Часть 1

Олимпиада: **Математика, 10 класс (1 часть)**

Шифр: **211007592**

ID профиля: **328053**

Вариант 11

Черновик.

$$\sqrt{x+2}-\sqrt{3-x}+3=2\sqrt{6+x-x^2}$$

$$\sqrt{x+2}-\sqrt{3-x}+3=2\sqrt{(x+2)(3-x)}$$ ОДЗ. $x\in[-2;3]$

$$\sqrt{x+2}-\sqrt{3-x}=2\sqrt{(x+2)(3-x)}-3$$

$$x+2+3-x-2\sqrt{x+2}\sqrt{3-x}=4(x+2)(3-x)-12\sqrt{(x+2)(3-x)}+9$$

$$-4=-10\sqrt{(x+2)(3-x)}$$

$$2=5\sqrt{(x+2)(3-x)}$$

$$4=25(x+2)(3-x)$$

$$4=-25x^2+25x+150$$

$$25x^2-25x-146=0$$

$$x^2-x-\frac{146}{25}=0$$

$$-4-4(x+2)(3-x)=-10\sqrt{(x+2)(3-x)}$$

$$\sqrt{(x+2)(3-x)}=t.$$

$-4-16=-10\cdot 2$

$-20=-20$

-5

$$-4-4t^2=-10t.$$

$$2t^2-5t+2=0$$

$$D=25-16=9.$$

$$t=\frac{5\pm 3}{4}=2;\ \frac{1}{2}$$

$$\sqrt{(x+2)(3-x)}=2 \qquad \sqrt{(x+2)(3-x)}=\frac{1}{2}$$

$-x^2+x+6=4$

$x^2-x-2=0$

$x=-1;\ 2$

$\cancel{(x+2)}$ $-x^2+x+6=\frac{1}{4}$

$x^2-x-5\frac{3}{4}=0$

$x^2-x-5,75=0$

$D=1+23=24$

$x=\frac{1\pm\sqrt{24}}{2}$

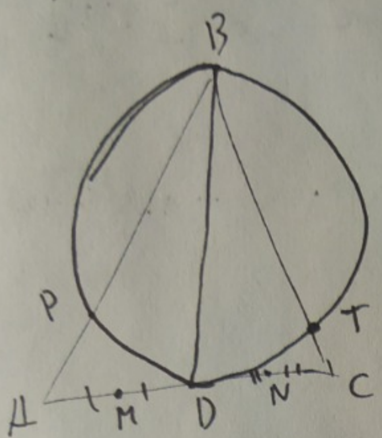
$5,75 \times 4$

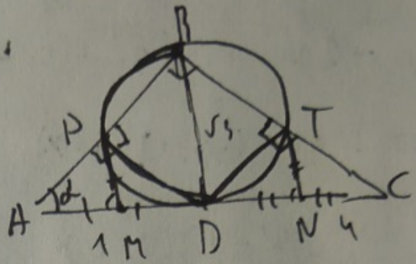
20

$+\ 28$

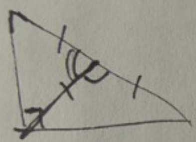
20

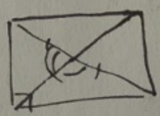
2300





~~$MP = \frac{1}{2} NT$~~





$MP = \frac{1}{2}$

$NT = 2$

$BD = \sqrt{3}$

$\frac{PD}{\sin\alpha} = PD = \sin\alpha$

$DT = 4 \cdot \sin(90-\alpha) = 4\cos\alpha$

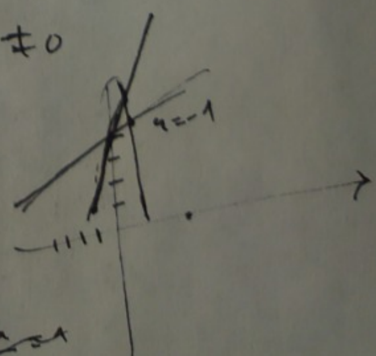
$16\cos^2\alpha + \sin^2 x = 3$

$16\cos^2\alpha$

$5a^2 + 12ax + 4ay + 8x^2 + 8xy + 4y^2 = 0$

$ax^2 - 2a^2x + ay + a^3 + 4 = 0$

$\frac{ax^2 - 2a^2x + a^3 + 4}{a} = y$ $\quad a \neq 0$



$y = \frac{4}{a}$

$x = a$ $\quad \frac{4}{y} = x$. $\quad x^2 - 2ax + a^2 + \frac{4}{a} = y$

$a = \frac{4}{y}$ $\quad \frac{4}{x} = y$

52 $\quad$ • $y = 4 + 3x$ $\quad$ вершина

$\frac{4}{a} ? 4 + 3a$ $\quad \frac{-6}{2a} = x_0 = \frac{\cancel{-2a}}{2a}$

$\frac{2a}{2} = a$.

$y = 4 + 3x$ $\quad \frac{4}{a} = 4$ $\quad y_0 \quad a^2 - 2a^2 + a^2 + \frac{4}{a} = y_0$

$\frac{4}{a} = y$

211007592 (U328056 M1274324)

Черновик.

$5a^2+8x^2+4y^2+12ax+4ay+8xy=0$

a^2+4a^2

$a^2+4ay+4y^2+9x^2+12ax+4a^2-x^2+8xy=0$

$(a+2y)^2+(3x+2a)^2+(x+4y)^2-2x^2-16y^2=0$

~~k x~~

~~k x~~

$k+z=6$ ✓ $\quad k+F=4$ ✓

$F+v=2$ ✓ $\quad z+N=8$

$N+M=4$ $\quad v+M=4$ ✓

$k=6-z$ $\quad 6-z+F=4$

$F=z-2$

$z-2+v=2$

$v=4-z$ $\quad 4-z+M=4$

$z=M$

$M+N=8$

$M+N=4$

$y>4+3x$ выше

$y<4+3x$ ниже

$\cancel{8x^2}$

$4y^2+y(8x+4a)+12ax+5a^2+8x^2$

$D=(8x+4a)^2-192ax-80a^2-128x^2$

$D=64x^2+64ax+16a^2-192ax-80a^2-128x^2=$

$=-64x^2-128ax+64a^2=$

$=-64(x^2+2ax+a)=$

$=-64(x+a)^2$

$x=-a.$

$y=\frac{4a}{4}=a.$

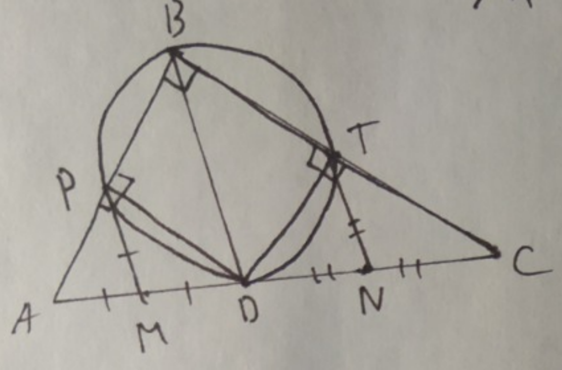
$12\cdot16=192$; $16\cdot5=80$; $16\cdot8=128$; $192-64=128$; $80-16=64$

Математика 10кл

(1)

Чистовик

№1



Дано

BD – диаметр

$AM = MD$

$DN = NC$

$MP = \frac{1}{2}$

$NT = 2$

$BD = \sqrt{3}$

$PM \parallel TN$

~~а) Доказат~~ Найти

а) $\angle ABC$

б) $S_{\triangle ABC}$

Решение

$\angle BPD$; $\angle BTD$ - опираются на диаметр

$\Downarrow$

$\angle BPD = \angle BTD = 90^\circ$ (по св вписугла)

$\angle APD = 180^\circ - \angle BPD = 180^\circ - 90^\circ = 90^\circ$ (св смежных $\angle$)

$\angle DTC = 90$ (аналогично)

$\triangle APD$; $\triangle DTC$ – прямоугольные (по определению)

$\Downarrow$

$PM = \frac{1}{2} AD = AM = MD$ (св медианы прямоуг $\triangle$)

$TN = DN = NC$ (аналогично)

$\angle PMA = \angle TND$ (соответственные углы)

$\triangle APM \sim \triangle DTN$ (по двум сторонам и углу)

1) $\frac{PM}{TN} = \frac{AM}{ND}$

2) $\angle PMA = \angle TND$

$\angle PAM = \angle TDN$ (из подобия)

$AB \parallel DT$ (по признаку параллельности прямых)
(равны соответственные углы)

② Чистовик

$90^\circ = \angle ABC = \angle DTC$ (по св параллель. прям.)

$PD = AD \cdot \sin\angle PAD$ (прямоуг $\triangle$)

$AD = 2PM = 1$

~~$\sin\angle PAD = \sin\alpha$~~

$\angle PAD = \alpha$

$PD = 1 \cdot \sin\alpha = \sin\alpha$

$DT = DC \cdot \sin\angle TCD$

$\angle TCD = 90 - \alpha$ (св прямоуг $\triangle ABC$)

$DC = 2TN = 2 \cdot 2 = 4$

$DT = 4\sin(90-\alpha) = 4\cos\alpha$

$\square BTDP$ – прямоугольник (по трём углам)

$\Downarrow$

$PB = DT = 4\cos\alpha$ (по св прямоугольника)

$BD = \sqrt{PB^2 + PD^2}$

$BD^2 = PB^2 + PD^2 = 16\cos^2\alpha + \sin^2\alpha = (\sqrt{3})^2 = 3$

$16\cos^2\alpha + \sin^2\alpha = 3$

$16\cos^2\alpha + 1 - \cos^2\alpha = 3$

$15\cos^2\alpha = 2$

$\cos\alpha = \sqrt{\frac{2}{15}}$ $\quad \sin\alpha = \sqrt{1 - \cos^2\alpha} = \sqrt{\frac{13}{15}}$

$AC = AD + DC = 1 + 4 = 5$

$AB = AC \cdot \cos\alpha$

$BC = AC \cdot \sin\alpha$

$$S_{\triangle ABC} = \frac{AB \cdot BC}{2} = \frac{AC^2 \cdot \sqrt{13} \cdot \sqrt{2}}{2\sqrt{15} \cdot \sqrt{15}} = \frac{25 \cdot \sqrt{26}}{2 \cdot 15} = \frac{5\sqrt{26}}{6}$$

Ответ: $\angle ABC = 90^\circ$; $S_{\triangle ABC} = \frac{5\sqrt{26}}{6}$

(3) Чистовик

$$\sqrt{x+2}-\sqrt{3-x}+3=2\sqrt{6+x-x^2}$$

$$\sqrt{x+2}-\sqrt{3-x}+3=2\sqrt{(x+2)(3-x)}$$

ОДЗ $\begin{cases} x \geq -2 \\ x \leq 3 \end{cases}$

$x \in [-2;3]$

$$\sqrt{x+2}-\sqrt{3-x}=2\sqrt{(x+2)(3-x)}-3$$

$$x+2+3-x-2\sqrt{x+2}\sqrt{3-x}=4(x+2)(3-x)-12\sqrt{(x+2)(3-x)}+9$$

$$10\sqrt{(x+2)(3-x)}=4+4(x+2)(3-x)$$

$$\sqrt{(x+2)(3-x)}=t$$

$$10t=4+4t^2$$

$$2t^2-5t+2=0$$

$$t=2;\frac{1}{2}$$

$\sqrt{(x+2)(3-x)}=2$

$(x+2)(3-x)=4$

$-x^2+x+6=4$

$x^2-x-2=0$

$x=-1;2$

$\sqrt{(x+2)(3-x)}=\frac{1}{2}$

$(x+2)(3-x)=\frac{1}{4}$

$-x^2+x+6=\frac{1}{4}$

$-x^2+x+5,75=0$

$D=1+5,75\cdot 4=24$

$x=\frac{1\pm\sqrt{24}}{2}$

$x=2$ $\sqrt{2+2}-\sqrt{3-2}+3=2\sqrt{6+2-4}$

$4=2\cdot\sqrt{4}$

$4=4$

$x=-1$ $\sqrt{2-1}-\sqrt{3-(-1)}+3=2\sqrt{6-1-1}$

$2=2.2$

$2=4$

Не удовл проверке.

$x=\frac{1+\sqrt{24}}{2}$ $\sqrt{\frac{1+\sqrt{24}}{2}+2}-\sqrt{3-\frac{1+\sqrt{24}}{2}}>0$

$2\sqrt{\frac{1}{4}}-3<0$

$\Downarrow$

$x=\frac{1+\sqrt{24}}{2}$ не является корнем.

$x=\frac{1-\sqrt{24}}{2}$ $\sqrt{\frac{1+\sqrt{24}}{2}+2}-\sqrt{3-\frac{1-\sqrt{24}}{2}}<0$

$2\sqrt{\frac{1}{4}}-3<0$ $\Rightarrow$ при возведении новые корни не появились

④

Чистовик

$\Downarrow$

$x=2;\ x=\frac{1-\sqrt{24}}{2}$ - корни уравнения

Ответ: $x=2;\ \frac{1-\sqrt{24}}{2}$

№3

1) $ax^2-2a^2x-ay+a^3+1=0\ |:a \quad a\neq 0$

$x^2-2ax-y+a^2+\frac{4}{a}=0$

$x^2-2ax+\frac{4}{a}\mp a^2=y$

$x_0=\frac{-b}{2a}=\frac{-(-2a)}{2}=a.$

$y_0=a^2-2a^2+\frac{4}{a}\mp a^2=\frac{4}{a}.$

2) $5a^2+12ax+4ay+8x^2+8xy+4y^2=0$

$4y^2+y(8x+4a)+12x+5a^2+8x^2=0$

$D=(8x+4a)^2-192ax-80a^2-128x^2$

$D=-64x^2-128ax-64a^2=-64(x+a)^2$

чтобы были корни $\quad x+a=0$

$x=-a.$

$y=\frac{-b\pm\sqrt{D}}{2a}=\frac{4a}{4}=a$

$-\begin{cases}y=-x.\\ y=4+3x\end{cases}$

$0=-x-4-3x$

$4x=4$

$x=1$ при $a>-1$ A будет ~~ел~~ в левой полуплоскости => В должна быть в правой полуплоскости

(5) Чистовик.

$$\begin{cases} y_0 = \frac{4}{a} \\ x_0 = a \end{cases}$$

$a = \frac{4}{y_0}$

$x_0 = \frac{4}{y_0}$

$$\begin{cases} y_0 = \frac{4}{x_0} \\ y_0 = 4 + 3x_0 \end{cases}$$

$\frac{4}{x_0} = 4 + 3x_0 \qquad x_0 \neq 0$

$4 = 4x_0 + 3x_0^2$

$D = 16 - 3 \cdot 16 < 0$

$\Downarrow$

нет корней

$\Downarrow$

при любом a $(x_0; y_0)$: B лежит в конкретной полуплоскости.

при $a = 1$ $\quad B(1; 4)$

$y = 3 + 4x$

$y = 3 + 4 = 7.$

$\Downarrow$

B лежит в правой нижней полуплоскости всегда

$\Downarrow$

A должна быть в другой, что достигается при $a > -1$

Ответ: $a \in (-1; \infty)$

Часть 2

Олимпиада: **Математика, 10 класс (2 часть)**

Шифр: **211007592**

ID профиля: **328053**

Вариант 11

Черновик

$(x^2+y^2)^2 - 15 = \frac{1}{x^2+y^2}$

$4(x^2+y^2) - 60 = \frac{4}{x^2+y^2}$

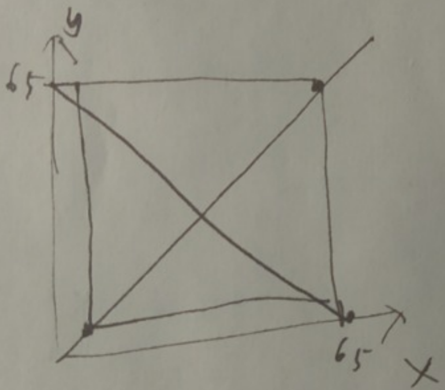
$3(x^2+y^2)^2 - 60 \mp 3x^2y^2 = 0$

$(x^2+y^2)^2 - 20 + 3x^2y^2 = 0$

64×64: 16, 24, 24, 36 — 4096

4096×64: 16, 24, 24, 36 — 386 56, 127

1 2 3 4 5 64.



0 x 65

63 · 63

3969×64: 36, 24, 36, 12 — 15876

0 x 65

$65 - x$

$65 = 2x$

13814, 14016

3969×6: 54, 36, 54

$4096 - 127 = 3969$

13814

$y = 65 - x$

(1;1) (2;2) ... (64;64)

64 точки выбрать.

(1;64), (2;

64.

всего 128 вариантов выбрать первую точку а вторую $\frac{128 \cdot 63}{2}$

64×63: 12

Черновик

$$\begin{cases} \frac{1}{x^2+y^2}+x^2y^2=5 \\ x^4+y^4+3x^2y^2=20 \end{cases}$$

$x^2+y^2=\frac{1}{5-x^2y^2}$

$(x^2+y^2)^2=20-x^2y^2$

$x^2+y^2=(20-x^2y^2)(5-x^2y^2)$

$x^4+y^4-\frac{3}{x^2+y^2}=5 \quad | \cdot x^2+y^2.$

$\cancel{x^4x^2}\ x^6+y^6+x^4y^2+y^4x^2=5x^2+5y^2$

$x^6+y^6+x^4y^2+y^4x^2-5x^2-5y^2=0$

$\frac{1}{x^2+y^2}+x^2y^2=5$

$-$

$(x^2+y^2)^2-2x^2y^2+3x^2y^2=20$

$\cdot\ x^2+y^2=-x^4y^4-25x^2y^2+100$

$(x^2+y^2)^2-\frac{1}{x^2+y^2}=15$

$t^2-\frac{1}{t}=15 \quad x^2+y^2=t \quad t\neq 0$

$t^3-15t-1=0 \quad t^3-15t-1=0$

$t(t^2-15)=1$

$t=\frac{1}{t^2-15}$

~~$t^3-2t^2+t\ldots+2t^2-15t-1=0$~~

$\frac{4}{x^2+y^2}+3x^2y^2-(x^2+y^2)^2=0$

$\frac{4}{x^2+y^2}+x^2y^2=x^4+y^4$

$\frac{4}{x^2+y^2}+3x^2y^2=(x^2+y^2)^2$

211007592 (U328053 M1274325)

Черновик.

$x^2+y^2=4$

$x^2+y^2=2\pm\sqrt{3}$

$\frac{4}{4}+x^2y^2=5$

$x^2y^2=4{,}75$

$\frac{1}{2+\sqrt{3}}+x^2y^2=5$

$\frac{1}{2-\sqrt{3}}+x^2y^2=5$

$\frac{4}{}$

$\frac{4}{x+y}+xy=5$

$\frac{4}{x^2+y^2}+3xy=20$

$x^2y^2=5-\frac{1}{2+\sqrt{3}}$

$x^2y^2=\frac{9\pm5\sqrt{3}}{2\pm\sqrt{3}}$

$x^2+y^2=$

$(2\pm\sqrt{3})^2+20=3x^2y^2$

$20-4-3\pm4\sqrt{3}=3x^2y^2$

$13\pm4\sqrt{3}=3x^2y^2$

$x^2y^2=\frac{13\pm4\sqrt{3}}{3}$

$x^2y^2=4\frac{3}{4}$

$x^2+y^2=4$

$x^2=4-y^2.$

$y^2(4-y^2)=4.$

$-y^4+4y^2-4=0$

$y^4-4y^2+4=0$

$y^2=2$

$x^2=2$

$y=\pm\sqrt{2}$

$x=\pm\sqrt{2}$

211007592 (U328053 M1274325)

$$\frac{4}{x+y}+xy=5$$

$$x^2+y^2+3xy=20$$

1. $-\frac{4}{\cdot}-15=0$

$2-\sqrt{3}$

$4+3-4\sqrt{3}.-\frac{4}{2-\sqrt{3}}-15=0$

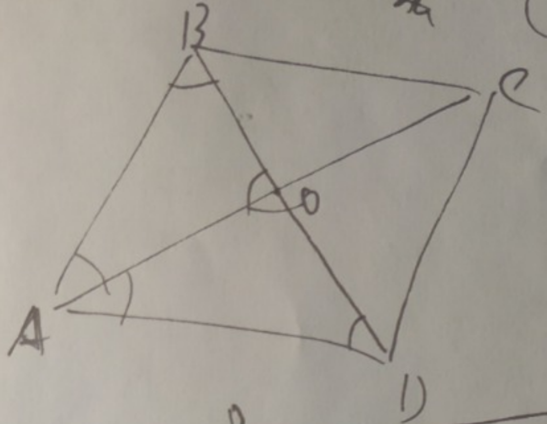
$$\begin{array}{l|l} t^3-15t-4 & t-4 \\ \hline -\ t^3-4t^2 & t^2-4t+1 \\ \quad -4t^2-15t & \\ \quad -\ -4t^2+16t & \\ \qquad\quad t-4 & \end{array}$$

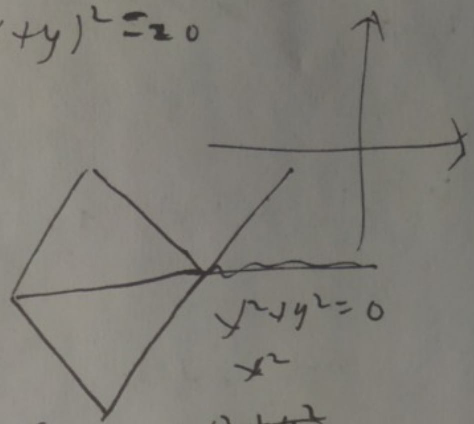
211007592 (U328053 M1274325)

Черновик.

$x^2+y^2+3xy=20$

$(x+y)^2=20$





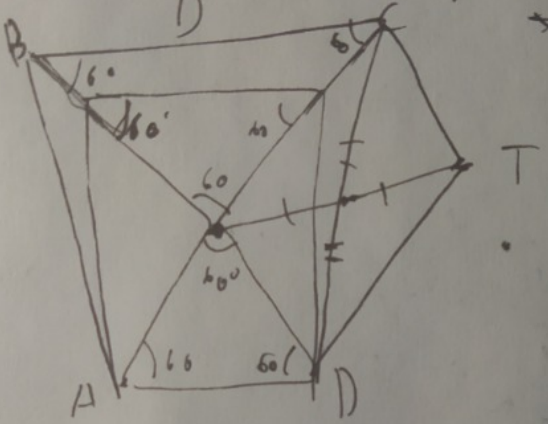
$x^2+y^2=0$

x^2

$\cancel{x^2+y^2}$

$(x+y)^2=20$

$x+y=\pm\sqrt{20}$

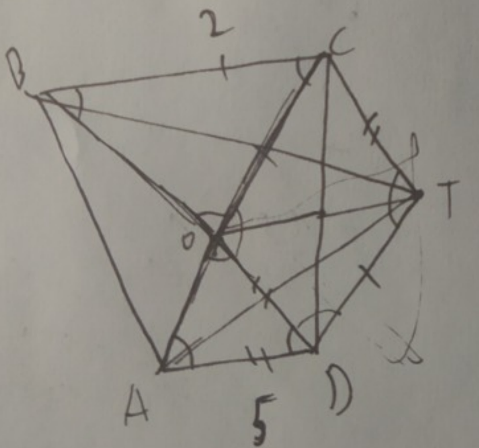


45

$\frac{\substack{x\,16\\ 4}}{\substack{24\\ 4}}$ $\frac{\sqrt{3}}{2}$

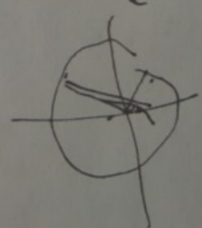
$BC=2$

$AD=5$ 64 16



$\frac{S\,ABT}{S\,ABCD}$

$\sin\alpha$ $S=\frac{1}{2}AB\cdot BC\cdot\sin\alpha$



$$\frac{4}{x^2+y^2}+x^2+y^2=5$$

$2-\sqrt{3}$.

$$x^4+y^4+3x^2y^2=20$$

$\frac{7}{2}$

$2\pm\sqrt{3}$

1

$$t^3-15t-4=0$$

$\frac{4\pm2\sqrt{3}}{2}$

$$(x^2+y^2)^2-2x^2y^2+3x^2y^2=20$$

$t^2-4t+1=0$

$D=16-4=12$

1

$$(x^2+y^2)^2-\frac{4}{x^2+y^2}=15$$

$x^2y^2=z$.

$t^2-4t+1=0$ $t=\frac{4\pm2\sqrt{3}}{2}$

$D=16-4=12$

$$t^2-\frac{4}{t^2}-15=0$$

4

3 мало

и много

3,5

1

$t^3-15t-4 \mid t-4$

$t^2-4t^2 \quad t^2-4t+1$

$-4t^2$

$-4t^2+16t$

$t-4$

$t\,\cancel{3}-15\cancel{t}-1=0$

64

$t-4$ $t^3-15t-4=0$

$$t^3+15t-1=0 \quad :t$$

3

$\sqrt{15}$.

$$t+\frac{15}{t}-\frac{1}{t^2}=0$$

$t=4$

$4\cdot4\cdot4$

$64-60-4=0$ $15\sqrt{15}$ ~~$15\sqrt{15}$~~

$\times 30$

4

$2-120+450$

$$t(t^2-15)=1$$

$9-270+675-499=0$

$t^3-15t-4=0$

405 ~~$z=2$~~.

$t(t^2-15)=4$

$$\frac{1}{t}+z=5$$

$t=\frac{4}{t^2-15}$.

$$t^2+z=20$$

$1+z^3-10z^2+25z-$

$-500+100z-20z^2$

$$\left(\frac{1}{5-z}\right)^2+z=20$$

$t^2-15=\pm2$ $\frac{1}{t}=5-z$

±4.

$z^3-30z^2+225z-499=0$

$\frac{1}{25-10z+z^2}$

$t^2-15=\pm1$ $t=\frac{1}{5-z}$

$\times 225$

3

675

15

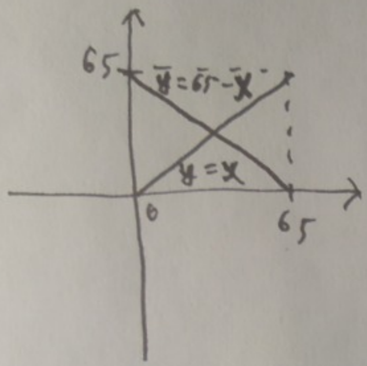
$t^2=-1$ $t^2=16$.

6

211007592 (U328053 M1274325)

① Чистовик.

№5



~~Выбрать перву~~ Пусть выбираем первой вершину которая принадлежит $y=x$ или $y=65-x$.

такие точки $\underbrace{(1;1),(2;2)\ldots(64;64)}_{64\text{ точки}}$ $\underbrace{(1;64),(2;63)\ldots(64;1)}_{64\text{ точки}}$

Итого 128 точек

всего точек в узлах сетки $64\cdot64=64^2$ из них под вторую точку подходят все кроме 64 стоящих в одном столбце и 64 в одной строке, но одну точку посчитали дважды

$\Downarrow$

вариантов выбрать вторую точку 64^2-127, тогда вариантов выбрать точки $128\cdot(64^2-127)$, но каждый вариант мы посчитали дважды.

$\Downarrow$

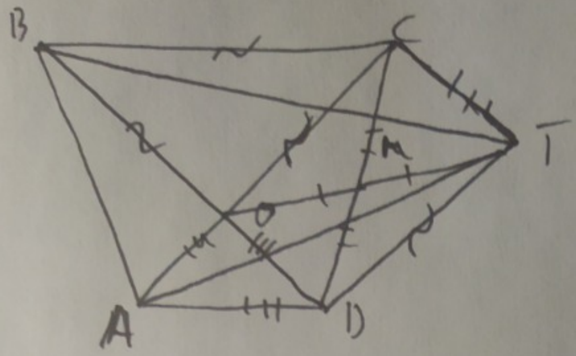
нужных $\frac{128(64^2-127)}{2}$ вариантов $=64(64^2-127)=$

$=(4096-127)64=3969\cdot64=254016$.

Ответ: 144016 вариантов.

211007592 (U328053 M1274325)

② Чистовик.



Дано

OBC и AOD – правильные Δ

T – симметрична O относительно M

CM = MD

BC = 2

AD = 5

Доказать

ABT – правильный

Док-во.

BC = CO = OB

AO = OD = AD (по опр правильного Δ)

~~по св~~ ◻ OCTD – параллелограмм (по признаку) (диагонали OT и CD)

⇓

по св параллелограмма. OD = CT = AD

аналогично BC = DT = OC

$\angle AOD = 180^\circ - \angle AOD = 120^\circ$ (смежные углы)

$\angle ODC = 180^\circ - \angle COT = 60^\circ$ (св параллелограм.)

$\angle OCD = \angle ODC = 60^\circ$ (св параллелограмма)

$\angle BCT = \angle BCO + \angle OCT = 60^\circ + 60^\circ = 120^\circ =$

$= \angle ADT$

⇓

Δ BCT = Δ ATD (по двум сторонам и углу между ними)

$\angle BOA = 180^\circ - \angle AOD = 120^\circ$ (св смежных ∠)

Δ BOA = Δ BCT (по двум сторонам и углу между ними)

⇓

из равенства Δ AB = BT = TA => Δ ABT – равносторонний (по определению) ч. т. д.

③ Чистовик.

$$S_{\square ABCD} = S_{\triangle AOD} + S_{\triangle BOC} + S_{\triangle AOB} + S_{\triangle OCD}$$

$$S_{\triangle AOD} = \frac{AO \cdot OD \cdot \sin\angle AOD}{2} = \frac{5 \cdot 5 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}}{2} = \frac{25\sqrt{3}}{4}.$$

$$S_{\triangle BOC} = \frac{BO \cdot OC \cdot \sin\angle BOC}{2} = \frac{2 \cdot 2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}}{2} = \sqrt{3}$$

$$S_{\triangle OCD} = \frac{OD \cdot OC \cdot \sin\angle COD}{2} = \frac{5 \cdot 2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}}{2} =$$

$$= \frac{5\sqrt{3}}{2}$$

$$S_{\triangle BOA} = \frac{BO \cdot OA \cdot \sin\angle BOA}{2} = \frac{5 \cdot 2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}}{2} = \frac{5\sqrt{3}}{2}$$

$$S_{\square ABCD} = \frac{25\sqrt{3}}{4} + \frac{4\sqrt{3}}{4} + \frac{10\sqrt{3}}{4} + \frac{10\sqrt{3}}{4} =$$

$$= \frac{49\sqrt{3}}{4}.$$

$$S_{\triangle ABT} = \frac{AB \cdot BT \cdot \sin\angle ABT}{2} =$$

$$AB = \sqrt{OC^2 + OD^2 - 2\,OC \cdot OD \cdot \cos\angle COD} =$$

$$= \sqrt{4 + 25 - \left(-2 \cdot \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 5\right)} = \sqrt{29 - 10} = \sqrt{19}$$

$$S_{\triangle ABT} = \frac{\sqrt{19} \cdot \sqrt{19} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}}{2} = \frac{19\sqrt{3}}{4}$$

$$\frac{S_{ABT}}{S_{\square ABCD}} = \frac{19\sqrt{3}}{4} : \frac{49\sqrt{3}}{4} = \frac{19}{49}$$

Ответ: $\frac{S_{\triangle ABT}}{S_{\triangle ABCD}} = \frac{19}{49}$

211007592 (U328053 M1274325)

4

Чистовик

№1

$$\begin{cases} \dfrac{4}{x^2+y^2}+x^2y^2=5 \\ x^4+y^4+3x^2y^2=20 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \dfrac{4}{x^2+y^2}+x^2y^2=5 \\ (x^2+y^2)^2-2x^2y^2+3x^2y^2=20 \end{cases}$$

$$-\begin{cases} \dfrac{4}{x^2+y^2}+x^2y^2=5 \\ (x^2+y^2)^2+x^2y^2=20 \end{cases}$$

$$(x^2+y^2)^2-\frac{4}{x^2+y^2}=15.$$

$x^2+y^2=t.$

$t^2-\frac{4}{t}=15 \quad |\cdot t \quad t\neq 0$

$t^3-15t-4=0$

$t=4$ корень уравнения

$64-15\cdot 4-4=0$

$64-64=0$

$0=0.$

$\Downarrow$

$$\begin{array}{r|l} t^3-15t-4 & t-4 \\ \cline{2-2} -\ \underline{t^3-4t^2} & t^2-4t+1 \\ -4t^2-15t & \\ -\ \underline{-4t^2+16t} & \\ -t-4 & \\ -\ \underline{-t-4} & \\ 0 & \end{array}$$

$t^3-15t-4=(t-4)(t^2-4t+1)=0$

$t=4$ или $t^2-4t+1=0$

$D=16-4=12$

$t=\frac{4\pm\sqrt{12}}{2}=$

$=\frac{4\pm 2\sqrt{3}}{2}=2\pm\sqrt{3}$

211007592 (U328053 M1274325)

⑤ Чистовик.

$t=4=x^2+y^2$

$\frac{4}{4}+x^2y^2=5$

$\begin{cases} x^2y^2=4 \\ x^2+y^2=4 \end{cases}$

$x^2=4-y^2$

$y^2(4-y^2)=4$

$-y^4+4y^2-4=0$

$y^4-4y^2-4=0$

$y^2=2. \quad x^2=2.$

$y=\pm 2 \quad x=\pm 2.$

$t=2+\sqrt{3}=x^2+y^2.$

$x^2=2+\sqrt{3}-y^2.$

$(2+\sqrt{3})^2+y^2(2+\sqrt{3}-y^2)=20$

$4+4\sqrt{3}+3+2y^2+\sqrt{3}y^2-y^4=20$

$y^4-y^2(2+\sqrt{3})+13-4\sqrt{3}=0$

$D=4+4\sqrt{3}+3-52+16\sqrt{3}=$

$=-45+16\sqrt{3}<0$

$\Downarrow$

$y\in\varnothing$

$t=2-\sqrt{3}=x^2+y^2$

$(2-\sqrt{3})^2+y^2(2-\sqrt{3}-y^2)=20$

$y^4-y^2(2-\sqrt{3})+13+4\sqrt{3}=0$

$D=-45-16\sqrt{3}<0$

$\Downarrow$

$y\in\varnothing$

$(2;2);(-2;2);(2;-2);(-2;-2)$ единственные корни

Ответ: $(2;2);(-2;2);(2;-2);(-2;-2)$

211007592 (U328053 M1274325)