Часть 1

Олимпиада: **Математика, 10 класс (1 часть)**

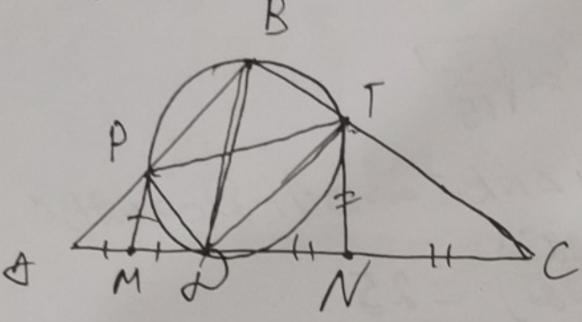
Шифр: **211006789**

ID профиля: **377816**

Вариант 11

Чистовик ①

№1



Решение

а) 1) $\angle BPD = \angle BTD = 90^\circ$ (опираются на диам. BD) $\Rightarrow$ $\Rightarrow \triangle APD, \triangle DTC$ – прямоуг. $\Rightarrow$

$\Rightarrow TN = DN, PM = MD$ (св-во медианы в прям. т-ке)

2) Т.к. $PM \parallel TN$, то $\angle PMD + \angle DNT = 180^\circ$ (внутр. при $PM \parallel TN$, сек. MN)

Т.к. $\triangle PMD$ – равнобедр., то $\angle MDP = 90^\circ - \frac{\angle PMD}{2}$, аналогично $\angle NDT = 90^\circ - \frac{\angle DNT}{2}$

3) $\angle MDP + \angle PDT + \angle NDT = 180^\circ$

$\angle PDT = 180^\circ - 90^\circ + \frac{\angle DNT}{2} - 90^\circ - \frac{\angle PMD}{2} = \frac{180^\circ}{2} = 90^\circ$

Четырехуг. $PBTD$ вписанный $\Rightarrow \angle PBT + \angle PDT = 180^\circ \Rightarrow$

$\Rightarrow \angle PBT = \angle ABC = 180^\circ - \angle PDT = 90^\circ$

б) 1) Из а) $\Rightarrow \angle DTC = 90^\circ - \angle MDP = \angle DAP$ (т.к. $\triangle DAP$ – прямоуг.) $\Rightarrow$

$\Rightarrow \triangle APD \sim \triangle DTC$ (по двум углам) $\Rightarrow \frac{PD}{TC} = \frac{AD}{DC} = \frac{2MD}{2ND} = 4 \Rightarrow$

По т. косинусов: $\cos(\angle PMD) = \frac{PM^2 + MD^2 - PD^2}{2PM \cdot MD} = \frac{\frac{1}{2} - PD^2}{\frac{1}{2}}$ (1)

$\cos(\angle DNT) = \cos(180^\circ - \angle PMD) = -\cos(\angle PMD) = \frac{DN^2 + NT^2 - DT^2}{2DN \cdot NT} =$

$= \frac{8 - DT^2}{8}$ (2)

(1)+(2): $0 = \frac{8 - TD^2}{8} + \frac{\frac{1}{2} - PD^2}{\frac{1}{2}} \Rightarrow TD^2 + 16PD^2 = 16$ (3)

$PBTD$ – прямоуг. $\Rightarrow PT = BD = \sqrt{3}$

Из $\triangle PDT$: $PD^2 + DT^2 = PT^2 = 3$ (4)

прод. на след. листе

(1): $P \vee ?$

чистовик ②

(3)-(4): $15 PD^2 = 13 \Rightarrow PD = \sqrt{\frac{13}{15}}$.

Из $\triangle APD$ (прямоуг.): $AP = \sqrt{AD^2 - PD^2} = \sqrt{\frac{2}{15}}$

$\angle PAD$ - общий для $\triangle APD$ и $\triangle ABC \Rightarrow \triangle APD \sim \triangle ABC$ (по двум углам) $\Rightarrow \frac{S_{ABC}}{S_{APD}} = \left(\frac{AC}{AD}\right)^2 = 25$

$S_{ABC} = 25 \cdot \frac{1}{2} AP \cdot PD = \frac{25}{2} \cdot \frac{\sqrt{26}}{15} = \frac{5\sqrt{26}}{6}$

Ответ: а) 90° б) $\frac{5\sqrt{26}}{6}$

211006789 (U377816 M1273675)

чистовик ③

№3

$5a^2+12ax+4ay+8x^2+8xy+4y^2=0$

$8x^2+2(6a+4y)x+4y^2+4ay+5a^2=0$

$D/4 = 36a^2+48ay+16y^2-32y^2-32ay-40a^2=-4a^2+16ay-16y^2=$

$=-4(a-2y)^2$

Т.к. ур-ие имеет решение, то $y=\frac{a}{2} \Rightarrow$

$\Rightarrow x=\frac{-6a-4y}{8}=-\frac{3a+2y}{4}=-a$

$\Rightarrow$ т. A имеет координаты $(-a; \frac{a}{2})$

Заметим, что в ур-ии $ax^2-2a^2x-ay+a^3+4=0$

$a\neq0$ (иначе $4=0$) $\Rightarrow$ $y=(x-a)^2+\frac{4}{a}$

Чтобы т.A и т.B могли лежать по разные стороны от прямой $y-3x=4$, то должно выполняться следующее:

$$\left[\begin{array}{l} \begin{cases} y>3x+4 \\ y=\frac{a}{2} \\ x=-a \end{cases} \\ \begin{cases} y<3x+4 \\ y=(x-a)^2+\frac{4}{a} \end{cases} \\ \begin{cases} y<3x+4 \\ y=\frac{a}{2} \\ x=-a \end{cases} \\ \begin{cases} y>3x+4 \\ y=(x-a)^2+\frac{4}{a} \end{cases} \end{array}\right. \qquad \left[\begin{array}{l} \begin{cases} a>\frac{8}{7} \\ x^2-(2a+3)x+a^2+\frac{4}{a}-4<0 \end{cases} \quad (1) \\ \begin{cases} a<\frac{8}{7} \\ x^2-(2a+3)x+a^2+\frac{4}{a}-4>0 \end{cases} \quad (2) \end{array}\right.$$

прод. на след. листе

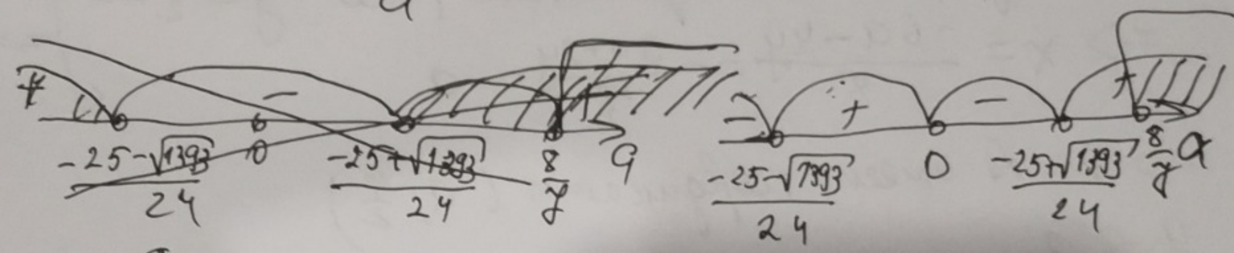
чистовик ④

(1): $\begin{cases} x^2-(2a+3)x+a^2+\frac{4}{a}-4\le 0 \\ a<\frac{8}{7} \end{cases}$

$D=4a^2+12a+9-4a^2-\frac{16}{a}+16=12a-\frac{16}{a}+25>0$

$\cancel{12a^2-16a+}\ \frac{12a^2+25a-16}{a}>0$

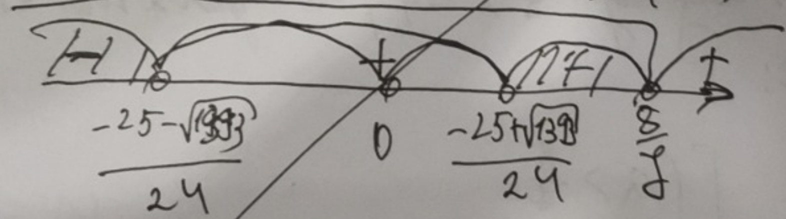
$\frac{\left(a-\frac{-25+\sqrt{1393}}{24}\right)\left(a-\frac{-25-\sqrt{1393}}{24}\right)}{a}>0$



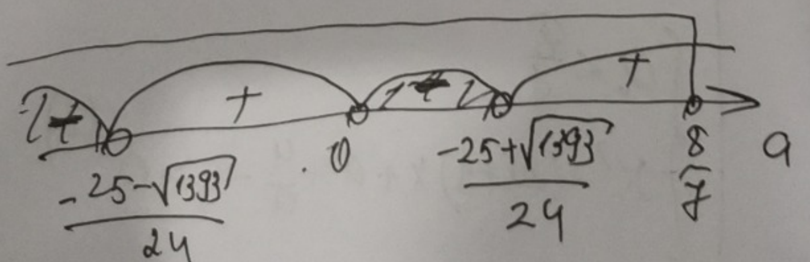
$a>\frac{8}{7}$

(2) Система (2) имеет реш-ие, противопол. системе (1):

~~$a\in\left(\frac{-25-\sqrt{1393}}{24};0\right)\cup\left(0;\frac{-25+\sqrt{1393}}{24}\right)\cup\left(\frac{-25+\sqrt{1}}{}\right.$~~



~~$a\in\left(\frac{-25-\sqrt{1393}}{24};\right.$~~ $a\in(-\infty;$



Объединяя решения, получаем: $a\in\left(-\infty;\frac{-25-\sqrt{1393}}{24}\right)\cup$ $\cup\left(0;\frac{-25+\sqrt{1393}}{24}\right)\cup\left(\frac{8}{7};+\infty\right)$ Ответ: $a\in\left(-\infty;\frac{-25-\sqrt{1393}}{24}\right)\cup\left(0;\frac{-25+\sqrt{1393}}{24}\right)\cup\left(\frac{8}{7};+\infty\right)$

211006789 (U377816 M1273675)

Черновик

58

$\sqrt{x+2}-\sqrt{3-x}+3=2\sqrt{(2+x)(3-x)}$

$\cancel{-x^2+x+6}$

$a-b+3=2ab \qquad x\in[-2;3]$

$\cancel{a(1-2b)}$

$a+3=b(2a+1)$

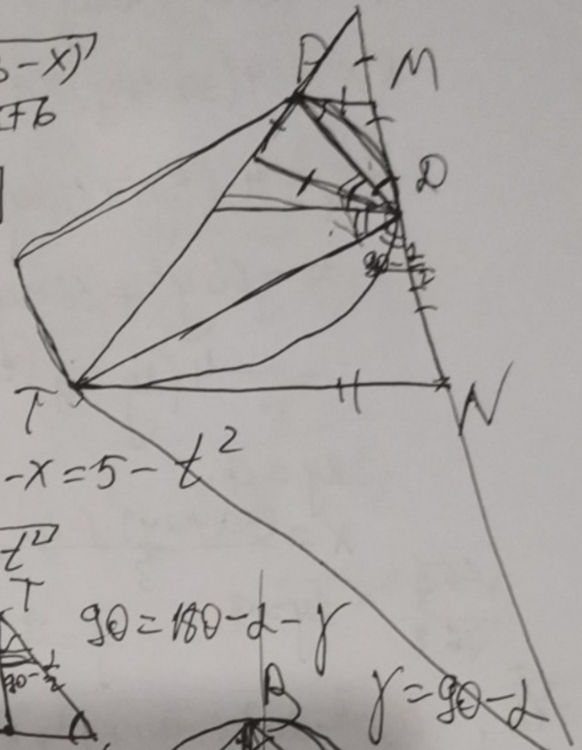
$\cancel{\frac{1}{2}(2a+1)+\frac{5}{2}=b(2a+1)}$

$\sqrt{x+2}=t \qquad 3-x=5-2-x=5-t^2$

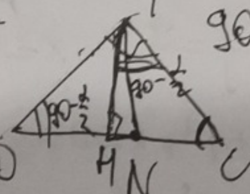
$t-\sqrt{5-t^2}+3=2t\sqrt{5-t^2}$

$\cancel{\sqrt{x+2}=\sqrt{}}$

$\cancel{x+2}$

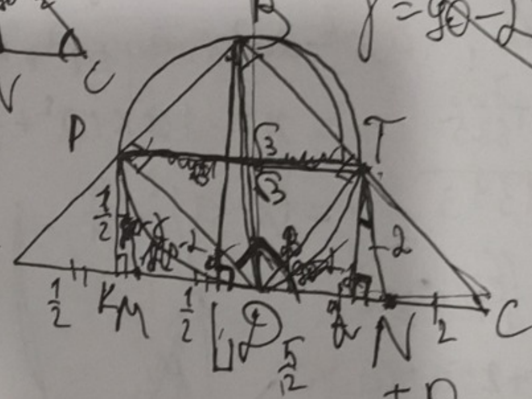


≥ 20

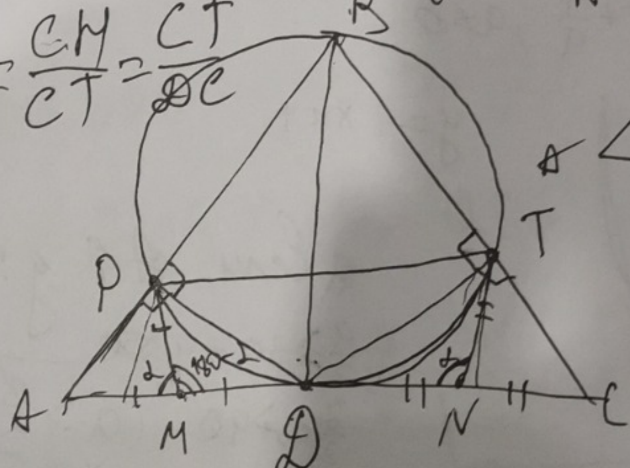


$90=180-\alpha-\gamma$

$\gamma=90-\alpha$



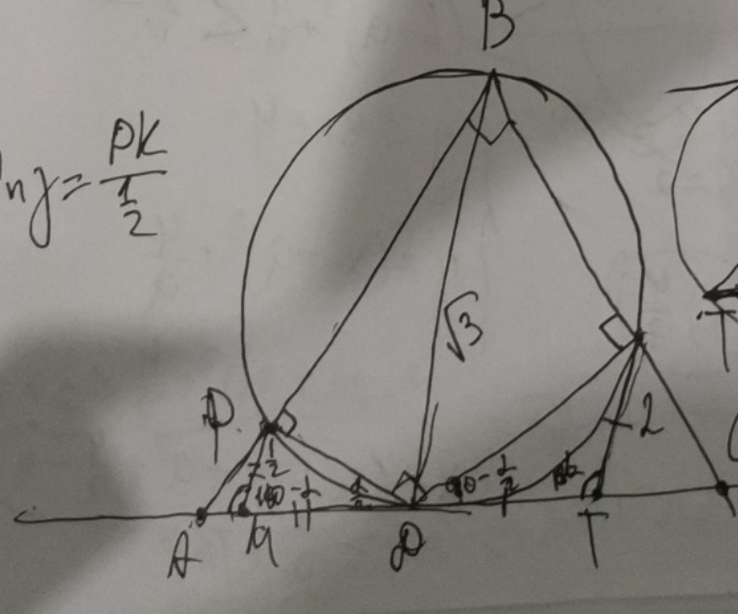
$\frac{TH}{TD}=\frac{CH}{CT}=\frac{CT}{DC}$

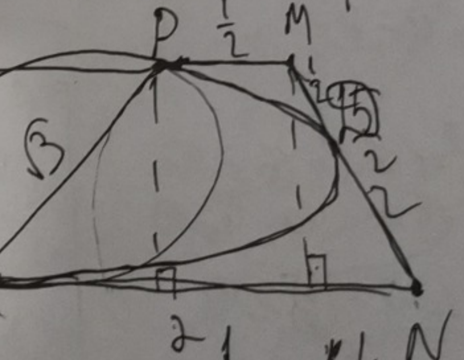


$AC=5 \qquad \frac{TD}{CT}$

$2\cdot\frac{1}{2}\cdot\frac{AC}{2}BD\sin\beta=\frac{AC\,BD}{2}\sin\beta$

$\sin\gamma=\frac{PK}{\frac{1}{2}}$





$\frac{h}{TH}=\frac{KL}{CH}$

$\cos\gamma=\frac{TH}{2}$

Черновик

$5a^2+12ax+4ay+8x^2+8xy+4y^2=0$

$8x^2+4(3a+2y)x+4y^2+4ay+5a^2=0$

$D/4=4\cdot(4y^2+12ay+9a^2)-32y^2-32ay-40a^2=$

$=-16y^2+16ay-4a^2=-4(4y^2-4ay+a^2)=$

$=-4(2y-a)^2$

$2y=a$

$x=\frac{(3a+2y)\cdot(-2)}{8}=-\frac{3a+2y}{4}=-a$

$2y=a \quad y=\frac{a}{2} \quad x=-a \quad A(-a;\frac{a}{2})$

$256\cdot 3=768$

$ax^2-2a^2x-ay+a^3+4=0$

$768+625=1393$

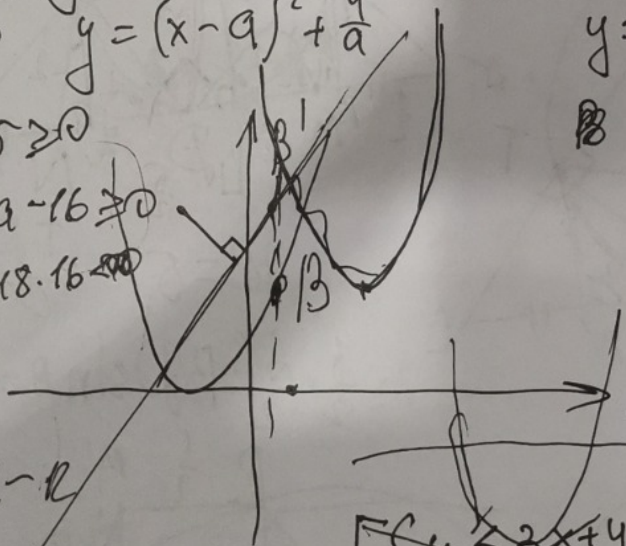
$y=x^2-2ax+a^2+\frac{4}{a}, a\neq0$

$y=(x-a)^2+\frac{4}{a}$ $\quad y=3x+4$

$12a-\frac{16}{a}+25\geq0$

$12a^2+25a-16\geq0$

$D=625+48\cdot16$



Если $A\uparrow y$:

$\frac{a}{2}\geq3a+4$

$\frac{7}{2}a+4$ $\quad a>\frac{2}{7}$

$(b-a)^2+\frac{4}{a}$ b

$D/4=4-12$

$\begin{cases} y\leq3x+4 \\ 13\geq2\end{cases}$

$\begin{cases} y<3x+4 \\ y=(x-a)^2+\frac{4}{a}\end{cases}$

$12a^2+16a-16\geq0$

$3a^2+4a-4\geq0$

$-\frac{16}{a}+12a+25\geq0$

$(a;\frac{4}{a})$

$x^2-2ax+a^2+\frac{4}{a}<3x+4$

$\cancel{12a^2-16a+16\leq0}$

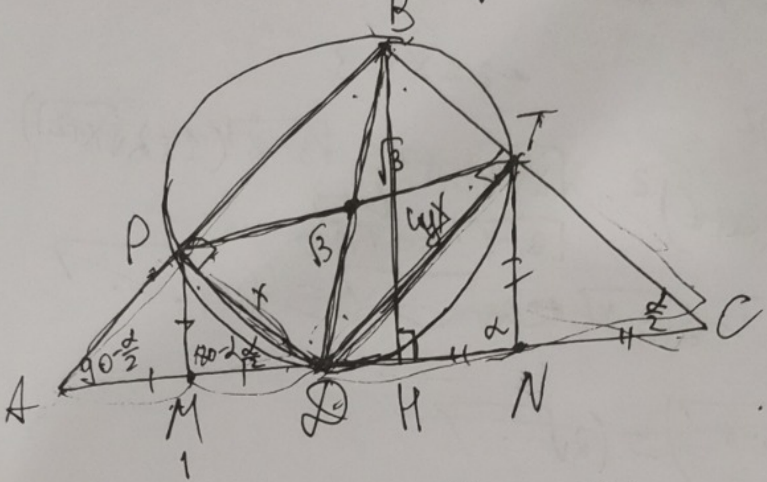
$x^2-(2a+3)x+a^2+\frac{4}{a}-4<0$

$\cancel{3a^2-4a+4\geq0}$

$D=4a^2+12a+9-4a^2-\frac{16}{a}+16=$

черновик

68



$\frac{CB}{DP} = \frac{AC}{AD} = 5 \quad \frac{AB}{AP} = 5 \quad \frac{AB \cdot CB}{2}$

$\frac{CB}{CT} = \frac{AC}{4} = \frac{5}{4} \quad CB = \frac{5}{4}CT \quad AB = \frac{5}{4}DT$

$\sqrt{DT^2 + PD^2} = \sqrt{3} \quad \left(\frac{4}{5}\right)^2 AB^2 + \frac{1}{25}CB^2 \quad 16AB^2 + CB^2 = 75$

$DT = 4\sin\frac{\alpha}{2} \quad PD = \cos\frac{\alpha}{2}$

$-\cos\alpha = \frac{\frac{1}{4} + \frac{1}{4} - PD^2}{2 \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2}} \quad \cos\alpha = \frac{4 + 4 - DT^2}{2 \cdot 2 \cdot 2}$

$\frac{\frac{1}{2} - PD^2}{\frac{1}{2}} = \frac{8 - DT^2}{8} \quad \cancel{4} - 8PD^2 = \cancel{4} - \frac{1}{2}DT^2$

$\cancel{PD^2 = 16DT} \quad DT^2 = 16PD^2$

$17x^2 = 3 \quad x = \sqrt{\frac{3}{17}}$

$S_{ABC} = 25 S_{APD} = 25 \cdot \frac{1}{2} AP \cdot PD$

$AP = \sqrt{1 - x^2} = \sqrt{\frac{14}{17}} \quad PD = \sqrt{\frac{3}{17}}$

$S = \frac{25}{2} \cdot \frac{\sqrt{42}}{17} = \frac{25}{34}\sqrt{42}$

$2 - \frac{TD^2}{8} - 2PD^2 = 0$

$TD^2 + 16PD^2 = 16$

черновик

$\sqrt{x+2}-\sqrt{3-x}+3=2\cdot\sqrt{6+x-x^2}$

$-2\le x\le 3$

$a-b+3=2ab$

$a^2+b^2+a-b+3=(a+b)^2$

$\sqrt{x+2}+3=\sqrt{3-x}(1+2\sqrt{x+2})$

$(a+\frac{1}{2})^2+(b-\frac{1}{2})^2+\frac{5}{2}=(a+b)^2$

$\sqrt{3-x}=\frac{t+3}{1+2t}$

$\cancel{x+2+3-x+9+6\sqrt{x+2}-6\sqrt{3-x}-2\sqrt{\dots}}=4\cdot\sqrt{\dots}$

14

$\cancel{14+6(\sqrt{x+2}-\sqrt{3-x})=(2\sqrt{\dots})}$

$x+2+9+6\sqrt{x+2}=(3-x)(1+2\sqrt{x+2})^2=(3-x)(1+4x+8+4\sqrt{x+2})$

$x+11+6\sqrt{x+2}=3-\cancel{x}+\cancel{12x}-4x^2+24-\cancel{8x}+12\sqrt{x+2}-4x\sqrt{x+2}$

$3x$

$-(3-x)\cdot 4\sqrt{x+2}$

$4x^2-2x-16=(6-4x)\sqrt{x+2}$

$\cancel{2(2x^2-x-8)\ge 2\cdot(2\cdot\frac{1}{16}-\frac{1}{4}-8)}$

$\frac{-25+\sqrt{\ }}{24}$

$\frac{8}{7}$

$\cancel{D=1+64}$

$D/4=1+64$

$\sqrt{x+2}-\sqrt{3-x}+3\ge 0$

$-175+7\sqrt{\ }$

192

$7\sqrt{\ }$

367

$\sqrt{3-x}=t$

$x+2+9+6\sqrt{x+2}\ge 3-x$

$\sqrt{1393}\approx$

$\frac{367}{7}=52$

$x=3-t^2$

$6\sqrt{x+2}\ge -8-2x$

$-x-4\ge 0$

$\sqrt{5-t^2}-t+8=2\sqrt{5-t^2}\,t$

$\sqrt{5-t^2}-t+8=(t+\sqrt{5-t^2})^2$

$3\sqrt{x+2}\ge -4-x$

$x\le -4 = \varnothing$

$367 \mid 7$

$\mid 52$

Для $a<\frac{2}{7}$

$a\in(0;\frac{2}{7})$:

$\begin{cases} y>3x+4 \\ (x-a)^2+\frac{4}{a}=y \end{cases}$

$x^2-(2a+3)x+a^2+\frac{4}{a}-4=0$

$D=4a^2+12a+9-4a^2-\frac{16}{a}+16=$

$\cancel{D=256-4}$

$5-t^2\ge t^2-16t+64$

$2t^2-16t+59\le 0$

211006789 (U377816 M1273675)

черновик

$A(-a; \frac{a}{2})$ B: $(x-a)^2 + \frac{4}{a} \le 3x+4$ $256 \cdot 3 = 768$

$x^2 - (2a+3)x + a^2 + \frac{4}{a} - 4 \le 0$

$D = 4a^2 + 12a + 9 - 4a^2 - \frac{16}{a} + 16 = 12a - \frac{16}{a} + 25 = \boxed{\frac{1}{a}(12a^2+25a-16)} \ge 0$

$12a^2 + 25a - 16 \ge 0$

$D = 25^2 + 16^2 \cdot 3 = 625 + 768 = 1393$

$a = \frac{-25 \pm \sqrt{1393}}{24}$

$\frac{-25+\sqrt{\ }}{24} \le \frac{8}{7}$

$-175 + \sqrt{\ } \le 192$

$\sqrt{\ } \le 367$

197
297
367

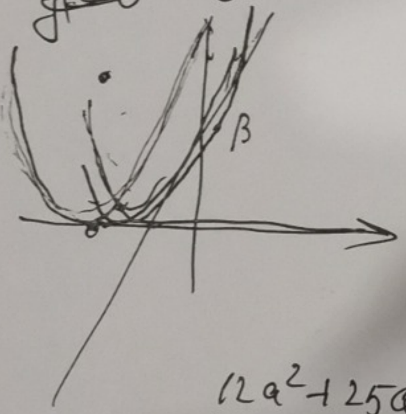
$\frac{a}{2} \le -\frac{3a}{2} + 4$

$\frac{7}{2}a \le 4$

$a \le \frac{8}{7}$

$a < \frac{8}{7}$

$y(-\frac{4}{3}) = 0$ $y(0) = 4$ верш $(a; \frac{4}{a})$



$(x-a)^2 + \frac{4}{a} = 3x + 4$

$x^2 - 2ax + a^2 - 3x + \frac{4}{a} - 4 = 0$

$x^2 - (2a+3)x + a^2 + 4 - \frac{4}{a} = 0$

$12a^2 + 25a - 16 = 0$

$\frac{12a^2 + 25a - 16}{a} \le 0$

$+$ $\frac{-25-\sqrt{\ }}{24}$ $\frac{-25+\sqrt{\ }}{24}$ $\frac{8}{7}$

Часть 2

Олимпиада: **Математика, 10 класс (2 часть)**

Шифр: **211006789**

ID профиля: **377816**

Вариант 11

Чистовик ~~№~~ 1

№4

$$\begin{cases} \dfrac{4}{x^2+y^2} + x^2y^2 = 5 \\ x^4+y^4+3x^2y^2=20 \end{cases}$$

Пусть $t=x^2+y^2$, $w=x^2y^2$; $t>0$, $w\geq 0$:

$$\begin{cases} \dfrac{4}{t} + w = 5 \\ t^2+w=20 \end{cases} \Rightarrow t^2 - \frac{4}{t} = 15$$

$t^3-15t-4=0$

Заметим, что $t=4$ является корнем $(64-15\cdot 4-4=0)$.

$$\begin{array}{l|l} t^3-0t^2-15t-4 & t-4 \\ \hline -\underline{t^3-4t^2} & t^2+4t+1 \\ \quad 4t^2-15t & \\ \quad -\underline{4t^2-16t} & \\ \qquad\quad t-4 & \\ \qquad -\underline{t-4} & \\ \qquad\qquad 0 & \end{array}$$

$t^2+4t+1=0$

$D/4=4-1=3$

$t_1=-2-\sqrt{3}<0$ – не подх.

$t_2=-\sqrt{2}+\sqrt{3}<0$ – не подх.

$t=4 \Rightarrow w=4$ (из 1-ого ур-ия системы)

$$\begin{cases} x^2+y^2=4 \\ x^2y^2=4 \end{cases}$$

Пусть $a=x^2$, $b=y^2$, $a,b\geq 0$:

$$\begin{cases} a+b=4 \\ ab=4 \end{cases} \Rightarrow b(4-b)=4$$

$-b^2+4b-4=0$

$-(b-2)^2=0 \Rightarrow b=2 \Rightarrow a=2$

прод. на след. листе.

чистовик 2

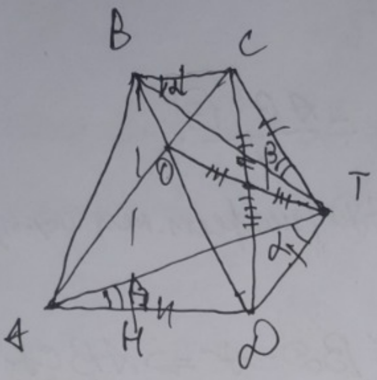
$\begin{cases} \cancel{x}^2=2 \\ y^2=2 \end{cases}$ $\begin{cases} x=\pm\sqrt{2} \\ y=\pm\sqrt{2} \end{cases}$

Ответ: $(\sqrt{2};-\sqrt{2}),(-\sqrt{2};-\sqrt{2}),(\sqrt{2};\sqrt{2}),(-\sqrt{2};\sqrt{2})$

211006789 (U377816 M1273676)

чистовик 3

№6



а) Док-во

1) В четырехуг. OCTD диагонали точкой пересечения делятся пополам (т.к. O симметрично T относ. середины CD) => OCTD - параллелограмм => => $CT = OD$, $TD = OC$

2) Т.к. $\triangle BOC$ - прав., то $OC = BC = TD$; аналогично, т.к. $\triangle AOD$ - прав., то $OD = AD = CT$.

3) $\angle COD = 180° - \angle BOC = \cancel{60}\ 120°$ (смежн.) => $\angle CTD = 120°$

($\angle COD = \angle CTD$, т.к. они противоположные в параллелограмме).

$\angle BCT = \angle BCO + \angle OCT = \angle BCO + 180° - \angle BOC = 120°$

$\angle ADT = \angle ADO + ODT = \angle ADO + 180° - \angle COD = 120°$

4) Рассмотрим $\triangle ADT$ и $\triangle BCT$: $BC = TD$, $AD = CT$, $\angle BCT = \angle ADT = 120°$ => $\triangle ADT = \triangle BCT$ (по двум сторонам и углу между ними) => $BT = AT$ => $\triangle ABT$ - равнобедр.

Т.к. $\triangle ADT = \triangle BCT$, то ~~$\angle CO$~~ $\angle CBT = \angle ATD = \alpha$, $\angle TAD = \angle BTC = \beta$.

$\alpha + \beta = 180° - \angle BCT = 60°$

5) $\angle DTC = \angle DTA + \angle ATB + \angle BTC = \angle ATB + \alpha + \beta = \angle ATB + 60°$

$\angle ATB = \angle DTC - 60° = 120° - 60° = 60°$ =>

=> $\triangle ABT$ - равнобедр. с углом 60° => $\triangle ABT$ - правильный

(ч.т.д.)

прод. на след. листе

чистовик (4)

б) Решение

1) Т.к. $\triangle ABT$ правильный, то $S_{ABT} = \frac{AB^2\sqrt{3}}{4}$

2) $\angle DAC = \angle BCA = 60^\circ \Rightarrow BC \parallel AD$ (накрест.леж углы)

$ABCD$ - трапеция

$\left.\begin{array}{l} \cancel{BD=AC} \cdot BD = BO + OD \\ AC = CO + OA = BO + OD \end{array}\right\} \Rightarrow BD = AC \Rightarrow ABCD$ - равнобедр трапеция

3) Опустим перпендикуляр BH на AD. $AD-BC$

~~Т~~.к $ABCD$ - равнобедр., то $AH = \frac{\cancel{BC+AD}}{2} = \frac{3}{2}$

По т. Пифагора: $AB^2 = BH^2 + AH^2$

$BH = \sqrt{AB^2 \cancel{+AH^2}} = \sqrt{AB^2 - \frac{9}{4}}$

$S_{ABCD} = \frac{BC+AD}{2} BH = \frac{1}{2}(BO+OD)^2 \sin 60^\circ = \frac{1}{2}(BC+AD)^2 \sin 60^\circ$

$BH = (BC+AD)\sin 60^\circ$

$AB^2 - \frac{9}{4} = (BC+AD)^2 \sin^2 60^\circ$

$AB^2 = 49 \cdot \frac{3}{4} + \frac{9}{4} = \frac{156}{4} = 39$

~~$BH = \sqrt{39 - \frac{9}{4}} =$~~

4) $\frac{S_{ABCD}}{S_{ABT}} = \frac{\frac{1}{2}(BC+AD)^2 \sin 60^\circ}{\frac{AB^2\sqrt{3}}{4}} = \frac{(BC+AD)^2}{AB^2} = \frac{49}{39}$

Ответ: б) $\frac{49}{39}$

211006789 (U377816 M1273676)

чистовик 5

№5

1) Всего внутри квадрата находятся $66^2-4\cdot 65=64^2$ узлов.

2) Прямые $y=x$, $y=65-x$ – диагонали квадрата, содержащие по 64 узла

3) ~~Нах~~ Выбрав на диагонали узел, исключаем ещё 63 узла ~~в той~~ имеющих ту же y-координату, что и выбранный, и 63 узла имеющие ту же x-координату, что и выбранный узел.

Т.е. всего способов с учетом того, что диагонали 2:

$2\cdot 64\cdot(64^2-2\cdot 63)=2\cdot 64(63^2+2\cdot 63+1-2\cdot 63)=128(63^2+1)=$

$=128+128\cdot 63^2=128+508032=508160$

Ответ: 508160

Черновик

$$\begin{cases} \dfrac{4}{x^2+y^2} + x^2y^2 = 5 \\ x^4+y^4+3x^2y^2 = 20 \end{cases}$$

$x^2+y^2 = t \quad x^2y = w$

$$\begin{cases} \dfrac{12}{t} + 3w = 15 \\ t + 3w = 20 \end{cases}$$

$\cancel{\dfrac{12}{t} - t = -5}$

$\cancel{t^2 - 5t - 12 = 0}$ $\quad t - \dfrac{12}{t} = 5$

$\cancel{D = 25 + 48 = 73}$ $\quad t^2 - 5t - 12 = 0$

$\cancel{t = \dfrac{5 \pm \sqrt{73}}{2} \quad w = \dfrac{20 - \frac{5+\sqrt{73}}{2}}{3} = \dfrac{35-\sqrt{73}}{6}}$

$$\begin{cases} a + b = \dfrac{5+\sqrt{73}}{2} \\ ab = \dfrac{35-\sqrt{73}}{2} \end{cases}$$

$t^3 - 15t - 4 = 0$

$\dfrac{4}{t} + w = 5$

$t^2 + w = 20$

$t^2 - \dfrac{4}{t} = 15$

$t = 4 \quad w = 4$

$t^3 - 15t - 4 \;|\; t - 4$

$t^3 - 4t^2 \;|\; t^2 + 4t + 1$

$4t^2 - 15$

$4t^2 - 16t$

$t - 4$

$\cancel{D = 4 \pm \sqrt{20}}$

$D/4 = 4 - 1 = 3$

$t = -2 \pm \sqrt{3} < 0$

$a + b = 4 \quad a = 4 - b \quad b^2 - 4b + 4 = 0$

$ab = 4 \quad 4b - b^2 = 4 \quad b = 2 \quad a = 2$

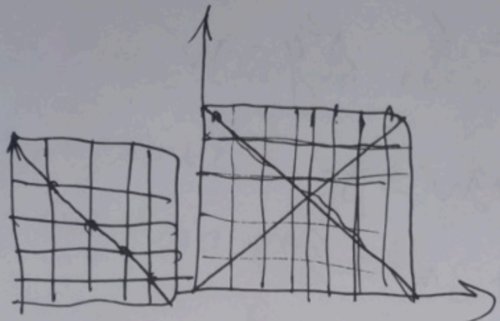
$\cancel{x^2+y^2}$ $\quad x = \pm\sqrt{2}$

$y = \pm\sqrt{2}$

$$\begin{array}{r} 3969 \\ \times\ 128 \\ \hline 31752 \\ 7938 \\ 3969 \\ \hline 508032 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 49 \\ \times\ 3 \\ \hline 147 \\ 9 \\ \hline 156 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 63 \\ \times\ 63 \\ \hline 189 \\ 378 \\ \hline 3969 \end{array}$$

211006789 (U377816 M1273676)

черновик

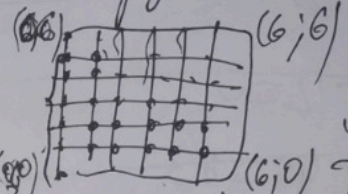


$(n-1)^2$ узлов

$6\cdot5^2=4225$

$$\begin{array}{r} 4225 \\ \times\ 128 \\ \hline 33800 \\ 8450 \\ 4225 \\ \hline 540800 \end{array}$$

$2\cdot(n-1)\cdot\left((n-1)^2-2(n-2)\right)$ n-1 узел



$2\cdot64(64^2-2\cdot63)=2\cdot64(64^2-2\cdot64+2)=2\cdot64\cdot(65^2+1)=$

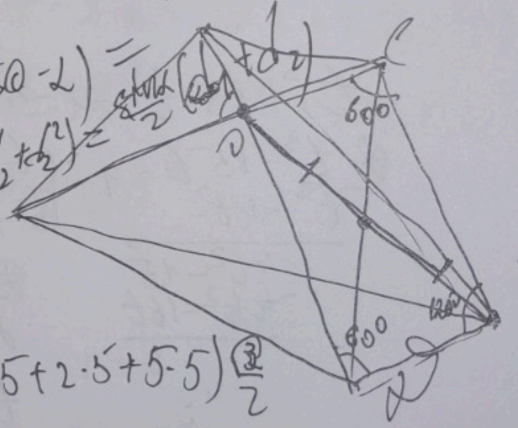
$=128+128\cdot65^2=540928$

$(n+1)^2-4n=(n-1)^2$

$\frac12 d_1^2\sin\alpha+\frac12 d_2^2\sin\alpha+$

$+\frac12 d_1d_2\sin(180-\alpha)=\frac{\sin\alpha}{2}(d_1+d_2)^2=$

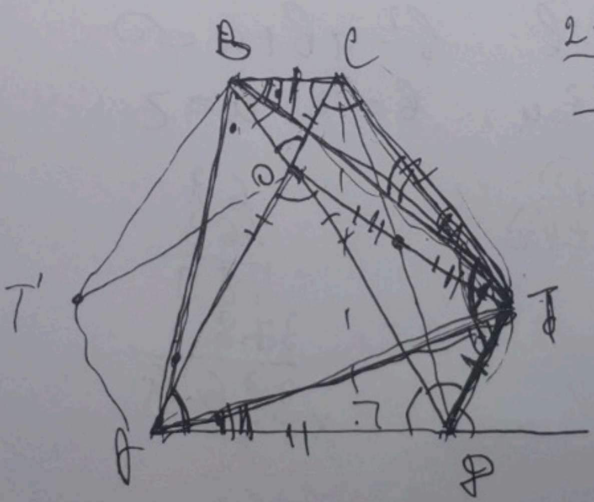
$=\frac{\sin\alpha}{2}(d_1^2+2d_1d_2+d_2^2)=$



$1\frac56 \quad \frac{4}{39}$

$$\begin{array}{r} 49 \\ \times\ 12 \\ \hline 98 \\ 49 \\ \hline 588 \end{array}$$

$\frac12(2\cdot2+2\cdot5+2\cdot5+5\cdot5)\frac{\sqrt3}{2}$



$$\frac{\frac{2+5}{2}\cdot\sqrt{a^2-\left(\frac32\right)^2}}{\frac{a^2\sqrt3}{4}}=\frac{14\sqrt{a^2-\frac94}}{a^2\sqrt3}$$

$AT=BT$

$\frac{49\sqrt3}{2}=\frac72\sqrt{\ }$

$(2+5)^2\cdot\frac{\sqrt3}{2}$, $49\cdot3=a^2-\frac94$

$a=\sqrt{\frac{49\cdot12+9}{4}}$