Часть 1

Олимпиада: **Математика, 10 класс (1 часть)**

Шифр: **211005225**

ID профиля: **362548**

Вариант 12

Чистовик

2. $\sqrt{x+1} - \sqrt{4-x} + 3 = 2\sqrt{\cancel{\ }4+3x-x^2}$

$\sqrt{x+1} - \sqrt{4-x} + 3 = 2\sqrt{x+1}\sqrt{4-x}$

$t = \sqrt{x+1} - \sqrt{4-x}$

$t^2 = x+1+4-x-2\sqrt{x+1}\sqrt{4-x}$

$t^2 = 5 - 2\sqrt{x+1}\sqrt{4-x} \iff 2\sqrt{x+1}\sqrt{4-x} = 5-t^2$

$t+3 = 5-t^2$

$t^2+t-2=0$

$(t+2)(t-1)=0 \iff \left[\begin{array}{l} t=-2 \\ t=1 \end{array}\right. \iff \left[\begin{array}{ll} \sqrt{x+1}-\sqrt{4-x} = -2 & (1) \\ \sqrt{x+1}-\sqrt{4-x} = 1 & (2) \end{array}\right.$

Решим (1) ур-е:

$\sqrt{x+1}-\sqrt{4-x} = -2 \quad \uparrow^2$

$\begin{cases} x+1+4-x-2\sqrt{x+1}\sqrt{4-x} = 4 \\ \sqrt{x+1}-\sqrt{4-x} < 0 \end{cases} \iff \begin{cases} 2\sqrt{x+1}\sqrt{4-x} = 1 \\ \sqrt{x+1}-\sqrt{4-x} \le 0 \end{cases} \iff \begin{cases} 4(x+1)(4-x)=1 \\ x \ge -1 \\ x \le 4 \\ \sqrt{x+1}-\sqrt{4-x} < 0 \end{cases}$

$\begin{cases} 16+12x-4x^2=1 \\ x \in [-1;4] \\ \sqrt{x+1} \le \sqrt{4-x} \end{cases} \iff \begin{cases} 4x^2-12x-15=0 \quad (1.1) \\ x \in [-1;4] \\ \sqrt{x+1} < \sqrt{4-x} \quad (1.2) \end{cases}$

(1.2) $\sqrt{x+1} < \sqrt{4-x}$

$\begin{cases} x+1 < 4-x \\ x \ge -1 \end{cases} \iff 2x<3 \iff x<\frac{3}{2}$

(1.1) $4x^2-12x-15=0$

$\frac{D}{4} = 36+60 = 96 = (4\sqrt{6})^2$

$x_{1,2} = \frac{6 \pm 4\sqrt{6}}{4} = \frac{3 \pm 2\sqrt{6}}{2}$

Вернемся к системе:

$\begin{cases} x = \frac{3\pm 2\sqrt{6}}{2} \\ x \in [-1; \frac{3}{2}) \end{cases}$ $\qquad \cancel{\frac{3+2\sqrt{6}}{2} \vee}$

$\frac{3-2\sqrt{6}}{2} \vee -1$

$3-2\sqrt{6} \vee -2$

$5 \vee 2\sqrt{6}$

$25 \vee 24$

$25 > 24 \Rightarrow \frac{3-2\sqrt{6}}{2} > -1$

$x = \frac{3-2\sqrt{6}}{2}$

Решим (2) ур-е: Чистовик

$\sqrt{x+1} - \sqrt{4-x} = 1 \quad \uparrow^2$

$\begin{cases} x+1+4-x - 2\sqrt{x+1}\sqrt{4-x} = 1 \\ \sqrt{x+1} - \sqrt{4-x} > 0 \end{cases} \iff \begin{cases} \sqrt{x+1}\sqrt{4-x} = 2 \\ \sqrt{x+1} > \sqrt{4-x} \end{cases} \iff \begin{cases} (x+1)(4-x) = 4 \ (2.1) \\ x \in [-1; 4] \\ \sqrt{x+1} > \sqrt{4-x} \ (2.2) \end{cases}$

(2.1) ~~$4+3x-x^2$~~

$4+3x-x^2 = 4$

$x(x-3) = 0$

$\left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x = 3 \end{array} \right.$

(2.2) $\sqrt{x+1} > \sqrt{4-x}$

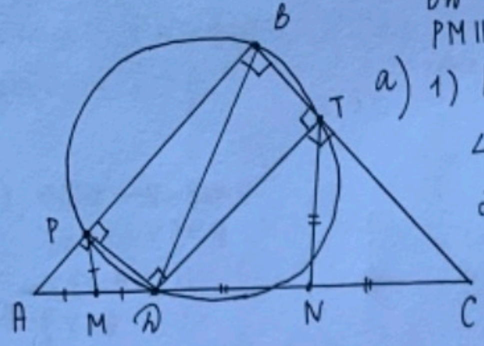
$\begin{cases} x+1 > 4-x \\ x \leq 4 \end{cases} \iff \begin{cases} 2x > 3 \\ x \leq 4 \end{cases} \iff \begin{cases} x > \frac{3}{2} \\ x \leq 4 \end{cases}$

$\begin{cases} \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x = 3 \end{array} \right. \\ x \in (\frac{3}{2}; 4] \end{cases} \iff x = 3$

Ответ: $x \in \{3; \frac{3-2\sqrt{6}}{2}\}$

Чистовик

1.



BD - диаметр

PM || TN

а) 1) т.к. BD - диаметр $\Rightarrow \angle BPD = \frac{\smile BD}{2} = \frac{180^\circ}{2} = 90^\circ$

$\angle BTD = \frac{\smile BD}{2} = \frac{180^\circ}{2} = 90^\circ$

2) $\angle APD = 180^\circ - \angle BPD = 90^\circ \Rightarrow \triangle APD$ − прямоуг.

$\angle DTC = 180^\circ - \angle BTD = 90^\circ \Rightarrow \triangle DTC$ − прямоуг.

3) т.к. $\triangle APD$ − прямоуг., $PM = \frac{AD}{2} = AM$ ($= DM$) (PM- медиана к гипотенузе)

т.к. если вписать прямоуг. треуг. в окр-ть, то гипотенуза будет диаметром, а медиана радиусом $\Rightarrow$ $\Rightarrow$ гипотенуза в 2 раза меньше медианы, проведенной к ней

проведен. к гипотенузе

(угол напротив гипотенузы прямой и равен половине дуги на кот. опирается $\Rightarrow$ $\Rightarrow$ дуга, которую отсекает гипотенуза $180^\circ \Rightarrow$ гипотенуза − диаметр)

Аналогично в $\triangle DTC$ − прямоуг., $TN = \frac{DC}{2} = DN = CN$

4) $PM = DM \Rightarrow \triangle PMD$ − равнобедр., пусть $\angle MPD = \angle MDP = \alpha$

$TN = DN \Rightarrow \triangle TND$ − равнобедр., пусть $\angle NDT = \angle NTD = \beta$

5) т.к. $MP \parallel NT \Rightarrow \underbrace{\angle PMD}_{\substack{180^\circ - 2\alpha \\ (\text{из } \triangle MPD)}} + \underbrace{\angle TND}_{\substack{180^\circ - 2\beta \\ (\text{из } \triangle TND)}} = 180^\circ$ как внутр. одност. при $MP \parallel NT$ и секущей MN

$180^\circ - 2\alpha + 180^\circ - 2\beta = 180^\circ$

$\alpha + \beta = 90^\circ \Rightarrow \angle MDP + \angle NDT = 90^\circ$

$\angle PDT = 180^\circ - \angle MDP - \angle NDT = 180^\circ - 90^\circ = 90^\circ$

6) BTDP − вписанный $\Rightarrow$ по св-ву вписанного четырехуг. $\angle BPD + \angle BTD = \angle PDT + \angle PBT = 180^\circ$

$\angle PBT \equiv \angle ABC = 180^\circ - \angle PDT = 180^\circ - 90^\circ = 90^\circ$

б) $MP = \frac{1}{2}$, $NT = 1$, $BD = \frac{4}{3}$

$\angle PBT = \angle BTD = \angle TDP = \angle DPB = 90^\circ \Rightarrow$ PBTD − прямоугольник $\Rightarrow PD = BT$, $PB = DT$

по т. Пифагора из $\triangle BDP$: $BD^2 = PD^2 + BP^2$

из $\triangle APD$: $PD^2 = AD^2 - AP^2$

из $\triangle CTD$: $CT^2 = CD^2 - DT^2$

из $\triangle ABC$: $AB^2 + CB^2 = AC^2$

$$\begin{cases} \frac{16}{9} = PD^2 + BP^2 \\ PD^2 = 1 - AP^2 \\ CT^2 = 4 - DT^2 = 4 - PB^2 \\ (AP+BP)^2 + (\underbrace{BT}_{PD} + CT)^2 = 9 \end{cases}$$

Чистовик

$$\begin{cases} \frac{16}{9} = PA^2 + BP^2 \\ PA^2 = 1 - AP^2 \\ CT^2 = 4 - PB^2 \quad \oplus \\ \cancel{AP^2 + BP^2 + 2AP \cdot B} \\ (AP+BP)^2 + (PA+CT)^2 = 9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{16}{9} = PA^2 + BP^2 \\ \frac{16}{9} = 5 - AP^2 - CT^2 \Leftrightarrow AP^2 + CT^2 = \frac{29}{9} \\ PA^2 = 1 - AP^2 \\ AP^2 + BP^2 + PA^2 + CT^2 + 2AP \cdot BP + 2PA \cdot CT = 9 \Leftrightarrow \\ \Leftrightarrow \frac{29}{9} + \frac{16}{9} + 2(AP \cdot BP + PA \cdot CT) = 9 \end{cases}$$

Ответ: а) $90°$; б)

Черновик

(2) $\sqrt{x+1}-\sqrt{4-x}+3=2\sqrt{4+3x-x^2}$

$x^2-3x-4=(x-4)(x+1)$

$\underbrace{\sqrt{x+1}-\sqrt{4-x}}_{t}+3=2\sqrt{4-x}\sqrt{x+1}$

$t=\sqrt{x+1}-\sqrt{4-x}$ $t^2=x+1+4-x-2\sqrt{4-x}\sqrt{x+1}$

$2\sqrt{4-x}\sqrt{x+1}=5-t^2$

$t+3=5-t^2$

$t^2+t-2=0$ $(t+2)(t-1)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t=-2 \\ t=1 \end{array}\right.$

$\left[\begin{array}{l} \sqrt{x+1}-\sqrt{4-x}=-2 \\ \sqrt{x+1}-\sqrt{4-x}=1 \end{array}\right.$

$\sqrt{x+1}-\sqrt{4-x}=-2$

$\sqrt{x+1}=\sqrt{4-x}-2$

$x+1=4-x+4-4\sqrt{4-x}$

$2x$

$x+1+4-x-2\sqrt{x+1}\sqrt{4-x}=\cancel{2}\ 4$

$2\sqrt{x+1}\sqrt{4-x}=\cancel{3}\ 1$

$\begin{cases} 4(x+1)(4-x)=\cancel{49}\ 1 \\ x\geq -1 \\ x\leq 4 \end{cases}$

$4x^2-12x+33=0$

$\frac{D}{4}=36-$

$4(-4x^2+12x+16)$

$4x^2-12x\ \cancel{+33}\ -15=0$

$\frac{D}{4}=36-4\cdot 33$

$49-16=33$

$\begin{cases} 16+12x-4x^2=49 \\ x\in[-1;4] \end{cases}$

$49-16=23$

$36+60=96$

$96:4=24$

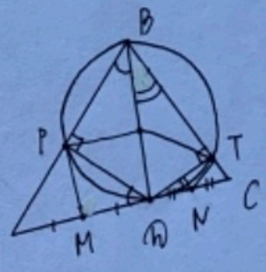
$4\cdot 4\cdot 6$

$\sqrt{x+1}-\sqrt{4-x}=1$

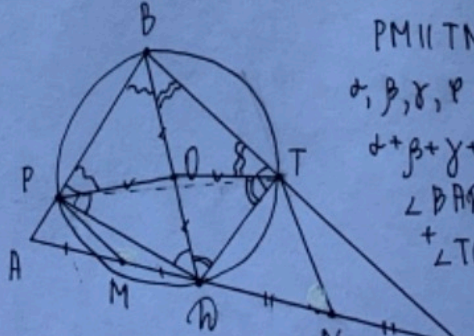
$5-2\sqrt{x+1}\sqrt{4-x}=1$

$\cancel{2}\sqrt{x+1}\sqrt{4-x}=2$

$\begin{cases} \cancel{4}+3x-x^2=\cancel{4} \\ x\in[-1;4] \end{cases}$ $x(x-3)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=3 \end{array}\right.$



PM ∥ TN $\angle ABC=\angle APD+\angle CTD$



PM ∥ TN

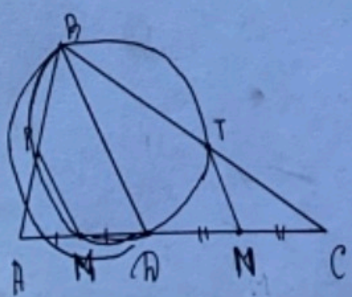
$\alpha, \beta, \gamma, \varphi$

$\alpha+\beta+\gamma+\varphi=180^\circ$

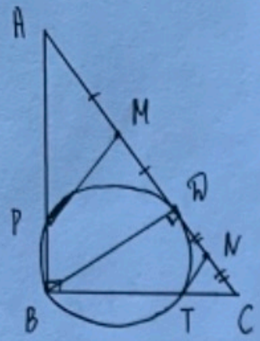
$\angle BAD=\angle PDA=$

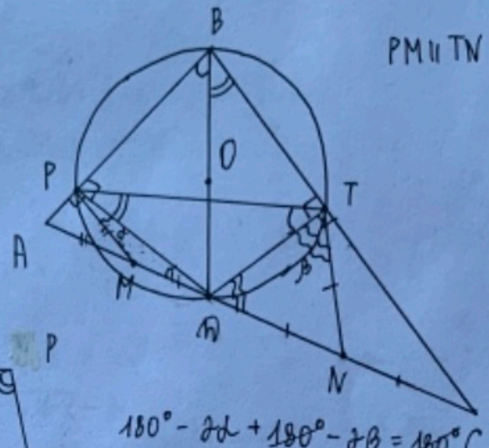
$+\angle TCD=180^\circ-\alpha-\beta$

$\alpha+\gamma=\beta+\gamma=90^\circ$

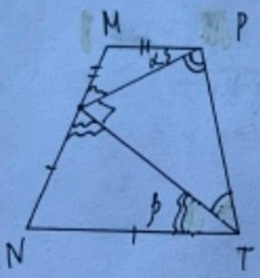


Черновик





$PM \parallel TN$



$180^\circ - 2\alpha + 180^\circ - 2\beta = 180^\circ$

$\alpha + \beta = 90^\circ$

$\angle PMD + \angle TND = 180^\circ$

$180^\circ - \cancel{2\alpha} + \cancel{180^\circ - 2\beta} = \cancel{180^\circ}$

$\alpha + \beta = 90^\circ$

$\cancel{BD^2 = AD \cdot CD = 1 \cdot 2}$

$\cancel{BD = \sqrt{2}}$

$S_{ABC} = \frac{1}{2} AB \cdot TC$

$PD^2 + PB^2 = \frac{16}{9}$

$BT^2 + DT^2 = \frac{16}{9}$

$\square$

$AP^2 = AD^2 - PD^2$

$AP^2 = AD^2 - \frac{16}{9} + PB^2$

$AP^2 = -\frac{7}{9} + PB^2$

$CT^2 = CD^2 - DT^2 = CD^2$

$45 - 16 = 29$

$AP^2 + CT^2 = AD^2 + CD^2 - \frac{16}{9}$

$AP^2 + CT^2 = 1 + 4 - \frac{16}{9} = \frac{45-16}{9} = \frac{29}{9}$

$(AP + PB)^2 + (BT + CT)^2 = 9$

$AP^2 + PB^2 + 2AP \cdot PB + BT^2 + CT^2 + 2BT \cdot CT = 9$

$\frac{29}{9} + \frac{16}{9}$

Часть 2

Олимпиада: **Математика, 10 класс (2 часть)**

Шифр: **211005225**

ID профиля: **362548**

Вариант 12

Чистовик

4. $$\begin{cases} \frac{1}{x^2+y^2} + x^2y^2 = \frac{5}{4} \\ 2x^4+2y^4+5x^2y^2 = \frac{9}{4} \end{cases}$$

$$\begin{cases} u = x^2+y^2 \\ v = x^2y^2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \frac{1}{u} + v = \frac{5}{4} \\ 2u^2+v = \frac{9}{4} \Leftrightarrow v = \frac{9}{4} - 2u^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{1}{u} + \frac{9}{4} - 2u^2 = \frac{5}{4} \quad (1) \\ v = \frac{9}{4} - 2u^2 \end{cases}$$

Решим (1) ур-е:

$$\frac{1}{u} + \frac{9}{4} - 2u^2 = \frac{5}{4}$$

$$2u^2 - 1 - \frac{1}{u} = 0$$

$$\begin{cases} 2u^3 - u - 1 = 0 \\ u \neq 0 \end{cases}$$

	2	0	-1	-1
1	2	2	1	0

$$2u^3 - u - 1 = (u-1)\overbrace{(2u^2+2u+1)}^{>0\ \forall x\ (\text{т.к. } D<0)} = 0$$

$$\begin{cases} u = 1 \\ u \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow u = 1$$

Вернемся к системе:

$$\begin{cases} u = 1 \\ v = \frac{9}{4} - 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u = 1 \\ v = \frac{1}{4} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2+y^2 = 1 \Leftrightarrow x^2 = 1-y^2 \\ x^2y^2 = \frac{1}{4} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 = 1-y^2 \\ y^2 - y^4 = \frac{1}{4} \quad (2) \end{cases}$$

Решим (2) ур-е:

$$4y^4 - 4y^2 + 1 = 0$$

$$\cancel{\frac{D}{4} = 4-4=0} \quad (2y^2-1) = 0 \Leftrightarrow y^2 = \frac{1}{2} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} y = \frac{1}{\sqrt{2}} \\ y = -\frac{1}{\sqrt{2}} \end{array}\right.$$

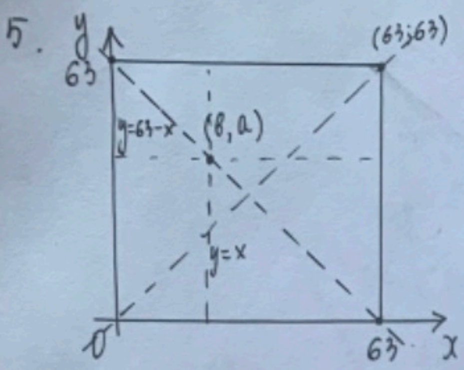
Вернемся к системе:

$$\left[\begin{array}{l} \begin{cases} y = \frac{1}{\sqrt{2}} \\ x = \pm\frac{1}{\sqrt{2}} \end{cases} \\ \begin{cases} y = -\frac{1}{\sqrt{2}} \\ x = \pm\frac{1}{\sqrt{2}} \end{cases} \end{array}\right.$$

Ответ: $\left\{ \left(\pm\frac{1}{\sqrt{2}}; \frac{1}{\sqrt{2}}\right); \left(\pm\frac{1}{\sqrt{2}}; -\frac{1}{\sqrt{2}}\right) \right\}$

Чистовик

5.



Найдем т. пересеч. прямых $y=x$ и $y=63-x$

$$\begin{cases} x=63-x \\ y=x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=\frac{63}{2} \\ y=\frac{63}{2} \end{cases}$$

Эта точка не лежит в узле сетки

Всего ~~точек~~ узлов сетки внутри квадрата 62^2

на прямых $y=x$ и $y=63-x$ по 62 узла сетки

Выберем ~~первую то~~ первый узел сетки так, чтобы он лежал на одной из заданных прямых

Это можно сделать 124 способами

~~Вторую точку Прямые, параллельные оси х будут оси Oy оси y имеют вид~~

Прямые, проходящие через узлы сетки и параллельные оси X имеют вид: $y=a$, где $a\in\mathbb{Z}$ (в нашем случае $a\in\mathbb{N}$, т.к. мы рассматриваем только I коорд. четв.) и проходящие через квадрат

а чтобы эти прямые ~~оказались~~ прошли через квадрат $\begin{cases} a\in[1;62] \\ a\in\mathbb{N} \end{cases}$

Прямые, проходящие через узлы сетки и параллельные оси y имеют вид: $x=b$, где $\begin{cases} b\in\mathbb{N} \\ b\in[1;62] \end{cases}$

Пусть первый узел имеет координаты (b,a)

Второй узел не может лежать на прямых $y=a$ и $x=b$, которые пересекаются в т. (b,a)

Не считая т. пересеч. (b,a) на этих прямых внутри квадрата лежит суммарно 122 точки

в этих точках не может лежать второй узел

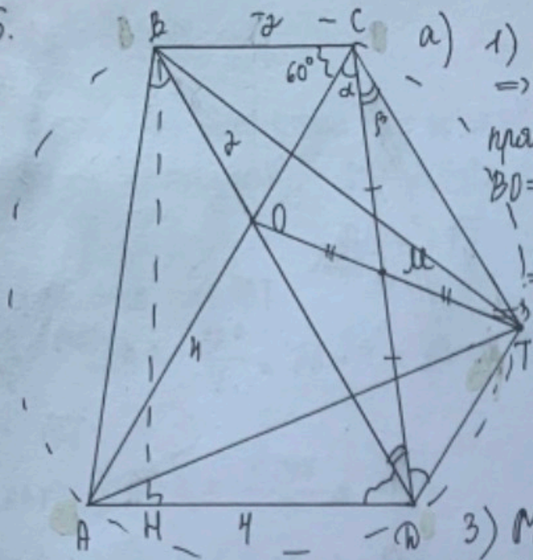
Также второй узел не может совпадать с первым.

Значит второй узел можно выбрать 62^2-123 способами

Значит всего способов выбрать ~~пары из двух~~ два узла $\frac{124\cdot(62^2-123)}{2}$, т.к. среди них есть пары с координатами $\{(x;y),(u;v)\}$ и $\{(u;v);(x;y)\}$ а нам не важен порядок их выбора, это одна и та же пара узлов.

Ответ: $\frac{124(62^2-123)}{2}$ способов

Чистовик

6. 

a) 1) т.к. ~~$\triangle AOB$ и $\triangle COD$~~ $\triangle BOC$ и $\triangle DOA$ правильные $\Rightarrow$

$\Rightarrow \angle CBO = \angle ADO = 60^\circ \Rightarrow$ по признаку параллельных прямых $BC \parallel AD \Rightarrow ABCD$ – трапеция

$BO = CO$, $AO = DO$, $\angle BOC = \angle AOD = 60^\circ \Rightarrow \triangle BOA = \triangle COD$ по двум сторонам и углу между ними $\Rightarrow$

$\Rightarrow \angle BOA = \angle COD$,

$\Rightarrow BA = CD \Rightarrow ABCD$ – равнобед. трапеция

2) т.к. $ABCD$ – равноб. $\Rightarrow \angle BAD + \angle BCD = \angle CBA + \angle ADC = 180^\circ \Rightarrow$

$\Rightarrow$ около неё можно описать окр-ть

$ABCD$ – вписанная

3) M – сер. CD, $OM = MT$ по построению $\Rightarrow$ ~~$OCTD$ – параллелогр.~~

$\Rightarrow OCTD$ – параллелограмм по признаку $\Rightarrow$

$\Rightarrow CO = BC = TD$, $AD = OD = CT$, $\angle OCD = \angle CDT = \alpha$, $\angle DCT = \angle CDO = \beta$

$\angle BCT = \angle BCO + \angle OCD + \angle DCT = 60^\circ + \alpha + \beta = \angle ADO + \angle ODC + \angle CDT = \angle ADT$

$\triangle ATD = \triangle TBC$ по двум сторонам и углу между ними ($BC = TD$, $CT = AD$, $\angle BCT = \angle ADT$) $\Rightarrow$

$CT = AD$

$\Rightarrow BT = AT$, $\Rightarrow \triangle ATB$ – равнобедр.

4) $\angle TDC = \angle ACD \Rightarrow TD \parallel CA$ по признаку параллельных прямых $\Rightarrow$

$\Rightarrow CTDA$ – трапеция, т.к. $CT = AD \Rightarrow CTDA$ – равнобедр. трапеция $\Rightarrow$

$\Rightarrow$ около ~~этой трапеции~~ $CTDA$ можно описать окр-ть

5) т.к. $ABCD$ – вписана в окр $\omega_1 \Rightarrow \triangle ACD$ вписан в окр ω_1

~~а около тре~~ $CTDA$ – вписана в окр $\omega_2 \Rightarrow \triangle ACD$ вписан в окр ω_2

а около треугольника можно описать единств. окр-ть $\Rightarrow \omega_1 \equiv \omega_2 \Rightarrow$

$\Rightarrow T \in \omega_1$

6) $\angle BOA + \angle COD + \overset{60^\circ}{\angle BOC} + \overset{60^\circ}{\angle AOD} = 360^\circ$

$\angle BOA = \angle COD = \frac{240^\circ}{2} = 120^\circ$

т.к. $OCTD$ – трапеция $\angle OCT = 180^\circ - \angle COD = 60^\circ$

7) $\angle ACT \equiv \angle OCT = \frac{\smile ADT}{2} = \angle ABT = 60^\circ$ (т.к. $\angle ABT$ и $\angle ACT$ вписанные)

8) $\triangle ABT$ – равноб., $\angle ABT = 60^\circ \Rightarrow \angle BAT = \angle BTA = 60^\circ \Rightarrow \triangle ABT$ – правильный

#

чистовик

б) $S_{ABCD} = \frac{(BC+AD)BH}{2}$, $BH \perp AD$, $S_{ABCD} = \cancel{\ldots}\ 3BH$

$AH = \frac{AD-BC}{2} = 1$

~~AD = по т. Пифагора из $\triangle ABH$: $AB = \sqrt{BH^2+1}$~~

По т. косинусов: $AB^2 = BO^2 + AO^2 - 2BO \cdot AO \cdot \cos\angle BOA = 4+16+16 \cdot \frac{1}{2} = 28$, $\angle BOA = 120^\circ$

$AB = 2\sqrt{7}$

h - высота $\triangle ABT$

$h^2 = AB^2 - \frac{AB^2}{4} = 28 - 7 = 21$

$h = \sqrt{21}$

$S_{ABT} = \frac{1}{2} AB \cdot h = \frac{\sqrt{147}}{2} = \frac{7\sqrt{3}}{2}$

$BH^2 = AB^2 - AH^2 = 28 - 1 = 27 \Rightarrow BH = 3\sqrt{3}$

по т. Пифагора $S_{ABCD} = \cancel{\frac{3 \cdot 3\sqrt{3}}{2}} = \cancel{\frac{9\sqrt{3}}{2}}\ 9\sqrt{3}$

$\frac{S_{\triangle ABT}}{S_{ABCD}} = \frac{7\sqrt{3}}{2 \cdot 9\sqrt{3}} = \frac{7}{18}$

Ответ: $S_{\triangle ABT} : S_{ABCD} = 7 : 18$

Черновик

$$\frac{1}{x^2+y^2}+x^2y^2=\frac{5}{4}$$

$$2x^4+2y^4+5x^2y^2=\frac{9}{4}$$

$u^2=x^4+y^4+2x^2y^2$

$x^2+y^2=u \quad x^2y^2=v$

$$\begin{cases}\frac{1}{u}+v=\frac{5}{4}\\ 2u+v=\frac{9}{4}\end{cases} \qquad v=\frac{9}{4}-2u$$

$\frac{1}{u}+\frac{9}{4}-2u=\frac{5}{4} \quad |\cdot 4u \quad (u\neq 0)$

$$\begin{cases}4+9u-8u^2=5u\\ u\neq 0\end{cases}$$

$8u^2-4u-4=0$

$2u^2-u-1=0$

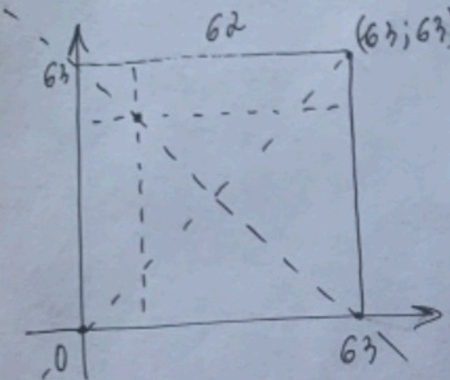
$D=1+8=9$

$u_{1,2}=\frac{1\pm 3}{4}=1;-\frac{1}{2}$

$(2u+1)($

$2u^2+2u+1=0$

$\frac{D}{4}=1-2$



62

123

62^2

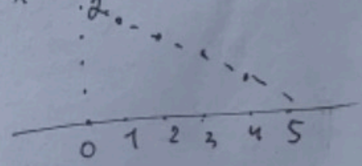
62^2-1

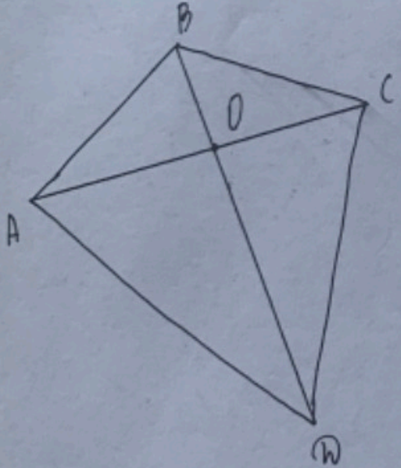
123

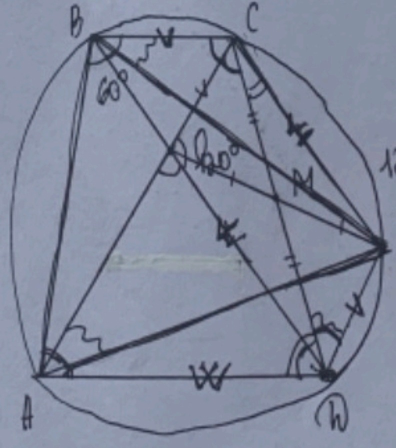
$x=63-x$

$2x=63$

$x=\frac{63}{2}$







$360°-120=240$

120°

$$\frac{\smile BA+\smile CD}{2}=120°$$