Часть 1

Олимпиада: **Математика, 10 класс (1 часть)**

Шифр: **211007111**

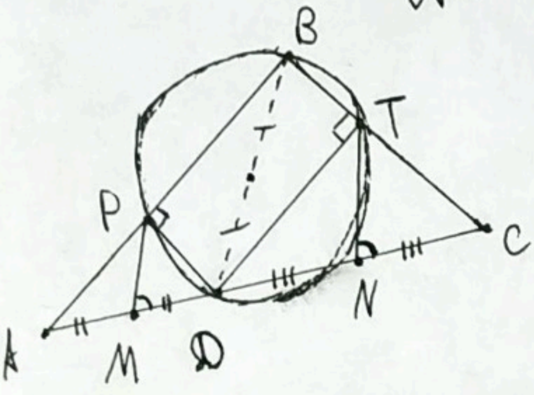
ID профиля: **800892**

Вариант 11

Математика 10 кл.

Чистовик

№1



а) 1. По св-ву угла, опирающегося на диаметр $\angle BPD = 90^\circ$, $\angle BTD = 90^\circ$, значит смежные с ними углы $\angle APD$ и $\angle CTD$ тоже прямые, значит $\triangle APD$ и $\triangle DTC$ – прямоуг.

2. $PM \parallel TN$ (по усл.), значит $\angle PMD = \angle TNC$ (как соотв.). По св-ву медианы прямоуг. треуг. $PM = \cancel{AC}\ \frac{AD}{2} = MD$, $TN = \frac{DC}{2} = NC$ (M и N – сер. отрезков AD и DC соответственно по усл.) Значит $\triangle PMD$ и $\triangle TNC$ – р/б по опр. По св-ву р/б $\triangle$ $\angle MPD = \angle MDP$. По теореме о сумме углов $\triangle$ $\angle PMD + \angle MPD + \angle PDM = 180^\circ$, $\angle MPD = \angle MDP$, значит $\angle MPD = \angle MDP = \frac{180^\circ - \angle PMD}{2}$. Аналогично ~~$\angle CDT =$~~ $\angle NTC = \angle NCT = \frac{180^\circ - \angle TNC}{2}$. $\angle TNC = \angle PMD$, значит $\angle TCN = \angle PDM$. Тогда $\triangle APD \sim \triangle DTC$ по 2-м углам, значит $\angle PAD = \angle TDC$. По св-ву острых углов прямоуг. $\triangle$ $\angle PAD + \angle PDA = \angle PAD + \angle TCD = \angle BAC + \angle BCA = 90^\circ$, значит $\angle ABC = 90^\circ$.

$k = \frac{AD}{DC}$

б) 1. Ч-к PBTD – впис. (по опр.), $\angle ABC = 90^\circ$, значит по св-ву впис. ч-ка $\angle PDT = 180^\circ - \angle PBT = 90^\circ$. Тогда PBDT – прямоугольник, по св-ву пр-ка $BD = PT = \sqrt{3}$, $PB = DT$, $BT = PD$.

2. По т. Пифагора $PD^2 + DT^2 = PT^2 = BD^2 = 3$. $\triangle DAP \sim \triangle CDT$, $k = \frac{AD}{DC} = \frac{2PM}{2TN} = \frac{1}{4}$, значит $\frac{AP}{DT} = \frac{1}{4}$, $AP = \frac{DT}{4}$. По т. Пифагора $PD^2 + AP^2 = PD^2 + \frac{DT^2}{16} = AD^2 = 4PM^2 = 1$.

$(PD^2 + DT^2) - (PD^2 + \frac{DT^2}{16}) = 3 - 1$

$\frac{15DT^2}{16} = 2$

Чистовик Математика 10 кл.

2

$DT^2 = \frac{32}{15}$

$PD^2 = 3 - DT^2 = \frac{13}{15}$

$AP^2 = AD^2 - PD^2 = 1 - \frac{13}{15} = \frac{2}{15}$

~~AD~~ $AP = \sqrt{\frac{2}{15}}$, $PD = \sqrt{\frac{13}{15}}$

$S_{\triangle APD} = \frac{1}{2} AP \cdot PD = \frac{1}{2} \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot 13}{15 \cdot 15}} = \frac{\sqrt{26}}{30}$

3. $AB = AP + BP = AP + DT = AP + 4AP = 5AP$

$\triangle APD \sim \triangle ABC$ по 2-м углам ($\angle PAD = \angle BAC$, $\angle APD = \angle ABC = 90^\circ$), $k = \frac{AP}{AB} = \frac{AP}{5AP} = \frac{1}{5}$

По св-ву подобных $\triangle$ $\cancel{\frac{S_{\triangle ABC}}{S_{\triangle APD}}}$ $\frac{S_{\triangle APD}}{S_{\triangle ABC}}$ $\cancel{= k^2 = \frac{1}{25}}$, ~~значит~~ $\frac{S_{\triangle APD}}{S_{\triangle ABC}} = k^2 = \frac{1}{25}$, т.е. $S_{\triangle ABC} =$

$= 25 S_{\triangle APD} = \frac{25\sqrt{26}}{30}$

Ответ: 1) $\angle ABC = 90^\circ$; 2) $S_{\triangle ABC} = \frac{25\sqrt{26}}{30}$

211007111 (U800892 M1275058)

Чистовик Математика 10 кл.

3

№2

$\sqrt{x+2}-\sqrt{3-x}+3=2\sqrt{6+x-x^2}$ ОДЗ: $\begin{cases} x\geq -2 \\ x\leq 3 \end{cases}$

$\sqrt{x+2}-\sqrt{3-x}+3=2\sqrt{(x+2)(3-x)}$

$(\sqrt{x+2}-\sqrt{3-x})+(3-x)-2\sqrt{x+2}\cdot\sqrt{3-x}+(x+2)-2=0$

$(\sqrt{x+2}-\sqrt{3-x})^2+(\sqrt{x+2}-\sqrt{3-x})-2=0$

$\left[\begin{array}{ll} \sqrt{x+2}-\sqrt{3-x}=-2 & (1) \\ \sqrt{x+2}-\sqrt{3-x}=1 & (2) \end{array}\right.$

1) $\sqrt{x+2}-\sqrt{3-x}<0$, т.е. $\sqrt{x+2}<\sqrt{3-x}$, т.е. $x+2<3-x$, т.е. $x<\frac{1}{2}$

$\begin{cases} x<\frac{1}{2} \\ \underbrace{\sqrt{3-x}-\sqrt{x+2}}_{>0}=2 \end{cases}$

$\begin{cases} x<\frac{1}{2} \\ (3-x)-2\sqrt{3-x}\cdot\sqrt{x+2}+(x+2)-4=0 \end{cases}$

$\begin{cases} x<\frac{1}{2} \\ 1=2\underbrace{\sqrt{(3-x)(x+2)}}_{\geq 0} \end{cases}$

$\begin{cases} x<\frac{1}{2} \\ 1=4(6+x-x^2) \end{cases}$

$\begin{cases} x<\frac{1}{2} \\ 4x^2-4x-23=0 \end{cases}$ $\frac{D}{4}=2^2+4\cdot 23=4+92=96$

$\begin{cases} x<\frac{1}{2} \\ \left[\begin{array}{l} x=\frac{2-\sqrt{96}}{4} \\ x=\frac{2+\sqrt{96}}{4} \end{array}\right. \end{cases}$ — не уд. усл. $x<\frac{1}{2}$

Проверим, входит ли первый корень в ОДЗ. Он явно меньше 3, поэтому сравним его с -2:

Чистовик Математика 10 кл.

4

$\frac{2-\sqrt{96}}{4} \overset{>}{\vee} -2$

$2-\sqrt{96} \overset{>}{\vee} -8$

$10 \overset{>}{\vee} \sqrt{96}$

$100 > 96$, значит $x = \frac{2-\sqrt{96}}{4}$ – корень.

2) $\sqrt{x+2} - \sqrt{3-x} > 0$, значит $x > \frac{1}{2}$

$\begin{cases} x > \frac{1}{2} \\ \underbrace{\sqrt{x+2} - \sqrt{3-x}}_{>0} = 1 \end{cases}$

$\begin{cases} x > \frac{1}{2} \\ (x+2) - 2\sqrt{6+x-x^2} + (3-x) - 1 = 0 \end{cases}$

$\begin{cases} x > \frac{1}{2} \\ 2 = \sqrt{6+x-x^2} \end{cases}$

$\begin{cases} x > \frac{1}{2} \\ x^2 - x - 2 = 0 \end{cases}$

$\begin{cases} x > \frac{1}{2} \\ \left[\begin{array}{l} x = 2 \\ x = -1 \text{ – не уд. усл. } x > \frac{1}{2} \end{array} \right. \end{cases}$

$x = 2$ – корень

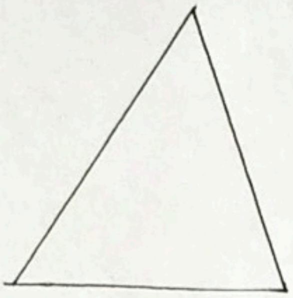
Т.о., $\left[\begin{array}{l} x = \frac{2-4\sqrt{6}}{4} = \frac{1-2\sqrt{6}}{2} \\ x = 2 \end{array} \right.$

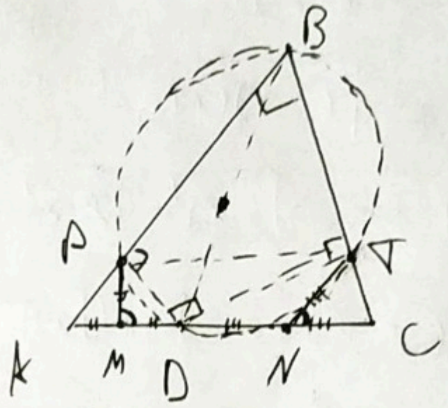
Ответ: ~~$\frac{2-4\sqrt{6}}{4}$; 2~~ $\frac{1-2\sqrt{6}}{2}$; 2

211007111 (U800892 M1275058)

Математика 10 кл.

Черновик





$AP = \frac{TD}{4}$

$CT = 4PD$

$PD^2 + \frac{TD^2}{16} = 1$

$TD^2 + CT^2$
$16PD^2 = 16$

$\triangle APD \sim \triangle DTC$

$\underbrace{\quad}_{1}\underbrace{\quad}_{4}$

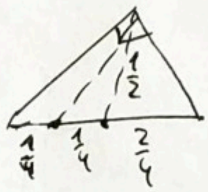
$MP = \frac{1}{2}$

$NT = 2$

$BD = \sqrt{3}$

$PD^2 + TD^2 = 3$

$BP^2 + BT^2 = 3$



$AB = 5AP$

$BC = 5PD$

$\frac{R}{\sin\beta} = \frac{R}{}$

$\frac{a}{\sin\alpha} = \frac{b}{\sin\beta} = \frac{c}{\sin\gamma} = 2R$

$\triangle DAP \sim \triangle CAB,\ k = \frac{1}{5}$

$\begin{cases} 15PD^2 = 13 \\ \frac{15}{16}TD^2 = 2 \end{cases}$

$\begin{cases} PD^2 = \frac{13}{15} \\ TD^2 = \frac{32}{15} \end{cases}$

$AP^2 = 1 - \frac{13}{15} = \frac{2}{15}$

$AP = \sqrt{\frac{2}{15}}$

$PD = \sqrt{\frac{13}{15}}$

211007111 (U800892 M1275058)

$S_{\triangle APD} = \frac{1}{2} AP \cdot PD = \frac{\sqrt{26}}{30} \Rightarrow S_{\triangle ABC} = \frac{25\sqrt{26}}{30}$ $\left(\frac{S_{\triangle APD}}{S_{\triangle ABC}} = k^2 = \frac{1}{25}\right)$

Математика 10 кл.

Черновик

$\sqrt{x+2} - \sqrt{3-x} + 3 = 2\sqrt{6+x-x^2}$

ОДЗ: $\begin{cases} x \geq -2 \\ x \leq 3 \end{cases}$

$\sqrt{x+2} - \sqrt{3-x} + 3 = 2\cdot\sqrt{(3-x)(x+2)}$

$(\sqrt{x+2} - \sqrt{3-x}) + 3 - 2\sqrt{3-x}\cdot\sqrt{x+2} = 0$

$(\sqrt{x+2} - \sqrt{3-x}) + (3-x) - 2\sqrt{3-x}\sqrt{x+2} + (x+2) - 2 = 0$

$(\sqrt{x+2} - \sqrt{3-x}) + (\sqrt{x+2} - \sqrt{3-x})^2 - 2 = 0$

$t^2 + t - 2 = 0$

$\left[\begin{array}{l} t = -2 \\ t = 1 \end{array}\right.$

$\left[\begin{array}{ll} \sqrt{x+2} - \sqrt{3-x} = -2 & (1) \\ \sqrt{x+2} - \sqrt{3-x} = 1 & (2) \end{array}\right.$

$\sqrt{x+2} < \sqrt{3-x}$ $\quad$ $\sqrt{x+2} \geq \sqrt{3-x}$

$x+2 < 3-x$ $\quad$ $x+2 \geq 3-x$

$x < \frac{1}{2}$ $\quad$ $x \geq \frac{1}{2}$

1) $\begin{cases} x < \frac{1}{2} \\ \sqrt{3-x} - \sqrt{x+2} = 2 \end{cases}$

$\begin{cases} x < \frac{1}{2} \\ 3 - x - 2\sqrt{(3-x)(x+2)} + x + 2 = 4 \end{cases}$

$\begin{cases} x < \frac{1}{2} \\ 1\cancel{8} = 2\sqrt{(3-x)(x+2)} \end{cases}$

$\begin{cases} x < \frac{1}{2} \\ 1\cancel{8} = 4(3-x)(x+2) \end{cases}$

$\begin{cases} x < \frac{1}{2} \\ 1\cancel{9} + 4x^2 - 4x - 624 = 0 \end{cases}$

$\Rightarrow \begin{cases} x < \frac{1}{2} \\ 4x^2 - 4x - \cancel{15}\,23 = 0 \end{cases}$

$\frac{D}{4} = 2\cancel{+60=62}$ $\quad$ $4 + 92 = 96$

$\begin{cases} x < \frac{1}{2} \\ \left[\begin{array}{l} x = \cancel{\frac{2-\sqrt{62}}{4}} \quad \frac{2-4\sqrt{6}}{4} \\ x = \cancel{\frac{2+\sqrt{62}}{4}} \end{array}\right. \end{cases}$

$\frac{2+4\sqrt{6}}{4}$ - не уд. усл. $x < \frac{1}{2}$

~~не уд. усл. $x < \frac{1}{2}$~~

$\cancel{\frac{2-\sqrt{62}}{4} \vee -2}$ $\quad$ $\frac{2-4\sqrt{6}}{4} \overset{>}{\vee} -2$

$\cancel{2-\sqrt{62} \vee -8}$ $\quad$ $2-4\sqrt{6} \overset{>}{\vee} -8$

$\cancel{10 \vee \sqrt{62}}$ $\quad$ $10 \overset{>}{\vee} 4\sqrt{6}$

$100 \overset{>}{\vee} 96$

$\cancel{\frac{2-\sqrt{62}}{4}}$ $\quad$ $\frac{2-4\sqrt{6}}{4}$

Математика 10 кл.

Черновик

2) $\begin{cases} x \geq \frac{1}{2} \\ \sqrt{x+2} - \sqrt{3-x} = 1 \end{cases}$

$\begin{cases} x \geq \frac{1}{2} \\ x+2 - 2\sqrt{(x+2)(3-x)} + 3 - x - 1 = 0 \end{cases}$

$\begin{cases} 4 = 2\sqrt{(x+2)(3-x)} \\ x \geq \frac{1}{2} \end{cases}$

$\begin{cases} (x+2)(3-x) = 4 \\ x \geq \frac{1}{2} \end{cases}$

$\begin{cases} x \geq \frac{1}{2} \\ 4 + x^2 - x - 6 = 0 \end{cases}$

$\begin{cases} x \geq \frac{1}{2} \\ x^2 - x - 2 = 0 \end{cases}$

$\begin{cases} x \geq \frac{1}{2} \\ \left[\begin{array}{l} x = 2 \\ x = -1 \text{ — не уд. усл. } x \geq \frac{1}{2} \end{array} \right. \end{cases}$

$x = 2$

211007111 (U800892 M1275058)

Черновик.

Математика 10 кл.

$5a^2+12ax+4ay+8x^2+8xy+4y^2=0$ точки A

$ax^2-2a^2x-ay+a^3+4=0$ – парабола, вершина в т. B

$y-3x=4$

$y=3x+4$

$y=(x-a)^2+\frac{4}{a}$

$\sqrt{\frac{1-2\sqrt{67}}{2}+2}-\sqrt{3-\frac{1-2\sqrt{67}}{2}}+3=2\cdot\sqrt{6+\frac{1-2\sqrt{67}}{2}-\left(\frac{1-2\sqrt{67}}{2}\right)^2}$

$\sqrt{\frac{5-2\sqrt{67}}{2}}-\sqrt{\frac{6-5+2\sqrt{67}}{2}}$

21007111 (U800892 M1275058)

Часть 2

Олимпиада: **Математика, 10 класс (2 часть)**

Шифр: **211007111**

ID профиля: **800892**

Вариант 11

1

Чистовик

Математика 10 кл.

№1

$$\begin{cases} \dfrac{4}{x^2+y^2} + x^2y^2 = 5 \quad (1) \\ x^4+y^4+3x^2y^2=20 \quad (2) \end{cases}$$

ОДЗ: $x^2+y^2 \neq 0$

(2): $(x^2+y^2)^2 + x^2y^2 = 20$

(2) − (1): $(x^2+y^2)^2 - \dfrac{4}{x^2+y^2} = 15 \quad | \cdot (x^2+y^2) \neq 0$

$(x^2+y^2)^3 - 15(x^2+y^2) - 4 = 0$

Замена: $t = x^2+y^2$, $t>0$

$t^3 - 15t - 4 = 0$

$t = 4$ – корень

$\cancel{t^3-15t-4}$

$\cancel{-t^3-}$

$$\begin{array}{l|l} t^3 + 0t^2 - 15t - 4 & t-4 \\ \hline -\ t^3 - 4t^2 & t^2+4t+1 \\ \hline \quad +4t^2 - 15t & \\ \quad -\ 4t^2 - 16t & \\ \hline \qquad t - 4 & \\ \qquad -\ t - 4 & \\ \hline \qquad\quad 0 & \end{array}$$

$(t-4)\cdot(t^2+4t+1) = 0$

$$\left[\begin{array}{l} t = 4 \\ t^2+4t+1 = 0 \qquad \frac{D}{4} = 2^2 - 1 = 3 \end{array}\right.$$

$$\left[\begin{array}{l} t = 4 \\ t = -2-\sqrt{3} \text{ – не уд. усл. } t>0 \\ t = -2+\sqrt{3} \text{ – не уд. усл. } t>0 \quad (\sqrt{3}<2) \end{array}\right.$$

Обратн. замена:

$x^2+y^2 = 4$

Подставим в (1) ~~(2)~~: $\cancel{4^2 + x^2y^2 = 20}$ $\frac{4}{4} + x^2y^2 = 5$

$\cancel{x^2y^2 = 4}$

$$\begin{cases} x^2+y^2 = 4 \\ \cancel{x^2+y}\ x^2y^2 = 4 \end{cases}$$

(2) Чистовик Математика 10 кл.

$$\begin{cases} x^2 = 4 - y^2 \\ x^2 y^2 = 4 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x^2 = 4 - y^2 \\ 4y^2 - y^4 - 4 = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x^2 = 4 - y^2 \\ (y^2 - 2)^2 = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x^2 = 2 \\ y^2 = 2 \end{cases}$$

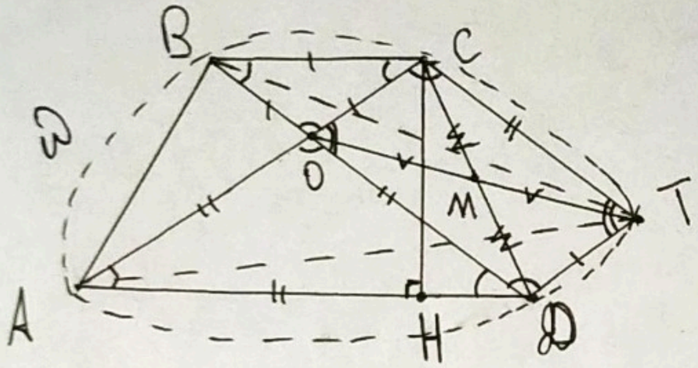
$$\left[\begin{array}{l} \begin{cases} x = \sqrt{2} \\ y = \sqrt{2} \end{cases} \\ \begin{cases} x = -\sqrt{2} \\ y = \sqrt{2} \end{cases} \\ \begin{cases} x = \sqrt{2} \\ y = -\sqrt{2} \end{cases} \\ \begin{cases} x = -\sqrt{2} \\ y = -\sqrt{2} \end{cases} \end{array} \right.$$

Ответ: $(-\sqrt{2}; -\sqrt{2})$; $(-\sqrt{2}; \sqrt{2})$; $(\sqrt{2}; -\sqrt{2})$; $(\sqrt{2}; \sqrt{2})$

3

Чистовик Математика 10 кл.

№3



а) 1. M — сер. ~~OD~~ CD, T симм. O относ. M, значит по св-ву симметрии $OM = MT$. Тогда $OCTD$ — параллелограмм по признаку, связанному с диагоналями.

2. $\angle BOC$ и $\angle COD$ — смежные, $\angle BOC = 60^\circ$ (ΔBOC — правильный по усл.), значит $\angle COD = 180^\circ - \angle BOC = 120^\circ$. По св-ву п-ма $\angle COD = \angle CTD = 120^\circ$, $\angle OCT = \angle ODT = 180^\circ - 120^\circ = 60^\circ$.

Значит $\angle BCT = \angle BCO + \angle OCT = 60^\circ + 60^\circ = 120^\circ$ и $\angle ADT = \angle ADO + \angle ODT = 60^\circ + 60^\circ = 120^\circ$.

3. $\angle CAD + \angle CTD = 60^\circ + 120^\circ = 180^\circ$, значит ч-к $ACTD$ — впис. по признаку. Аналогично $\angle CBD + \angle CTD = 180^\circ$, значит ч-к $BCTD$ — тоже впис. Заметим, что оба этих ч-ка впис. в окр-ть, к-рая является описанной для ΔCTD. Т.к. у ΔCTD только одна опис. окр-ть, точки A, B, C, T и D все ~~лен~~ лежат на одной окр-ти.

4. Рассмотрим ч-к $ABTD$. Он впис. по определению, значит по св-ву впис. ч-ка $\angle ABT + \angle ADT = 180^\circ$. $\angle ADT = 120^\circ$ (см. п. 2), значит $\angle ABT = 180^\circ - 120^\circ = 60^\circ$. Аналогично ч-к $ABCT$ — впис., $\angle BAT = 180^\circ - \angle BCT = 180^\circ - 120^\circ = 60^\circ$. По теореме о сумме углов Δ $\angle ABT + \angle BTA + \angle BAT = 60^\circ + \angle BTA + 60^\circ = 180^\circ$, $\angle BTA = 180^\circ - 120^\circ = 60^\circ$. Т.о., ΔABT — правильный, т.к. в нём все углы равны 60°, ч.т.д.

б) 1. По св-ву п-ма $OCTD$ $OD = CT = AD = 5$. По теореме косинусов для ΔBCT:

$$BT^2 = BC^2 + CT^2 - 2 \cdot \cos\angle BCT \cdot BC \cdot CT = 4 + 25 - 2 \cdot \cos 120^\circ \cdot 2 \cdot 5 = 29 + 20 \cdot \cos 60^\circ = 39$$

$$S_{\Delta ABT} = \frac{1}{2} \cdot \sin\angle ABT \cdot \underbrace{AB \cdot BT}_{AB = BT} = \frac{1}{2} \cdot \sin 60^\circ \cdot BT^2 = \frac{39\sqrt{3}}{4}$$

2. Проведём высоту CH в ΔACD. Рассм. ΔACH. $CH = AC \cdot \sin\angle CAH = (AO + OC) \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = (AD + BC) \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{7\sqrt{3}}{2}$

$$S_{ABCD} = \frac{AD + BC}{2} \cdot CH = \frac{2+5}{2} \cdot \frac{7\sqrt{3}}{2} = \frac{49\sqrt{3}}{4}$$

④ Чистовик Математика 10 кл.

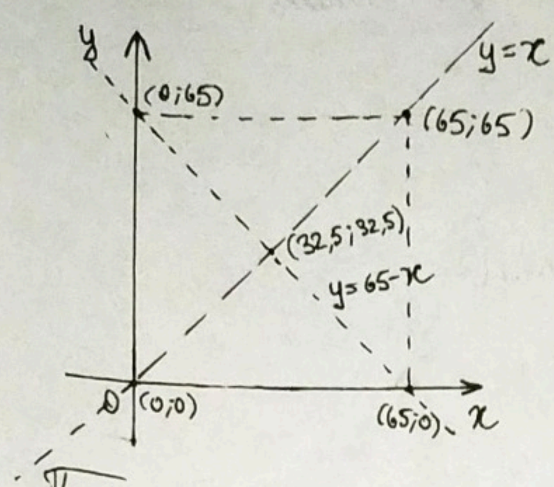
S_{ABT} $\frac{S_{\triangle ABT}}{S_{ABCD}} = \frac{\frac{39\sqrt{3}}{4}}{\frac{49\sqrt{3}}{4}} = \frac{39}{49}$

Ответ: ~~а)~~ б) $\frac{39}{49}$

211007111 (U800892 M1275059)

(5) Чистовик Математика 10 кл.

№2



Заметим, что точки находятся на прямой, параллельной одной из осей координат, если у них равны абсциссы или ординаты.

Рассмотрим узел сетки, находящийся внутри квадрата. Для него найдётся 63 узла с такой же абсциссой и 63 узла с такой же ординатой (внутри квадрата всего $64 \cdot 64 = 4096$ узлов, по 64 в строках и столбцах).

Прямая $y=x$ проходит через 64 узла ((1;1), (2;2), ... (64;64)), а прямая $y=65-x$ тоже ((1;64), (2;63), ..., (64;1)). Они пересекаются в точке (32,5; 32,5), поэтому узла, который принадлежит обеим прямым нет.

Посчитаем, сколько есть пар узлов, ~~находящихся на~~ каждый из к-рых принадлежит разной прямой. Для узла, находящегося на одной из прямых есть 2 узла с той же абсциссой или ординатой, к-рые принадлежат другой прямой, поэтому всего таких пар $\frac{64 \cdot 62}{2} = 1920$.

Пар узлов, в к-рых каждый узел принадлежит одной и той же прямой

$$2 \cdot \left(\frac{64 \cdot 63}{2}\right) = 4032.$$

для обеих прямых $y=x$ и $y=65-x$

Пар узлов, в к-рых один принадлежит одной из диагоналей, а другой нет, всего

$$\underbrace{2}_{\text{для обеих диагоналей}} \cdot \Big(\underbrace{64}_{\text{выбираем 1 из 64}} \cdot \big(\underbrace{4096}_{\text{всего}} - \underbrace{63}_{\text{на той же диагонали}} - \underbrace{64}_{\text{на другой}} - \underbrace{(63+63-2)}_{\text{всего точек с такой же абсциссой или ординатой, с учётом уже учтённых, принадлежащих другой прямой}} - \underbrace{1}_{\text{сама точка}}\big)\Big) = 128 \cdot (4096 - 252) = 128 \cdot 3844 = 492032$$

$$\begin{array}{r} 3844 \\ \times\ 128 \\ \hline 30752 \\ +\ 7688 \\ +\ 3844 \\ \hline 492032 \end{array}$$

(6) Чистовик Математика 10 кл.

Итого: $1920+4032+492032=497984$ ~~способов~~ способа.

Ответ: 497984 способа.

211007111 (U800892 M1275059)

математика 10 кл.

$$\begin{cases} \dfrac{4}{x^2+y^2}+x^2y^2=5 \\ x^4+y^4+3x^2y^2=20 \end{cases}$$

$(x^2+y^2)^2+x^2y^2=20$

$(x^2+y^2)^2-\dfrac{4}{x^2+y^2}=15 \quad |\cdot(x^2+y^2)\neq0$

$(x^2+y^2)^3-15(x^2+y^2)-4=0$

$t^3-15t-4=0$

$t=4$ - корень

$$\begin{array}{r|l} t^3-15t-4 & t-4 \\ \hline -\;t^3-4t^2 & t^2+4t+1 \\ \cancel{-11t}-4 & \\ +4t^2-15t & \\ -\;4t^2-16t & \\ t-4 & \\ -\;t-4 & \\ 0 & \end{array}$$

$(t^2+4t+1)(t-4)=t^3+4t^2+t-4t^2-16t-4=$

$=$

$(t^2+4t+1)(t-4)=0$

$\frac{D}{4}=2^2-1=3$

$t=-2-\sqrt{3}$ - не уд. усл. $t\geq0$

$t=-2+\sqrt{3}$ - не уд. усл. $t\geq0$

$$\begin{cases} x^2+y^2=4 \\ x^2y^2=4 \end{cases} \qquad \begin{array}{l} x^2=4-y^2 \\ 4y^2-y^4-4=0 \end{array}$$

$(y^2-2)^2=0$

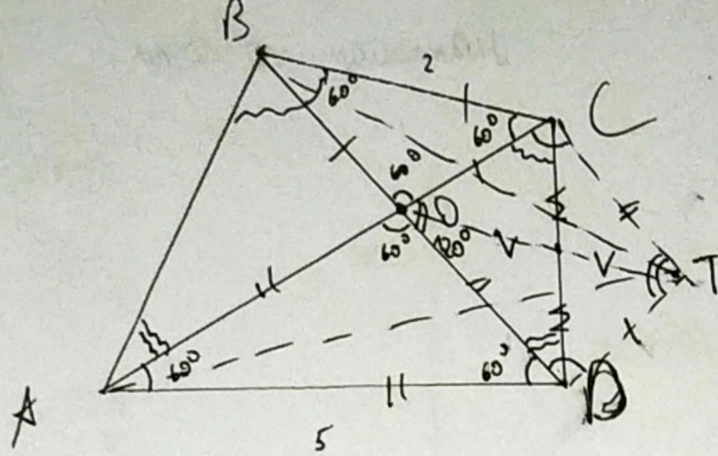
$- \cancel{a^2}-4a+4=0$

$y^2=2$

$x^2=2$

Ответ: $(\sqrt{2};\sqrt{2})$; $(\sqrt{2};-\sqrt{2})$; $(-\sqrt{2};\sqrt{2})$; $(-\sqrt{2};-\sqrt{2})$

математика 10 кл.



а) Вычис. ч-ки ABCT

и

ABTD

б)

По т. cos для △ BCT:

$BC = 2$

$AD = 5$

$BT^2 = BC^2 + CT^2 - 2\cos 120° \cdot BC \cdot CT$

$BT^2 = 4 + 25 + 2 \cdot \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 5$

$BT^2 = 39$

$BT = \sqrt{39}$

$S_{ABT} = \frac{\sqrt{3} \cdot \sqrt{39}}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \sqrt{39} = \frac{39\sqrt{3}}{4}$

$S_{ABCD} = \frac{2+5}{2} \cdot \left(\frac{\sqrt{3} \cdot 2}{2} + \frac{\sqrt{3} \cdot 5}{2} \right) = \cancel{\frac{4}{4} \cdot (1+\sqrt{3}) = \frac{4+4\sqrt{3}}{4}} = \frac{7}{2} \cdot \frac{7\sqrt{3}}{2} =$

$= \frac{49\sqrt{3}}{4}$

$\frac{S_{ABT}}{S_{ABCD}} = \frac{39}{49}$

$7^2 - \left(\frac{7}{2}\right)^2 = CH^2$

$\frac{3 \cdot 49}{4} = CH^2$

$CH = \frac{7\sqrt{3}}{2}$

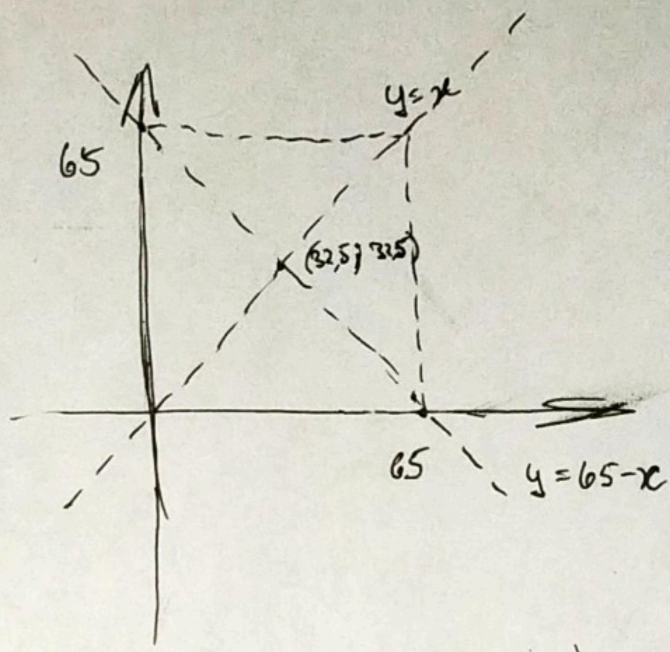
211007111 (U800892 M1275059)

математика юнл.

$$\begin{array}{r} \times\ 32 \\ 63 \\ \hline 96 \\ 192\ \\ \hline 2016 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \times\ 3842 \\ 64 \\ \hline 15368 \\ 23052\ \\ \hline 245888 \end{array}$$

$64^2 = 2^{12} = 4096$



63 с той же ординатой

1;1 2;2 3;3 ... 64;64

$\underbrace{\qquad\qquad\qquad}_{64}$

63 с той же абсциссой

1;64 2;63 3;62 ... 64;1

$\underbrace{\qquad\qquad\qquad}_{64}$

$y = x$: $\cancel{64 \cdot (4096 - 126 - 1)}$ $\quad \frac{64 \cdot 63}{2} + 64 \cdot (4096 - \overset{-64}{63} - 126 - 1)$

$y = 65 - x$: $\frac{64 \cdot 63}{2} + 64 \cdot (4096 - 63 - 64 - 126 - 1)$

точки с той же диагонали

всего

точки на той же диагонали

точки с другой диагонали

точки же

сама точка

с той абсциссой или ординатой

$\frac{64 \cdot 64^2}{2} = 2^{11} = \cancel{2048}$ 1920

+

$$\begin{array}{r} +\ 245888 \\ 2016 \\ \hline 247904 \end{array}$$

~~494856~~

$2 \cdot (32 \cdot 63 + 64 \cdot 3842) = 2 \cdot (2016 + 245888) = 2 \cdot 247904 =$

$497728 \longleftarrow = 495808$