Часть 1

Олимпиада: **Математика, 10 класс (1 часть)**

Шифр: **211005840**

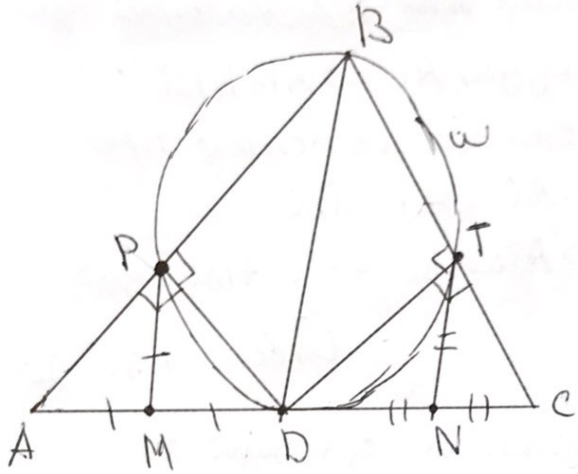
ID профиля: **219507**

Вариант 12

Чистовик

№1

1



Дано:
BD - диаметр окружности ω
$AM = MD$
$DN = NC$
$PM \parallel TN$

а) $\angle ABC$ - ?

Заметим, что $\angle DPB$ - является вписанным в ω и опирается на BD (диаметр) $\Rightarrow \angle DPB = 90°$

Заметим, что $\angle BTD$ также является вписанным в ω и опирается на BD (диаметр) $\Rightarrow \angle BTD = 90°$

т.к. $\angle APD$ является смежным с $\angle DPB \Rightarrow \angle APD = 90°$

т.к. $\angle DTC$ является смежным с $\angle BTD \Rightarrow \angle DTC = 90°$

PM - медиана в ΔAPD, но он прямоугольный $\Rightarrow AM = MP = MD$

TN - медиана в ΔTDC, но он прямоугольный $\Rightarrow TN = ND = NC$

т.к. $PM \parallel TN \Rightarrow \angle AMP = \angle DNT$ и $\angle PMD = \angle TNC \Rightarrow$

$\Rightarrow$ т.к. ΔAPM равноб $\Rightarrow \angle PAM = \angle APM = \frac{180 - \angle PMA}{2}$

По такой же причине $\angle PDM = \angle MPD = \frac{180 - \angle PMD}{2}$ (по т. о сумме углов Δ)

ΔDTN - равнобедр. $\Rightarrow \angle TDN = \angle DTN = \frac{180° - \angle TND}{2}$ по этой же причине $\angle NCT = \angle NTC = \frac{180 - \angle TNC}{2}$, но т.к. $\angle PMD = \angle TNC$ и $\angle AMP = \angle DNT \Rightarrow \angle PAM = \angle TDM$ и $\angle PDM = \angle TCN$

Чистовик

№1

$\angle PAM = \angle TDN$, но они соответственные при прямых AB и DT и секущей $AC \Rightarrow AB \parallel DT$

$\angle PDM = \angle TCN$, но они соответственные при прямых PD и BC и сек. $AC \Rightarrow PD \parallel BC$

$AB \parallel DT$; $DT \perp BC \Rightarrow AB \perp BC \Rightarrow \angle ABC = 90°$

Ответ: $\angle ABC = 90°$

б) доп: усл.
$MP = \frac{1}{2}$
$NT = 1$
$BD = \frac{4}{3}$

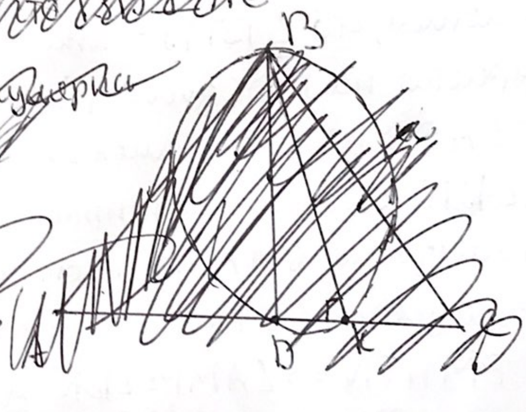
S_{ABC} - ?

из пункта а) доказано, что $PM = AM = MD$ и $TN = DN = NC \Rightarrow$
$\Rightarrow AM = MD = \frac{1}{2}$ $DN = NC = 1$

②

~~Докажем, что BD ⊥ AC~~

~~Если BD не перпендикулярна AC, то ... пересечёт AC в двух точках B и K. Возьмём BK. ∠BKD опирается на BD ⇒ ∠BKD = 90°~~



Из соображений логики $BD \perp AC \Rightarrow$

$S_{ABC} = BD \cdot \frac{1}{2} \cdot AC = BD \cdot \frac{1}{2}(AD + DC) =$

$= \frac{4}{3} \cdot \frac{1}{2} \cdot (3) = 2$

Ответ: $S_{ABC} = 2$

№2 Чистовик

$\sqrt{x+1}-\sqrt{4-x}+3=2\sqrt{4+3x-x^2}$

ОДЗ: $\begin{cases} x\geq -1 \\ x\leq 4 \end{cases} \Rightarrow x\in[-1;4]$

$\sqrt{x+1}-\sqrt{4-x}+3=2\sqrt{4+3x-x^2} \Rightarrow \sqrt{x+1}-\sqrt{4-x}+x+1+4-x-2=$
$=2\sqrt{4+3x-x^2}$

$(\sqrt{x+1})^2+(\sqrt{4-x})^2-2\sqrt{(x+1)(4-x)}+\sqrt{x+1}-\sqrt{4-x}-2=0$

$(\sqrt{x+1}-\sqrt{4-x})^2+(\sqrt{x+1}-\sqrt{4-x})-2=0$ (3)

$t=\sqrt{x+1}-\sqrt{4-x} \Rightarrow t^2+t-2=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t=1 \\ t=-2 \end{array}\right. \Rightarrow$

$\Rightarrow$ 1) $\sqrt{x+1}-\sqrt{4-x}=1$

$\sqrt{x+1}=1+\sqrt{4-x}$

$\Downarrow$

$x+1=1+4-x+2\sqrt{4-x}$

$2x-4=2\sqrt{4-x}$

$x-2=\sqrt{4-x}$

$\Updownarrow$

$\begin{cases} x\geq 2 \\ x\in[-1;4] \\ x^2-4x+4=4-x \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x\geq 2 \\ x\in[-1;4] \\ \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=3 \end{array}\right. \end{cases} \Rightarrow \underline{\underline{x=3}}$

$\left(x^2-3x=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x_1=0 \\ x_2=3 \end{array}\right.\right)$

2) $\sqrt{x+1}-\sqrt{4-x}=-2$

$\sqrt{x+1}+2=\sqrt{4-x}$

$x+1+4+4\sqrt{x+1}=4-x$

$2x+1+4\sqrt{x+1}=0$

$4\sqrt{x+1}=-1-2x$

$\Updownarrow$

$\begin{cases} -1-2x\geq 0 \\ x\in[-1;4] \\ 16(x+1)=4x^2+4x+1 \end{cases}$

$\Downarrow$

$\begin{cases} x\leq -\frac{1}{2} \\ x\in[-1;4] \\ 4x^2-12x-15=0 \end{cases}$

$4x^2-12x-15=0$

$D=144+16\cdot 15=$
$=48(3+5)=16\cdot 3\cdot 8$

$x_{1,2}=\frac{12\pm 8\sqrt{6}}{4}=3\pm 2\sqrt{6}$

Чистовик №2

$$\begin{cases} x \le -\frac{1}{2} \\ x \in [-1; 4] \\ \left[x = 3 \pm 2\sqrt{6} \right. \end{cases}$$

$3 + 2\sqrt{6} > 0$

$3 - 2\sqrt{6} \vee -\frac{1}{2}$

$6 - 4\sqrt{6} \vee -1$

$7 \vee 4\sqrt{6}$

$49 \vee 16 \cdot 6$

$49 < 16 \cdot 6$

$\Downarrow$

$3 - 2\sqrt{6} < -\frac{1}{2}$

$3 - 2\sqrt{6} \vee -1$

$4 \vee 2\sqrt{6}$

$16 \vee 4 \cdot 6$

$16 \vee 24$

$16 < 24$

$\Downarrow$

$3 - 2\sqrt{6} < -1 \Rightarrow$

$$\Rightarrow \begin{cases} x \le -\frac{1}{2} \\ x \in [-1; 4] \\ \left[\begin{array}{l} x = 3 + 2\sqrt{6} \\ x = 3 - 2\sqrt{6} \end{array} \right. \end{cases} \Rightarrow \varnothing$$

Ответ: $x \in \{3\}$

4

№3 Чистовик

$ax^2+4a^2x-ay+4a^3+2=0 \Rightarrow ax^2+4a^2x+4a^3+2=ay \Rightarrow$

$\Rightarrow y = x^2+4ax+4a^2+\frac{2}{a}$ ($a\neq 0$ т.к. тогда $y=2$ – прямая параллельная OX и она не имеет вершины)

$x_0 = \frac{-4a}{2} = -2a$

6

$y_0 = 4a^2-8a^2+4a^2+\frac{2}{a}=\frac{2}{a} \Rightarrow B(-2a;\frac{2}{a})$

~~Найдём, когда $\frac{2}{a}=3 \Rightarrow a=\frac{2}{3} \Rightarrow B(-\frac{4}{3};3)$~~

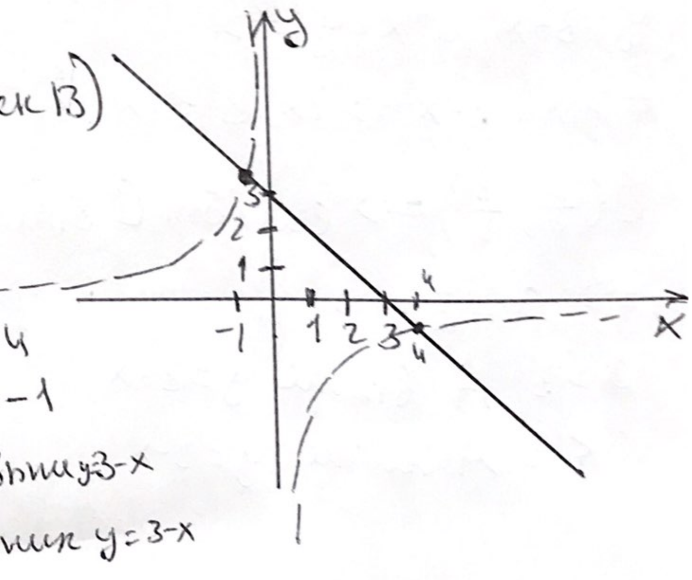
~~при $a\in(0;\frac{2}{3})$ B выше $y=3-x$~~

~~при $x\in$~~

~~Найдём, когда $-2a=3 \Rightarrow a=-\frac{3}{2} \Rightarrow B(3;-\frac{4}{3})$~~

Заметим, что $-2a=\frac{1}{\frac{2}{a}}(-4) \Rightarrow x=\frac{-4}{y} \Rightarrow y=\frac{-4}{x}$

$y=\frac{-4}{x}$ – ГМТ B
(геометрическое место точек B)



Найдём пересечение с $y=3-x$

$3-x=\frac{-4}{x} \Rightarrow -x^2+3x=-4 \Rightarrow$

$\Rightarrow x^2-3x-4=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=-1 \Rightarrow y=4 \\ x=4 \Rightarrow y=-1 \end{array}\right.$

при $x\in(-1;0)\cup(4;+\infty)$ $y=-\frac{4}{x}$ выше $y=3-x$

при $x\in(-\infty;-1)\cup(0;4)$ $y=-\frac{4}{x}$ ниже $y=3-x$

$\Downarrow$ ~~$(-2;-2)\cup(+\frac{1}{2};0)$~~

~~при $a\in(\ldots)\cup(\ldots)$ B выше $y=3-x$~~

~~при $a\in(0;-2)\cup(\frac{1}{2};+\infty)$ $y=-\frac{4}{x}$ ниже $y=3-x$~~

№3 Чистовик

$$2a^2-2ax-6ay+x^2+2xy+5y^2=0$$

$$\underbrace{(a'+b'-c')^2=a'^2+b'^2+c'^2+2a'b'-2a'c'-2b'c'}_{\text{формула сокращенного умножения}}$$

5

$$x^2+y^2+2xy+a^2-2ax-2ay+a^2-4ay+4y^2=$$

$$=(\underbrace{x+y-a}_{\geq 0})^2+(\underbrace{a-2y}_{\geq 0})^2=0 \iff \begin{cases} a-2y=0 \\ x+y-a=0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a-2y=0 \Rightarrow y=\frac{a}{2} \\ x+y-a=0 \Rightarrow x+\frac{a}{2}-a=0 \Rightarrow x=\frac{a}{2} \end{cases} \Rightarrow A\left(\frac{a}{2};\frac{a}{2}\right)$$

$\Downarrow$

Все точки A лежат на прямой $\underline{x=y}$

Найдем пересечение

$y=3-x$ и $x=y \Rightarrow$

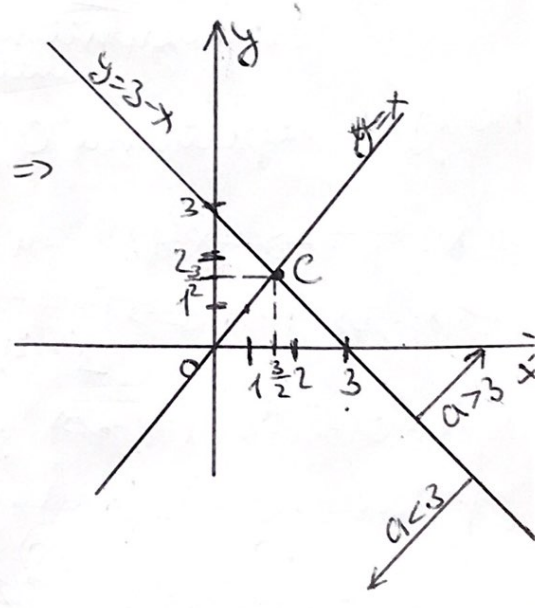
$\Rightarrow x=3-x \Rightarrow 2x=3 \Rightarrow x=\frac{3}{2}=y=\frac{3}{2}$

$C\left(\frac{3}{2};\frac{3}{2}\right) \Rightarrow$ если бы C была бы A $\Rightarrow$

$\Rightarrow a=3 \Rightarrow$

$a>3$ A выше $y=3-x$

$a<3$ A ниже $y=3-x$



№3 Чистовик

при $a \in (-\infty; -2) \cup (0; \frac{1}{2})$ B выше $y = 3 - x$

при $a \in (-2; 0) \cup (\frac{1}{2}; +\infty)$ B ниже $y = 3 - x$

Тогда когда A и B будут по одну сторону $\Leftrightarrow$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \begin{cases} a \in (-\infty; -2) \cup (0; \frac{1}{2}) \\ a \in (3; +\infty) \end{cases} \\ \begin{cases} a \in (-\infty; 3) \\ a \in (-2; 0) \cup (\frac{1}{2}; +\infty) \end{cases} \end{array} \right. \Rightarrow a \in (-\infty; -2) \cup (-2; 0) \cup (\tfrac{1}{2}; 3)$$

Ответ: $a \in (-\infty; -2) \cup (-2; 0) \cup (\frac{1}{2}; 3)$

Черновик

$2a^2-2ax-6ay+x^2+2xy+5y^2=0$

$(a+b-c)^2=(a+b-c)(a+b-c)=$

$=a^2+ab-ac+ab+b^2-bc-ac-bc+c^2=$

$=a^2+b^2+c^2+2ab-2bc-2ac$

$x^2 \quad 9y^2 \quad a^2 \quad 2xy \quad -2ax \quad -6ay$

Черновик

$\cancel{(x+3y-a)^2+a^2-4y^2}$

$(x+y-a)^2+a^2-4ay+4y^2=$

$=(x+y-a)^2+(a-2y)^2=0$

$a=2y \Rightarrow y=\frac{a}{2} \Rightarrow$

$x+y-a=0$

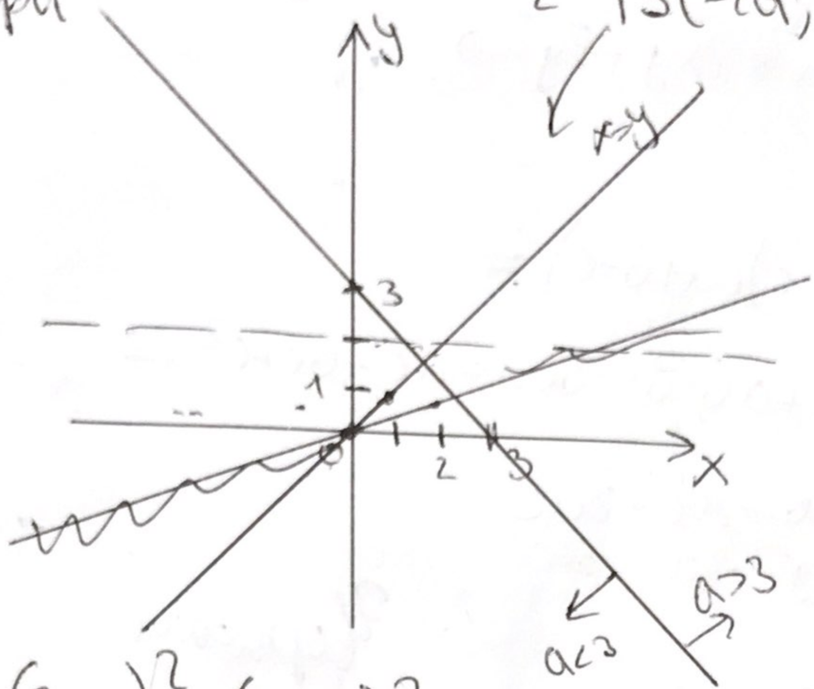
$x+\frac{a}{2}-a=0$

$x-\frac{a}{2}=0 \Rightarrow x=\frac{a}{2}$

$x=y=\frac{a}{2}$

Черн

$-2a=3 \Rightarrow a=-\frac{3}{2}$ $B(-2a;\frac{2}{a})$



$\frac{2}{a}=3$

$a=\frac{2}{3}$

$x+y=3$

$y=3-x$

$y=3-y$

$y=\frac{3}{2}=1,5$

$x=\frac{3}{2}=1,5$

$a=3$

$a>3 \Rightarrow$ не подх

$a<3$

$(a-x)^2+(a-3y)^2+2xy-4y^2=0$

$2a^2-2ax-6ay+x^2+2xy+5y^2=0 \to A$

$x^2+2xy+y^2$

$+$

$a^2-2ax+x^2$

$a^2-6ay+9y^2$

$2xy+4y^2$

$a\in\left(\frac{2}{3};3\right)$

$ax^2+4a^2x-ay+4a^3+2=0 \to B$

$4a^2x+ax^2+4a^3+2=ay$

$4ax+x^2+4a^2+\frac{2}{a}=y$

1) $a=0 \Rightarrow y=2$

$x^2+2xy+5y^2=0$

$(x+y)^2+4y^2=0 \Rightarrow x=y=0$

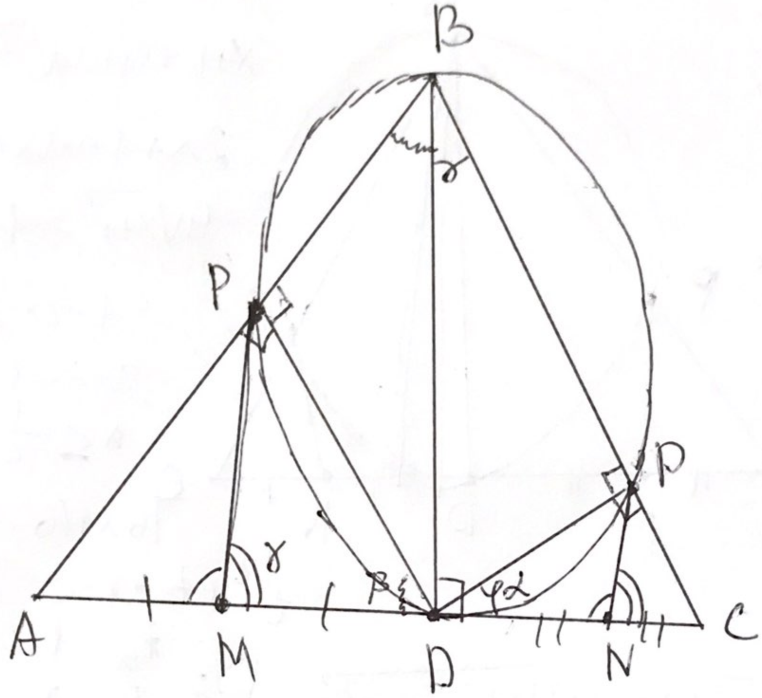
$x^2+4ax+4a^2+\frac{2}{a}=0$

$\frac{-4a}{2}=-2a$

$\cancel{4a^2-8a^2+4a^2}+\frac{2}{a}=y$

$y=\frac{2}{a}$

Черновик



$180-\alpha = 180+\gamma = \gamma-\alpha$

$180-\beta-\gamma$

$540 = 180+\gamma-\alpha+180-\beta-\gamma+\alpha+\beta+180$

$BD \cdot BC = DC^2$

$BA \cdot BP = AD^2$

Черновик

$\sqrt{x+1} = 1 + \sqrt{4-x}$

$x+1 = 1+4-x+2\sqrt{4-x}$

$2x-4 = 2\sqrt{4-x}$

$x-2 = \sqrt{4-x}$

$\Downarrow$

$\begin{cases} x \geq 2 \\ x \in [-1;4] \\ x^2-4x+4 = 4-x \end{cases}$

$x^2-3x=0$

$\Downarrow$

$x=0$

$\underline{\underline{x=3}}$

$\sqrt{x+1} - \sqrt{4-x} = 1$

$\sqrt{x+1} - \sqrt{4-x} = -2$

$\sqrt{x+1} \cancel{+}2 = \sqrt{4-x}$

$x+1+4+4\sqrt{x+1} = 4-x$

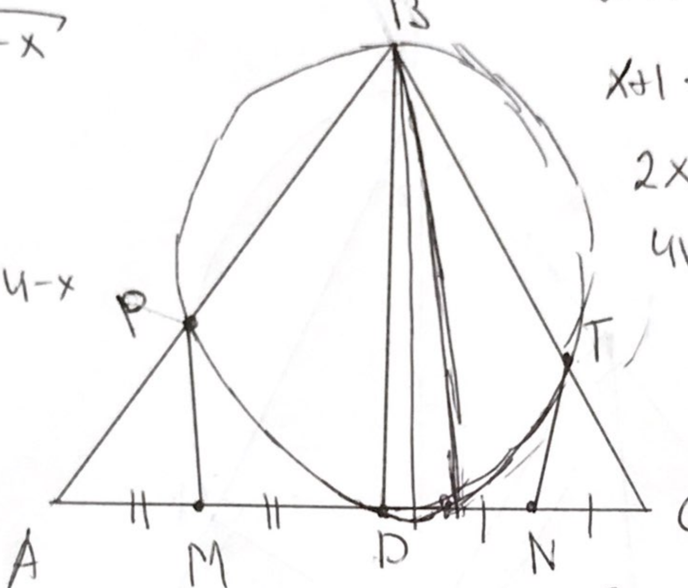
$2x+1+4\sqrt{x+1} = 0$

$4\sqrt{x+1} = -1-2x$

$-1-2x \geq 0$

$2x < -1$

$x \leq -\frac{1}{2}$



$16x+16 = 4x^2+4x+1$

$\underline{4x^2-12x-15=0}$

$t^2+t-2=0$

$D=$ $t_1 = 1$, $t_2 = -2$

$\sqrt{x+1} - \sqrt{4-x} + 3 = 2\sqrt{4+3x-x^2}$

$4+3x-x^2 = (x+1)(4-x)$

$\sqrt{x+1} = a$

$\sqrt{4-x} = b$

$\sqrt{x+1} - \sqrt{4-x} + 3 = 2\sqrt{4+3x-x^2}$

$\begin{cases} x > -1 \\ x < 4 \end{cases}$

$\sqrt{x+1}$ $\quad x+1+4-x=5$

$x \in [-1;4]$

$a-b+3 = 2ab$

$a-2ab-b+3=0$ $\quad a-b=t$

$a-2ab-b+3=0$

$\cancel{a(1-b)+(1-b)}$

$a-2ab-b+a^2+b^2-2=0$

$(a-b)^2+(a-b)-2=0$

Часть 2

Олимпиада: **Математика, 10 класс (2 часть)**

Шифр: **211005840**

ID профиля: **219507**

Вариант 12

Чистовик

№4 (1)

$$\begin{cases} \frac{1}{x^2+y^2} + x^2y^2 = \frac{5}{4} \\ 2x^4 + 2y^4 + 5x^2y^2 = \frac{9}{4} \end{cases}$$

$$2x^4 + 2y^4 + 4x^2y^2 - \frac{1}{x^2+y^2} = 1$$

$$2(x^2+y^2)^2 - \frac{1}{x^2+y^2} = 1 \qquad x^2+y^2 = t \ ; t \geq 0$$

$$\Updownarrow$$

$$2t^2 - \frac{1}{t} = 1 \Rightarrow 2t^3 - t - 1 = 0$$

$t = 1$ - корень $\Rightarrow 2-1-1=0$

$$\begin{array}{r|l} 2t^3 - t - 1 & t-1 \\ \hline 2t^3 - 2t^2 & 2t^2+2t+1 \\ \hline 2t^2 - t & \\ 2t^2 - 2t & \\ \hline t-1 & \\ t-1 & \\ \hline 0 & \end{array}$$

; $2t^2+2t+1 = 0$ т.к. $t \geq 0 \Rightarrow$

$\Rightarrow \underset{0}{\underset{\vee\!/}{2t^2}} + \underset{0}{\underset{\vee\!/}{2t}} + 1 > 0 \Rightarrow 2t^2+2t+1=0$ не имеет решений при $t \geq 0$

$$\Downarrow$$

$$x^2+y^2 = 1 \Longrightarrow$$

$$\Longrightarrow \frac{1}{x^2+y^2} + x^2y^2 = \frac{5}{4} \Rightarrow \begin{cases} 1 + x^2y^2 = \frac{5}{4} \\ x^2+y^2 = 1 \Rightarrow x^2 = 1-y^2 \Rightarrow \end{cases}$$

$\Rightarrow (1-y^2)y^2 = \frac{1}{4}$ $\quad$] $y^2 = m \geq 0 \Rightarrow$

$$\Rightarrow 4(1-m)m = 1 \Rightarrow -4m^2 + 4m = 1 \Rightarrow (2m-1)^2 = 0 \Rightarrow$$

(№4) Чистовик (2)

$\Longrightarrow m=\frac{1}{2} \Rightarrow y^2=\frac{1}{2} \Rightarrow x^2=\frac{1}{2}$

Проверка:

$\frac{1}{\frac{1}{2}+\frac{1}{2}}+\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2}=\frac{5}{4} \Rightarrow \frac{5}{4}=\frac{5}{4}$ - верно

$2\cdot\frac{1}{4}+2\cdot\frac{1}{4}+5\cdot\frac{1}{4}=\frac{9}{4}$ - верно

$\Rightarrow \begin{cases} x^2=\frac{1}{2} \\ y^2=\frac{1}{2} \end{cases} \Updownarrow \begin{cases} \frac{1}{x^2+y^2}+x^2y^2=\frac{5}{4} \\ 2x^4+2y^4+5x^2y^2=\frac{9}{4} \end{cases}$

Тогда решения: $\left(\frac{1}{\sqrt{2}};\frac{1}{\sqrt{2}}\right)$

$\left(\frac{1}{\sqrt{2}};-\frac{1}{\sqrt{2}}\right)$

$\left(-\frac{1}{\sqrt{2}};\frac{1}{\sqrt{2}}\right)$

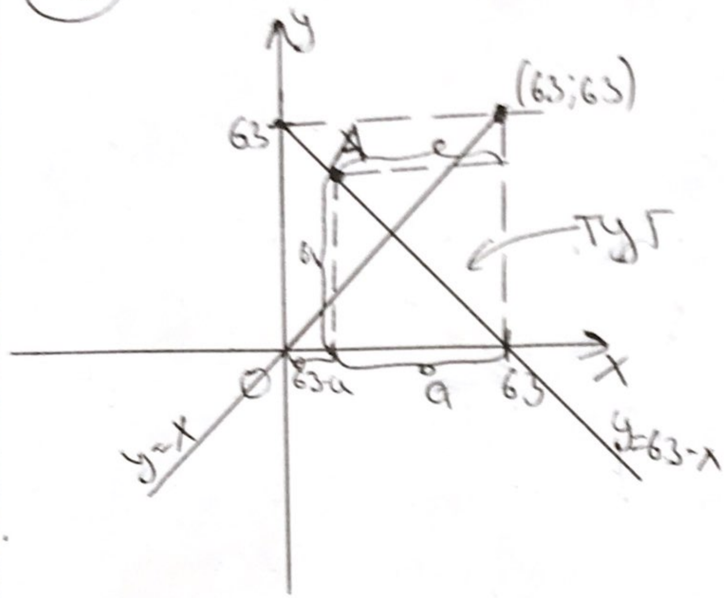
$\left(-\frac{1}{\sqrt{2}};-\frac{1}{\sqrt{2}}\right)$

Ответ: $\left(\frac{1}{\sqrt{2}};\frac{1}{\sqrt{2}}\right)$; $\left(\frac{1}{\sqrt{2}};-\frac{1}{\sqrt{2}}\right)$; $\left(-\frac{1}{\sqrt{2}};\frac{1}{\sqrt{2}}\right)$; $\left(-\frac{1}{\sqrt{2}};-\frac{1}{\sqrt{2}}\right)$

Чистовик

(3)

№5



Посчитаем сколько нам подходит точек в углах, если одна из точек лежит на диагонали:
Пусть точка A лежит на прямой $y=63-x$ на расстоянии по x $(63-a)$ по y (a) от начала координат.

Тогда подходящие точки лежат внутри квадрата изнутри посчитаем кол-во точек внутри квадратика (внутри). Воспользуемся формулой Пика $i+\frac{k}{2}-1=S$ $S=a^2$ i - то, что ищем.

$k=4a \Rightarrow i=a^2-2a+1=(a-1)^2$.

Также нам подходят точки снаружи:
Посчитаем их, это количество точек внутри большого квадрата $=62^2$ - кол-во точек внутри нашего квадрата и на границе, не считая нижнюю и правую $=$ $=a^2$ и минус точки лежащие на одной вертикали и горизонтали с нашей точки снаружи квадрата $=(63-a-1)\cdot 2 \Rightarrow$
Подходящ снаружи $62^2-a^2-2(63-a-1)$. Тогда

Чистовик

4

№5

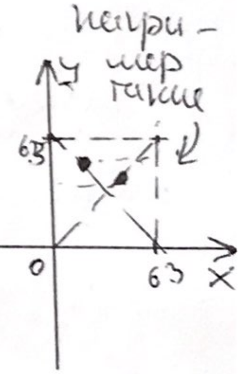
Общее кол-во точек подходящих к A равно: $(a-1)^2 + 62^2 - a^2 - 2(63-a-1) =$

$= a^2 - 2a + 1 + 62^2 - a^2 - 2\cdot 63 + 2a + 2 =$

$= 62^2 - 2\cdot 63 + 3$. Заметим, что оно не зависит от место положение A в квадрате, а значит кол-во способов выбрать такие точки, это кол-во точек на двух диагоналях $\cdot(62^2 - 2\cdot 63+3)$ - - пересечение.

Пересечение получаются из того, что мы дважды считаем одну и ту же пару точек. Кол-во пересечений равно

$$\frac{(\text{Кол-во точек на диагоналях} - 3)\,\text{Кол-во точек на диаг}}{2}$$



Чему равно кол-во точки на диагоналях

В точности $61\cdot 2$, потому что каждому узлу на оси Ox от 0 до 63 не включительно соответствует 2 точки на диагоналях. Тогда кол-во способов взять две точки, чтобы подходило под условие это

$$61\cdot 2(62^2-2\cdot 63+3) - \frac{(61\cdot 2-3)61\cdot 2}{2} =$$

$$=61\cdot 2\left(62^2-2\cdot 63+3-61+\frac{3}{2}\right) = 61\cdot(62^2\cdot 2-4\cdot 63+6-61\cdot 2+3)=$$

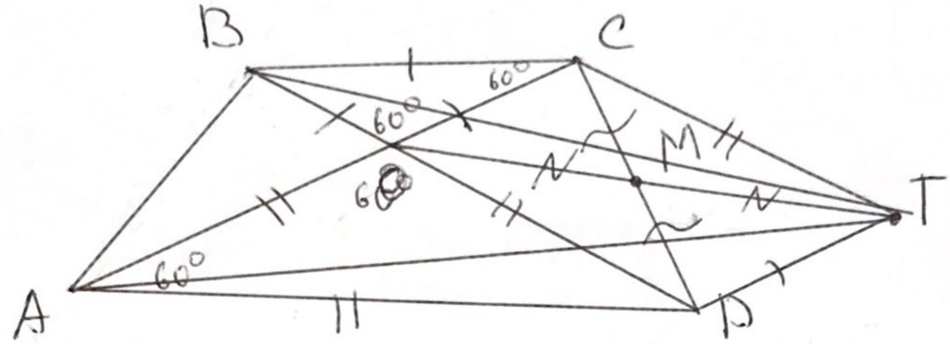
$= 446763$

Ответ: 446763

Чистовик

№6

5



Дано:

ABCD - выпуклый четырех-угольник

$\triangle AOD$ и $\triangle BOC$ - правильные

O симметрична T относительно M

$CM = MD$

Т.к. T симметрична O относительно M => $OM = MT$

$CM = MD$ => OCTD - параллелограмм (по признаку) =>

=> $OD = CT$; $OC = TD$ =>

=> $\angle COD = 180 - \angle ODT =$

$= -\angle OCT + 180$; (смежные)

Т.к. $\angle BOC = 60^\circ$ => $\angle COT = 120^\circ$ =>

а) (!) $\triangle ABT$ - правильный

=> $\angle ODT = \angle OCT = 60^\circ$;

$\left.\begin{array}{l} BC = CO \\ CT = OD \\ \angle COD = \angle BCT = 60+60 = 120 \end{array}\right\}$ =>

=> $\triangle BCT = \triangle COD$ по I призн => $BT = CD$

$\left.\begin{array}{l} DT = CO \\ OD = AD \\ \angle COD = \angle ADT = 60+60 = 120^\circ \end{array}\right\}$ => $\triangle ADT = \triangle COD$ по I призн =>

=> $CD = AT$

$\left.\begin{array}{l} \angle BOA = \angle COD \text{ (вертикальные)} \\ AO = OD \\ BO = OC \end{array}\right\}$ => $\triangle AOB = \triangle DOC$ по I признаку =>

=> $BA = CD$ =>

=> $DC = AT = BT = AB$ =>

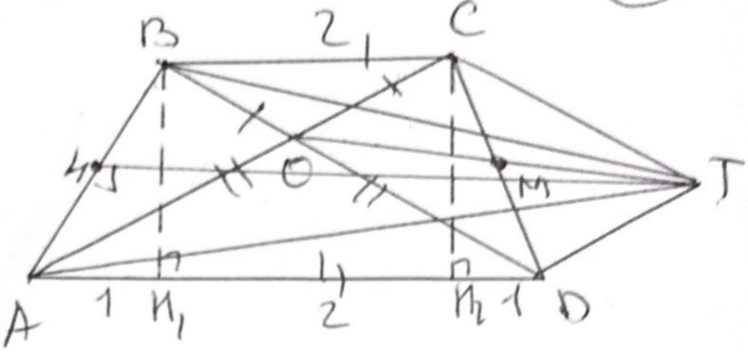
$\Rightarrow \triangle ABT$ - правильный ч.т.д. Чистовик

16 доп.

б) дано:
$BC=2$
$AD=4$

$\dfrac{S_{ABT}}{S_{ABCD}}$ - ?

6



Т.к. $BC=2 \Rightarrow OC=2$

$AD=4 \Rightarrow OD=4$

$\angle COD = 180° - \angle BOC = 120°$

$\Rightarrow CD = \sqrt{OC^2+OD^2-2OC\cdot OD\cdot \cos 120°} =$

$= \sqrt{4+16+\cancel{2}\cdot 2\cdot 4\cdot \frac{1}{\cancel{2}}} =$

$= \sqrt{28} = 2\sqrt{7}$

по доказанному из а)

$AB = 2\sqrt{7} \Rightarrow TH$ - высота $= \frac{\sqrt{3}}{2}\cdot 2\sqrt{7} = \sqrt{21} \Rightarrow$

$\Rightarrow S_{ABT} = \frac{1}{2}\cdot 2\sqrt{7}\cdot\sqrt{21} = \sqrt{3}$

Заметим, что $\angle BCA = \angle CAD = 60°$, но они накрест лежащие при прямых BC, AD и секущей $AC \Rightarrow BC \parallel AD \Rightarrow$

$\Rightarrow ABCD$ - трапеция, равнобокая (из а))

$BH_1 \perp AD$; $H_2C \perp AD \Rightarrow AH_1 = H_2D = \frac{AD-BC}{2} = 1 \Rightarrow$

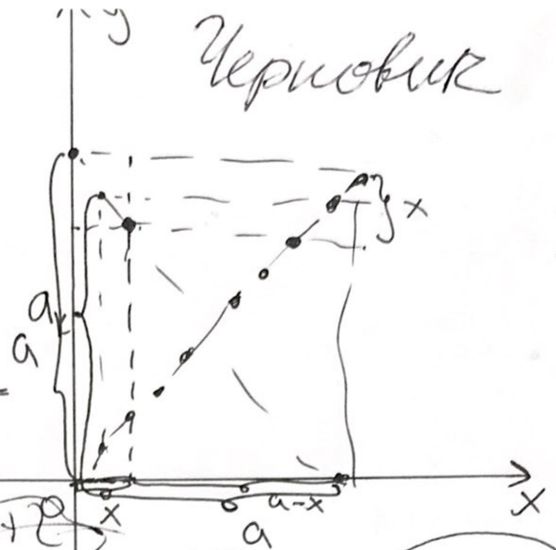
(т.к. H_1BCH_2 - прямоугольник)

$\Rightarrow BH_1 = \sqrt{28-1} = \sqrt{27} = 3\sqrt{3} \Rightarrow S_{ABCD} = \left(\frac{AD+BC}{2}\right)\cdot BH_1 =$

$= \left(\frac{4+2}{2}\right)\cdot 3\sqrt{3} = 9\sqrt{3} \Rightarrow \frac{S_{ABT}}{S_{ABCD}} = \frac{\sqrt{3}}{9\sqrt{3}} = \frac{1}{9}$

Ответ: $\frac{S_{ABT}}{S_{ABCD}} = \frac{1}{9}$

Черновик



$25 - 9 - 2(6 - 3 - 1)$

$25 - 13 = 12$

4 $\quad 25 - 9 - 2(6 - 3$

$25 - 10$

$\cancel{36 - 12 + 1} -$

$24 \quad 25$

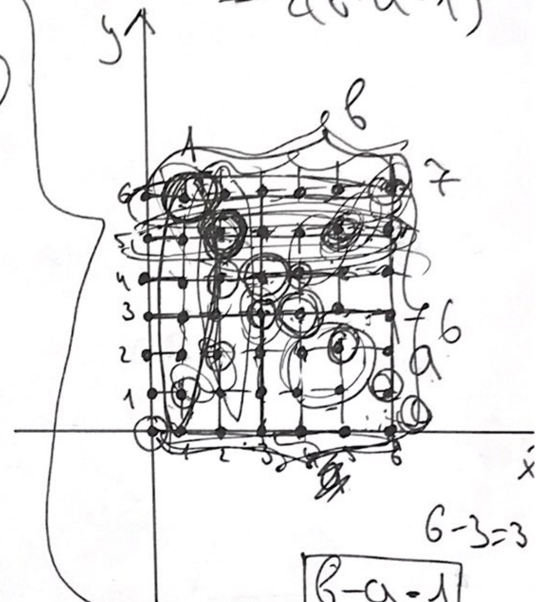
$-9 - 12 + 6 + 2$

$16 \quad 4 \quad 6^2$

$62 + 62 \Rightarrow$ 12

$(b-1)^2 - a^2 -$

$- 2(b - a - 1)$



$i = (a-x)(a-x) + 1 - 2(a-x)$

$i(a_k - 1)^2$

$36 - 24 + 3 - 9 + 18$ (12, 15, 6, 21)

$(b-1)^2 - a^2 - 2b + 2a + 2$

$\boxed{b^2 - 4b + 3 - a^2 + 2a}$

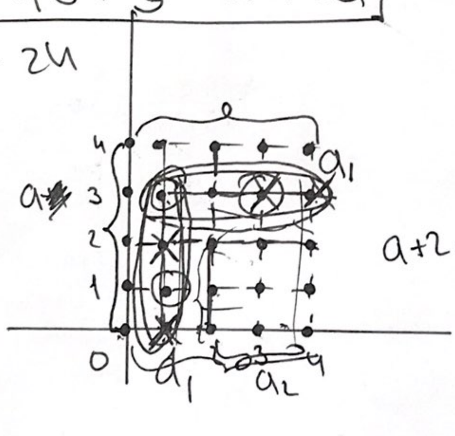
$36 - 24$

$6 - 3 = 3$

$\boxed{b - a - 1}$

$i = (a-1)^2$

$a - a_2 - 1$



$a + 2 + a + 2 - 3 = a + 1$

$a - a_2$

$\boxed{(b-1)^2 - a^2 - 2(b - a - 1) + (a+1)^2}$

$a_2 \to a_2 + 1$

$a_2 \to a_1 - 1$

a_1

$a_1 + 1 - 2$

$a_1 + 1 = 2$

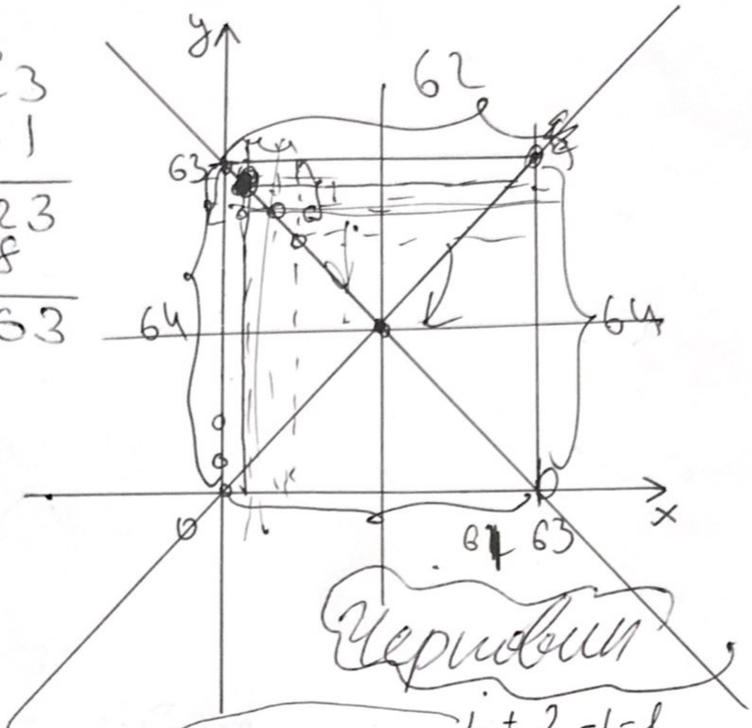
$x =$

$a_1 + 2 - 5 = 2a_1 - 3$

$6 - 3 = 3$

$2a_1 - 3 -$

$$\begin{array}{r} 7323 \\ \times\ 61 \\ \hline 7323 \\ 43938\ \ \\ \hline 446703 \end{array}$$



$$\begin{array}{r} 7688 \\ -\ 365 \\ \hline 7323 \end{array}$$ не узел

$63 - x = x$

$$\begin{array}{r} 62 \\ \cdot\ 62 \\ \hline 124 \\ 372\ \ \\ 3844 \end{array}$$

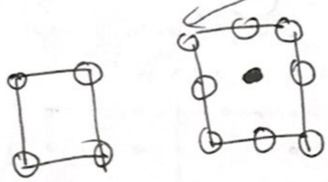
$62 + 64$

126

$i + 2 - 1 = 1$

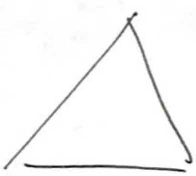
$3844 \cdot 2 = 7688$

i

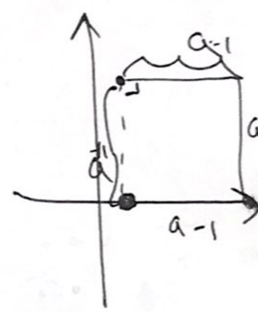


$$\begin{array}{r} 3844 \\ -\ 365 \\ \hline 3479 \end{array}$$

$i + \frac{k}{2} - 1 = S$



$i + 126 = 63 \cdot 63 + 1$



$i = \boxed{63 \cdot 63 + 1 - 126}$

$i = 63 \cdot 63 - 125$

$C_n^2 = \frac{n!}{2!(n-2)!}$

25

374

$a+1+a-1+a+1+a-1 =$

$= 4a$

$$\begin{array}{r} 63 \\ \times\ 4 \\ \hline 252 \end{array}$$

$63 \cdot 4$

$i = \cancel{\quad} a^2 + 1 - 2a$ 365 6

3479

$62^2 \cdot 2 - 4 \cdot 63 + 6 - 61 \cdot 2 + 3$

$62^2 \cdot 2 + 9 - 122 - 252 = 62^2 \cdot 2 - 365$

$$\begin{array}{r} 7323 \\ \times\ 61 \\ \hline 7323 \\ 938\ \ \end{array}$$

$$1+x^2y^2=\frac{5}{4}$$

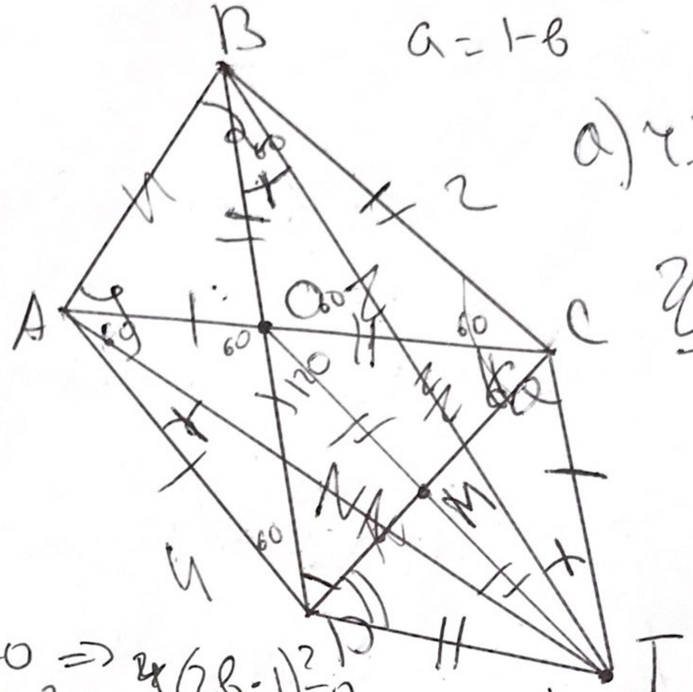
$$\begin{cases} ab=\frac{1}{4} \\ a+b=1 \end{cases}$$

$a=\frac{1}{2}$ $b=\frac{1}{2}$

$$\begin{cases} x^2y^2=\frac{1}{4} \\ x^2+y^2=1 \end{cases}$$

$a=1-b$

a) т.і.у.



Чернови

$$(1-b)b=\frac{1}{4}$$

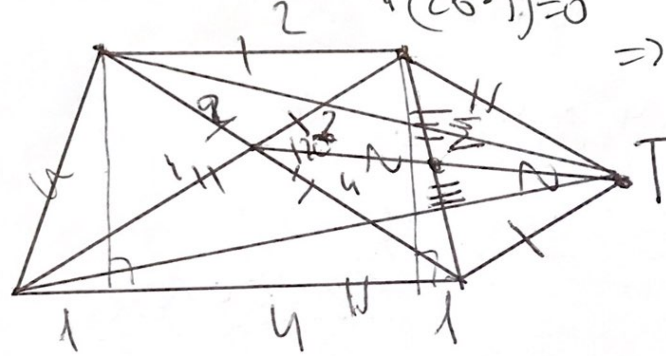
$$4b-4b^2=1$$

$$4b^2-4b+1=0 \Rightarrow (2b-1)^2=0$$

$$\Rightarrow b=\frac{1}{2} \Rightarrow a=\frac{1}{2}$$

$$x^2+y^2=1$$

$$\cancel{x^2+y^2=\frac{1}{4}}$$



$$4+16+2\cdot4\cdot2\cdot\frac{1}{2}=4+16+8=28=2\sqrt{7}$$

$$\begin{cases} \frac{1}{x^2+y^2}+x^2y^2=\frac{5}{4} \\ 2x^4+2y^4+5x^2y^2=\frac{9}{4} \end{cases}$$

$$2x^4+2y^4+4x^2y^2-\frac{1}{x^2+y^2}=1$$

$$2(x^2+y^2)-\frac{1}{x^2+y^2}=1 \qquad x^2+y^2=t$$

$$2t-\frac{1}{t}=1 \qquad 2t^2-t-1=0 \qquad \left[\begin{array}{l} t=1 \\ \cancel{t=-\frac{1}{2}} \end{array}\right.$$

$$\cancel{\frac{2\cdot1}{4}+\frac{1}{2}=1}$$

④ $\begin{cases} \frac{1}{x^2+y^2} + x^2y^2 = \frac{5}{4} \\ 2x^4+2y^4+5x^2y^2 = \frac{9}{4} \end{cases}$

$x^2 = a > 0$

$y^2 = b > 0$

$\begin{cases} \frac{1}{a+b} + ab = \frac{5}{4} \\ 2a^2+2b^2+5ab = \frac{9}{4} \end{cases}$

$\frac{1}{a+b} + 2a^2+2b^2+ab+5ab = \frac{7}{2}$

$2a^3+2a^2b+2b^2a+2b^3+6a^2b+6ab^2 = \frac{7}{2}a + \frac{7}{2}b$

$\begin{cases} \frac{ab(a+b)+1}{a+b} = \frac{5}{4} \\ 2(a \end{cases}$

$1 + x^2y^2(x^2+y^2) = \frac{5}{4}x^2 + \frac{5}{4}y^2$

$60^2+62^2-61^2 =$

$\frac{60^2+62^2}{123} =$

$1\cdot(61+62) =$

$\begin{cases} 4+4x^2y^2(x^2+y^2) = 5x^2+5y^2 \\ 8x^4+8y^4+20x^2y^2 = 9 \end{cases}$

Черновик

$\begin{cases} 8x^4+8y^4+20x^2y^2 = 9 \\ 4+4x^4y^2+4x^2y^4-5x^2-5y^2 = 0 \end{cases}$

62

$62\ 61^2$

$8x^4+8y^4+4x^4y^2+4x^2y^4+20x^2y^2-5x^2-5y^2-5=0$

$8a^2+8b^2+4a^2b+4ab^2+20ab-5a-5b-5=0$

$62^2-2\cdot 63+3 = 61^2$

$-2\cdot 63+3 = \cancel{(61-62)}(61+62)$