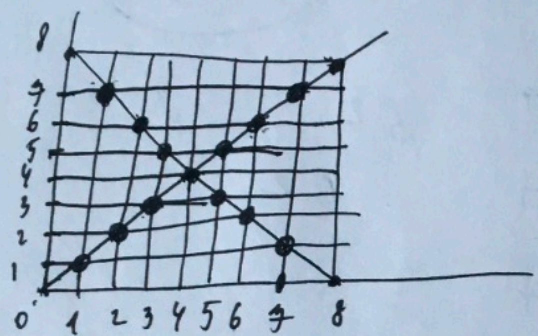
$\boxed{\text{Ответ: } 2 \cdot 62^3 - 6 \cdot 62^2 + 5 \cdot 62}$

211006030 (U328766 M1275511)

черновик







$\cancel{6}6 \cdot \quad 5 \cdot 6$

$\cancel{2}5 \quad \cancel{30}+$

$4 \cdot 5$

$\underline{5 \cdot 6 + 4 \cdot 5} + 3 \cdot 4 +$

$\cancel{7}^2 - 7 - 6$

$49 - 7 - 6$

$42 - 6$

36

$\cancel{7^2 - 7} - 6$

$(7^2 - 7 - (7 \cdot 1) - 7 - \cancel{5}) \cdot \cancel{7}2(7+6)$

$36 \cdot 13$

$(62^2 - 62 - 61 - 61 - 61) \cdot (62 + 61) +$

$+$