

Часть 1

Олимпиада: **Математика, 10 класс (1 часть)**

Шифр: **211005791**

ID профиля: **141365**

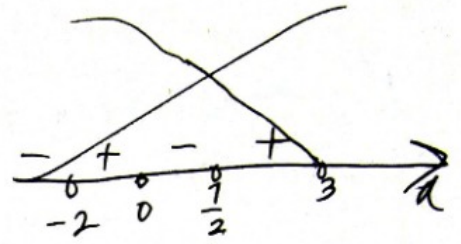
Вариант 12

Умножение

5

2) Когогда оба коря отрицательны;

$$\begin{cases} \frac{a}{2} + \frac{a}{2} > 3; \\ -2a + \frac{2}{a} > 3; \end{cases} \begin{cases} a > 3, \\ \frac{(a+2)(a-\frac{1}{2})}{a} < 0; \end{cases}$$



Ответ: при $a \in (-2, 0) \cup (\frac{1}{2}, 3)$.

Умножим. 4

$a \neq 0$, м.к. умноже
 II гр. преобразуем
 $a \neq 0$, а это не
 равносильно.

A) $2d^2 - 2dx - 5ay + x^2 + 2xy + 5y^2 = 0;$

$d^2 \cdot 2 - d \cdot 2(x+3y) + x^2 + 2xy + 5y^2 = 0$

кв. гр. отн. d : $\frac{d}{4} = (x+3y)^2 - 2(x^2 + 2xy + 5y^2) = -x^2 - y^2 + 5xy - 4xy =$
 $= -(x-y)^2 \geq 0$, тогда имеем d
 $x-y=0$,
 $x=y$.

подставим в уравнение: $2d^2 - 2a \cdot x - 5a \cdot x + x^2 + 2x \cdot x + 5x^2 = 0.$
 $2d^2 - 8ax + 8x^2 = 0.$
 $(2x-a)^2 = 0;$

$x = y = \frac{a}{2}.$

~~В) $dx^2 + 4a^2x - ay + 4a^2 + 2 = 0;$~~
 кв. гр. отн. x :

$\exists B(x_0, y_0)$, тогда $x_0 = \frac{ya^2}{2a};$
 $x_0 = -2a;$

~~$y_0 = f(x_0);$
 $y_0 = d \cdot (-2a)^2 + 4a^2(-2a) + 4a^2 + 2;$
 $y_0 =$~~

подставим x_0 и найдем y_0 :
 (т.к. $B(x_0, y_0) \in$ этой кривой)
 $d \cdot (-2a)^2 + 4a^2(-2a) - ay + 4a^2 + 2 = 0;$

$y_0 = \frac{2}{d}.$

1) Когда А и В той же прямой $x+y=3$:

$\begin{cases} \frac{a}{2} + \frac{a}{2} < 3, \\ -2a + \frac{2}{d} < 3, \end{cases} \begin{cases} d < 3, \\ \frac{2a^2 + 3a - 2}{a} > 0; \end{cases} \begin{cases} d < 3, \\ \frac{(a+2)(a-\frac{1}{2})}{a} > 0; \end{cases}$

$\begin{matrix} - & + & - & + \\ 0 & 0 & \frac{1}{2} & 3 \end{matrix}$
 $(-2, 0) \vee (\frac{1}{2}, 3)$

Умножник.

3

Корни мы конечно как-то найдем, но мы идём в другом направлении, так как не учитываем, м.е. работаем со средним.

Чтобы проверить корни, надо проверить одинаковость их знака у выражений $\sqrt{a} - \sqrt{b}$ и $2\sqrt{ab} - 3$.

$$\text{в (1)} \quad 2\sqrt{ab} - 3 = 2 \cdot 2 - 3 = 1 > 0,$$

т.е. подходит только случай $a > b$, м.е. $x = 3$.

$$\text{в (2)} \quad 2\sqrt{ab} - 3 = 2 \cdot \frac{1}{2} - 3 = -2 < 0,$$

т.е. подходит только случай $a < b$, м.е.

~~$x = 3,5 - \sqrt{b}$~~ $x = 3,5 - \sqrt{b}$.

в остальных случаях мы будем получать отрицательные значения, м.е. эти корни не подходят.

$$\text{Ответ: } \{ 3; 3,5 - \sqrt{b} \}.$$

$$\sqrt{x+7} - \sqrt{4-x} + 3 = 2\sqrt{4+3x-x^2}; \quad \text{Умножим}$$

$$4, \text{ умножим } (x+7)(4-x) = 4+3x-x^2$$

$$\text{Положим } x+7=a, \quad 4-x=b.$$

$$\begin{cases} a+b=5, \\ \sqrt{a}-\sqrt{b}+3=2\sqrt{ab}; \end{cases} \quad \begin{cases} a+b=5, \\ \sqrt{a}-\sqrt{b}=2\sqrt{ab}-3; \quad | \cdot 12 \end{cases}$$

(2)

$$\begin{cases} a+b=5, \\ a>0, b>0, \\ a+b-2\sqrt{ab}=4ab+9-12\sqrt{ab}; \end{cases} \quad \begin{cases} a+b=5, a>0, b>0, \\ 10\sqrt{ab}+5=4ab+9. \quad (*) \end{cases}$$

$$(*) : 5\sqrt{ab}=2ab+2; \\ \sqrt{ab}=t; \quad t>0.$$

$$5t=2t^2+2;$$

$$2t^2-5t+2=0;$$

$$\begin{cases} t=2, (1) \\ t=\frac{1}{2}, (2) \end{cases} \quad \begin{matrix} \text{Г. ВНЕТА} \\ \text{ПОМОЩЬ} \end{matrix}$$

$$t>0, \text{ тогда } t=2.$$

$$(2) : \begin{cases} a+b=5, a>0, b>0, \\ \sqrt{ab}=\frac{1}{2}; \quad | \cdot 2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a+b=5, a>0, b>0, \\ ab=\frac{1}{4}; \quad (4) \end{cases}$$

$$(4) : a(5-a)=\frac{1}{4};$$

$$4a^2-20a+1=0;$$

$$\begin{cases} a=\frac{10+\sqrt{99}}{4}, \\ a=\frac{10-\sqrt{99}}{4}; \end{cases}$$

$$\begin{cases} a=\frac{5+2\sqrt{6}}{2}, \\ a=\frac{5-2\sqrt{6}}{2}; \end{cases}$$

$$\begin{cases} a+b=5, a>0, b>0, \\ a=\frac{5+2\sqrt{6}}{2}, \\ a=\frac{5-2\sqrt{6}}{2}; \end{cases}$$

$$\begin{cases} a=\frac{5+2\sqrt{6}}{2}, \\ b=\frac{5-2\sqrt{6}}{2}; \\ a=\frac{5-2\sqrt{6}}{2}, \\ b=\frac{5+2\sqrt{6}}{2}. \end{cases}$$

$$\begin{cases} a-b=2x-3; \\ 2x-3=2\sqrt{ab}, \\ 2x-3=-2\sqrt{ab}; \end{cases}$$

$$\begin{cases} x=1.5+\sqrt{6}, \\ x=1.5-\sqrt{6}. \end{cases}$$

$$(1) : \begin{cases} a+b=5, a>0, b>0, \\ \sqrt{ab}=2; \quad | \cdot 2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a+b=5, a>0, b>0, \\ a(5-a)=4; \quad (3) \end{cases}$$

$$(3) : a^2-5a+4=0$$

$$\begin{cases} a=1, \\ a=4. \end{cases}$$

$$\begin{cases} a+b=5, a>0, b>0, \\ \begin{cases} d=1, \\ a=4; \end{cases} \end{cases}$$


$$\begin{cases} a=1, \\ b=4; \\ a=4, \\ b=1. \end{cases}$$

$$x+1=a, \quad 4-x=b.$$

$$a-b=2x-3;$$

$$\begin{cases} 2x-3=-3, \\ 2x-3=3; \end{cases}$$

$$\begin{cases} x=0, \\ x=3. \end{cases}$$

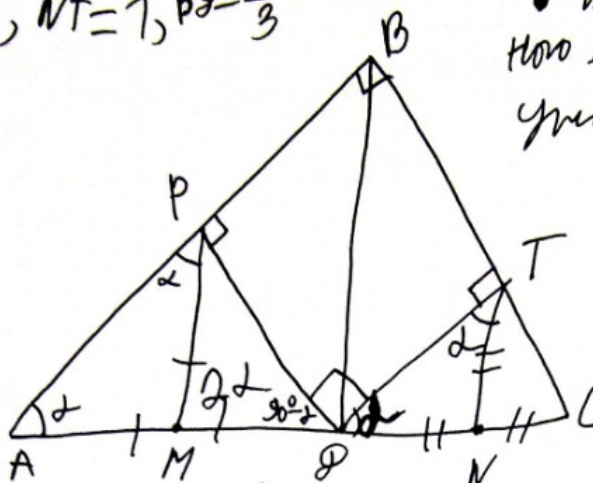
N 7 

$MP = \frac{7}{2}, NT = 1, BP = \frac{4}{3}$

Умножить.

• BP -высота (BPF) и (BTF) \Rightarrow
 $\angle BPF = \angle BTF = 90^\circ$.

• Из точек P и T провести перпендикуляры к AC , и продолжить их за пределы отрезка $PM = AM = AP$ в $\triangle APF$;
 $PN = NC = TN$ в $\triangle PTC$.



$\int AP = 2MP = 7; \int AC = 3$
 $CF = 2NT = 2$

Т. отсюда для ребра BP в $\triangle ABC$:

$BP^2 = \frac{AP}{AC} BC^2 + \frac{CP}{AC} AB^2 = AP \cdot CF =$
 $= \frac{1}{3} BC^2 + \frac{2}{3} AB^2 = 7 \cdot 2 = \frac{14}{3}$

$BC^2 + 2AB^2 = \frac{34}{3} (*)$

Т. по теореме Пифагора в $\triangle ABC$:

$AB^2 + BC^2 = AC^2 = 9 (**)$

(2) $(**) - (*) : -AB^2 = \frac{24-34}{3}$

$AB = \sqrt{\frac{10}{3}}$

Подставляем в (**):

$BC^2 + \frac{10}{3} = 9$

(4) $BC = \sqrt{\frac{16}{3}}$

$S_{ABC} = \frac{AB \cdot BC}{2} = \frac{\sqrt{\frac{10}{3}} \cdot \sqrt{\frac{16}{3}}}{2} = \frac{\sqrt{35}}{3}$

Т.к. он равен.

Ответ: а) 90° б) $\frac{\sqrt{35}}{3}$

$[x = 75 - 20]$

1) $\angle PAM = \alpha$, тогда
 из $\triangle APM$ $\angle APM = \alpha \Rightarrow$
 $\angle PMB = \angle PAM + \angle APM = 2\alpha$.

2) $TN \parallel PM \Rightarrow \angle PMN + \angle TNM = 180^\circ$;
 $\angle TNM = 180^\circ - \angle PMN = 180^\circ - 2\alpha$.

3) Тогда в $\triangle PNT$: $\angle PTN = \angle PNT =$
 $= \frac{180^\circ - \angle TNM}{2} = \alpha$

4) $\angle PBM = \angle MPB = \frac{180^\circ - \angle PMB}{2} = 90^\circ - \alpha$ в
 $\triangle MPB$.

5) Тогда $\angle PBT = 180^\circ - \angle PTN - \angle PBM =$
 $= 180^\circ - \alpha - (90^\circ - \alpha) = 90^\circ$

Сумма углов PBT : $\angle PPT + \angle BPT + \angle PBT +$
 $+ \angle PBT = 350^\circ$;
 $\angle PBT = \angle ABC = 350^\circ - 3 \cdot 90^\circ = 90^\circ$

Key
~~Handwritten scribbles~~

republic

n 3

$$\text{неравенство } x^2 + 2xy + 3y^2$$

$$(x+y)^2 + 2y^2$$

$$x=y=0$$

$$2a^2 - 2ax - 5ay + x^2 + 2xy + 3y^2 = 0$$

$$(a-3y)^2 + (x-a)^2 =$$

$$a^2 - 2 - 2a(x+3y) + x^2 + 2xy + 3y^2 = 0$$

$$(x+3y)^2 - 2(x^2 + 2xy + 3y^2) =$$

$$= -x^2 - y^2 + 2xy = -(x-y)^2$$

$$x=y$$

$$ax^2 + 4a^2x + 4a^3 + 2 = 0$$

$$x = -2a$$

$$y = \frac{2}{a}$$

$$2a^2 - 8ax + 3x^2 = 0$$

$$4(x-a)^2$$

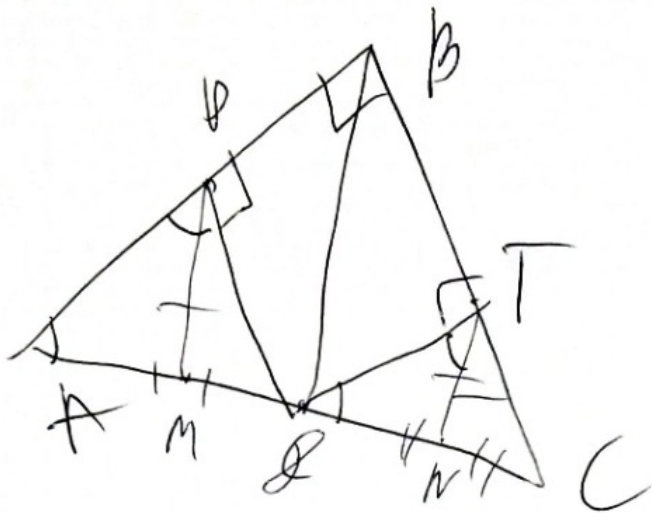
$$x=y=\frac{a}{2}$$

a < 3

$$\begin{cases} \frac{2}{a} - 2a < 3 \\ a < 3 \end{cases}$$

$$\frac{2 - 2a^2 - 3a}{a}$$

Упроблнн.



$$MP = \frac{1}{2}, MT = 7, PQ = \frac{4}{3}$$

$$CQ = 2; AQ = 7$$

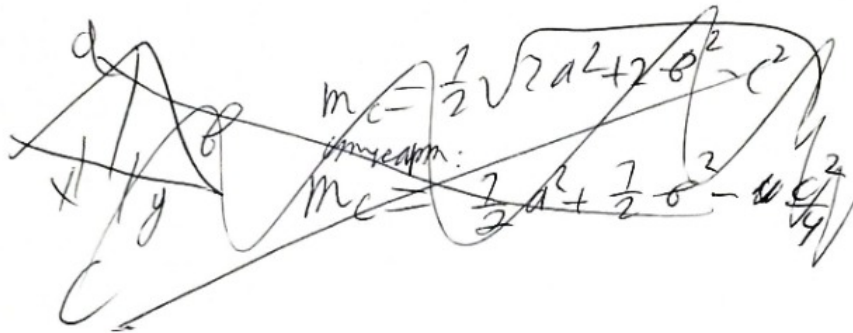
Т. Упроблнн:

$$\frac{CQ}{AC} \cdot AP^2 + \frac{AQ}{AC} \cdot PC^2 - AP \cdot CQ$$

$$\frac{2}{3} AP^2 + \frac{1}{3} PC^2 - 2 =$$

$$= \frac{10}{9}$$

$$\text{И } AB^2 + BC^2 = 209$$



$$m_c = \frac{1}{2} \sqrt{2a^2 + 2b^2 - c^2}$$

$$m_c = \frac{1}{2} a^2 + \frac{1}{2} b^2 - \frac{c^2}{4}$$

$$3 \left(\frac{10}{9} + 2 \right) = \frac{34}{3}$$

$$\sqrt{x+7} - \sqrt{4-x} + 3 = \sqrt{4+3x-x^2}$$

$$x > -7 \quad \text{и } x < 4$$

$$4-x > 0$$

$$x^2 - 3x - 4 = (x-4)(x+7)$$

< 0 > 0

$$\sqrt{a} - \sqrt{b} + 3 = 2\sqrt{ab}$$

$$8 - 2\sqrt{ab} = 4ab$$

211005791 (U141365 M1277992)

N 2

Множеств. решение

$$\sqrt{x+7} - \sqrt{4-x} + 3 = 2\sqrt{4+3x-x^2};$$

$$\left\{ \begin{array}{l} x+7=d; \\ 4-x=b. \end{array} \right.$$

$$\begin{aligned} (4-x)(x+7) &= 4-x^2+4x-x^2 \\ &= 4+3x-x^2 \end{aligned}$$

Тогда $\begin{cases} a+b=5; \\ \sqrt{a}-\sqrt{b}+3=2\sqrt{ab}; \end{cases} | \cdot 2$

$$\begin{cases} a+b=5, \\ a \geq 0, \\ b \geq 0, \\ a+b+3-2\sqrt{ab} = 4ab; \end{cases}$$

$$\begin{cases} a+b=5, \\ a \geq 0, b \geq 0, \\ 2ab+2\sqrt{ab}-4=0; (*) \end{cases}$$

(*) : $\left\{ \begin{array}{l} t = \sqrt{ab}; \\ t \geq 0. \end{array} \right.$

$$2t^2 + t - 4 = 0$$

$$t_{1,2} = \frac{-1 \pm \sqrt{1+4 \cdot 2}}{2 \cdot 2};$$

$$t_{1,2} = \frac{-1 \pm \sqrt{33}}{4}$$

$$\frac{-1 - \sqrt{33}}{4} < 0, \text{ тогда}$$

$$t = \frac{-1 + \sqrt{33}}{4}; \quad (> 0)$$

$$t^2 = \frac{1+33-2\sqrt{33}}{4} = \frac{17-\sqrt{33}}{2}$$

решение существует

$$\begin{cases} a+b=5, \\ a \geq 0, b \geq 0, \\ ab = \frac{17-\sqrt{33}}{2}; \end{cases}$$

$$\begin{cases} a+b=5, a \geq 0, b \geq 0, \\ a(5-a) = \frac{17-\sqrt{33}}{2}; \quad (\square) \end{cases}$$

$$(\square): a^2 - 5a = \frac{\sqrt{33} - 17}{2};$$

$$2a^2 - 10a + (17 - \sqrt{33}) = 0;$$

$$a_{1,2} = \frac{5 \pm \sqrt{25 - 17 + \sqrt{33}}}{2}$$

Часть 2

Олимпиада: **Математика, 10 класс (2 часть)**

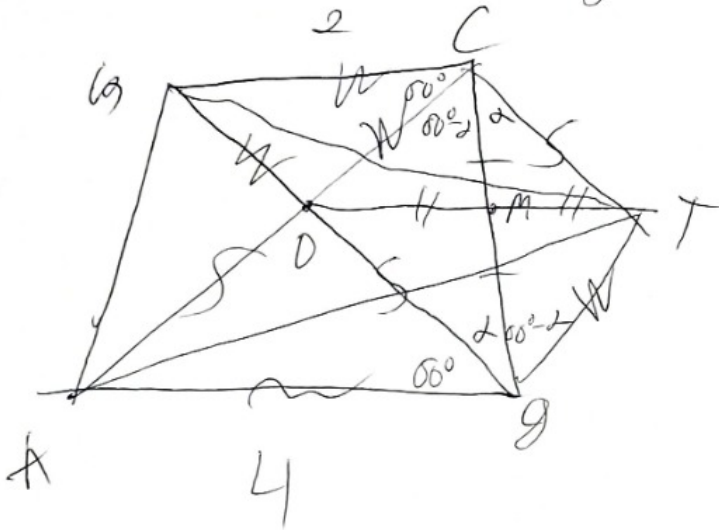
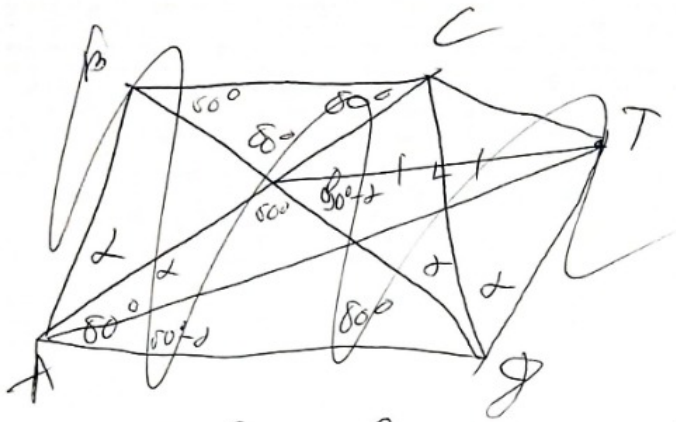
Шифр: **211005791**

ID профиля: **141365**

Вариант 12

непрямая

W O



$$S_{\Delta F(0)} = \frac{\sqrt{3}}{4} a^2$$

Упростите

$$\frac{7}{x^2+y^2} + x^2y^2 = \frac{5}{4}$$

$$2x^4 + 2y^4 + 5x^2y^2 = \frac{9}{4}$$

$$x^2+y^2 = a, x^2y^2 = b$$

$$\frac{7}{a} + b = \frac{5}{4}$$

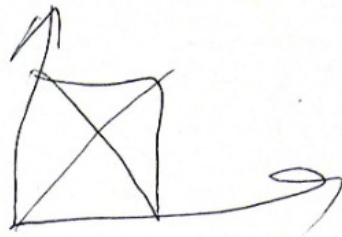
$$2a^2 + b = \frac{9}{4}$$

$$2a^2 - \frac{7}{a} = 1$$

$$2a^3 - a - 1 = 0$$

$$(a-1)(2a^2+2a+1)$$

N 5



(1, 1) - ... - (82, 82)

~~1000000~~

~~1000000~~

~~1000000~~

~~1000000~~

1000000

1000000

2

+ 1000000 * (82 * 82 - 1000000 + 3 - 1000000)

неправильно
~~Математика~~

5

T. косинусов $\triangle ABO$:

$$AB^2 = AO^2 + BO^2 - 2AO \cdot BO \cdot \cos \angle AOB = 2^2 + 4^2 - 2 \cdot 2 \cdot 4 \cdot \cos 120^\circ = \\ = 20 - 16 \cdot \left(-\frac{1}{2}\right) = 28.$$

$$S_{ABT} = \frac{\sqrt{3}}{4} AB^2 = \frac{\sqrt{3}}{4} 28 = 7\sqrt{3}.$$

$$\frac{S_{ABT}}{S_{ABCO}} = \frac{7\sqrt{3}}{\frac{15\sqrt{3}}{2}} = \frac{14}{15}.$$

$$\text{Ответ: } \frac{14}{15}.$$

N4

Умножим.

①

$$\begin{cases} \frac{1}{x^2+y^2} + x^2y^2 = \frac{5}{4} \\ 2x^4 + 2y^4 + 5x^2y^2 = \frac{9}{4} \end{cases} \quad \begin{cases} \frac{1}{x^2+y^2} + x^2y^2 = \frac{5}{4} \\ 2(x^2+y^2)^2 + x^2y^2 = \frac{9}{4} \end{cases}$$

$] x^2+y^2=a, x^2y^2=b. (a>0, b>0)$

$$\begin{cases} \frac{1}{a} + b = \frac{5}{4} \quad (1) \\ 2a^2 + b = \frac{9}{4} \end{cases}$$

$$\frac{1}{a} - 2a^2 = \frac{5-9}{4}$$

$$2a^2 - \frac{1}{a} - 7 = 0;$$

$$\frac{2a^3 - a - 7}{a} = 0; \quad D = 4 - 2 \cdot 4 < 0$$

$$\frac{(a-1)(2a^2+2a+1)}{a} = 0;$$

$a=1.$

Подставим в (1):

$$\frac{1}{1} + b = \frac{5}{4}$$

$b = \frac{1}{4}.$

$$\begin{cases} x^2+y^2=1, \\ x^2y^2=\frac{1}{4}; \end{cases} \quad \begin{cases} x^2+y^2=1 \\ +^2(1-x^2)=\frac{1}{4}; \end{cases} (*)$$

$(*) : x^4 - x^2 + \frac{1}{4} = 0;] x^2 = t, t > 0.$

$$t^2 - t + \frac{1}{4} = 0;$$

$$(t - \frac{1}{2})^2 = 0;$$

$$t = \frac{1}{2};$$

$$x^2 = \frac{1}{2}.$$

$$\begin{cases} x^2+y^2=1, \\ x^2=\frac{1}{2}; \end{cases} \quad \begin{cases} x^2=\frac{1}{2}, \\ y^2=\frac{1}{2}; \end{cases}$$

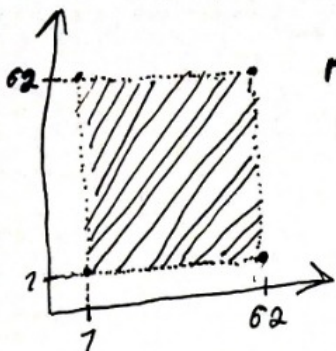
$$\begin{cases} [x = \frac{1}{\sqrt{2}}] \\ [x = -\frac{1}{\sqrt{2}}] \\ [y = \frac{1}{\sqrt{2}}] \\ [y = -\frac{1}{\sqrt{2}}] \end{cases}$$

Ответ: $\{(\frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{1}{\sqrt{2}}); (\frac{1}{\sqrt{2}}, -\frac{1}{\sqrt{2}}); (-\frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{1}{\sqrt{2}}); (-\frac{1}{\sqrt{2}}, -\frac{1}{\sqrt{2}})\}$

числовик.

2

N 5



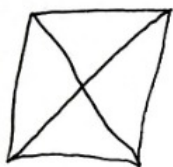
мы выбираем узлы с максимум коор.:

~~1,1~~ (1,1); (1,2); ...; (1,62)

(2,1); (2,2); ...; (2,62)

⋮
(62,1); (62,2); ...; (62,62)

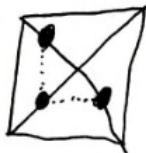
1) Выбираем 2 узла на прямых $y=x$ и $y=63-x$.



во-первых эти две прямые перес. в ТОЧКЕ:
 $\begin{cases} x_1 + y_1 = 63 \\ x_1 = y_1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_1 = y_1 = \frac{63}{2} \notin \mathbb{Z} \end{cases}$

Т.е. она не узел.

Всего точек на этих прямых $62 + 62 = 124$

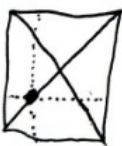


(1,1) ... (62,62) $x=y$
 (3,62); (5,62); ...; (62,7) $x+y=63$

Каждый выбранный узел имеет целые коор. и его ордината и абсцисса пересекает прямые $x=y$ и $x+y=63$ ровно в 1 точке, следовательно в 7 точках, следовательно

Тогда число узлов на этих прямых ~~124~~ можно выбрать $\frac{124 \cdot (124 - 3)}{2}$ способов (делит на 2, т.к. пара не упорядочена)

2) Выбираем 7 узлов на прямой, а 1 не на прямой:



Выбрав I узел на прямой, II мы должны выбрать не на прямой и не на точках абстрактно помеченных пунктиром, т.е. не на абсциссе этих моментов, а на



т.к. $x \neq y$

на пунктир-ной линии

$(62 + 62 + 1) \cdot 62 = 123$ узла

выбираем 2 по зад. рассуждая, потом вычитаем 7)

91 (U141365)

числофур.

(3)

$$\text{именно } 724 \cdot \left(\underbrace{62 \cdot 62}_{\text{все узлы}} - \underbrace{(123 + 124 - 3)}_{\text{не минимизировать узлы}} \right).$$

Жа на что не жемин, н.к. узлы вступают в узлы.

3) Терезь складывает то, что получилось. Рассмотрим, что
иные варианты в работе (1) и (2) Нет и она не
пересекнется.

$$\frac{724 \cdot 727}{2} + 724 \cdot (62 \cdot 62 - 244) = 62(727 + 2 \cdot 3600) =$$
$$= 62 \cdot 7327 = 453902.$$

$$\begin{array}{r} 62 \\ \times 62 \\ + 724 \\ \hline 372 \\ 3844 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 3844 \\ - 244 \\ \hline 3600 \end{array}$$

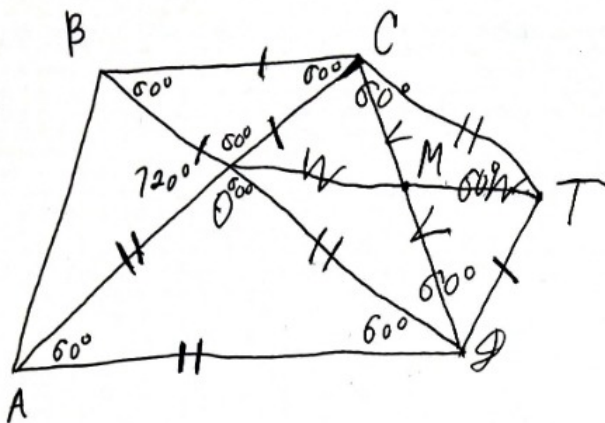
$$\begin{array}{r} 7327 \\ \times 62 \\ \hline 14654 \\ + 43926 \\ \hline 453902 \end{array}$$

Ответ: 453902.

N6

Умножил.

4



∴ M - середина CP.

MC = MP и MO = MT, тогда

∠OCT = ∠OTM и

OC = OT, CT = OT.

∠OCT = ∠OTM = 180° - ∠COB = ∠AOP = 60°.

$\angle BCT = \angle BCO + \angle OCT = 60^\circ + 60^\circ = 120^\circ;$

$\angle APT = \angle OPA + \angle OPT = 60^\circ + 60^\circ = 120^\circ;$

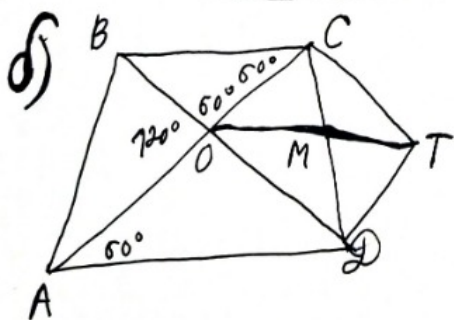
$\angle BOA = 180^\circ - \angle AOP = 180^\circ - 60^\circ = 120^\circ;$

$BO = BC = OC = TP;$

$AO = AP = OP = CT;$

Тогда по I признаку $\triangle BOA = \triangle BCT = \triangle TPA \Rightarrow BA = BT = AT;$

т.е. $\triangle ABT$ - р/с. 4ТФ



BC = 2, AP = 4

$$\begin{cases} S_{AOP} = p(\varphi; AC) \cdot \frac{AO}{2}; \\ S_{OCP} = p(\varphi; AC) \cdot \frac{OC}{2}; \\ S_{BOC} = p(\beta; AC) \cdot \frac{OC}{2}; \\ S_{ABO} = p(\beta; AC) \cdot \frac{OA}{2}; \end{cases}$$

Решим задачу с помощью формулы площади треугольника по двум сторонам и углу между ними:

$h = \sin 60^\circ d;$

$S = \frac{ad \sin 60^\circ}{2} = \frac{\sqrt{3}}{4} a^2$

$S_{AOP} / S_{OCP} = \frac{AO}{OC};$
 $S_{BOC} / S_{ABO} = \frac{OC}{OA}.$

~~Анализ задачи~~

BC = OC = OB = 2

AP = AO + OP = 4

$$S_{ABCT} = S_{AOP} + S_{OCP} + S_{BOC} + S_{ABO} =$$

$$= \left(1 + \frac{2}{4}\right) \left(\frac{\sqrt{3}}{4} \cdot 4^2 + \frac{\sqrt{3}}{4} \cdot 2^2\right) = 30 \frac{\sqrt{3}}{4} = \frac{15\sqrt{3}}{2}.$$

Умножим.

(5)

$$S_{OCP} = \frac{OC}{AO} S_{AOP};$$

$$S_{ABO} = \frac{OA}{OC} S_{BOC};$$

$$\begin{aligned} S_{ABCP} &= S_{AOP} + S_{OCP} + S_{BOC} + S_{ABO} = \\ &= S_{AOP} \left(1 + \frac{OC}{OA}\right) + S_{BOC} \left(1 + \frac{OA}{OC}\right) = \\ &= \frac{\sqrt{3}}{4} AB^2 \left(1 + \frac{2}{4}\right) + \frac{\sqrt{3}}{4} BC^2 \left(1 + \frac{4}{2}\right) = \\ &= 4\sqrt{3} \cdot 1,5 + \sqrt{3} \cdot 3 = 9\sqrt{3}. \end{aligned}$$

Нот. косинусов $\triangle AOB$:

$$\begin{aligned} AB^2 &= AO^2 + BO^2 - 2AO \cdot BO \cdot \cos \angle AOB = 2^2 + 4^2 - 2 \cdot 2 \cdot 4 \cdot \cos 120^\circ = \\ &= 20 - 16 \left(-\frac{1}{2}\right) = 28. \end{aligned}$$

$$S_{ABT} = \frac{\sqrt{3}}{4} AB^2 = \frac{\sqrt{3}}{4} \cdot 28 = 7\sqrt{3}.$$

$$\frac{S_{ABT}}{S_{ABCP}} = \frac{7\sqrt{3}}{9\sqrt{3}} = \frac{7}{9}.$$

Ответ: $\frac{7}{9}$.