Часть 1

Олимпиада: **Математика, 10 класс (1 часть)**

Шифр: **211006877**

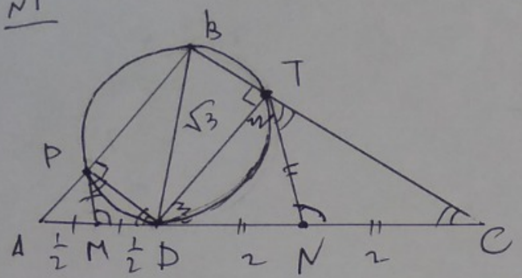
ID профиля: **134176**

Вариант 11

Математика, 10 кл.

Чистовик.

№1



Дано!
BD – диаметр.
AM = MD, ND = NC
PM ∥ TN

Решение:

а) ∠ABC – ?

1. △PBD и △BTD – п/у, т.к. BD – диаметр., а ∠BPD и ∠BTD на него опираются
2. ∠APD = ∠CTD = 90°, т.к. они смежные с углами BPD и BTD.
3. PM = AM = MD и TN = DN = NC, ~~т.к~~. как мед.-ы проведенные в п/у △-ке к гипотенузе
4. Т.к. PM ∥ TN, то ∠PMD = ∠TNC
5. ∠PMD + ~~∠~~ 2∠MPD = ∠TNC + 2∠CTN = 180°

$2\angle MPD = 2\angle CTN$

$\angle MPD = \angle CTN$

6. ∠APM + ∠MPD = 90° = ∠CTN + ∠NTD => ∠PDM + ∠ ~~BD~~ NTD = 90° => ∠PDT = 90°, а т.к. четырехугольник PDBT впис.-окр. сумма противополож. углов = 180 => ∠ABC = 90°.

б) $MP = \frac{1}{2}$, $NT = 2$, $BD = \sqrt{3}$

△PMD ∼ △TNC ~~<=>~~ (т.к. углы равны) => $\frac{MD}{NC} = \frac{PD}{TC}$

~~PD~~ $\frac{\frac{1}{2}}{2} = \frac{PD}{TC}$ $\quad TC = 4PD$

$$\begin{cases} AB^2 + BC^2 = 25 \\ AP^2 + PD^2 = AD^2 \\ PD^2 + BP^2 = BD^2 \\ BT^2 + DT^2 = BD^2 \\ DT^2 + TC^2 = DC^2 \end{cases}$$

BT = PD

BP = DT

Чистовик.

№2

ОДЗ

$x \in [2; 3]$.

$\sqrt{x+2} - \sqrt{3-x} + 3 = 2\sqrt{6+x-x^2}$

$\sqrt{x+2} - \sqrt{3-x} = 2\sqrt{6+x-x^2} - 3$

$x+2+3-x-2\sqrt{(x+2)(3-x)} = 9+4(6+x-x^2) - 12\sqrt{6+x-x^2}$

$10\sqrt{6+x-x^2} = 4+4(6+x-x^2)$

$5\sqrt{6+x-x^2} = 2+2(6+x-x^2)$

Пусть $\sqrt{6+x-x^2} = t$ $(t \geq 0)$

$5t = 2+2t^2$

$2t^2 - 5t + 2 = 0$

$D = 9$

$t_{1,2} = 2; \frac{1}{2}$

I. $\sqrt{6+x-x^2} = 2$

$x^2 - x - 2 = 0$

$x_{1,2} = 2; -1$

II. $\sqrt{6+x-x^2} = \frac{1}{2}$

$x^2 - x - \frac{23}{4} = 0$

$x_{1,2} = \frac{1 \pm 2\sqrt{6}}{2}$

Проверка:

$x = 2$ - ✓

$x = -1$ - не подходит

$x = \frac{1 \pm 2\sqrt{6}}{2}$ - не подходит!

Ответ: 2.

Черновик

$x=\frac{1-2\sqrt{6}}{2}$

$$\begin{array}{r}\times\ 16\\ 6\\ \hline 9\overset{3}{}6\end{array}\qquad\begin{array}{r}+\ 169\\ 96\\ \hline 265\end{array}$$

$$\cancel{95\,|\,5}\quad 5\quad \boxed{19}\quad 45$$

$\sqrt{\frac{5-2\sqrt{6}}{2}}-\sqrt{\frac{\cancel{6}\,\overset{1}{\cancel{5}}+2\sqrt{6}}{2}}+3=1$

$\frac{\sqrt{5-2\sqrt{6}}}{\cancel{\sqrt{2}}}-\frac{\sqrt{1+2\sqrt{6}}}{\cancel{\sqrt{2}}}+\frac{3\sqrt{2}}{\cancel{\sqrt{2}}}=\sqrt{2}$

$\sqrt{5-2\sqrt{6}}-\sqrt{1+2\sqrt{6}}+\overset{2}{\cancel{3}}\sqrt{2}=\cancel{\sqrt{2}}$

$\sqrt{5-2\sqrt{6}}+2\sqrt{2}=\sqrt{1+2\sqrt{6}}$

$\overset{4}{\cancel{5}}-2\sqrt{6}+8+4\sqrt{2(5-2\sqrt{6})}=\cancel{1}+2\sqrt{6}$

$12+4\sqrt{2(5-2\sqrt{6})}=4\sqrt{6}$

$3+\sqrt{2(5-2\sqrt{6})}=\sqrt{6}$

$\overset{3}{\cancel{9}}+2(5-2\sqrt{6})+6\sqrt{2(5-2\sqrt{6})})=\cancel{6}$

$13-4\sqrt{6}+6\sqrt{2(5-2\sqrt{6})}=0$

$\cancel{13+}6\sqrt{2(8-2\sqrt{6})}=4\sqrt{6}-13$

$\cancel{169+36}(10-4\sqrt{6})+12\cdot13\sqrt{\ }$

$\cancel{6}\cdot36(10-4\sqrt{6})=169+16\cdot6-8\cdot13\sqrt{6}$

$360-36\cdot4\sqrt{6}=169+16\cdot6-8\cdot13\sqrt{6}$

$36\cdot4\sqrt{6}-8\cdot13\sqrt{6}\ \cancel{+169}=360-169-16\cdot6$

$144\sqrt{6}-104\sqrt{6}=95$

$40\sqrt{6}=95$

$8\sqrt{6}=19$

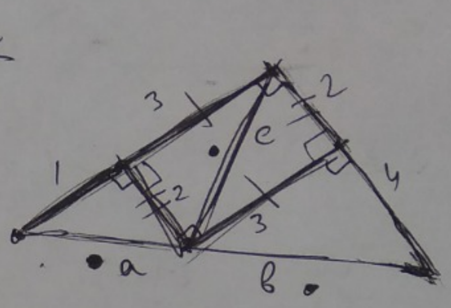
$64\cdot6=19^2$

$\varnothing$

211006877 (U134176 M1276626)

Черновик

$$\frac{AP\cdot PD}{2} + \frac{DT\cdot TC}{2} + PB\cdot \overset{PD}{\cancel{BT}} = \frac{AB\cdot BC}{2}$$



$AP^2 + 3 - BP^2 = 1$

$AP^2 + 2 = BP^2$

$\cancel{AB^2} =$

$\cancel{AB^2 = 1 + 3 = 4}$

$\cancel{BC^2 = 3 + 16 = 19}$

$1^2 + 2^2 = a^2$ $\cancel{1^2 = a^2 - 2^2}$

$2^2 = a^2 - 1^2 = e^2 - 3^2$

$3^2 + 2^2 = e^2$

$\cancel{2}.\ 3^2 + 4^2 = в^2$

$1^2 + 3^2 + 2\cdot\underbrace{1\cdot 3}$

$+ 2^2 + 4^2 + 2\cdot\underbrace{2\cdot 4} = 25\ (1+3)^2 + (2+4)^2 = (a+в)^2$

$\cancel{P}\ 2^2 = 1\ \cancel{4} - 1^2 = 3 - 3^2$

$1 - 1^2 = 3 - 3^2$

$3^2 = 1^2 + 2$

$1^2 + x + 4^2 = \cancel{16}\ 14$

Черновик.

~~$\begin{cases} AB^2+BC^2=25 \\ AP^2=1-PD^2 \\ BP^2=3-PD^2 \\ BT^2=3-DT^2 \\ TC^2=16-DT^2 \end{cases}$~~

~~$(AP+BP)^2+(BT+TC)^2=25$~~

~~$AP^2+BP^2+2AP\cdot BP+BT^2+TC^2+2BT\cdot TC=25$~~

~~$1-PD^2+3-PD^2+2AP\cdot BP+3-BT^2+16-DT^2+2BT\cdot TC=25$~~

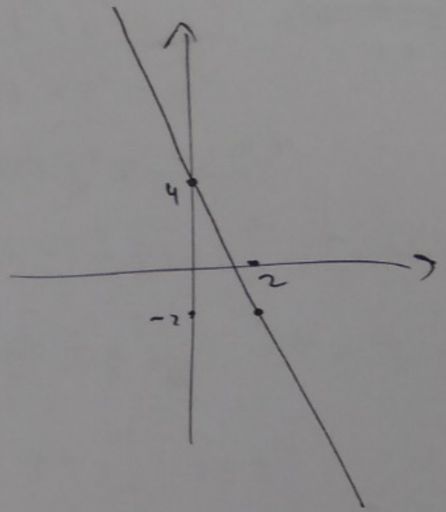
~~$-2PD^2-2DT^2=2$~~

~~$2AP\cdot BP+2BT\cdot TC$~~

$\frac{23}{8}$

№3

$$\begin{cases} 5a^2+12ax+4ay+8x^2+8xy+4y^2=0 \\ ax^2+2a^2x-ay+a^3+4=0 \\ y-3x=4 \quad \to y=4-3x \end{cases}$$



$\Big\{$

Черновик.

Математика, 10 класс

№2

$\sqrt{x+2}-\sqrt{3-x}+3=2\sqrt{6+x-x^2}$

$\sqrt{x+2}-\sqrt{3-x}=2\sqrt{6+x-x^2}-3$

$\cancel{x}+2+\cancel{3-x}-2\sqrt{(x+2)(3-x)}=\overset{4}{\cancel{9}}+$
$+4(6+x-x^2)$
$-12\sqrt{6+x-x^2}$

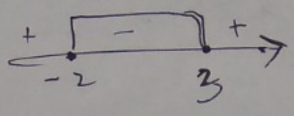
ОДЗ

$x\geq-2$

$x\leq3$

$6+x-x^2\geq0\rightarrow x^2-x-6\leq0$

$x\in[-2;3]$ $(x-3)(x+2)\leq0$



$\times\begin{array}{r}16\\24\end{array}$
$+\,64$
32
384

$10\sqrt{6+x-x^2}=4+4(6+x-x^2)$

$5\sqrt{6+x-x^2}=2+2(6+x-x^2)$

Пусть $\sqrt{6+x-x^2}=t$

$5t=2+2t^2$

$2t^2-5t+2=0$

$D=25-16=9$

$t_{1,2}=\frac{5\pm3}{4}$ ↗ 2 ↘ $\frac{1}{2}$

I. $\sqrt{6+x-x^2}=2$

$6+x-x^2=4$

$x^2-x-2=0$

$x_{1,2}=2;-1$

$1-2+3=2\cdot2$

$2\neq4$?

$\varnothing$

II. $\sqrt{6+x-x^2}=\frac{1}{2}$

$6+x-x^2=\frac{1}{4}$

$x^2-x-\frac{23}{4}=0$

~~$4x^2-4x-23=0$~~

~~$D=16+16\cdot23=16\cdot24=384$~~

$x_{1,2}=\frac{4\pm8\sqrt{6}}{8}$ ↗ $\frac{1+2\sqrt{6}}{2}$ $\not<3$ ↘ $\frac{1-2\sqrt{6}}{2}$ $\not>-2$

$1+2\sqrt{6}\vee6$

$2\sqrt{6}\vee5$

$24<25$

$1-2\sqrt{6}\vee-4$

$-2\sqrt{6}\vee-5$

~~$\frac{(1+2\sqrt{6})^2}{4}-\frac{1+2\sqrt{6}}{2}-\frac{23}{4}=0$~~

~~$\frac{1+24+4\sqrt{6}}{4}-\frac{2+4\sqrt{6}}{4}-\frac{23}{4}=0$~~

~~$\frac{23+4\sqrt{6}-4\sqrt{6}-23}{4}=0$~~

Проверка:

$\sqrt{\frac{5+2\sqrt{6}}{2}}-\sqrt{\frac{5-2\sqrt{6}}{2}}+3=$

$=$ ~~[illegible]~~

$\frac{\sqrt{5+2\sqrt{6}}-\sqrt{5-2\sqrt{6}}+3\sqrt{2}}{\sqrt{2}}=\sqrt{2}\cdot0$

$\sqrt{5+2\sqrt{6}}+2\sqrt{2}=\sqrt{5-2\sqrt{6}}$

$\cancel{5}+2\sqrt{6}+8+4\sqrt{2(5+2\sqrt{6})}=\cancel{5}-2\sqrt{6}$

$4\sqrt{6}+8+4\sqrt{2(5+2\sqrt{6})}=0$

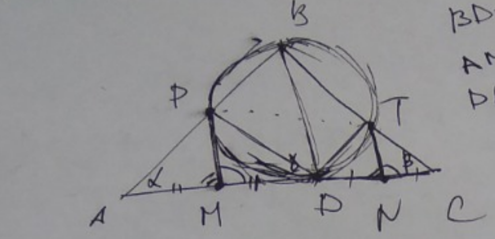
$\varnothing$

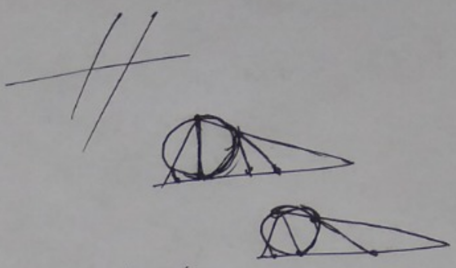
черновик.

№1

PM ∥ TN
BD-диам.
AM = MD
DN = NC

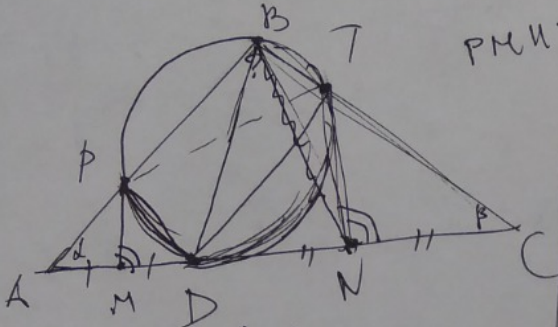
а) ∠ABC-?





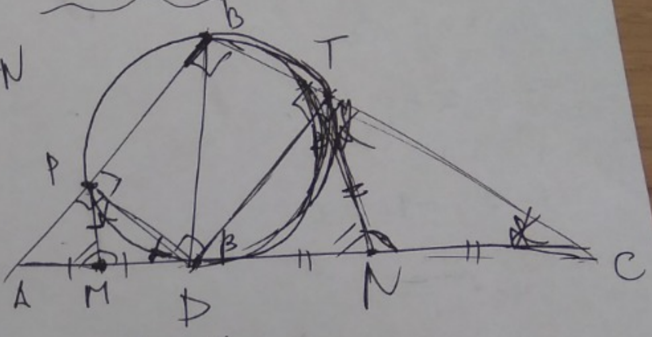
$\angle ABC = 180 - \alpha - \gamma + \cancel{180} - \beta - \cancel{(180 - \gamma)} = 180 - \alpha - \beta$

PM∥TN



$\angle ABC = 180 - \alpha - \beta$

$\angle PTC = \angle ABC + \angle BPT$



$\beta + \alpha = 90$

1) ΔPBD и ΔBTD - п/у, т.к. ∠P, ∠T опир. на д.

2) ∠APD и ∠CTD = 90°, как смеж.

3) PM = AM = MD, TN = DN = NC, т.к. как мед. пр. в п/у Δ к гипотенузе

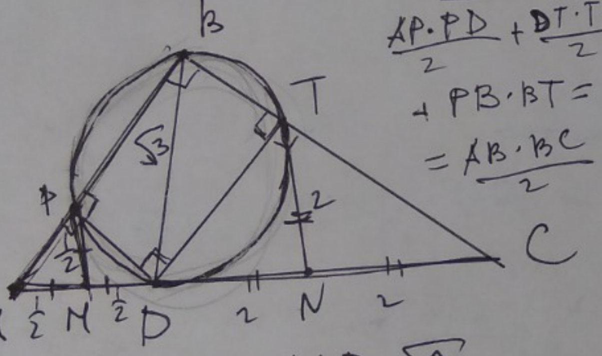
4) т.к. PM ∥ TN, то ∠PMD = ∠TNC

5) ΔPMD и ΔTNC - р/б => ∼

=> ∠α = ∠γ => ∠α + β = 90°

6) т.к. α + β = 90, то ∠PDT = 90°

=> ∠ABC = 90°



$\frac{AP \cdot PD}{2} + \frac{DT \cdot TC}{2} + PB \cdot BT = \frac{AB \cdot BC}{2}$

$MP = \frac{1}{2}$, $NT = 2$, $BD = \sqrt{3}$

$S_{\Delta ABC}$ - ? $= \frac{AB \cdot BC}{2}$

$$\begin{cases} AB^2 + BC^2 = 5^2 \\ AP^2 + PD^2 = AD^2 \\ PD^2 + BP^2 = BD^2 \\ BT^2 + DT^2 = BD^2 \\ DT^2 + TC^2 = DC^2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} AB^2 + BC^2 = 25 \\ AP^2 + PD^2 = 1 \\ PD^2 + BP^2 = 3 \\ BT^2 + DT^2 = 3 \\ DT^2 + TC^2 = 16 \end{cases}$$

Часть 2

Олимпиада: **Математика, 10 класс (2 часть)**

Шифр: **211006877**

ID профиля: **134176**

Вариант 11

Чистовик

№5

1) выбрать первый узел (так, чтобы он обязательно принадлежал $y = x$ или $y = 65 - x$) можно $64 \cdot 2$ способами

2) выбрать второй узел можно $64 \cdot 64 \underbrace{- 64 \cdot 2 + 1}_{\text{чтобы узлы не лежали на прямой } \parallel Ox \text{ или } Oy.}$ способами

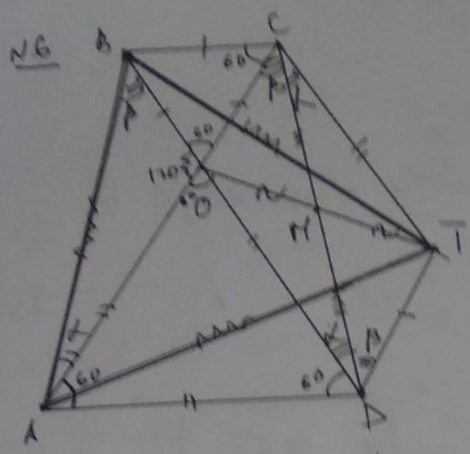
3) всего: $64 \cdot (64 \cdot 64 - 64 \cdot 2 + 1) \cdot 2$ способов
это равно: 508032 способа

4) но заметим, что мы посчитали два раза способы, когда оба узла принадлежат прямым $y = x$ и $y = 65 - x$.
поэтому нужно ещё из 508032 вычесть $64 \cdot 62$.

Ответ: 504064

Чистовик.

№6



Дано:

$\triangle BOC$ и $\triangle AOD$ – р/с

т. M – сер. CD ($MC = MD$)

$OM = MT$ (т.к. т.T симм.-на т.O)

ABCD – выпуклый.

а) Д-ть: $\triangle ABT$ – р/с.

Д-во: 1) пусть $\angle ODC = \alpha$ и $\angle OCD = \beta$, тогда т.к. $BC \parallel AD$

(они ∥, т.к. накрест.леж. углы равны ($\angle OAD = \angle OCB = 60°$)

$\angle BCD + \angle ADC = 180$

$60 + \angle\alpha + 60 + \angle\beta = 180$

$\angle\alpha + \angle\beta = 60°$

2) $\angle BOA = \angle COD = 120°$, т.к. они оба смежные с углами 60°

3) $\triangle BOA = \triangle COD$ (по 2-м стор. и углу между ними) $\Rightarrow \angle BAO = \angle CDO = \alpha$,

$\angle ABO = \angle OCD = \beta$

4) $\triangle OMC = \triangle MTD$ (по 2-му признаку) $\Rightarrow OC = DT$, $\angle MDT = \beta$,

аналогично $\triangle OMD = \triangle CMT$ по 2-му приз. $\Rightarrow CT = OD$, $\angle DCT = \alpha$

5) $\triangle ADT = \triangle BCT = \triangle BOA$ ($DT = BC = OB$, $AD = CT = AO$, $\angle ADT = \angle BCT =$

$= \angle BOA = 120° = 60 + \angle\alpha + \angle\beta$

$\Rightarrow \triangle ABT$ – р/с

ч.т.д.

см. продолжение на др. стр.

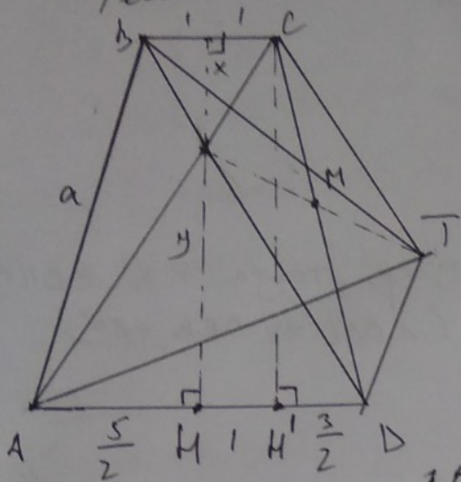
лист 3

№6 (продолжение)   Чистовик.

б) $BC = 2$, $AD = 5$

Найти: $\frac{S_{ABT}}{S_{ABCD}}$.

Решение:



1) Найдем высоту трап. ABCD h:

$h = x + y$

$x^2 = 25 - \frac{25}{4} = \frac{75}{4}$

$x = \frac{5\sqrt{3}}{2}$

$y^2 = 4 - 1$

$y = \sqrt{3}$

$\rightarrow \boxed{h = \frac{7\sqrt{3}}{2}}$

2) $S_{ABCD} = h \cdot \frac{AD + BC}{2} = \frac{7\sqrt{3} \cdot 7}{4} = \boxed{\frac{49\sqrt{3}}{4}}$

$\alpha = 60°$

3) $S_{ABT} = \frac{a^2 \cdot \sin\alpha}{2} = \frac{(49 \cdot 3 + 9) \cdot \sqrt{3}}{16} = \boxed{\frac{39\sqrt{3}}{4}}$

$a^2 = h^2 + \frac{AD - BC}{2} = \frac{49 \cdot 3}{4} + \frac{9}{4} = \frac{49 \cdot 3 + 9}{4}$

4) $\frac{S_{ABT}}{S_{ABCD}} = \frac{\frac{39\sqrt{3}}{\cancel{4}}}{\frac{45\sqrt{3}}{\cancel{4}}} = \frac{39\sqrt{3}}{49\sqrt{3}} = \boxed{\frac{39}{49}}$

Ответ: $\frac{39}{49}$.

Черновик.

№4 $\begin{cases} \frac{4}{x^2+y^2}+(xy)^2=5 \\ x^4+y^4+3(xy)^2=20 \end{cases}$ $(x^2+y^2)^2=x^4+y^4+2x^2y^2$

Пусть $x^2+y^2=a$; $(xy)^2=b$ $(a\neq 0)$

$\begin{cases} \frac{4}{a}+b=5 \\ a^2-2b+3b=20 \end{cases}$ $\begin{cases} \frac{4}{a}+b=5 \\ a^2+b=20 \end{cases}$ $\begin{cases} b=5-\frac{4}{a} \\ b=20-a^2 \end{cases}$

$5-\frac{4}{a}=20-a^2$

$a^2-\frac{4}{a}-15=0$

$a^3-15a-4=0$

$\boxed{a=4}$

$$\begin{array}{r|l} a^3-15a-4 & a-4 \\ -\ a^3-4a^2 & a^2+4a+1 \\ 4a^2-15a-4 & \\ -\ 4a^2-16a & \\ a-4 & \\ -\ a-4 & \\ 0 & \end{array}$$

$a^2+4a+1=0$

$D=16-4=12$

$a_{1,2}=\frac{-4\pm2\sqrt{3}}{2}\to\boxed{-2\pm\sqrt{3}}$

$\forall\ x^2+y^2\geq0$

$a\geq0$

$\Rightarrow a\neq-2\pm\sqrt{3}\Rightarrow\boxed{a=4}$

$\begin{cases} \frac{4}{(\sqrt{2})^2+(\sqrt{2})^2}+(\sqrt{2}\cdot\sqrt{2})^2=5 \\ 1+4=5 \\ 4+4+12=20 \end{cases}$

$\begin{cases} 1+b=5 \\ 16+b=20 \end{cases}$ $\boxed{b=4}$

$x^2=4-2=2$ $x=\pm\sqrt{2}$

$\begin{cases} x^2+y^2=4 \\ (xy)^2=4 \end{cases}$ $\begin{cases} x^2+y^2=4 \\ x^2\cdot y^2=4 \end{cases}$ $\to x^2=4-y^2$

$(4-y^2)y^2=4$

$4y^2-y^4=4$ $y^4-4y^2+4=0$

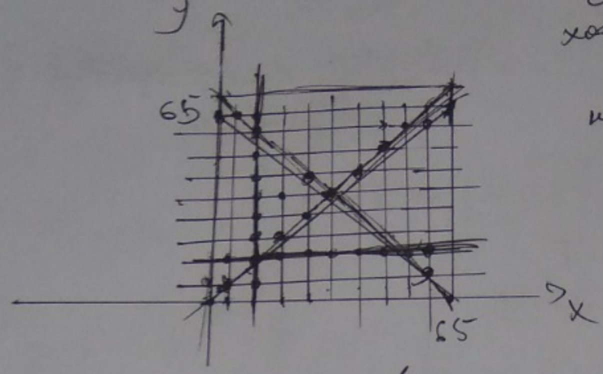
Пусть $y^2=t$

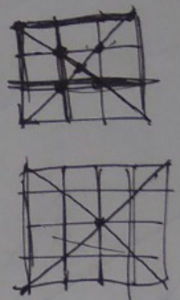
$t^2-4t+4=0$ $\boxed{t=2}$

$y^2=2\to y=\pm\sqrt{2}$

Черновик. сколько способов выбрать 2 узла
хотя бы один ∈ $y=x$ или $y=65-x$
но они не лежат на пр. ||Ox или Oy

№5





64 · 64 узлов

64·2 – сп. выбрать 1-ю т.
128

64·64 − 64·2+1 — сп. выбрать вторую точку

$$\frac{\cancel{2}\cdot 64\cdot\cancel{128}\cdot(64\cdot 64-64\cdot 2+1)\cancel{4}}{\cancel{2}} = 3969\cdot 64 = 254016$$

$$\begin{array}{r} 64 \\ \times\ 62 \\ \hline 128 \\ +\ 384\ \ \\ \hline 3968 \end{array} \quad +1 = \boxed{3969}$$

$$\begin{array}{r} 3969 \\ \times\ 64 \\ \hline 15876 \\ +\ 23814\ \ \\ \hline 254016 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 254016 \\ \times\ 2 \\ \hline 508032 \end{array}$$

64 · 62

$$\begin{array}{r} 508032 \\ -\ \ 3968 \\ \hline \end{array}$$

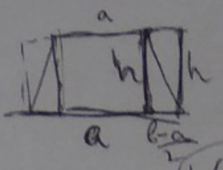
$$\begin{array}{r} 8032 \\ -\ 3968 \\ \hline 4064 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 3969 \\ \times\ 128 \\ \hline 31752 \\ +\ 7938\ \ \\ 3969\ \ \ \ \\ \hline 507692 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 3969 \\ \times\ 128 \\ \hline 31752 \\ +\ 7938\ \ \\ +\ 3969\ \ \ \ \\ \hline 508032 \end{array}$$

Черновик.

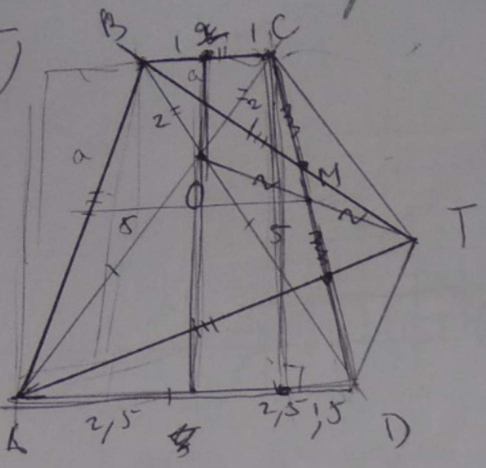
$ah + \frac{hb}{2} - \frac{ha}{2}$ $\frac{h(a+b)}{2}$



$a \cdot h + \frac{h(b-a)}{2}$

$15 \cdot 5$

б)



Найти

$\frac{S_{ABT}}{S_{ABCD}}$

$x^2 + \left(\frac{5}{2}\right)^2 = 5^2$

$x^2 = \overset{25}{\cancel{8^2}} - \frac{25}{4} = \frac{75}{4}$

$x = \frac{\sqrt{75}}{2} = \frac{5\sqrt{3}}{2}$

$S_{ABCD} = h \cdot \frac{BC + AD}{2} =$

$y^2 + 1 = 4$

$y = \sqrt{3}$

$h = x + y = \frac{7\sqrt{3}}{2}$

$= \frac{7\sqrt{3} \cdot 7}{4} = \boxed{\frac{49\sqrt{3}}{4}}$

$S_{ABT} = \frac{a^2 \cdot \sin\alpha}{2} = \frac{\frac{(49 \cdot 3 + 9)\sqrt{3} \cdot \cancel{\frac{\sqrt{3}}{2}}}{16}}{2} = \frac{(49 \cdot 3 + 9)\sqrt{3}}{16} = \frac{39\sqrt{3}}{4}$

$a^2 = h^2 + \left(\frac{3}{2}\right)^2 = \frac{49 \cdot 3}{4} + \frac{9}{4} = \frac{49 \cdot 3 + 9}{4}$

$\begin{array}{r} \times\, 49 \\ 3 \\ \hline 147 \end{array}$ $+ 9 = 156$

$\begin{array}{r|l} 156 & 4 \\ 12 & 39 \\ 36 & \end{array}$

$\frac{S_{ABT}}{S_{ABCD}} = \frac{\frac{39\sqrt{3}}{\cancel{4}}}{\frac{49\sqrt{3}}{\cancel{4}}} = \frac{39\cancel{\sqrt{3}}}{49\cancel{\sqrt{3}}} = \boxed{\frac{39}{49}}$

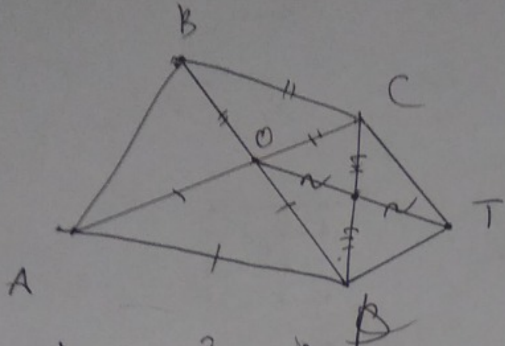
Черновик.

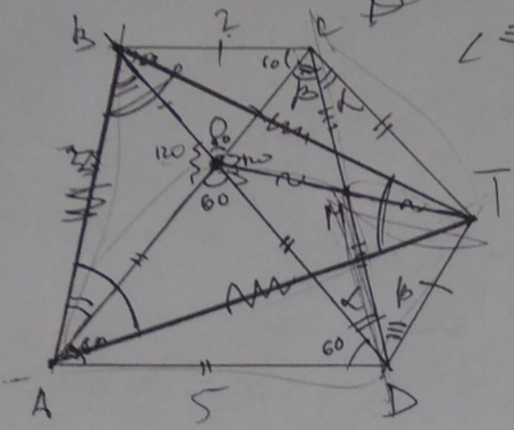
№6

Д-ть:

a) ~~ΔABT – прав.~~

ΔABT – р/с





$\angle \equiv + \angle '' = 60^\circ$

Д-ть:

1) Пусть $\angle ODC = \alpha$ и $\angle OCD = \beta$, тогда т.к. $BC \parallel AD$ (они н т.к. накрест. леж. угл. равны), то $\angle BCD + \angle ADC = 180$

$2\,60 + \alpha + 60 + \beta = 180$

$\alpha + \beta = \underline{60}$

2) $\angle BOA = \angle COD = 120^0$, т.к. они смеж. с углами 60°

$\Delta BOA = \Delta COD \Rightarrow \angle BAO = \angle CDO = \alpha$, $\angle ABO = \angle OCD = \beta$

3) $\Delta OMC = \Delta MTD$ (2 стор. и угол) $\Rightarrow OC = DT$, аналогично $\angle MDT = \beta$

$\Delta OMD = \Delta CMT \Rightarrow CT = OD$ и $\angle DCT = \alpha$

4) $\Delta ADT = \Delta BCT$ (2 стор. с углом) $\Rightarrow AT = BT = AB$

~~5)~~ $= \Delta BOA$

$\Rightarrow \Delta ABT$ – р/с

211006877 (U134176 M1276627)

Чистовик. Математика, 10 кл.

№4

$$\begin{cases} \frac{4}{x^2+y^2} + x^2y^2 = 5 \\ x^4+y^4+3x^2y^2=20 \end{cases}$$

Пусть $x^2+y^2=a$; $x^2y^2=b$ $(a\neq 0)$, тогда:

$(x^2+y^2)^2=x^4+y^4+2x^2y^2$

$$\begin{cases} \frac{4}{a}+b=5 \\ a^2-2b+3b=20 \end{cases} \quad \begin{cases} \frac{4}{a}+b=5 \\ a^2+b=20 \end{cases} \quad \begin{cases} b=5-\frac{4}{a} \\ b=20-a^2 \end{cases}$$

$5-\frac{4}{a}=20-a^2$

$a^2-\frac{4}{a}-15=0 \quad |\cdot a$

$a^3-15a-4=0$

$\underline{a=4}$

$$\begin{array}{r|l} a^3-15a-4 & a-4 \\ \cline{2-2} -\ a^3-4a^2 & a^2+4a+1 \\ -\ 4a^2-15a-4 & \\ 4a^2-16a & \\ a-4 & \\ -\ \underline{a-4} & \\ 0 & \end{array}$$

$a^2+4a+1=0$

$D=16-4=12$

$a_{1,2}=\frac{-4\pm2\sqrt{3}}{2}=-2\pm\sqrt{3}$, но заметим, что $a=x^2+y^2$, известно, тогда становится понятно, что x^2 и $y^2\geqslant 0$ => $a\geqslant 0$, тогда $a=-2\pm\sqrt{3}$ не подходит => $\boxed{a=4}$, тогда

$b=5-\frac{4}{4}=\boxed{4}$

$$\begin{cases} x^2+y^2=4 \\ x^2y^2=4 \end{cases} \quad \begin{cases} x^2=4-y^2 \\ (4-y^2)y^2=4 \end{cases} \quad y^4-4y^2+4=0$$

Пусть $y^2=t$:

$t^2-4t+4=0$

$\boxed{t=2} \to y=\pm\sqrt{2}$

$x^2=4-y^2=4-2=2 \to x=\pm\sqrt{2}$.

Ответ: $(\sqrt{2};\sqrt{2})$; $(\sqrt{2};-\sqrt{2})$; $(-\sqrt{2};-\sqrt{2})$, $(-\sqrt{2};\sqrt{2})$.

1 лист.