Часть 1

Олимпиада: **Математика, 10 класс (1 часть)**

Шифр: **211006930**

ID профиля: **363341**

Вариант 11

Математика 10 кл Чистовик

№ 2. $\sqrt{x+2} - \sqrt{3-x} + 3 = 2\sqrt{6+x-x^2}$

ОДЗ: $x \geq -2$ $\quad 6+x-x^2 \geq 0$

$x \leq 3$ $\quad x \in [-2; 3]$

$\exists$ $\sqrt{x+2} = a$

$\sqrt{3-x} = b$, тогда $\sqrt{6+x-x^2} = ab$

$a - b + 3 = 2ab$

$(a-b)^2 = (2ab-3)^2$

$4a^2b^2 - a^2 - b^2 + 9 = 12ab - 2ab$

$(4a^2b^2 - a^2 - b^2 + 9)^2 = 100a^2b^2$

вернёмся к замене переменной

$a^2 = x+2$ на ОДЗ.

$b^2 = 3-x$

$(4(6+x-x^2) - x - 2 - 3 + x + 9)^2 = 100(6+x-x^2)$

$16(x^4 - 2x^3 - 13x^2 + 14x + 49) = 600 + 100x - 100x^2$

$16x^4 - 32x^3 - 108x^2 + 124x + 184 = 0$

$x = 2$ - корень $\sqrt{4} - \sqrt{1} + 3 = 2\sqrt{4}$

$$
\begin{array}{l|l}
16x^4 - 32x^3 - 108x^2 + 124x + 184 & x-2 \\
\hline
-\underline{16x^4 - 32x^3} & 16x^3 - 108x - 92 \\
\quad 0 \quad -108x^2 + 124x & \\
\quad\quad -\underline{-108x^2 + 216x} & \\
\quad\quad\quad -92x + 184 & \\
\quad\quad\quad -\underline{-92x + 184} & \\
\quad\quad\quad\quad 0 &
\end{array}
$$

$16x^3 - 108x - 92 = 0$

$x = -1$ - корень

Математика 10кл Чистовик

$$16x^3 - 108x - 92 \;\Big|\; \frac{x+1}{16x^2 - 16x - 92}$$

$$-\,16x^3 - 16x^2$$

$$-16x^2 - 16x$$

$$-92x - 92$$

$$-92x - 92$$

$$0$$

$16x^2 - 16x - 92 = 0 \quad | : 16$

$x^2 - x - 5{,}75 = 0$

$\sqrt{D} = \sqrt{1+23} = \sqrt{24}$

$$\left[\begin{array}{l} x = \frac{1+\sqrt{24}}{2} \\ x = \frac{1-\sqrt{24}}{2} \end{array}\right.$$

Проверим корни подстановкой

1) $x = 2 \quad \sqrt{4} - \sqrt{1} + 3 = 2\sqrt{6+2-4} \Rightarrow 4 = 4$ верно

2) $x = -1 \quad \sqrt{1} - \sqrt{4} + 3 = 2\sqrt{6-1-1} \quad 2 = 4$ не верно

3) $x = \frac{1-\sqrt{24}}{2} \quad \sqrt{\frac{1-\sqrt{24}}{2} + \frac{4}{2}} - \sqrt{\frac{6}{2} - \frac{1-\sqrt{24}}{2}} + 3 = 2\sqrt{\frac{1}{4}}$

$\sqrt{\frac{5-\sqrt{24}}{2}} - \sqrt{\frac{5+\sqrt{24}}{2}} = 1 - 3$ в квадрат

$5 > \sqrt{24}$

т.к. $\sqrt{25} > \sqrt{24}$

$\frac{5-\sqrt{24}}{2} - 2\sqrt{\frac{25-24}{4}} + \frac{5+\sqrt{24}}{2} = 4$

$5 - 2 \cdot \frac{1}{2} = 4$ - верно

(возведение в квадрат верно т.к $\sqrt{\frac{5-\sqrt{24}}{2}} < \sqrt{\frac{5+\sqrt{24}}{2}}$)

4) $x = \frac{1+\sqrt{24}}{2} \quad \sqrt{\frac{5+\sqrt{24}}{2}} - \sqrt{\frac{5-\sqrt{24}}{2}} = -2$

$\sqrt{\frac{5+\sqrt{24}}{2}} > \sqrt{\frac{5-\sqrt{24}}{2}}$, значит разность > 0

$0 = -2$, неверно

2

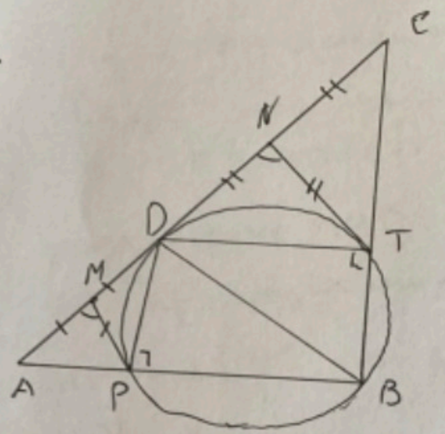
$x = 2 \in ОДЗ$

$0 > \frac{1-\sqrt{24}}{2} > \frac{1-5}{2} \in ОДЗ$

Ответ: 2 или $\frac{1-\sqrt{24}}{2}$

Математика 10кл Чистовик

№1.



Дано:

$D \in AD$

Окр (диам BD) $\cap AB = P$

окр (диам BD) $\cap BC = T$

M, N - середины AD и CD

$PM \parallel TN$

Найти: $\angle ABC$

Найти: S_{ABC}, если $MP = \frac{1}{2}$, $NT = 2$, $BD = \sqrt{3}$

Решение: 1) Проведём DP и DT, т.к P и T лежат на окр и $\angle DPB, \angle DTB$ опираются на диаметр, то углы равны по $90°$, значит смежные с ними углы $\angle CTD$ и $\angle DPA$, тоже по $90°$

2) Рассмотрим $\triangle ADP$ и $\triangle CTD$, PM и TN - медианы из прямого угла, значит $PM = \frac{1}{2} AD$, $TN = \frac{1}{2} CD$

3) т.к $NT \parallel MP$, $\angle TNM + \angle PMN = 180°$ как внутренние углы, значит $3\angle \cancel{NDT}\ DNT = \alpha$, тогда $\angle NDT = \frac{180° - \alpha}{2}$

$\cancel{\angle MDP}$ $\angle DMP = 180° - \alpha$, значит $\angle MDP = \frac{180° - (180° - \alpha)}{2}$

т.к $\triangle MDP$ и $\triangle NDT$ - р/б

4) $\angle TDP = 180° - \left(\frac{180° - \alpha}{2}\right) - \left(\frac{180° - (180° - \alpha)}{2}\right) = 90°$

тогда во вписанном четырёхугольнике $DTBP$: $\angle TBP = 180° - \angle TDP = 90°$, $\angle TBP = \angle ABC$, значит $\angle ABC = 90°$

3

Чистовик Математика 10 кл.

5) т.к из $\angle TBP$ лежащего на окружности TP видно под углом $90°$, то TP - тоже диаметр $TP = BD = \sqrt{3}$

6) в ~~р~~ прям. тр-ке TBP з $TB = x$, $BP = y$

$DTBP$ - прямоугольник (все углы по $90°$)

7) $\triangle AMP \sim \triangle DNT$ по двум углам $k = 4$, тогда

$AP = \frac{DT}{4} = \frac{y}{4}$

$\triangle MDP \sim \triangle CNT$ по двум углам, $k = 4$ тогда

$CT = 4DP = 4x$, по т. Пифагора для $\triangle ABC$: $\angle B = 90°$

$\left(y + \frac{y}{4}\right)^2 + (x + 4x)^2 = (AD + DC)^2$ $\quad AD = 2 \cdot MP = \cancel{2}\,1$

$DC = 2 \cdot NT = 4$

По т. Пифагора для $\triangle TBP$: $\angle B = 90°$

$x^2 + y^2 = TP^2 \qquad TP = \sqrt{3}$

$$\begin{cases} \left(\frac{5}{4}y\right)^2 + (5x)^2 = 5^2 \\ x^2 + y^2 = 3 \end{cases} \qquad \begin{cases} \frac{1}{16}y^2 + x^2 = 1 \\ y^2 + x^2 = 3 \end{cases}$$

$\frac{15}{16}y^2 = 2$

$y^2 = \cancel{\frac{8}{3}}\ \frac{32}{15} \qquad y = \frac{4\sqrt{2}}{\sqrt{15}}$

$x^2 = \cancel{\frac{4}{3}}\ \frac{13}{15} \qquad x = \cancel{\frac{4}{3}}\ \frac{\sqrt{13}}{\sqrt{15}}$

$S_{ABC} = \frac{1}{2}\left(\frac{5}{4}y\right)5x$

$S_{ABC} = \frac{1}{2} \cdot \frac{5}{4} \cdot 5 \cdot \frac{4\sqrt{2}}{\sqrt{15}} \cdot \frac{\sqrt{13}}{\sqrt{15}} = \cancel{\frac{50\sqrt{2}}{24}} = \cancel{\frac{25\sqrt{2}}{12}}$

$= \frac{25}{8} \cdot \frac{4\sqrt{26}}{15} = \frac{5\sqrt{26}}{6}$

Ответ: $\angle ABC = 90°$

$S_{ABC} = \cancel{\frac{25\sqrt{2}}{12}}\ \frac{5\sqrt{26}}{6}$

11

$\sqrt{x+2} - \sqrt{3-x} + 3 = 2\sqrt{6+x-x^2}$

$x^2 - x - 6 = 0$

$\left[\begin{array}{l} x=3 \\ x=-2 \end{array}\right.$ $\quad x \in [-2; 3]$

$x+2 = a$

$3-x = b$

$6+x-x^2 = (3-x)(2+x)$

$\sqrt{a} - \sqrt{b} + 3 = 2\sqrt{ab}$ $\quad \sqrt{a}$

$\sqrt{a} - 2\sqrt{ab} - \sqrt{b} + 3 = 0$

$a - b + 3 = 2ab$ $\quad a = \sqrt{x+2}$

$b = \sqrt{3-x}$

$a - 2ab = b - 3$

$a(1-2b) = b-3$

$a = \frac{b-3}{1-2b}$

$\frac{b-3}{1-2b} - b + 3 = 2\left(\frac{b-3}{1-2b}\right)b$

$\cancel{\frac{b-3-b+2b^2+3-6b}{1-2b} = 2b}$

$a - b = 2ab - 3$

$a^2 - 2ab + b^2 = 4a^2b^2 - 12ab + 9$

$4a^2b^2 \cancel{10ab} - a^2 - b^2 + 9 = 10ab$

$4(6+x-x^2) - x - 2 - 3 + x + 9 = 10ab$

$24 + 4x - 4x^2 + 4 = 10ab$

$28 + 4x - 4x^2 = 10ab$

$(4(-x^2+x+7))^2 = 100(6+x-x^2)$

$(-x^2+x+7)(-x^2+x+7)$

$x^4 - x^3 - 7x^2 - x^3 + x^2 + 7x$

$-7x^2 + 7x + 49$

$(x^4 - 2x^3 - 13x^2 + 14x + 49)16$

$\shortparallel$

$600 + 100x - 100x^2$

$$\sqrt{\frac{5+\sqrt{24}}{2}} - \sqrt{\frac{5-\sqrt{24}}{2}} = 2\sqrt{6+\frac{1+\sqrt{24}}{2} - \left(\frac{1+\sqrt{24}}{2}\right)^2 - 3}$$

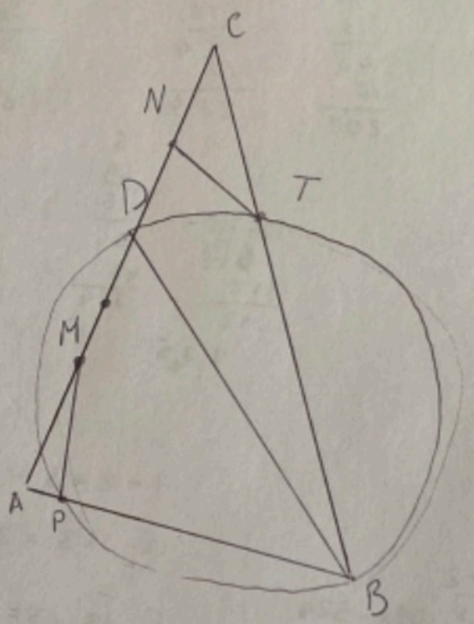
$$\frac{13+\sqrt{24}}{2} - \frac{24+1+2\sqrt{24}}{4}$$

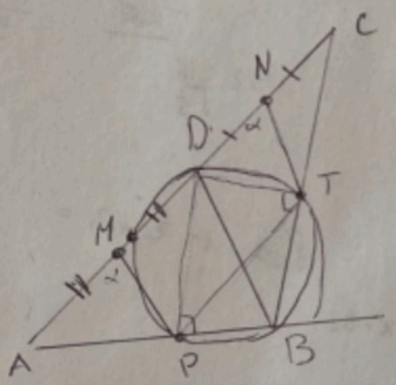
$$\frac{26+2\sqrt{24}-24-1-2\sqrt{24}}{4} = \frac{1}{4}$$

$$\begin{cases} \left(x\left(\frac{5}{4}\right)\right)^2 + (y \cdot 5)^2 = 25 \\ x^2 + y^2 = 3 \end{cases}$$

$$\frac{25}{16}x^2 + 25y^2 = 25$$

$$x^2 + y^2 = 3$$


C
N
T
D
M
A
P
B


C
N
D
T
M
A
P
B

$16x^4 - 32x^3 - 108x^2 + 224x + 49 \cdot 16 = 0$

~~$x^4 - 2x^3 - 6{,}75x^2 + 14x + 49 = 0$~~

$16x^4 - 32x^3 - 108x^2 + 124x + 184 = 0$

$1x^4 - 2x^3 - 6{,}75x^2 + 7{,}75x + 11{,}5$

$16 - 16 - 6{,}75 \cdot 4 + 7{,}75 \cdot 2$

$6{,}75 \cdot 4 = 27{,}00$

$7{,}75 \cdot 2 = 15{,}5$

$15{,}5 + 11{,}5 = 27$

$16 \cdot 13 = 208$

$14 \cdot 16 = 224$

$108 : 16 = 6{,}75$

$124 : 16 = 7{,}75$

$49 \cdot 16 = 784$

$184 : 16 = 11{,}5$

$1 - 2 + 3 = 2 \cdot 2$

$2 - 1 + 3 = 2 \cdot 2$

$\sqrt{2} - \sqrt{3} + 3 = 2\sqrt{6}$

$(16x^4 - 32x^3 - 108x^2 + 124x + 184) : (x - 2) = 16x^3 - 108x - 92$

$-(16x^4 - 32x^3)$

$-108x^2 + 124x$

$-(-108x^2 + 216x)$

$-92x + 184$

$216 - 124 = 92$

$92 : 16 = 5$

$16x^3 - 108x - 92 = 0$

$6 - 2 = 2$

$x^3 - 6{,}75x - 5{,}75 = 0$

$1 - 2 + 3 =$

$(16x^3 - 108x - 92) : (x + 1) = 16x^2 - 16x - 92$

$-(16x^3 + 16x^2)$

$-16x^2 - 108x$

$-(-16x^2 - 16x)$

$-92x - 92$

$x^2 - x - 5{,}75 = 0$

$D = \sqrt{1 + 23} = \sqrt{24}$

$\frac{1 \pm \sqrt{24}}{2}$

$\sqrt{24} \sim 5$

$1-$

$\sqrt{\frac{1+\sqrt{24}}{2} + 2} - \sqrt{3 - \frac{1+\sqrt{24}}{2}} + 3 = 2\sqrt{}$

$\sqrt{\frac{5+\sqrt{24}}{2}} - \sqrt{\frac{5-\sqrt{24}}{2}} + 3 = 2 \cdot \frac{1}{2}$

$\sqrt{\frac{5-\sqrt{24}}{2}} - \sqrt{\frac{5+\sqrt{24}}{2}} + 3 = 2 \cdot \frac{1}{2}$

(!) $\sqrt{\frac{5-\sqrt{24}}{2}} - \sqrt{\frac{5+\sqrt{24}}{2}} = -2$

$\frac{5-\sqrt{24}}{2} - 2\sqrt{\frac{25-24}{4}} + \frac{5+\sqrt{24}}{2} = 4$ ✓

$45 - 32$

$\frac{25}{8} \cdot \frac{4\sqrt{26}}{15} = \frac{20\sqrt{26}}{8 \cdot 3} = \frac{5\sqrt{26}}{6}$

$\frac{25}{16} y^2 + 25x^2 = 25$

$y^2 + x^2 = 3$

$\frac{1}{16} y^2 + x^2 = 1$

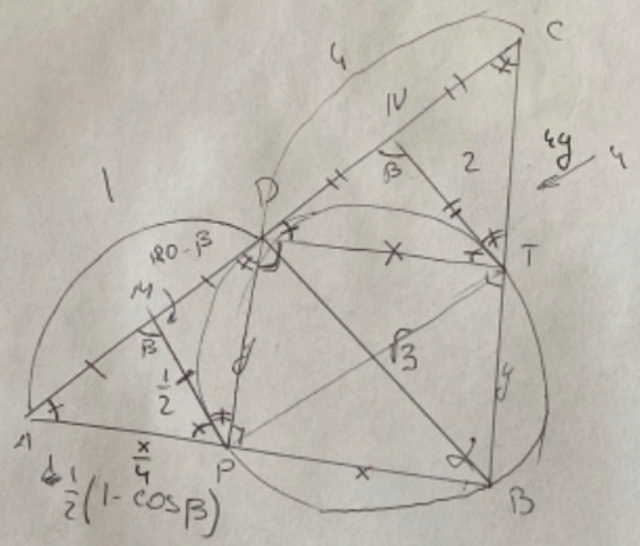
$\cancel{y} \quad \frac{15}{16} y^2 = 2$

$y^2 = \frac{32}{15} \qquad y = \frac{4\sqrt{2}}{\sqrt{15}}$

$x^2 = \frac{13}{15} \qquad x = \frac{\sqrt{13}}{\sqrt{15}}$

$\frac{\cancel{25}^{5}}{\cancel{16}} \cdot \frac{\cancel{32}^{2}}{\cancel{15}_{3}} + \cancel{25}^{5} \cdot \frac{13}{\cancel{15}_{3}}$

$\frac{10}{3} + \frac{65}{3} = \frac{75}{3}$



$\angle ABC$ - ?

$\alpha = f + ff$

$x \cdot y$ - ?

$x^2 + y^2 = 3$

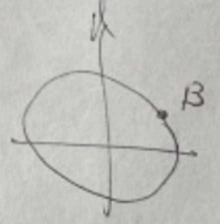
$\frac{180-\beta}{2} = f$

$\frac{180-(180-\beta)}{2} = ff$

$\frac{180-\beta}{2} + \frac{\beta}{2} = f + ff$

$\alpha = 90^\circ$

$\cos(180-\beta)$



$y = 2\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^2 - 2\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^2\cos(180-\beta)$

$x = 2\cdot 2^2 - 2\cdot 2^2 \cos\beta$

$\frac{1}{2}(1+\cos\beta)\cdot \overset{8}{\cancel{2}}(1-\cos\beta)$

$4(1-\cos^2\beta)$

211006930 (U363341 M1276596)

Часть 2

Олимпиада: **Математика, 10 класс (2 часть)**

Шифр: **211006930**

ID профиля: **363341**

Вариант 11

Математика 10кл. Чистовик

1

№4. $\begin{cases} \frac{4}{x^2+y^2} + x^2y^2 = 5 \\ x^4+y^4+3x^2y^2 = 20 \end{cases}$

$x^4+y^4+3x^2y^2 = (x^2+y^2)^2 + x^2y^2$

$x^2y^2 = 5 - \frac{4}{x^2+y^2}$

$\exists\ x^2+y^2 = t$, тогда $t \geq 0$

$t^2 + 5 - \frac{4}{t} = 20 \quad | \cdot t$

$t^3 - 15t - 4 = 0$

$t(t^2-15) = 4$

$t = 4$ - корень

$$\begin{array}{r|l} t^3 - 15t - 4 & t-4 \\ \hline -\ t^3 - 4t^2 & t^2+4t+1 \\ 4t^2 - 15t & \\ -\ 4t^2 - 16t & \\ t - 4 & \end{array}$$

$t^2+4t+1=0$

$D = 4^2 - 4$, $\sqrt{D} = \sqrt{12} = 2\sqrt{3}$

$\left[\begin{array}{l} t = \frac{-4-2\sqrt{3}}{2} \\ t = \frac{-4+2\sqrt{3}}{2} \end{array}\right.$

вспомним, что $t \geq 0$

$\frac{-4-2\sqrt{3}}{2} < 0$

$\frac{-4+2\sqrt{3}}{2} \vee 0$

$2\sqrt{3} \vee 4$

$\sqrt{3} < 2$, тогда

$\frac{-4+2\sqrt{3}}{2} < 0$

значит $t = 4$

$\begin{cases} \frac{4}{4} + x^2y^2 = 5 \\ 4^2 + x^2y^2 = 20 \end{cases}$

$x^2y^2 = 4$

$\left[\begin{array}{l} xy = 2 \\ xy = -2 \end{array}\right.$, тогда решение

системы сводится к:

$\left[\begin{array}{l} \begin{cases} t = x^2+y^2 = 4 \\ xy = 2 \end{cases} \\ \begin{cases} x^2+y^2 = 4 \\ xy = -2 \end{cases} \end{array}\right.$

1) $x \neq 0 \quad y = \frac{2}{x}$

$x^2 + \frac{4}{x^2} = 4$

$x^4 - 4x^2 + 4 = 0$

$(x^2-2)^2 = 0$

$x^2 = 2$

$\left[\begin{array}{ll} x = \sqrt{2} & y = \sqrt{2} \\ x = -\sqrt{2} & y = -\sqrt{2} \end{array}\right.$

продолжение на листе 2.

Математика 10кл Чистовик

2

г) $\begin{cases} x^2+y^2=4 \\ xy=-2 \end{cases}$ $x \neq 0$ $y=-\frac{2}{x}$

$x^2+\frac{4}{x^2}-4=0$

$(x^2-2)^2=0$

$x^2=2$

$\left[\begin{array}{ll} x=\sqrt{2} & y=-\sqrt{2} \\ x=-\sqrt{2} & y=\sqrt{2} \end{array}\right.$

Проверим решения подстановкой

$(\sqrt{2}, \sqrt{2})$

$\begin{cases} \frac{4}{2+2}+2\cdot 2=5 \\ 4+4+12=20 \end{cases}$ верно

$(-\sqrt{2}, -\sqrt{2})$

$\begin{cases} \frac{4}{2+2}+2\cdot 2=5 \\ 4+4+12=20 \end{cases}$ верно

$(-\sqrt{2}; \sqrt{2})$

$\begin{cases} \frac{4}{2+2}+2\cdot 2=5 \\ 4+4+12=20 \end{cases}$ верно

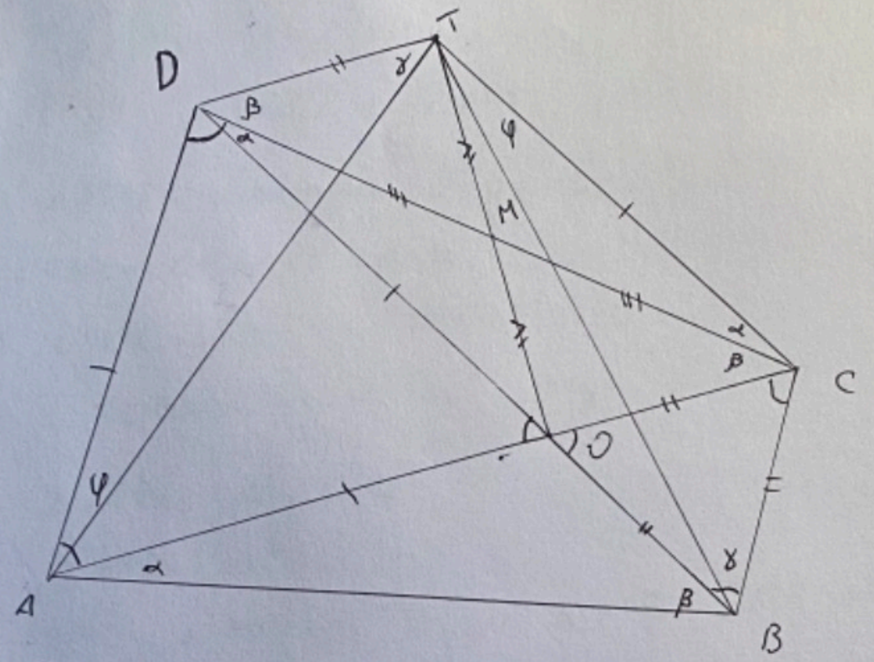
$(+\sqrt{2}; -\sqrt{2})$

$\begin{cases} \frac{4}{2+2}+2\cdot 2=5 \\ 4+4+12=10 \end{cases}$ верно

Ответ: $(\sqrt{2}; \sqrt{2})$, $(-\sqrt{2}; -\sqrt{2})$, $(-\sqrt{2}; \sqrt{2})$, $(\sqrt{2}, -\sqrt{2})$

Математика 10 кл Чистовик.

№6



Дано: ABCD - выпуклый $AC \cap BD = O$, $\triangle AOD$ и $\triangle BOC$ - правильные. O симметрична T относительно середины CD (точки M) ∃ $\angle OAB = \alpha$, $\angle OBA = \beta$

Д-ть: $\triangle ABT$ - правильный

Найти: $\frac{S_{ABT}}{S_{ABCD}}$, если $BC = 2$, $AD = 5$

Решение (Д-во): 1) т.к T симметрична O, относительно M, то $OM = MT$ и $M \in OT$, тогда в DTCO диагонали точкой пересечения (M) делятся пополам, значит DTCO - пар-мм.

2) $\triangle AOB = \triangle DOC$ по двум сторонам и углу ($AO = DO$, $CO = OB$, $\angle DOC$ и $\angle BOA$ - вертикальные) $\triangle DOC = \triangle DTC$ т.к DTCO - пар-мм.

3

продолжение на листе 4

Чистовик. Математика 10кл

3) т.к $BC = DT$, $TC = AD$, $\angle TCB = \alpha + \beta + 60^\circ = \angle TDA$, то по двум сторонам и углу $\triangle TCB = \triangle TDA$, тогда $\angle TBC = \gamma = \angle ATD$, $\angle DAT = \varphi = \angle BTC$

4) $\angle AOB$ - смежный с углом $\angle DOA = 60^\circ$, тогда
$\angle OAB + \angle OBA = 60^\circ = \alpha + \beta$

5) $\angle DTC = \angle DOC = \angle AOB = 120^\circ$

6) $\angle TCB = 60^\circ + \alpha + \beta = 120^\circ$, тогда в $\triangle TCB$ $\gamma + \varphi = 180^\circ - 120^\circ = 60^\circ$

7) $\angle ATB = 120^\circ - \gamma - \varphi$

$\angle ATB = 120^\circ - 60^\circ = 60^\circ$

т.к $\triangle ADT = \triangle TCB$, то $AT = TB$, $\angle ATB = 60^\circ$, значит $\triangle ATB$ - правильный (р/б с углом 60°), ч.т.д.

8) $S_{ABCD} = d_1 \cdot d_2 \cdot \sin 60^\circ \cdot \frac{1}{2}$

$d_1 = 2+5$

$d_2 = 2+5$

$S_{ABCD} = \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot 49 = \frac{49\sqrt{3}}{4}$

9) в $\triangle AOB$ по т косинусов

$AB^2 = 2^2 + 5^2 - 2 \cdot 2 \cdot 5 \cos 120^\circ = 4 + 25 + 20 \cos 60^\circ = \sqrt{39}$

10) в правильном тр-ке со стороной a площадь равна $\frac{\sqrt{3}a^2}{4}$, тогда $S_{ABT} = \frac{\sqrt{3} \cdot 39}{4}$

11) $\frac{S_{ABT}}{S_{ABCD}} = \frac{\sqrt{3} \cdot 39 \cdot 4}{\sqrt{3} \cdot 49 \cdot 4} = \frac{39}{49}$

Ответ: $\frac{S_{ABT}}{S_{ABCD}} = \frac{39}{49}$

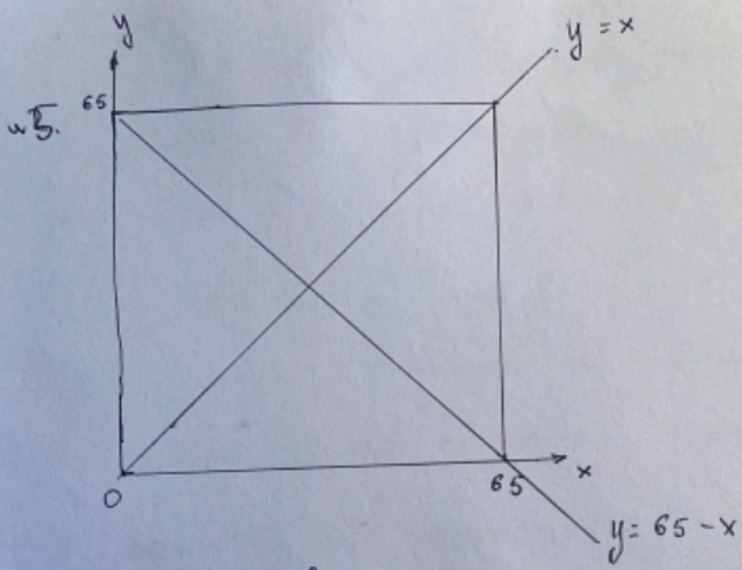
4

Математика 10 кл

Чистовик

5

№5.



1) Внутри квадрата находится 64^2 узлов.

2) Каждой прямой ($y=x$ и $y=65-x$) принадлежит по 64 узла

3) прямые пересекаются в точке $(32{,}5, 32{,}5)$ значит - пересекаются не в узле.

4) Пусть из двух узлов один принадлежит $y=x$, а другой не принадлежит $y=65-x$, тогда выберем первый узел 64-мя способами, из оставшихся 64^2-1 узлов нельзя выбрать узел с той же абсциссой или ординатой, поэтому из рассмотрения уходят $63\cdot 2$ узла, т.к из предположения второй узел не лежит на $y=65-x$, то мы должны убрать ещё 62 узла. (62, а не 64, потому что два узла попали к узлам с одинаковой абсциссой (ординатой), тогда вариантов для нашего предположения $64\cdot(64^2-1-62-2\cdot 63)$

продолжение на листе 6

Чистовик Математика 10 кл.

5) $\exists$ из двух узлов один принадлежит $y=65-x$, а второй не принадлежит $y=x$, тогда получим столько же вариантов сколько и в пункте 4 и т.к в пункте 4 не было узла на $y=65-x$, а теперь он точно есть, ~~⇒~~ пункт 5 не пересекается с п. 4. $64\cdot(64^2-3\cdot 63)$

6) $\exists$ один узел принадлежит $y=65-x$, а другой принадлежит $y=x$, тогда выберем первый 64-мя способами, останется выбрать второй (62 мя) потому что у двух узлов из $y=x$ будут одинаковые абсциссы/ординаты с первым выбранным узлом, тогда $64\cdot(64-2)$

7) Каждый из случаев (п4, п5, п6) - независимы и ~~не~~ четвёртого случая нет, значит ответ - сумма случаев

$$2\cdot 64\cdot(64^2-3\cdot 63)+64\cdot 62=$$
$$=128\cdot(4096-189)+3968=$$
$$=500096+3968=504064$$

Ответ: 504064 способов.

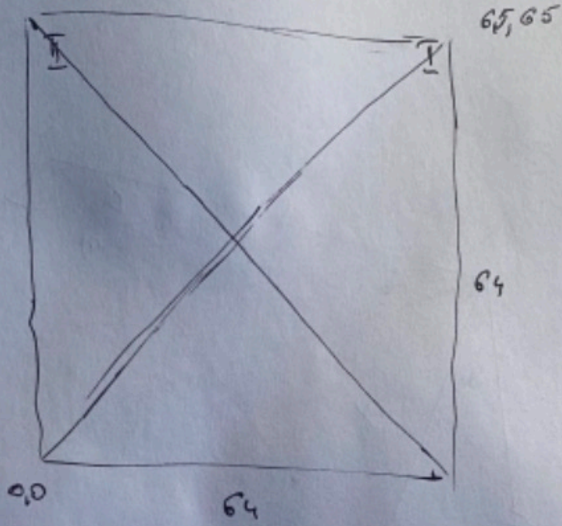
6

$$\frac{4}{-2-\sqrt{3}} + x^2y^2 = 5$$

$$x^2y^2 = 5 + \frac{4}{2+\sqrt{3}}$$

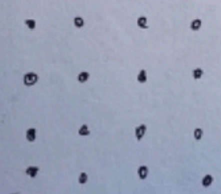
$$x^2 + y^2 = \pm\sqrt{\frac{14+5\sqrt{3}}{2+\sqrt{3}}}$$

$$x^2+y^2 = -2-\sqrt{3}$$



0 1 2 3

64^2 узлов



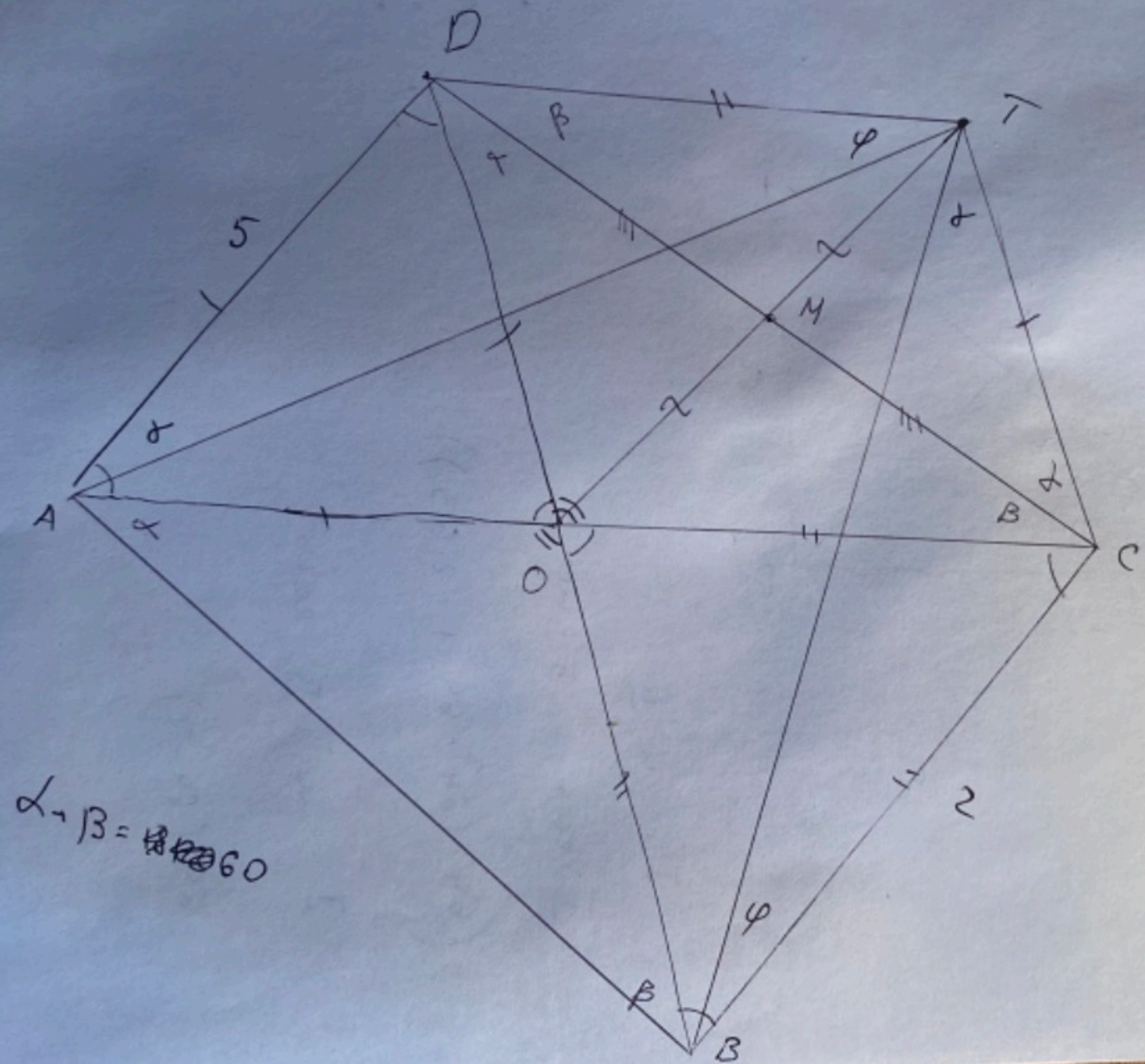
I и II

I есть II - нет

$$2\left(64\cdot\left(64^2-64-1-2\cdot 63\right)\right)$$

I и II есть

$$64(64-2)$$



$7 \cdot 7 \cdot \sin 60^\circ$

$\gamma + \varphi = 60^\circ$

$\angle ATB = 60$

$AT = BT$ ✓

$\frac{S_{ABT}}{S_{ABCD}}$

$\alpha + \beta = 60$

$$\begin{cases} \dfrac{4}{x^2+y^2} + x^2y^2 = 5 \\ x^4 + y^4 + 3x^2y^2 = 20 \end{cases}$$

$$(x^2+y^2)^2 + x^2y^2 = 20$$

$$x^2y^2 = 5 - \frac{4}{x^2+y^2} \qquad (x^2+y^2) = t$$

$$t^2 + 5 - \frac{4}{t} = 20$$

$$t^2 - \frac{4}{t} - 15 = 0$$

$$t^3 - 15t - 4 = 0$$

$$t(t^2-15) = 4$$

$$t = 4$$

$$(t-4)(t^2+4t+1)$$

$$\frac{4 \pm 2\sqrt{3}}{2}$$

$$-2 \pm \sqrt{3}$$

$$x^2y^2 = 4$$

$$\left[\begin{array}{l} xy = 2 \\ xy = -2 \end{array}\right.$$

$$x^2+y^2 = 4$$

$$xy = 2$$

$$y = \frac{2}{x}$$

$$x^2 + \frac{4}{x^2} - 4 = 0$$

$$x^4 - 4x^2 + 4 = 0$$

$$(x^2-2)^2 = 0$$

$$x^2 = 2$$

$$x = \pm\sqrt{2}$$

$$y = \pm\sqrt{2}$$

$$(t-4)(t^2+4t+1)$$

$$t^3 + 4t^2 + t - 4t^2 - 16t - 4$$

$$t^3 - 15t - 4$$

$$\begin{array}{l|l} t^3 - 15t - 4 & t-4 \\ \hline -t^3 - 4t^2 & t^2 + 4t + 1 \\ \quad 4t^2 - 15t & \\ \; -4t^2 - 16t & \\ \qquad t - 4 & \end{array}$$

$$D = 16 - 4 = \sqrt{12}$$

$$2\sqrt{3}$$

$$(4-2\sqrt{3})^2$$

$$16 - 16\sqrt{3} + 12$$

$$28$$

$$\frac{4-2\sqrt{3}}{2}\left(\frac{16-16\sqrt{3}+12}{4} - 15\right)$$

$$\frac{4-2\sqrt{3}}{2}\left(\frac{-16\sqrt{3}-32}{4}\right)$$

$$\frac{4+2\sqrt{3}}{2}\left(\frac{16\sqrt{3}-32}{4}\right)$$

$$\frac{8(4)}{8} = 4$$

$$(2+\sqrt{3})(4+4\sqrt{3}+3-15)$$

$$(2+\sqrt{3})(4\sqrt{3}-8)$$

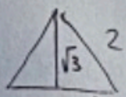
$$4(2+\sqrt{3})(\sqrt{3}-2) = -4$$

$$(2-\sqrt{3})(-4\sqrt{3}-8) = -4$$

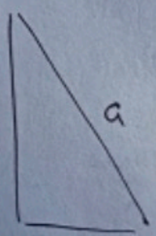
$$128(64^2-191)$$
$$+\ 64^2-128$$

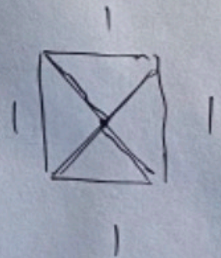
$$\begin{array}{r} 63 \\ \cdot\ 2 \\ \hline 126 \\ -\ 65 \\ \hline 191 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 64 \\ \cdot\ 64 \\ \hline 256 \\ 384 \\ \hline 4096 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 3905 \\ \cdot\ 128 \\ \hline 31240 \\ 7810 \\ 3905 \\ \hline 499840 \\ +\ 3968 \\ \hline 503808 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 4096 \\ -\ 191 \\ \hline 3905 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 4096 \\ -\ 128 \\ \hline 3968 \end{array}$$



$\sqrt{3}$





$\frac{a}{2}$

$$\sqrt{a^2-\frac{a^2}{4}}=\frac{\sqrt{3}}{2}a$$

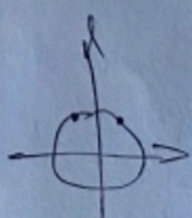
$$\frac{\sqrt{3}a^2}{4}$$

$$\sqrt{2}\cdot\sqrt{2}\cdot \overset{1}{\cancel{\sin 45}}{}^{\circ}$$

$$2\cdot\frac{\sqrt{2}}{2}=$$

$$\frac{1}{2}\left(\sqrt{2}\cdot\sqrt{2}\cdot\frac{1}{\cancel{2}}\right)=$$

$$2\left(\frac{a}{2}\cdot\frac{b}{2}\cdot\frac{1}{2}\sin 60^\circ\right)$$
$$+$$
$$2\left(\frac{a}{2}\cdot\frac{b}{2}\cdot\frac{1}{2}\cdot\sin 60^\circ\right)$$
$$=$$
$$2\,\cancel{4}\left(\frac{a}{2}\cdot\frac{b}{2}\cdot\sin 60^\circ\right)=\cancel{2}\,\frac{1}{2}ab\sin 60^\circ$$



$$\begin{array}{r} 4096 \\ -\ 189 \\ \hline 3907 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 63 \\ \cdot\ 3 \\ \hline 189 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 3907 \\ \cdot\ 128 \\ \hline 31256 \\ 7814 \\ 3907 \\ \hline 500096 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 64 \\ \cdot\ 62 \\ \hline 128 \\ 384 \\ \hline 3968 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 500096 \\ +\ 3968 \\ \hline 504064 \end{array}$$