Часть 1

Олимпиада: **Математика, 10 класс (1 часть)**

Шифр: **211005138**

ID профиля: **817848**

Вариант 12

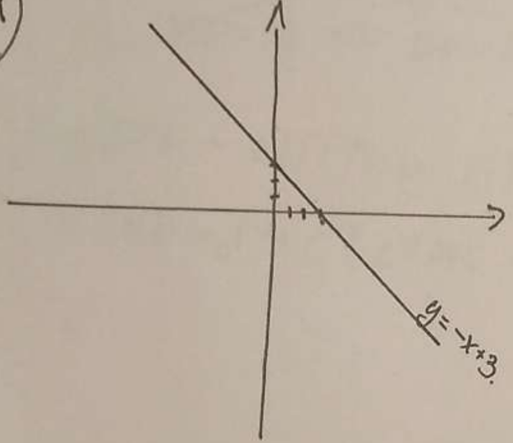
Чистовик.

Задача 3.

т.А. уравнение $2a^2-2ax-6ay+x^2+2xy+5y^2=0$.

т.В. – вершина параболы $ax^2+4a^2x-ay+4a^3+2=0$.

1)



$x+y=3 \Rightarrow y=-x+3$.

2) рассмотрим точку B:

$ax^2+4a^2x-ay+4a^3+2=0$ и это уравнение параболы $\Rightarrow$ $a\neq 0$, тогда поделим на a.

$x^2+4ax-y+4a^2+\frac{2}{a}=0 \Rightarrow y=x^2+4ax+4a^2+\frac{2}{a}$.

вершина в точке с коорд по $x=-\frac{b}{2a}=\frac{-4a}{2}=-2a. \Rightarrow$

$y=(-2a)^2+4a(-2a)+4a^2+\frac{2}{a}$

$y=4a^2-8a^2+4a^2+\frac{2}{a}=\frac{2}{a}$, тогда.

$B(-2a;\frac{2}{a})$.

3) Рассмотрим когда:

~~1) a<-1,5, то B лежит левее и ниже y=-x+3~~ (ниже, тк $\frac{2}{a}<0$.

~~2) a>-1,5, то B лежит правее и выше y=-x+3 тк (выше тк 2/a~~

1) $a<-1,5$, то B лежит. правее $O(0;0)$.

2) $a>-1,5$. $(a\neq 0)$, то B лежит. левее $O(0;0)$

Чистовик.

Задача 2.

$\sqrt{x+1}-\sqrt{4-x}+3=2\sqrt{4+3x-x^2}$

ОДЗ: $\begin{cases} x+1\geqslant 0 \\ 4-x\geqslant 0 \\ 4+3x-x^2\geqslant 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x\geqslant -1 \\ x\leqslant 4 \\ x\in[-1;4] \end{cases} \to x\in[-1;4].$

$\sqrt{x+1}-\sqrt{4-x}=2\sqrt{4+3x-x^2}-3.$

Возведём обе части в квадрат, а после с помощью подстановки исключим лишние корни

$(x+1)-2\sqrt{x+1}\sqrt{4-x}+(4-x)=4(-x^2+3x+4)-12\sqrt{-x^2+3x+4}+9.$

$2\sqrt{(x+1)(4-x)}=4(-x^2+3x+4)-12\sqrt{-x^2+3x+4}+4.$

Заметим что $-x^2+3x+4=(x+1)(4-x)$. тогда

$4(x+1)(4-x)-10\sqrt{x+1}\sqrt{4-x}+4=0.$

Пусть $\sqrt{x+1}\sqrt{4-x}=a$, $a\geqslant 0$. тогда

$4a^2-10a+4=0 \;|:2 \longrightarrow 2a^2-5a+2=0$

$D=25-16=3^2$

$a_1=2\quad a_2=\frac{1}{2}\Rightarrow$

$-x^2+3x+4=2^2$ или: $-x^2+3x+4=\frac{1}{4}.$

$x^2-3x=0.$ $\qquad x^2-3x-\frac{15}{16}=0$

$x_1=0;\ x_2=3.$ $\qquad x_3=\frac{6+\sqrt{51}}{4}\quad x_4=\frac{6-\sqrt{51}}{4}.$

Проверим:

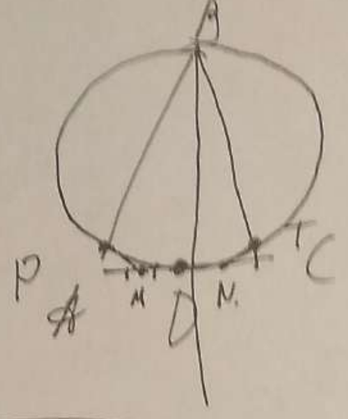
$\begin{cases} x=0. \\ \sqrt{0+1}-\sqrt{4-0}+3=2\sqrt{(0+1)(4-0)} \end{cases} \begin{cases} x=0 \\ 2=4. \end{cases} \Rightarrow$ ложь.

$\begin{cases} x=3 \\ \sqrt{3+1}-\sqrt{4-3}+3=2\sqrt{(3+1)(4-3)} \end{cases} \begin{cases} x=3 \\ 4=4 \end{cases} \Rightarrow x=3$ подходит.

Ответ: $x=3.$

1.

Черновик



$\sqrt{x+1} - \sqrt{4-x} + 3 = 2\sqrt{4+3x-x^2}$ $\quad x \in [-1; 4]$.

$\sqrt{x+1} - \sqrt{4-x} = 2\sqrt{(x+1)(4-x)} - 3$. $\Rightarrow$ $\mid ^2$.

$(x+1+4-x) - 2\sqrt{x+1}\sqrt{4-x} = 4(x+1)(4-x) - 12\sqrt{x+1}\sqrt{4-x} + 9$.

$0 = 4ab - 10\sqrt{ab} + 4$

$\sqrt{x+1}\sqrt{4-x} = a$.

$a \geq 0$

$4a^2 - 10a + 4 = 0$.

$D = 100 - 64 = 6^2$.

$a_{1/2} = \frac{10 \pm 6}{8} = 2 / \frac{1}{2}$.

$(x+1)(4-x) = 4$ или $= \frac{1}{4}$ $\quad x^2 - 3x - \frac{45}{16} = 0$ $\cancel{\cdot 16}$

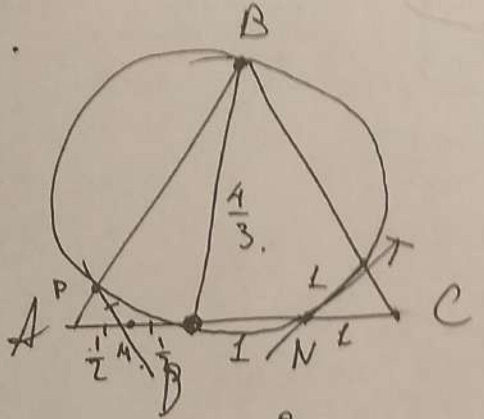
$-x(x-3)$

$\cancel{16x^2 - 48x - 15 = 0}$.

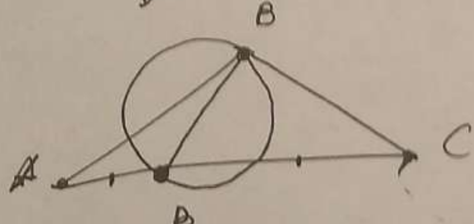
$x = 3$. $x = 0$ нат.

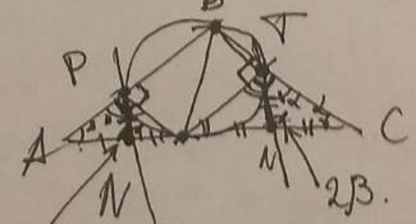
$D = \frac{51}{4} = \left(\frac{\sqrt{3 \cdot 17}}{2}\right)^2$

$x_{1/2} = \frac{3 \pm \frac{\sqrt{51}}{2}}{2} = \frac{6 \pm \sqrt{51}}{4}$.

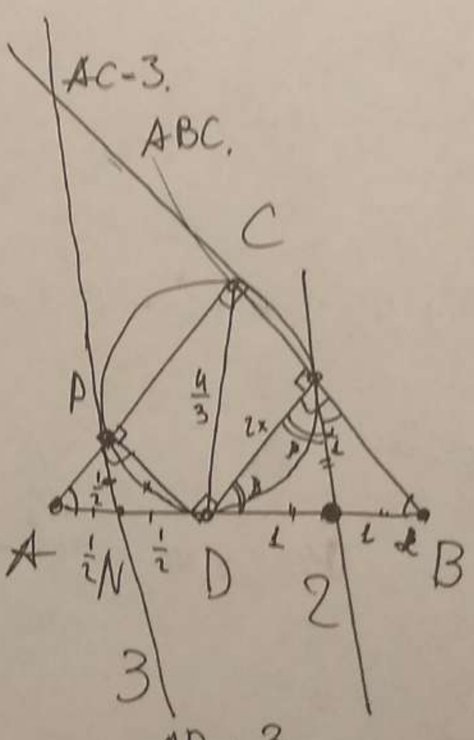


S ABD + S BDC = 3.





$\beta + \alpha = 90° \Rightarrow ABC = 90°$.



$K = \frac{2}{3}$.

AB = 3.

2x

$\sqrt{x+1}+3>\ldots$

$^{\wedge}2 \rightarrow (x+1)+(4-x)-2\sqrt{\ldots} = 4a^2-12a+9.$

$0 = 4a^2-10a+4.$

$2a^2-5a+2=0. \quad D = 25-16 = 9 = 3^2.$

$a = \frac{5\pm3}{4} = \frac{1}{2} / 2.$

$\sqrt{(x+1)(4-x)} = \frac{1}{2} / = 2.$

$-x^2+3x+4=4 \qquad -x^2+3x+4=\frac{1}{4}. \qquad x^2-3x-(4-\frac{1}{4})$

$-x(x-3)=0 \qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad \frac{15}{4}$

$x=0 \quad x=3 \qquad x^2-3x-\frac{15}{4}=0. \quad \cdot 4$

$4x^2-12x-15=0. \qquad\qquad 8\sqrt{6}.$

$D = 144+240 = 384. \qquad (8\sqrt{6})^2 \qquad 384 : 4 = 96,\ 96 : 4 = 24 \qquad 64 \cdot 6 = 384$

$x_{1/2} = \frac{12\pm 8\sqrt{6}}{8} = \frac{3}{2}\pm\sqrt{6}.$

$x=0.?$

$\sqrt{x+1}-\sqrt{4-x} = 2\sqrt{\ldots}-3. \; |^{\wedge}2.$

$\sqrt{x+1}+3 = 2\sqrt{\ldots}-\sqrt{4-x}. \; |^{\wedge}2. \qquad -(16-4x)a-6a.$

$(x+1)+\underbrace{6\sqrt{x+1}}+9 = \underbrace{4(x+1)(-x+4)}-4\underbrace{(-x+4)(\sqrt{x+1})}+(4-x).$

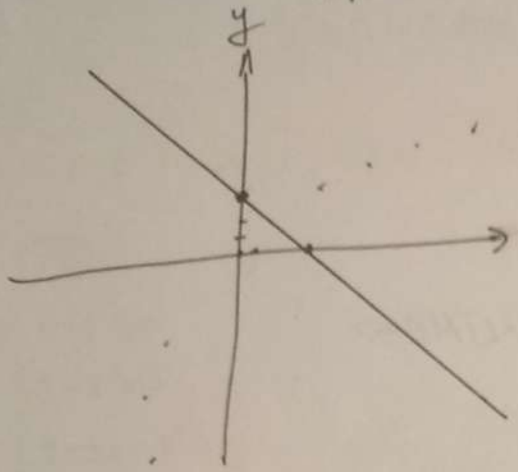
$4(\ldots)\ \cancel{2(8-2x+3)\sqrt{x+1}} - (22-4x)\sqrt{x+1}-(x+1)+(4-x).$

$4(x+1)(4-x)-2(11-2x)\sqrt{x+1}-2x+5=0. \qquad \sqrt{x+1}=a.$

$4(4-x)a^2-2(11-2x)a-2x+5=0.$

$D = 4(11-2x)^2.$

Черновик.



$x^2-2ax+2a^2+2xy=5y^2-6ay.$

$2a^2-2ax-6ay+x^2+2xy+5y^2=0.$

т. A.

$ax^2+4a^2x-ay+4a^3+2=0.$

$x+y-3 \to y=3-x.$

верш $= -\frac{b}{2a}.$

$ax^2+4a^2x+4a^3+2=ay$

$y=\frac{ax^2+4a^2x+4a^3+2}{a}$ $\quad a\neq 0.$

$y=x^2+\underline{4ax}+4a^2+\frac{2}{a}.$

верш $=\frac{-4a}{2}=-2a.$

коорд x.

[illegible] $a<-1{,}5.$

$y=4a^2-8a^2+4a^2+\frac{2}{a}.$

$y=\frac{2}{a}.$

$B\left(-2a;\frac{2}{a}\right).$

$<-1{,}5.$

Если a [illegible] $\to$ то всегда ок

$a>-1{,}5.$

Если $\cancel{a<1{,}5}$. то нет, ←

$a<-1{,}5$ всегда справа

$a>-1{,}5$ всегда слева.

$\boxed{A\to 2a^2-2ax-6ay+x^2+2xy+5y^2=0}$

$B\to ax^2+4a^2x-ay+4a^3+2=0.$

$x^2-2ax+2a^2+2xy=5y^2-6ay=0.$

$x^2+(2y-2a)x+(2a^2+5y^2-6ay)=0.$

~~пусть x<3~~. Пусть $a=-1.$

$x^2+(2y+2)x+(2+5y^2+6y)=0.$

$x^2+5y^2+2yx+2x+2+6y=0.$

$\frac{2}{a}<-a+3.$

$2<a^2+3a.$

$a^2+3a+2<0.$

$D=9-8=1$ $\quad$ (-2 до -1).

$a_1=-2 \quad a_2=-1.$

Черновик

$\sqrt{x+1} - \sqrt{4-x} + 3 = 2\sqrt{4+3x-x^2}$

ОДЗ:

$\begin{cases} x+1 \geq 0 \\ 4-x \geq 0 \\ 4+3x-x^2 \geq 0 \end{cases}$ $\begin{cases} x \geq -1 \\ x \leq 4 \\ x \in [-1; 4]. \end{cases}$

$x^2 - 3x - 4 = 0$

$D = 9 + 16 = 5.$

$x_1 = 4 \quad x_2 = -1.$

$\sqrt{x+1} - \sqrt{4-x} + 3 = 2\sqrt{x+1} \cdot \sqrt{4-x}$ → a

$a = \sqrt{x+1}$

$b = \sqrt{4-x}$ $\Big|\ ^\wedge 2.$

~~$a - b + 3 = 2ab$~~

~~$a = b + 2ab - 3.$~~

~~$a - b + 3 - 2ab = 0$~~

~~$b + 2ab - a = 3.$~~

$\cancel{\nabla\tau}\ (x+1) - 2\sqrt{a} + (4-x) = 4a^2 - 12a - 9.$

$\cancel{x} + 1 + 4 - \cancel{x}$

$5 - 2\cancel{a} = 4a^2 - 12a - 9.$

$4a^2 - 10a - 14 = 0.$ $\qquad 14 \cdot 16 = \cancel{140 + 60} = 224.$

$D = 100 + 224 = 324.$

$\sqrt{D} = 18$

$18 \cdot 18 = 324$

$a_{1/2} = \frac{10 \pm 18}{8} = -1 / 3\frac{1}{2}.$

$\sqrt{x+1}\sqrt{4-x} = -1$ ~~X~~ $= 3\frac{1}{2} = \frac{7}{2}$ $\quad \frac{49}{4} = \cancel{\sqrt{}}$ $\quad x^2 - 3x - 4 = \frac{49}{4} \cdot 4$

$4x^2 - 12x - 65 = 0$

$D =$

$\sqrt{x+1} - \sqrt{4-x} + 3 = 2\sqrt{(x+1)(4-x)}$ $x \in [-1; 4]$. $\left(\frac{6+\sqrt{51}}{4} \ldots\right) -$

$\sqrt{x+1} - \sqrt{4-x} = 2\sqrt{x+1}\sqrt{4-x} - 3$. если $a = b$, то $a^2 = b^2$. $\sqrt{36} + \sqrt{51} - 4$.

$(x+1+4-x - 2\sqrt{x+1}\sqrt{4-x}) = 4(x+1)(4-x) - 12\sqrt{x+1}\sqrt{4-x} + 9$.

$a - b = 2ab - 3$. $|\hat{}2$.

$\cancel{5} + 5 - 2ab = 4a^2b^2 - 12ab + 9$.

$a^2 - 2ab + b^2 = 4a^2b^2 - 12ab + 9$.

$5 - 2ab$

$0 = 4a^2b^2 - 10ab + 4$

$0 = -4x^2 + 3x + 4 - 10ab + 4$

$0 = -4x^2 + 3x + 4 - 10\sqrt{x+1}\sqrt{x+4} + 4$

$+4(x^2 - 3x - 4) - 10\sqrt{x+1}\sqrt{-x+4} + 4 = 0$. $a = \sqrt{x+1}\sqrt{x+4}$ $a \geq 0$

$+4a^2 - 10a + 4 = 0$.

$D = 25 - 16 = 3^2$

$a_{1/2} = \frac{5 \pm 3}{4} = 2 / \frac{1}{2}$.

48 · 48 = 384 + 192 = 2204

16 · 60 = 960

$\boxed{3164}$

$a = b \Rightarrow a^2 = b^2$.

$-x^2 + 3x = 0$. $-x^2 + 3x + \frac{15}{16} = 0$. $x^2 - 3x - \frac{15}{16} = 0$

$x = 0$ $x = 3$.

?

$x \neq 0$

$D = 3^2 + \frac{15}{4} = \frac{27}{4} = \left(\frac{3\sqrt{3}}{2}\right)^2$

$x_{1/2} = \frac{3 \pm \frac{3\sqrt{3}}{2}}{2} = \frac{6 \pm 3\sqrt{3}}{4} = \frac{3(2 \pm \sqrt{3})}{4}$.

$6 + \sqrt{51}$

$\frac{4}{6 + \sqrt{51}}$

Чистовик.

Задача 1 (б).

~~1) тк $NT = 1 \Rightarrow DM = MC = 1$.~~
~~тк. $MP = \frac{1}{2} \Rightarrow AN = ND = \frac{1}{2}$.~~ } тк $\angle PNA = \angle TMC \Rightarrow$ Δ.

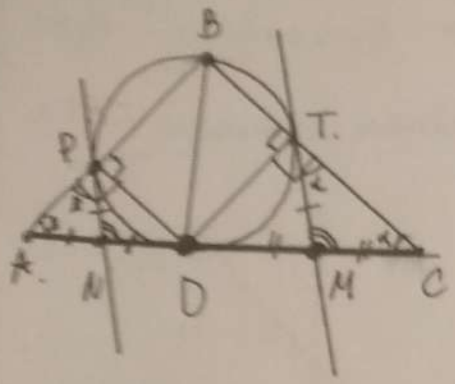
1) $\triangle APN \sim \triangle DTM$ (тк $\angle TMD = \angle PNA$).

$\triangle PND \sim \triangle TMC$ ($\angle TMC = \angle PND$).

|

4.

Задание 3 (а) Чистовик.



1) Тк BD-диаметр $\Rightarrow \angle BPD = \angle BTD = 90°$

2) Тк ΔAPD - прямоуг и PN - медиана $\Rightarrow AN = ND = PN$.

3) тк ΔDTC - прямоуг и TM - медиана $\Rightarrow TM = DM = MC$.

4) Тк $PN \parallel TM \Rightarrow \angle TMC = \angle PND \Rightarrow \angle PNA + \angle TMC = 180°$.

5) Пусть $\angle PAN = \angle APN = \beta$, а $\angle CTM = \angle TCM = \alpha$.

Тк сумма $\angle$ треугольника $= 180° \Rightarrow$.

$2\alpha + 2\beta = 180°$ (сумма $\angle$ ΔAPN + сумма $\angle$ $\Delta TMC = 360°$)

$\Downarrow$

$\alpha + \beta = 90°$

$\angle BAC = \beta$; $\angle BCA = \alpha \Rightarrow \angle ABC = 180° - \alpha - \beta = 90°$

Ответ: $\angle ABC = 90°$.

3

Часть 2

Олимпиада: **Математика, 10 класс (2 часть)**

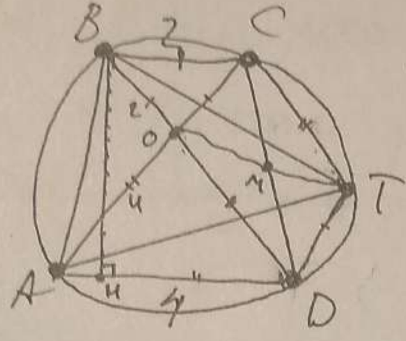
Шифр: **211005138**

ID профиля: **817848**

Вариант 12

Чистовик.

Задача 3(б).



$$\frac{S_{\triangle ABT}}{S_{ABCD}} = ?$$

1) $\triangle AOB$:

$\angle BOA = 120^\circ \Rightarrow$ по т косинусов.

$AB^2 = BO^2 + OA^2 - 2\,BO \cdot OA \cdot \cos\angle BOA$.

$AB^2 = 4 + 16 - 2 \cdot 2 \cdot 4 \cdot \left(-\frac{1}{2}\right) = 20 + 8 = \left(2\sqrt{7}\right)^2$

$AB = 2\sqrt{7}$

2) $S_{\triangle ABT} = 2\sqrt{7} \cdot 2\sqrt{7} \cdot \frac{1}{2} \cdot \overset{\sin}{\cancel{\cos}}\, 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot 7 = 7\sqrt{3}$

3) $S_{ABCD} = \left(\frac{BC + AD}{2}\right) \cdot HB = BD \cdot AC \cdot \frac{1}{2} \cdot \sin\varphi =$

~~4) $\triangle ABM$: $AB = 2\sqrt{7}$, $AM = \ell$.~~

$= (2+4) \cdot (2+4) \cdot \frac{1}{2} \cdot \sin 60^\circ = \frac{36}{2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 9\sqrt{3}$

$$\frac{S_{\triangle ABT}}{S_{ABCD}} = \frac{7\sqrt{3}}{9\sqrt{3}} = \frac{7}{9}.$$

Ответ: $\frac{7}{9}$.

3

Чистовик.

Задача 1.

1) Заметим, что если x и y - решения, то $-x$ и $-y$ тоже решения. $\Rightarrow$ ~~если x и y решения, то еще~~

$$\left.\begin{array}{l} y; x \\ -y; -x \\ -y; x \\ y; -x \\ -x; y \\ x; -y \\ -x; -y. \end{array}\right\} \text{решения.}$$

2) Пусть $x^2 = a$, $y^2 = b$, тогда $(a \geq 0; b \geq 0)$
но не одновременно.

$$\begin{cases} \frac{1}{a+b} + ab = \frac{5}{4} \\ 2a^2 + 2b^2 + 5ab = \frac{9}{4}. \end{cases} \qquad \begin{cases} \frac{ab(a+b)+1}{a+b} = \frac{5}{4}. \\ 2a^2 + 2b^2 + 5ab = \frac{9}{4}. \end{cases}$$

3) Пусть $x = 0$ или $y = 0$. тогда:

$$\begin{cases} \frac{1}{a} = \frac{5}{4}. \\ 2a = \frac{9}{4} \end{cases} \qquad \begin{cases} 5a = 4 \\ a = \frac{9}{8} \end{cases} \begin{cases} a = 0{,}8 \\ a = \frac{9}{8} \end{cases} \longrightarrow \text{противоречие}, \Rightarrow x \neq 0 \text{ и } y \neq 0.$$

$$\begin{cases} \frac{1}{a+b} + ab = \frac{5}{4} \Rightarrow \frac{5(a+b)-4}{4(a+b)} = ab. \\ 2a^2+2b^2+5a^2b^2 = \frac{9}{4}. \end{cases}$$

$$\cancel{2a^2+2b^2+\frac{25(a+b)-20}{4(a+b)}=\frac{9}{4}.}$$

$$a^2+2ab+b^2 = \frac{5(a+b)}{4} - 1. = \frac{5(a+b)-4}{4}.$$

$$2a^2+2b^2+4ab = \frac{9}{4} - ab = \frac{5(a+b)-4}{2}.$$

$$9-4ab = 5a+5b-4.$$

$$13 = 5a+5b+4ab.$$

$\times 4$ $9-4ab = 10a+10b-8.$

$17 = 10a+10b+4ab.$

$\frac{17}{2} = 5a+5b+2ab.$

$$\frac{((a+b)^2+1)}{a+b} \cdot \frac{1}{2a^2+2b^2+5ab} = \frac{5}{9}.$$

$$9(a+b)^2+9 = 5(a+b)\cdot(2a^2+2b^2+5ab).$$

$$\frac{1}{a+b} = \frac{5}{4} - ab$$

$-4ab(a+b).$

$-ab(4a+4b).$

$$1 = \frac{(5-4ab)(a+b)}{4} \Rightarrow 4 = 5a+5b-4a^2b-4ab^2.$$

$$ab = \left(\frac{\frac{9}{4}-2a^2-2b^2}{5}\right) = \left(\frac{5}{4} - \frac{1}{a+b}\right)$$

$$\frac{9}{20} - \frac{2a^2}{5} - \frac{2b^2}{5} = \frac{5(a+b)-4}{4(a+b)}$$

$$\frac{9-8a^2-8b^2}{5} = \frac{5(a+b)-4}{a+b} \Rightarrow \cancel{\frac{29}{5}}$$

$\left\{\begin{array}{l}\frac{1}{a+} \\ 2a\end{array}\right.$ $\frac{1}{a+b}+ab=\frac{5}{4}$ и $2a^2+2b^2+5ab=\frac{9}{4}$. 1

$\frac{ab(a+b)+1}{(a+b)}\cdot\frac{1}{2(a^2+b^2)+5ab}=\frac{5}{9}$.

a

$9ab\cancel{(a+b)}+9=5\cancel{(a+b)}\left(2(a^2+b^2)+5ab\right)$.

$9(ab(a+b)+1)=5(a+b)$. $1=\frac{5\cancel{(a+b)}}{4ab\cancel{(a+b)}}$.

$\frac{1}{a+b}+ab=\frac{5}{4}$ $2a^2+2b^2+5ab=\frac{9}{4}$.

$\frac{4ab(a+b)+4}{a+b}=5$. $\boxed{8a^2+8b^2+20ab}=9$. $a\geq 0$ $b\neq 0$

$4ab(a+b)+4=5(a+b)$.

$(4ab-5)(a+b)+4=0$.

$\underset{-4}{\shortparallel}$ $\underset{0}{\vee}$

$4ab<5$. $\in[0;5)$.

$\frac{1}{a+b}+ab=2a^2+2b^2+5ab-\frac{5}{4ab}$.

$\frac{1+ab(a+b)}{a+b}+\frac{5}{4ab}=2a^2+2b^2+5ab$.

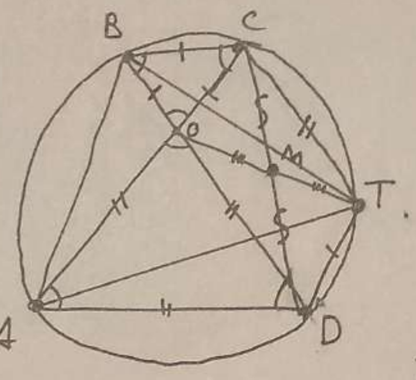
$2a^2+5ab+2b^2-\frac{1}{a+b}-ab=1$.

$2a^2+4ab+2b^2=\frac{5}{4ab}+\frac{1}{a+b}$ $2a^2+2b^2=\frac{5(a+b)+4ab}{(4ab)(a+b)}$.

$+4ab$.

Чистовик

Задача 3.(а).



1) Тк $BD \cap AC = O$ и $\angle BCA = \angle CAD \Rightarrow BC \parallel AD$.

~~ABCD~~

$\angle BCA = \angle ADB$ и они опираются на $AB \Rightarrow$

$ABCD$ – вписанный 4-х угольник.

2) Тк т.T симметрична O относ M (середина CD), то можно построить $\triangle CTD = \cancel{\triangle COD}\,\triangle DOC$.

3) $\left.\begin{matrix}\angle TCD = \angle ODC \\ \angle TDC = \angle OCD\end{matrix}\right\}$ $\angle TCO = \angle ODT \Rightarrow OCTD$ – паралл.

4) $\angle COD = 180° - \angle BOC = 180° - 60° = 120° \Rightarrow \angle TCO = ODT = 60°$

5) Рассмотрим 4-х угольник $BCTD$: $BC = TD$;

$\angle BCT = 60° + 60° = 120°$; $\angle = CBD = 60°$; $\angle CTD = 120°$; $\angle TDB = 60° \Rightarrow$

$\Rightarrow BCTD$ – ~~пря~~ равнобедренная трапеция.

$\angle BCD = \angle BTD$,
они опираются на сторону BD } если 2 угла опираются на одну хорду, то они равны ~~равны~~.

Точка C лежит на окр-ти описанной около $ABCD \Rightarrow$.

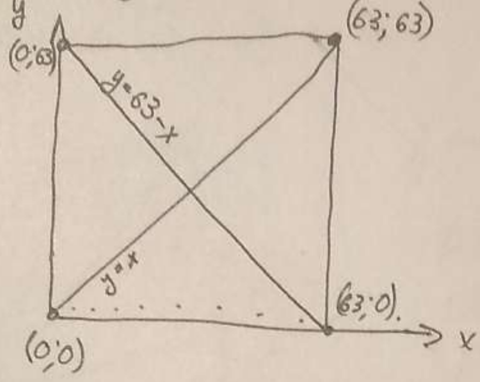
Вершина угла, опирающегося на BD и $= \angle BCD$ должна лежать на окр-ти опис около $ABCD \Rightarrow$ т.T лежит на этой окр-ти.

6) $\angle BCA = \angle BTA$, тк опираются на BA
$\angle ACT = 60° = \angle ABT$, тк опираются на AT } $\triangle ABT$ – ~~равно~~ правильный.

Чистовик.

Задача 2

3



1) Внутри данного квадрата 62^2 точек. 62 из них лежат на прямой $y=x$ и 62 други из них на прямой $y=63-x$. $y=x$ и $y=63-x$ не имеют общих точек с целой коорд x $\Rightarrow$ ~~на~~ точка не может одновременно лежать на обеих прямых. ($y=x=63-x \Rightarrow x=\frac{63}{2}$ – координата не целая).

2) Посчитаем все случаи когда только одна точка (узел) лежит на ~~каждой~~ какой-то из прямых.

3 На любой из прямых выберем одну из 62 точек и вторую можно выбрать из 62^2 – "кол-во ~~точек~~ остальных точек на $y=x$ и $y=63-x$ $(=61+62)$ и " – "кол-во точек, образующие прямые ~~на прямые~~ $\parallel$ осям ($60 \parallel$ оси x и $60 \parallel$ оси y) ← тк по одной на $\parallel$ осям x и y.

Выходит $62\cdot\left(62^2-(61+62)-60-60-1\right)$ = для $(y=x)$ = для $(y=63-x)$

↑ выбранная точка.

3) Если два узла лежат на $y=x$ или $y=63-x$

всего: $C_{62}^2+C_{62}^2=2\cdot61\cdot31$.

3) Если один узел на $y=x$, а другой на $y=63-x$, тогда.

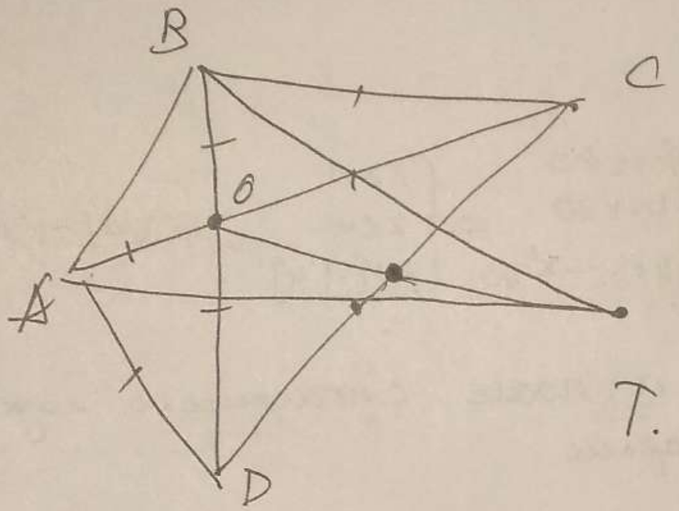
$62\cdot60$.

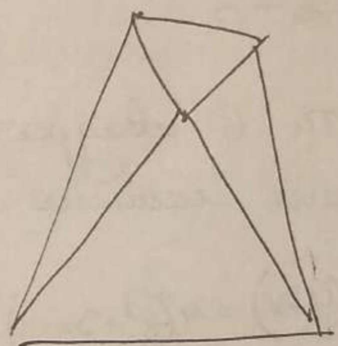
4) Всего:

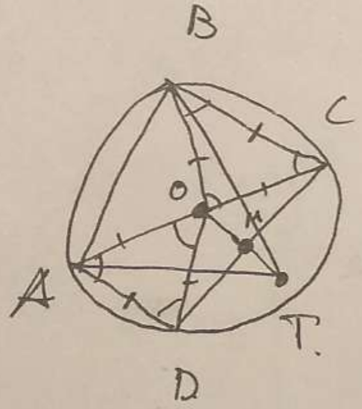
$(2\cdot61\cdot31)+(62\cdot60)+2\cdot62\cdot\left(62^2-1-(61+62)-(60+60)\right)=$

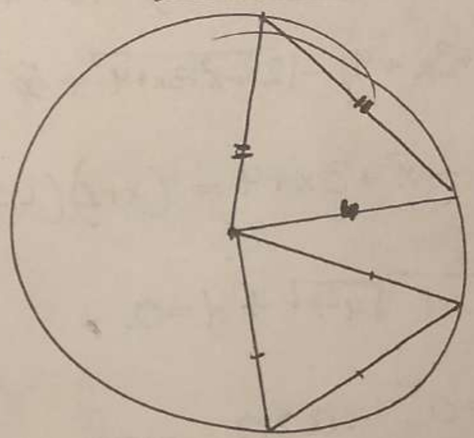
$=3782+3720+2\cdot62\cdot(3844-124-120)=7502+124\cdot(3600)=453902$.

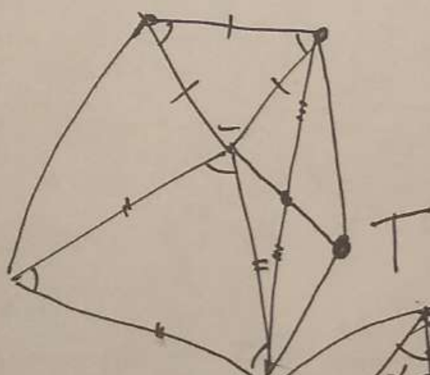
Ответ: 453902.

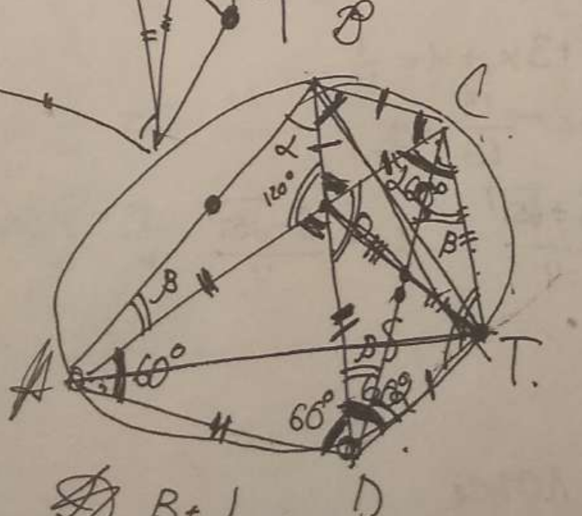

B
C
O
A
T.
D

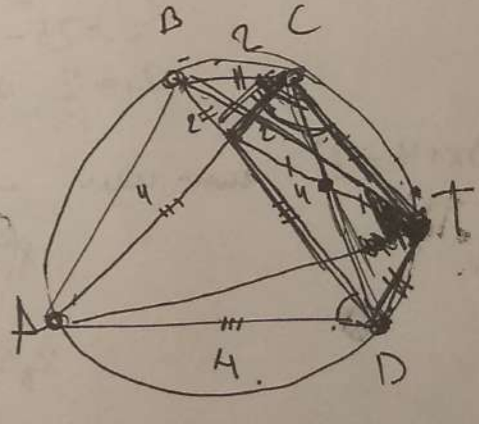



B
C
O
A
T.
D

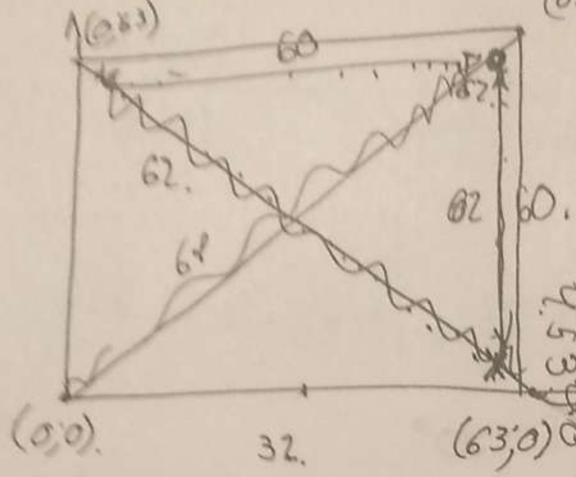



T


B
C
α
120°
120°
β
β
60°
60°
60°
T.
A
D.
β+α-60°


B
2
C
2
4
4
T
A
4.
D

Черн.



$y = x$

$y = 63 - x$

$x = 63 - x.$

$2x = 63 \Rightarrow$ прямые не пересек. $\Rightarrow$

2 узла из 62^2

хотябы 1.

$y = x$ или $y = 63 - x$. , но ни один не на $\parallel$ прям $\Rightarrow$.

62 случая на $y = x$. и 62 случая на $y = 63 - x$

~~1 случай:~~ Любой случай:

фикс одной из 62. и на прямых ей $\parallel$, остается ~~1~~ 61 точки

~~всего случаев~~ $\cancel{62\cdot(62^2-1-61\cdot 2)}$ ~~— всего случаев по x.~~

$\cancel{62\cdot(62^2-1-61\cdot 2)}$ ~~— всего по y, но 2 раза посчитали когда оба лежат на прямых ⇒ вычитаем.~~

$\cancel{-62\cdot(60)}$.

~~Отв.~~ $\cancel{62\cdot 2(62^2-1-61\cdot 2)-62\cdot 60}$.

не учитывая прямых. =

$= 62\cdot(62^2-1-61\cdot 2-60-61)\cdot 2.$

$+$ (одна на $x=y$, др. на $y=63-x$) $= 62\cdot 60.$

$+$ на $y=x$ или на $y=63-x$. $= C_{62}^2 + C_{62}^2$. $v = 2\cdot 61\cdot 31$

$\Big\}\ v.$

Черновик.

если $x;y$ то и $y;x$.

$$\begin{cases}\frac{1}{x^2+y^2}+x^2y^2=\frac{5}{4} \\ 2x^4+2y^4+5x^2y^2=\frac{9}{4}\end{cases} \Rightarrow x^2y^2=\frac{5}{4}-\frac{1}{x^2+y^2} \Rightarrow$$

$x^2+y^2\neq 0 \Rightarrow$

$2(x^4+y^4)+\frac{25}{4}-\frac{5}{x^2+y^2}=\frac{9}{4}$

$2(x^4+y^4)=\frac{5}{x^2+y^2}-\frac{16}{4}$

$2x^2\cdot x^2+2y^2\cdot y^2+5x^2\cdot y^2=\frac{9}{4}$

$x^4+y^4=\frac{20-16(x^2+y^2)}{8(x^2+y^2)}$

$-2y^4=x^2(2x^2+y^2)$

$x^4+y^4=\frac{(5-x^2-y^2)}{2(x^2+y^2)}$

$-2y^4-x^4=y^4+9x^4$

$\frac{1}{x^2+y^2}+x^2y^2=\frac{5}{4}$ $\cdot 4$

$2x^4+2y^4+5x^2y^2=\frac{9}{4}$

$2x^4+2y^4+5x^2y^2=\frac{9}{4}$

$-\frac{1}{x^2+y^2}+\frac{5}{4}=x^2y^2$

$\frac{(x^2+y^2)^2+1}{(x^2+y^2)}=\frac{5}{4}$

$4+16+8=28=$

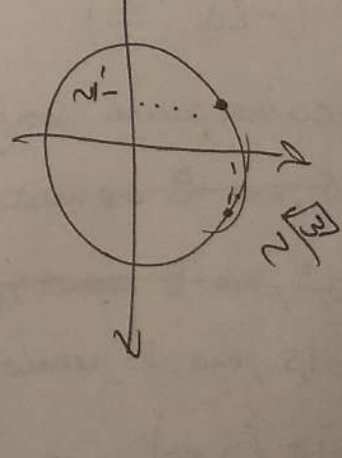
Замена $x^2=a$ $y^2=b$

$x^2+y^2\neq 0 \Rightarrow x\neq 0$ $y\neq 0$.

$\frac{1+(a+b)^2}{a+b}=\frac{5}{4} \Rightarrow \frac{a^4+2ab+b^4}{a+b}=\frac{5}{4}-\frac{1}{a+b}$

$2a^2+2b^2+5ab=\frac{9}{4}$

$a^4+2ab+b^4=\frac{5(a+b)}{4}-1$



$2\left(\frac{5(a+b)}{4}-1\right)+ab=\frac{9}{4} = \frac{5a+5b}{2}+ab=\frac{17}{4}$

$5a+5b+2ab=\frac{17}{2}$