Часть 1

Олимпиада: **Математика, 10 класс (1 часть)**

Шифр: **211007265**

ID профиля: **801663**

Вариант 11

Чистовик

Задача №3 (3)

1) $-\frac{3a^2-4a+4}{a}>0$ и $\frac{7}{2}a-4<0$

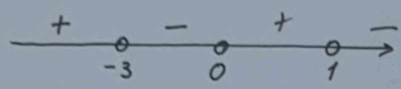
$3a^2+4a-4=0$

$\frac{D}{4}=4+12=4^2$

$a=\frac{-2\pm4}{2}$

$a_1=1$

$a_2=-3$



$a\in(-\infty;-3)\cup(0;1)$

$\frac{7}{2}a-4<0$

$a<\frac{8}{7}$

$a\in(-\infty;-3)\cup(0;1)$.

2) $\begin{cases} -\frac{3a^2-4a+4}{a}<0 \\ \frac{7}{2}a-4>0 \end{cases}$

$\begin{cases} a\in(-3;0)\cup(1;+\infty) \\ a\in(\frac{8}{7};+\infty) \end{cases}$

$a\in(\frac{8}{7};+\infty)$.

Ответ: $a\in(-\infty;-3)\cup(0;1)\cup(\frac{8}{7};+\infty)$.

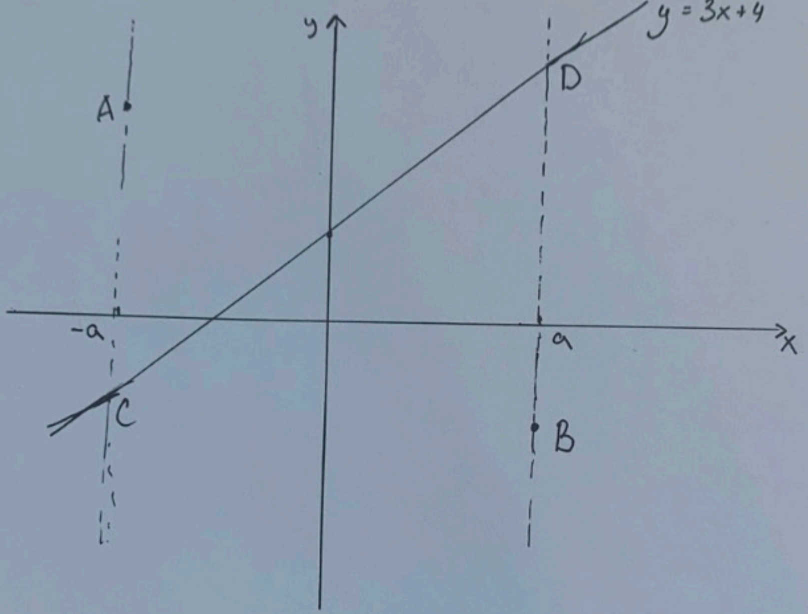
Чистовик

Задача №3 (2)

Пусть ~~точка С - точка пересечения прямой $y=3x+4$ и $x=a$~~

~~$C(3a+a; 3a+4)$~~

~~Точки А и В лежат на прямой~~



Пусть С - т. пересечения прямой $y=3x+4$ и $x=-a$

$C(-a; -3a+4)$

D - т. пересечения прямой $y=3x+4$ и $x=a$

$D(a; 3a+4)$.

А лежит на прямой $x=-a$, В лежит на прямой $x=a$.

Точки А и В лежат ~~на одной прямой~~ по разные стороны от прямой $y=3x+4$ => $(y_a - y_c)$ и $(y_b - y_D)$ имеют разные знаки.

$$y_a - y_c = \frac{a}{2} - (-3a+4) = \frac{7}{2}a - 4$$

$$y_b - y_D = \frac{4}{a} - 3a - 4 = \frac{-3a^2 - 4a + 4}{a}$$

Чистовик

Задача №3 (1)

$ax^2 - 2a^2x - ay + a^3 + 4 = 0$, $a \neq 0$

$y = x^2 - 2ax + a^2 + \frac{4}{a}$

$x_B = \frac{2a}{2} = a$

$y_B = a^2 - 2a^2 + a^2 + \frac{4}{a} = \frac{4}{a}$

$B(a; \frac{4}{a})$.

$5a^2 + 12ax + 4ay + 8x^2 + 8xy + 4y^2 = 0$

$4y^2 + 2y(4x + 2a) + 8x^2 + 5a^2 + 12ax = 0$

$\frac{D}{4} = (4x+2a)^2 - 4(8x^2 + 5a^2 + 12ax) = 16x^2 + 4a^2 + 16xa - 32x^2 - 20a^2 - 48ax =$

$= -16x^2 - 16a^2 - 32ax = -16(x^2 + a^2 + 2ax) = -16(x+a)^2 \leq 0$

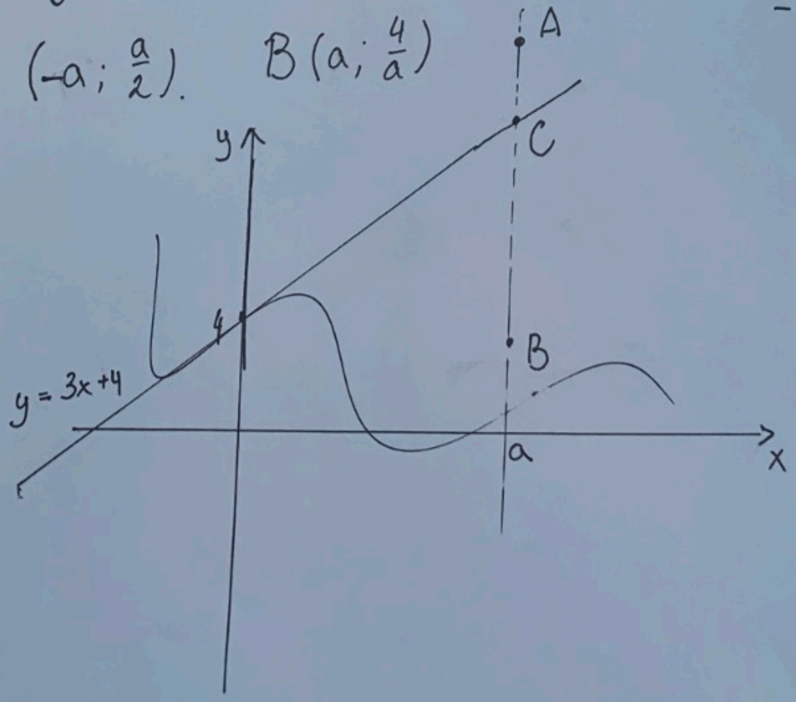
Уравнение задает точку => $x = -a$

$5a^2 - 12a^2 + 4ay + 8a^2 - 8ay + 4y^2 = 0$

$4y^2 - 4ay + a^2 = 0$

$y = \frac{a}{2}$

$A(-a; \frac{a}{2})$. $B(a; \frac{4}{a})$



$\cancel{-3a^2 - 4a + 4 = 0}$

$\cancel{3a^2 + 4a - 4 = 0}$

$\cancel{D_1 = 4 + 12 = 4^2}$

$\cancel{a =}$

$\cancel{-3 \cdot 4 \frac{-8+4}{2} < 0}$

$\cancel{-3 \quad + \quad 1}$

$\cancel{\frac{-3+4+4}{-1} < 0}$

$\cancel{\frac{-3 \cdot 16 + 16 + 4}{-4} > 0}$

Чистовик

Задача № 2

$$\sqrt{x+2} - \sqrt{3-x} + 3 = 2\sqrt{6+x-x^2}$$

$$(x+2)(3-x) = 3x + 6 - 2x - x^2 = 6 + x - x^2$$

$$\sqrt{x+2} = a$$
$$\sqrt{3-x} = b$$
$$x \in [-2; 3].$$

$$\begin{cases} a - b + 3 = 2ab \\ a^2 + b^2 = 5 \end{cases}$$

$$(a-b)^2 = a^2 + b^2 - 2ab = 5 - 2ab = (2ab-3)^2$$

$$2ab = t$$

$$5 - t = (t-3)^2$$

$$5 - t = t^2 - 6t + 9$$

$$t^2 - 5t + 4 = 0$$

$$D = 25 - 16 = 9 = 3^2$$

$$t = \frac{5 \pm 3}{2} \qquad t_1 = 4 \quad t_2 = 1$$

1. $ab = 2$

$$\sqrt{6+x-x^2} = 2$$
$$6 + x - x^2 = 4$$
$$x^2 - x - 2 = 0$$
$$D = 1 + 8 = 3^2$$
$$x = \frac{1 \pm 3}{2}$$
$$x_1 = 2$$
$$x_2 = -1$$

2. $ab = \frac{1}{2}$

$$\sqrt{6+x-x^2} = \frac{1}{2}$$
$$6 + x - x^2 = \frac{1}{4}$$
$$x^2 - x - \frac{23}{4} = 0$$
$$D = 1 + 23 = 24 = (2\sqrt{6})^2$$

$5 > 2\sqrt{6}$ т.к. $25 > 24$

$$x = \frac{1 \pm 2\sqrt{6}}{2}$$

$$\frac{1-2\sqrt{6}}{2} + 2 = \frac{5-2\sqrt{6}}{2} > 0 \Rightarrow \frac{1-2\sqrt{6}}{2} > -2$$

$$\frac{1+2\sqrt{6}}{2} - 3 = \frac{2\sqrt{6}-5}{2} < 0 \Rightarrow \frac{1+2\sqrt{6}}{2} < 3$$

Ответ: $-1; 2; \frac{1 \pm 2\sqrt{6}}{2}$.

Чистовик

Задача №1 (2)

б) Пусть $AP = x$

$\triangle APD \sim \triangle DTC$ по 2 углам

$$\frac{DT}{AP} = \frac{DC}{AD} = \frac{ND}{AM} = \frac{NT}{MP} = \frac{2}{\frac{1}{2}} = 4$$

$DT = 4x$

$PD = \sqrt{AD^2 - AP^2} = \sqrt{1 - x^2}$ по т. Пифагора в $\triangle APD$

$PD^2 + PB^2 = PD^2 + DT^2 = BD^2 = 3$

$1 - x^2 + 16x^2 = 3$

$15x^2 = 2$

$x = \sqrt{\frac{2}{15}}$

$\cancel{S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} AB \cdot BC = \frac{1}{2}(x + 4x)(\sqrt{1-x^2}}$

$PD = \sqrt{1 - x^2} = \sqrt{1 - \frac{2}{15}} = \sqrt{\frac{13}{15}}$

$TC = 4PD = 4\sqrt{\frac{13}{15}}$

$BC = TC + BT = TC + PD = 5\sqrt{\frac{13}{15}}$

$AB = AP + DT = 5x = 5 \cdot \sqrt{\frac{2}{15}}$

$$S_{ABC} = \frac{1}{2} BC \cdot AB = \frac{1}{2} \cdot 25 \cdot \sqrt{\frac{26}{15^2}} = \frac{5^2}{2} \cdot \frac{\sqrt{26}}{5 \cdot 3} = \frac{5}{6}\sqrt{26}$$

Ответ: а) 90°

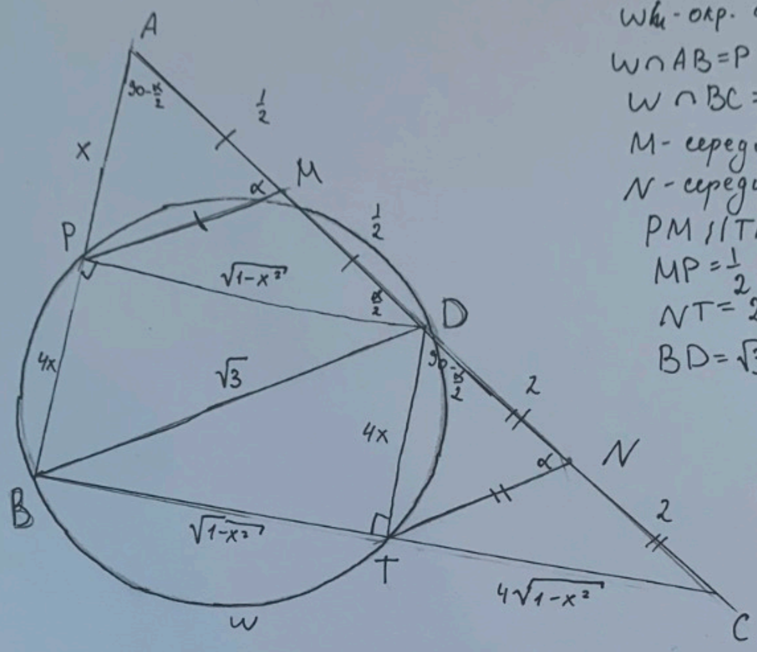
б) $\frac{5}{6}\sqrt{26}$

2

Чистовик

Задача № 1 (1)

Дано: ΔABC
$D \in AC$
w - окр. с диаметром BD
$w \cap AB = P$
$w \cap BC = T$
M - середина AD
N - середина CD
$PM \parallel TN$
$MP = \frac{1}{2}$
$NT = 2$
$BD = \sqrt{3}$



Решение:

а) $\angle BPD = \angle BTD = 90°$ - опираются на диаметр BD окружности w

ΔAPD и ΔDTC прямоугольные

PM - медиана проведенная к гипотенузе прямоугольного треугольника $\Delta APD \Rightarrow PM = AM = MD$.

Аналогично $TN = DN = NC$ (TN - медиана ΔDTC)

$\angle AMP = \angle DNT = \alpha$ - соответственные углы при $PM \parallel TN$ и секущей AC

$\angle MAP = 90° - \frac{\alpha}{2}$ (ΔAMP рб. с углом α) $\Rightarrow \angle ADP = \frac{\alpha}{2}$

$\angle NDT = 90° - \frac{\alpha}{2}$ (ΔNDT рб с углом α) $\Rightarrow$

$\angle PDT = 180° - \angle ADP - \angle CDT = 180° - \frac{\alpha}{2} - (90° - \frac{\alpha}{2}) = 90°$

PDTB прямоугольник, $\angle ABC = 90°$

Черновик

$5a^2+12ax+\underbrace{4ay}+8x^2+\underbrace{8xy}+\underbrace{4y^2}=0$

$4y^2+y(4a+8x)+8x^2+12ax+5a^2=0$

$4y^2+2y(2a+4x)+\underbrace{\qquad\qquad}=0$

$D_1=(2a+4x)^2-4(8x^2+12ax+5a^2)=$ $\begin{array}{r}48\\-16\\\hline 32\end{array}$

$=4a^2+16x^2+16ax-32x^2-48ax-20a^2=$

$=\cancel{-16a^2-16x^2-8ax=-8(2a^2+2x^2+ax)}$

$=-16a^2-16x^2-32ax=-16(a^2+x^2+2ax)=-16(a-x)^2=(i4(x+a))^2$

$y=\cancel{\frac{-2a-4x+4ix-4ia}{4}}=\cancel{\frac{-a-2x+2ix-2ia}{2}}$

$x=-a$

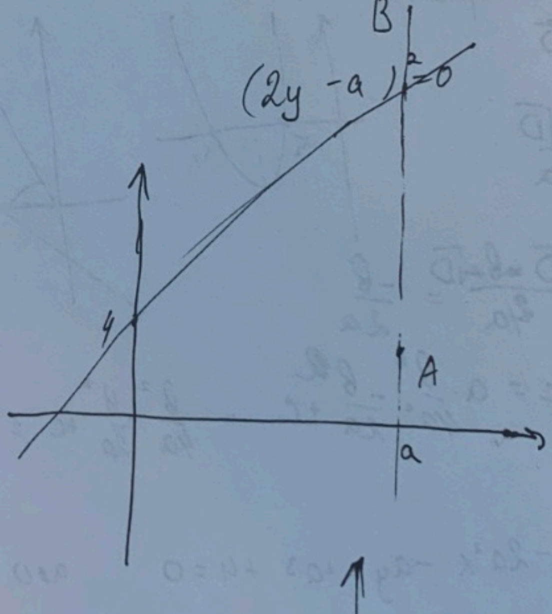
$5a^2\cancel{-12a^2+4ay+8a^2-8y}$

$5+8-12=13-12=1$

$A(a;\frac{a}{2})$

$B(a;\frac{4}{a})$

$y=3x+4$

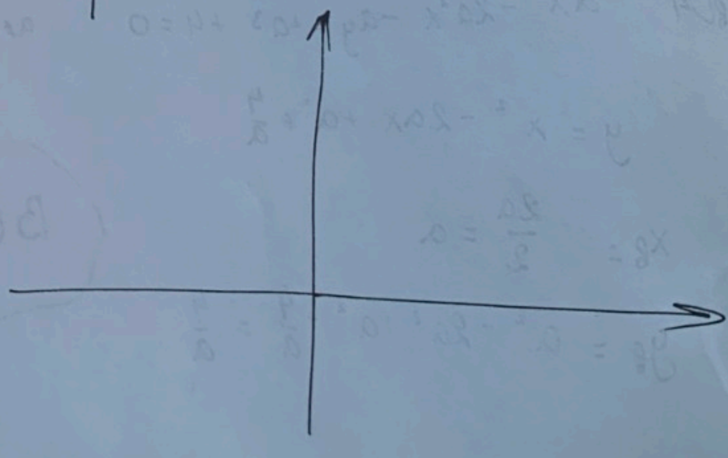


$y_{пер.}=3a+4$

$\frac{a}{2}>3a+4$

$\frac{7}{2}a<4$

$a<4\cdot\frac{2}{7}=\frac{8}{7}$



211007265 (U801663 M1274660)

Черновик

$5a^2+12ax+4ay+8x^2+8xy+4y^2=0$

$12ax = 2\cdot 6ax$ 		2, 4

$2\cdot 2ay$ 		4 и 1

$2\cdot 4xy$ 		4 и 4

16 и 1

$\cancel{\text{Кги}}\ (cx+dy)^2+(ex+fa)^2+(gy+ha)^2= - - -$

$$\begin{cases} cd = 4 & d=2 \\ ef=6 & f=3 \\ gh=2 & \\ c^2+e^2=8 & c=e=2 \\ d^2+g^2=4 & \\ f^2+h^2=5 & \end{cases}$$

$12ax+9x^2+4a^2$

$-x^2+8xy-4y^2$

$4ay+8y^2+a^2$

$12ax+9a^2+4x^2$

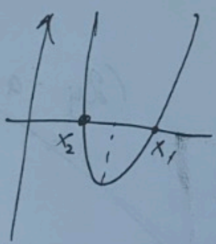
$4ay-4a^2-y^2$

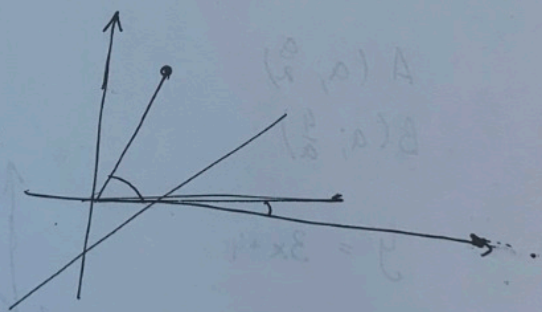
$4x^2+8xy+5y^2$

Вершина параболы

$x_1=\dfrac{-b+\sqrt{D}}{2a}$

$x_2=\dfrac{-b-\sqrt{D}}{2a}$





$\dfrac{x_1+x_2}{2}=\dfrac{-b+\sqrt{D}-b-\sqrt{D}}{2a}=\dfrac{-b}{2a}$

$y=ax^2+bx+c=a\cdot\dfrac{b^2}{4a^2}-\dfrac{b^2}{2a}+c=\dfrac{b^2}{4a}-\dfrac{b^2}{2a}+c=\dfrac{-b^2}{4a}+c=\dfrac{-b^2+4ac}{4a}=\dfrac{-D}{4a}$

$x_B \Rightarrow \quad ax^2-2a^2x-ay+a^3+4=0 \qquad a\neq 0$

$y=x^2-2ax+a^2+\dfrac{4}{a}$

$x_B=\dfrac{2a}{2}=a$

$B\left(a;\dfrac{4}{a}\right)$

$y_B=a^2-2a^2+a^2+\dfrac{4}{a}=\dfrac{4}{a}$

211007265 (U801663 M1274660)

Черновик

№2

$\sqrt{2+x} - \sqrt{3-x} + 3 = 2\sqrt{6+x-x^2}$

$(2+x)(3-x) = 6+3x-2x-x^2 = 6+x-x^2$

$x \geq -2$
$x \leq 3$

$x \in [-2; 3]$

$\sqrt{2+x} = a$
$\sqrt{3-x} = b$

$a - b + 3 = 2ab$

$a(1-2b) = b-3$

$a = \frac{b-3}{1-2b}$

$\sqrt{2+x} = \frac{\sqrt{3-x}-3}{\cancel{1-2\sqrt{3-x}}}$

$a - b + 3 = 2ab$

$a^2 + b^2 = 5$

$6 - \frac{1}{4} = \frac{24-1}{4} = \frac{23}{4}$

$(a-b)^2 = 5 - 2ab = (2ab-3)^2$

$-6 + \frac{1}{4} = -\frac{23}{4}$

$\cancel{5 - 2ab = 4a^2b^2}$ $2ab = t$

$\cancel{5-2t=}$ $5 - t = (t-3)^2$

$5 - t = t^2 - 6t + 9$ $2\sqrt{6+x-x^2}$

$t^2 - 5t + 4 = 0$

$D = 25 - 16 = 9 = 3^2$

$t = \frac{5 \pm 3}{2}$ $t_1 = 4$
$t_2 = 1$

1. $2ab = 4$ $2\sqrt{6+x-x^2} = 4$

$6 + x - x^2 = 4$

$x^2 - x - 2 = 0$

$D = 1 + 8 = 3^2$

$x = \frac{1 \pm 3}{2}$ $x_1 = 2$, $x_2 = -1$

2. $2\sqrt{6+x-x^2} = 1$ $6 - \frac{1}{4} = \frac{23}{4}$

$6 + x - x^2 = \frac{1}{4}$

$24 = 2 \cdot 12 = 2 \cdot 2 \cdot 6 = 2^3$

$x^2 - x - 6 + \frac{1}{4} = 0$

$x^2 - x - \frac{23}{4} = 0$

$D = 1 + \frac{23}{4} \cdot 4 = 24 = (2\sqrt{6})^2$

$x = \frac{1 \pm 2\sqrt{6}}{2}$

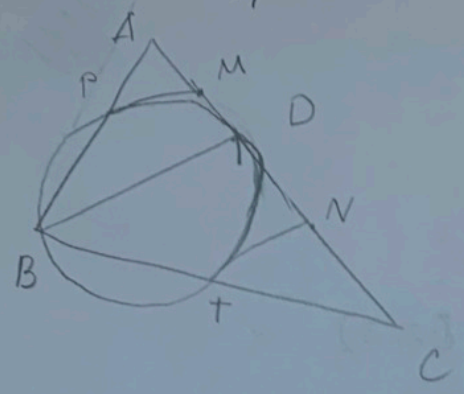
> -2

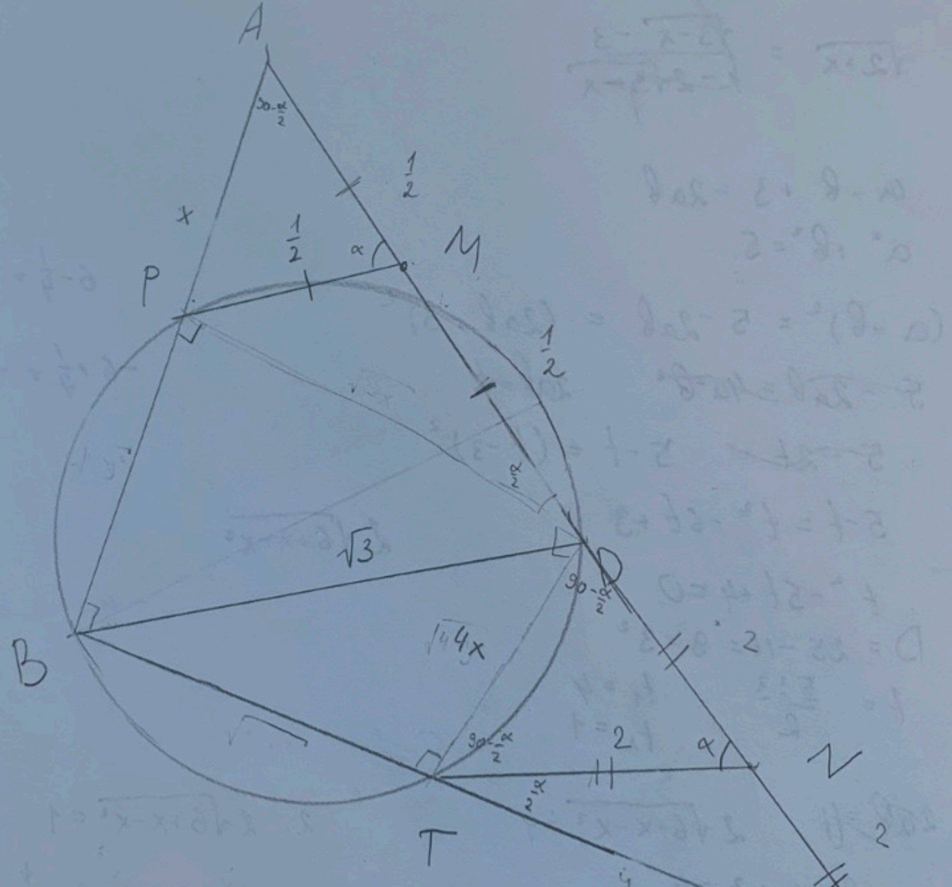
$\frac{1 - 2\sqrt{6}}{2} + 2 = \frac{5 - 2\sqrt{6}}{2} > 0$

$\frac{1 + 2\sqrt{6}}{2} - 3 = \frac{2\sqrt{6} - 5}{2} < 0$

211007265 (U801663 M1274660)

Черновик





211007265 (U801663 M1274660)

Часть 2

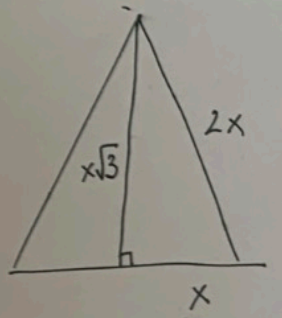
Олимпиада: **Математика, 10 класс (2 часть)**

Шифр: **211007265**

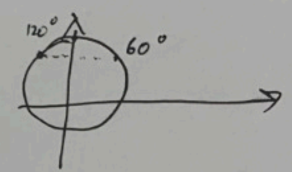
ID профиля: **801663**

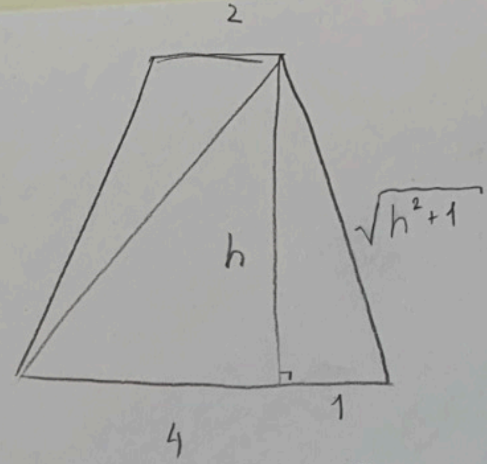
Вариант 11

Черновик.



$S = \cancel{2}\frac{1}{2} x \cdot x\sqrt{3} = x^2\sqrt{3}$





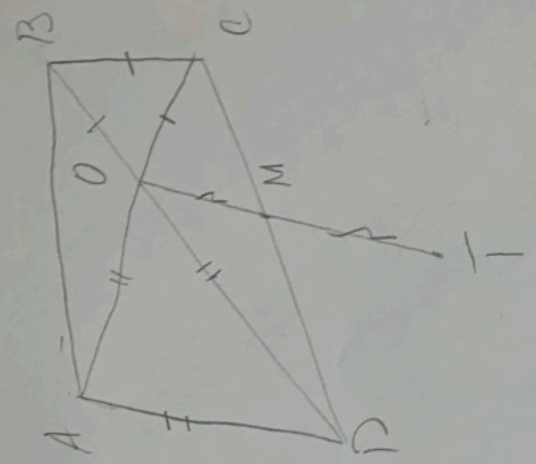
$1,5^2$

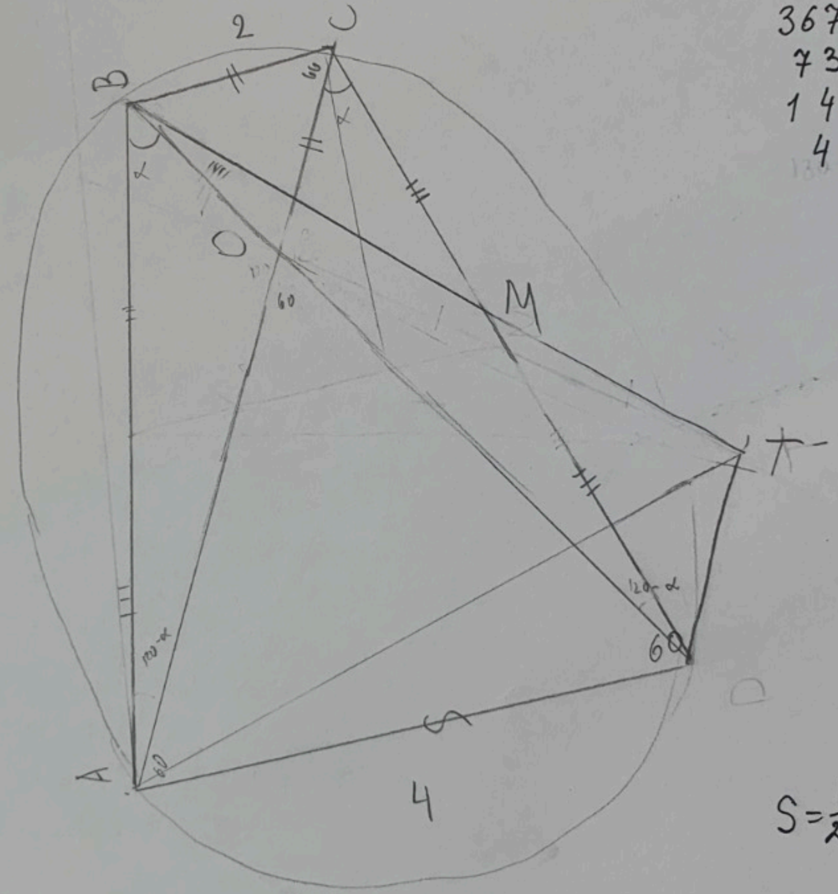
$1,5 \cdot 1,5 = 2,25$

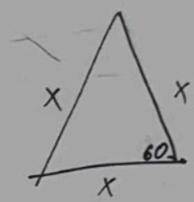
$\frac{h^2+1}{h} =$

$39,00 - 2,25 = 36,75$

3675	5
735	5
147	3
49	7
7	7



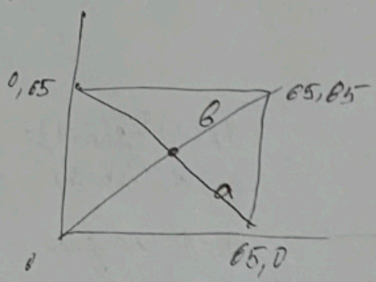


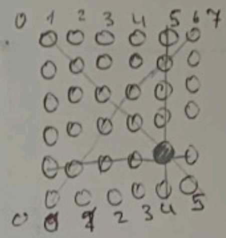


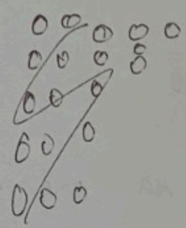
$S = \frac{1}{2}x^2 \cdot \sin 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{4}x^2$

№5 Черновик

диаг. пер. в нецелой точке







1) 1 на а, 1 на в

на а 64 т., на в 62

64 · 62

2) обе на а или в

64 · 63 · 2

3) 1 на а, ост. не на а, не на в

2 · 64 · (общ. кол-во − верт. − гор. − диаг. в + 2)

64 · 64 − 1 63 63 64

и все сложить!

2 · 64

64^2 − 2 · 6

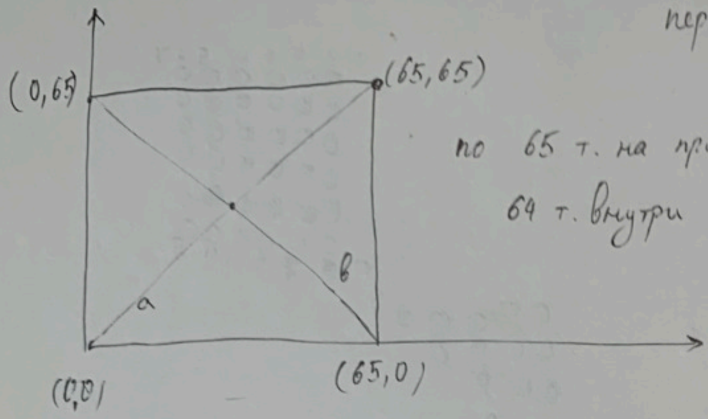
64 + 64 + 64 + 64 − 2 − 2

64 · 4 − 2 − 2 = 64 · 4 − 4 = 4 · 63

№5

Черновик $k; 65-k$ $65-k-k$

k, k

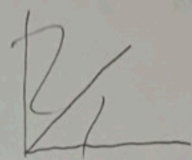


пересечение диагоналей - не целая точка

32

по 65 т. на прямой

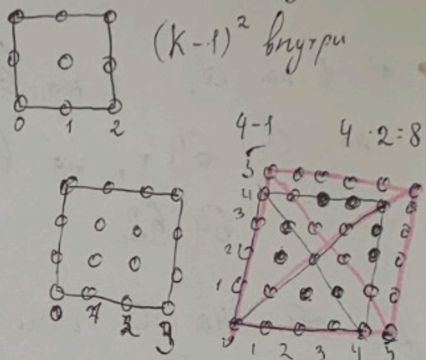
64 т. внутри



$(k-1)^2-2(k-1)=$
$=(k-1)(k-3)$

$k-1$ на диаг.

$(k-1)^2$ внутри



4-1 $4\cdot 2=8$

8

$64\cdot 64$

1) обе точки лежат на прямой a

C_{64}^2

2) одна на a, вторая на в

$6\cancel{4}+6\cancel{4}$

3) одна на a, вторая ни на a, ни на в

1) обе т. на a

C_{64}^2

2) одна на a, вторая на в

$64\cdot 2$

3) одна на a, вторая ни на a, ни на в

$64\cdot 64\cdot 62$

4) обе на в

C_{64}^2

5) одна на в, вторая не на a не на в

$\underset{\text{на в}}{64}\cdot \underset{\text{остальные}}{64\cdot 62}$

211007265 (U801663 M1274661)

Черновик

$$\begin{cases} \frac{4}{x^2+y^2} + x^2y^2 = 5 \\ x^4 + y^4 + 3x^2y^2 = 20 \end{cases}$$

$x^2 = a,\ y^2 = b$

$$\begin{cases} \frac{4}{a+b} + ab = 5 \\ a^2 + b^2 + 3ab = 20 \end{cases}$$

x^2

$x^2+y^2 = a \quad , a > 0$

$x^2y^2 = b$

$$\begin{cases} \frac{4}{a} + b = 5 \\ a^2 + b = 20 \end{cases}$$

$4 + ab = 5a \qquad a \neq 0$

$b = 20 - a^2$

$4 + a(20-a^2) = 5a$

$-a^3 + 20a + 4 = 5a$

$a^3 - 15a - 4 = 0$

	1	0	-15	-4
1	1	1	-45	-8
-2	1	2	-11	
4	1	4	1	0

4 - корень

$4^3 - 15 \cdot 4 - 4 = 4(16 - 15 - 1) = 0$

$$\begin{array}{r|l} a^3 - 15a - 4 & a-4 \\ \cline{2-2} -\ a^3 - 4a^2 & a^2 + 4a + 1 \\ \cline{1-1} 4a^2 - 15a - 4 & \\ -\ 4a^2 - 16a & \\ \cline{1-1} a - 4 & \end{array}$$

$a^2 + 4a + 1 = 0$

$D_1 = 4 - 1 = 3 \qquad \sqrt{3} < 2$

$\Rightarrow \sqrt{3} - 2 < 0$

$a = -2 \pm \sqrt{3}$

1) $x^2+y^2 = 4 \qquad a = 4$

$b = 20 - a^2 = 4 \qquad x^2 + y^2 = 4$

$x^2y^2 = 4 \qquad xy = \pm 2$

211007265 (U801663 M1274661)

Черновик

$x^2+y^2=4$

$xy=\pm 2$

1) $xy=2$

$y=\frac{2}{x}$

$x^2+\frac{4}{x^2}=4$

$x^4-4x^2+4=0$

$(x^2-2)^2=0$

$x^2=y^2=2$

$x=\pm\sqrt{2}$

$y=\pm\sqrt{2}$

2) $xy=-2$

$y=-\frac{2}{x}$

$3938 \times 128 = 504064$

$4096-189=3907$

$3907+31=3938$

$64\cdot 64=4096$

$64(62+10\cdot 63-2\cdot 64^2)=$

$=$

$62+10\cdot 63-2\cdot 64^2=$

$=64-2+10\cdot 64-10-2\cdot 64^2=$

$=64(1+10-2\cdot 64)$

$64\cdot 2=128$

$4096-158=3938$

$63\cdot 3=189$

$189-31=158$

$64(62+2\cdot 63+2\cdot 64^2-8\cdot 63)=$

$=64(62-6\cdot 63+2\cdot 64^2)=$

$=64(64-2-6\cdot 64+6+2\cdot 64^2)=$

$-6\cdot 63=-6(64-1)=-6\cdot 64+6$

$=64(64(-5+2\cdot 64)+4)=$

$=64$

$3938 \times 128 = 504064$

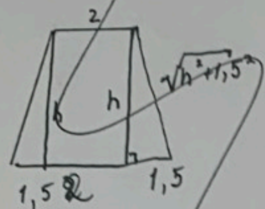
211007265 (U801663 M1274661)

Чистовик

Задача №6 (2)

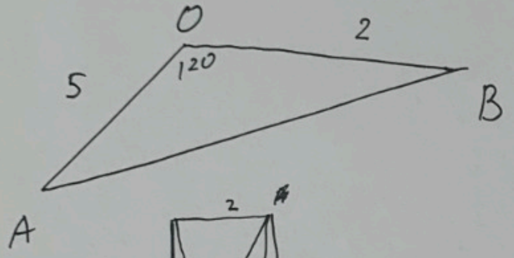
~~Пусть высота трапеции равна h.~~

~~Площадь трапеции $S = 3h$~~



~~Сторона $\triangle ABD$ равна AB, $AB = \sqrt{h^2+1,5^2}$~~

~~Площадь $\triangle ABD$ $\frac{(\sqrt{h^2+1})^2}{4}\sqrt{3} = \frac{\sqrt{3}}{4}(h^2+1)$~~



В $\triangle AOB$ $\angle AOB = \frac{360°-60°\cdot 2}{2} = \frac{240°}{2} = 120°$

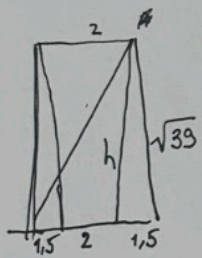
по т. косинусов

$AB^2 = AO^2+OB^2-2AO\cdot OB\cdot\cos 120°$

$AB^2 = AO^2+OB^2+AO\cdot OB =$

$= 25+4+10 = 39$

$AB = \sqrt{39}$



$$S_{ABCD} = \frac{2+5}{2}\cdot h = 3,5\cdot\sqrt{-1,5^2+39} = 3,5\cdot\sqrt{36,75}$$

$$S_{ABT} = \frac{\sqrt{3}}{4}AB^2 = \frac{\sqrt{3}}{4}\cdot 39$$ ($\triangle ABT$ прав.)

$$\frac{S_{ABT}}{S_{ABCD}} = \frac{\frac{\sqrt{3}}{4}\cdot 39}{3,5\cdot\sqrt{36,75}} = \frac{\sqrt{3}\cdot 39}{7\cdot 2\sqrt{36,75}} = \frac{\cancel{\sqrt{3}}\cdot 3\cdot 13}{7\cdot 2\cdot\sqrt{5^2\cdot\cancel{3}\cdot 7^2\cdot 10^{-2}}} = \frac{3\cdot 13}{7\cdot 2\cdot 5\cdot 7\cdot 10^{-1}} =$$

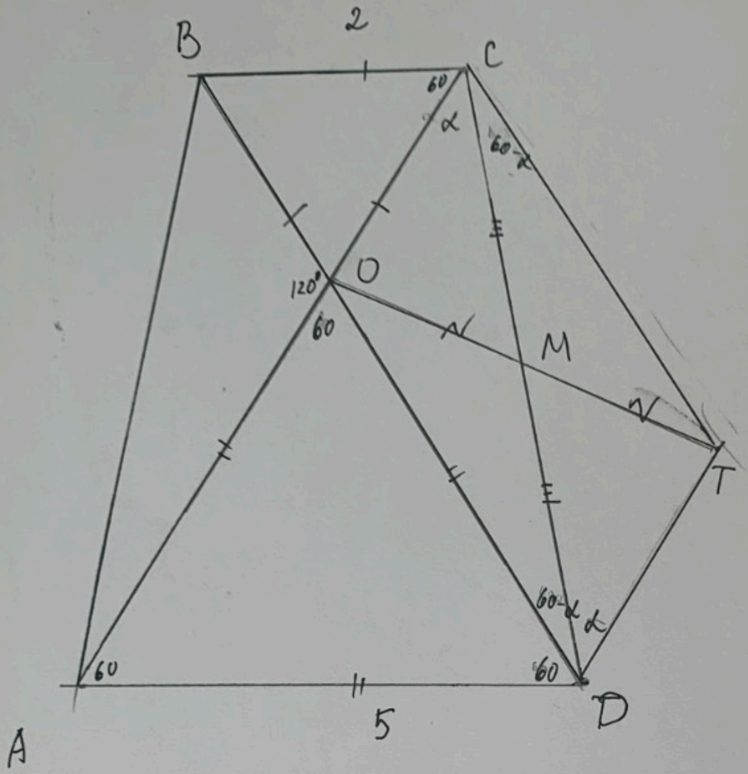
$$= \frac{3\cdot 13}{49} = \frac{39}{49}$$

Ответ: б) $\frac{39}{49}$

6

Чистовик

Задача №6 (1)



Решение:

$\angle CAD = \angle BCA = 60°$ => ABCD трапеция

$AC = BD$ => ABCD равнобокая

ABCD вписана в окр. ω

Докажем, что ACTD вписан.

Пусть $\angle ACD = \alpha$.

$\angle CDB = 180° - \angle COD - \angle ACD = 180° - 120° - \alpha = 60° - \alpha$

OCTD параллелограмм (диагонали т. пер. делятся пополам)

$\angle CDB = \angle TCD = 60° - \alpha$

$\angle CDT = \angle ACD = \alpha$

$\angle ACT = \alpha + 60° - \alpha = 60°$

$\angle ADT = 60° + 60° - \alpha + \alpha = 120° = 180° - \angle ACT$

ACTD вписан и ABCD вписана в ω => T лежит на ω.

5

$\cancel{\angle ABT}$ $\angle ATB$ и $\angle ADB$ опираются на одну дугу AB => $\angle ATB = 60°$

$\angle ABT = \angle ACT = 60°$ и $\angle BAT = \angle BDT = 60°$ опираются на одну дугу.

Углы ABT равны $60°$ => он равносторонний

Задача №5 (2) Чистовик

Аналогично ~~т~~ выбрать 2 точки, ~~лежащие на~~ одна лежит на в, а другая не лежит ни на в, ни на а:

$64\cdot(64^2-4\cdot 63)$ способов.

Всего способов выбрать две точки

$$64\cdot 62+2\cdot 64\cdot 63+2\cdot 64\cdot(64^2-4\cdot 63)=$$

$$=64(62+2\cdot 63+2\cdot 64^2-8\cdot 63)=$$

$$\cancel{=64(62+10\cdot 63-2\cdot 64^2)=64(64\cancel{-2+64\cdot 10-10-2\cdot 64^2})=}$$

$$\cancel{=64^2(}$$

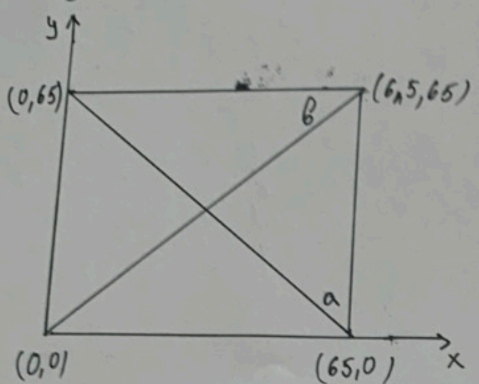
$$=64(62+2\cdot 63+2\cdot 64^2-8\cdot 63)=64(62+2\cdot 64^2-6\cdot 63)=$$

$$=128(31+\overset{4096}{64^2}-\overset{189}{3\cdot 63})=128(4096-158)=128\cdot 3938=504064$$

Ответ: 504064

Зна   Чистовик

Задача №5 (1)



Пусть $y=65-x$ — прямая а, $y=x$ — прямая в.

Прямые а и в пересекаются в нецелой точке.

В одном столбце/строке (без границ) 64 узла, на прямых а и в по 64 узла, внутри квадрата 64^2 узла.

1) Одна точка лежит на а, вторая на в.
На а выберем точку 64 сп., на в – 62 (без тех двух, которые лежат в одной вертикали/горизонтали с выбранной на а)

$64 \cdot 62$ способа

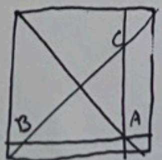
2) Обе точки на а или обе на в

$2 \cdot 64 \cdot 63$ (никакие 2 т. на одной диагонали не лежат в одной вертикали/горизонтали)

3) Одна лежит на а, вторая ни на а, ни на в.

Выберем т. на а 64 способами.

Можно выбрать любую другую точку, кроме т. на в и на а и на одной горизонтали/верт. с выбранной точкой



$64^2 \underset{\text{т. на а}}{-1} - \underset{\text{гор}}{64} - \underset{\text{верт. и гор.}}{63 \cdot 2} + 2$ способов ($в_2 - 63$ на а)

Точки, лежащие на в и на одной гор/верт. с выбранной посчитали лишний раз – прибавим 2.

4 пр. по 64
т. А 2 раза,
В и С – 1 раз
лишних

$64^2 - \underbrace{64 \cdot 2}_{\text{диагонали а и в}} - \underbrace{63 \cdot 2}_{\text{гор. и верт.}} - \cancel{2} + 2 = 64^2 - 4 \cdot 63$ способов

3

Чистовик

Задача №4 (2)

$x^4 - 4x^2 + 4 = 0$

$(x^2-2)^2=0$

$x^2=y^2=2$

Ответ: $(\sqrt{2};\sqrt{2})$, $(-\sqrt{2};-\sqrt{2})$, $(-\sqrt{2};\sqrt{2})$, $(\sqrt{2};-\sqrt{2})$.

Чистовик

Задача №4 (1)

$$\begin{cases} \frac{4}{x^2+y^2} + x^2y^2 = 5 \\ x^4 + y^4 + 3x^2y^2 = 20 \end{cases}$$

$$x^4+y^4+3x^2y^2 = (x^2+y^2)^2 + x^2y^2$$

$x^2+y^2=a$, $x^2y^2=b$, $a,b \Rightarrow$ $a>0$, $b \geq 0$

$$\begin{cases} \frac{4}{a} + b = 5 \\ a^2 + b = 20 \end{cases}$$

$$4 + ab = 5a$$

$$4 + a(20-a^2) = 5a$$

$$a^3 - 15a - 4 = 0$$

Заметим, что $a=4$ - корень

$$a^2+4a+1=0$$

$$\frac{D}{4} = 4-1=3$$

$$a = -2 \pm \sqrt{3} < 0$$

$a=4$

$b = 20 - a^2 = \cancel{16}\ 4$

$$\begin{cases} x^2+y^2=4 \\ x^2y^2 = \cancel{16}\ 4 \end{cases}$$

$$y^2 = \frac{\cancel{16}\ 4}{x^2}$$

$$x^2 + \frac{\cancel{16}\ 4}{x^2} = 4$$

211007265 (U801663 M1274661)