Часть 1

Олимпиада: **Математика, 10 класс (1 часть)**

Шифр: **211006704**

ID профиля: **281352**

Вариант 11

Чистовик. Лист 2

" — " : $3a^2 = 10$

$a = \sqrt{\frac{10}{3}}$

$b = \sqrt{\frac{65}{3}}$

$S_{ABC} = \frac{a \cdot b}{2} = \sqrt{\frac{10}{3}} \cdot \sqrt{\frac{65}{3}} \cdot \frac{1}{2} = \frac{5\sqrt{26}}{6}$

Ответ: $\angle ABC = 90^\circ$

$S_{ABC} = \frac{5\sqrt{26}}{6}$

Задача 3.

A: $5a^2+12ax+4ay+8x^2+8xy+4y^2=0$

B, парабола: $ax^2-2a^2x-ay+a^3+4=0$

$$y=x^2-2ax+a^2+\frac{4}{a}$$

$$x_0=\frac{-b_1}{2a_1}=\frac{2a}{2}=a$$

$$y_0=f(x_0)=a^2-2a^2+a^2+\frac{4}{a}=\frac{4}{a}$$

$B(a;\frac{4}{a})$

$y-3x=4$ – прямая p

$y=3x+4$

Если B под этой прямой p, то $\frac{4}{a}<4+3a$

$3a^2+4a-4>0$

$(a+2)(3a-2)>0$

$a\in(-\infty;-2)\cup(\frac{2}{3};+\infty)$

над прямой p: $a\in(-2;\frac{2}{3})$

Черновик

№2. $\sqrt{x+2}-\sqrt{3-x}+3=2\sqrt{6+x-x^2}$

$\begin{cases} x\geq -2 \\ x\leq 3 \\ 6+x-x^2\geq 0 \end{cases}$ $x^2-x-6\leq 0$

$(x-3)(x+2)\leq 0$

$\boxed{ОДЗ: \quad x\in[-2;3]}$!

$\sqrt{x+2}-\sqrt{3-x}+3\geq 0$

$\sqrt{x+2}+3\geq\sqrt{3-x}$

$x+2+9+6\sqrt{x+2}\geq 3-x$

$6\sqrt{x+2}\geq \cancel{-14-2x}$ $-8-2x$

$x\geq -14$

$36x+72\geq 196+28x+x^2$

$x^2-64x+124\leq 0$

$\frac{D}{4}=\frac{b^2}{4}-ac=1024-124=900=30^2$

$x_1=\frac{64+30}{2}=47$ $x_2=\frac{64-30}{2}=17$

$x\in[17;47]$

$6\sqrt{x+2}\geq -8-2x$

$x\geq -2$

$36x+72\geq 64+4x^2+32x$

$4x^2-4x-8\leq 0$

$x^2-x-2\leq 0$

$(x-2)(x+1)\leq 0$

$\boxed{x\in[-1;2]}$!!!

$\sqrt{x+2}-\sqrt{3-x}=2\sqrt{6+x-x^2}-3$

$\cancel{x}+2+3-\cancel{x}-2\sqrt{6+x-x^2}=4(6+x-x^2)+9-12\sqrt{6+x-x^2}$

$10\sqrt{6+x-x^2}=4(6+x-x^2)+4$

$5\sqrt{6+x-x^2}=2(6+x-x^2)+2$

$5\sqrt{6+x-x^2}=14+2x-2x^2$

$25(6+x-x^2)=4(6+x-x^2)^2+4+8(6+x-x^2)$

$6+x-x^2=a$

$\begin{array}{r} 17 \\ \times 17 \\ \hline \end{array}$

$25a=4a^2+4+8a$

$4a^2-17a+4=0$

$D=289-64=225=15^2$ $a_1=\frac{17+15}{8}=4$ $a_2=\frac{17-15}{8}=\frac{1}{4}$

$a = 4$:

$6 + x - x^2 = 4$

$x^2 - x - 2 = 0$

$(x-2)(x+1) = 0$

$x = 2 \quad x = -1$

$a = \frac{1}{4}$:

$6 + x - x^2 = \frac{1}{4}$

$24 + 4x - 4x^2 - 1 = 0$

$4x^2 - 4y - 23 = 0$

$D = 16 + 16 \cdot 23 = 16 \cdot 24 = \cancel{16}\ 4^2 \cdot 2^2 \cdot 6 =$

$= (8\sqrt{6})^2$

$x_{1,2} = \frac{4 \pm 8\sqrt{6}}{8}$

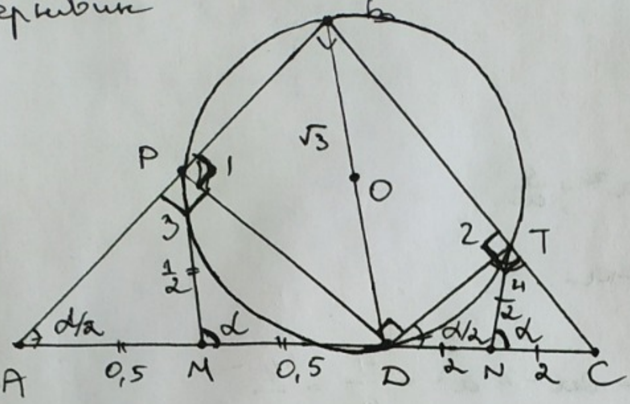
$2 < \sqrt{6} < 3$

$x_1 = \frac{4 + 8\sqrt{6}}{8} > \frac{4+16}{8} = 2,5$ – не подходит

$x_2 = \frac{4 - 8\sqrt{6}}{8} < \frac{4-16}{8} = -1,5$ – не подходит

Ответ: $x = -1$, $x = 2$

Черновик



$\angle 1 = \angle 2 = \frac{1}{2} \cup BD = 90° =$

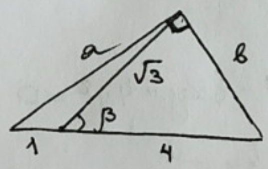
$= \angle 3 = \angle 4$

$\angle BAC = \frac{\alpha}{2}$ т.к. $\angle BMD = \alpha$

Аналогично $\angle CDT = \frac{\alpha}{2}$

Тогда $\angle BDT = 90° \Rightarrow$

$\Rightarrow \angle ABC = 90°$



$a^2 + b^2 = 25$

$b^2 = 3 + 16 - 8\sqrt{3} \cdot \cos\beta$

$a^2 = 3 + 1 + 2\sqrt{3} \cdot \cos\beta \ / \cdot 4$

$4a^2 + b^2 = 35$

$$\begin{cases} a^2 + b^2 = 25 \\ 4a^2 + b^2 = 35 \end{cases}$$

$3a^2 = 10$

$a^2 = \frac{10}{3}$

$a = \sqrt{\frac{10}{3}}$ $\quad b = \sqrt{25 - \frac{10}{3}} = \sqrt{21\frac{2}{3}} =$

$= \sqrt{\frac{65}{3}}$

$S = \frac{ab}{2} = \sqrt{\frac{10 \cdot 65}{9}} \cdot \frac{1}{2} = \frac{\sqrt{10 \cdot 65}}{6} =$

$= \frac{5\sqrt{26}}{6}$

№3. Черновик

A: $5a^2+12ax+4ay+8x^2+8xy+4y^2=0$

B парабола: $ax^2-2a^2x-ay+a^3+4=0$

$$f(x)=y=x^2-2ax+a^2+\frac{4}{a}$$

$$x_0=\frac{-b}{2a}=\frac{2a}{2}=a$$

$$y_0=f(x_0)=a^2-2a^2+a^2+\frac{4}{a}=\frac{4}{a}$$

$$B\left(a;\frac{4}{a}\right)$$

$y=4+3x$ – прямая p

B под прямой p:

$\frac{4}{a}<4+3a$

$a<0$.

$a>0$:

$4<4a+3a^2$

$3a^2+4a-4>0$

$D=16+16\cdot 3=$

$=16\cdot 4$

$=8^2$

$a=-2$

$a=\frac{2}{3}$

$a\in(-\infty;-2)\cup(\frac{2}{3};+\infty)$

$$5a^2+12ax+4ay+8x^2+8xy+4y^2=0$$

$\cancel{(x-)(y-)(x-)(y-)}$

$5a^2+4a(3x+y)+\cancel{4}(3x+y)$

$\cancel{(a-)(a-)}$

$\cancel{BZ}$ $(2x\cancel{2}y)(4x\cancel{2}y)$

$(ax-by)(cx-dy)=acx^2+bdy^2+$

$+(-ad-bc)xy$

$ac=8$ $bd=4$

$y^2+2xy+2x^2=(y-ax)(y-bx)=$

$=y^2+abx^2-(a+b)xy$

$ab=2$

$a+b=2$ $a=2-b$

$2b-b^2-2=0$

$b^2-2b+2=0$

$D=4-1$

211006704 (U281352 M1275046)

Чистовик

Задача №2. Лист 3

$\sqrt{x+2}-\sqrt{3-x}+3=2\cdot\sqrt{6+x-x^2}$

Ограничения значений x: $\begin{cases} x+2\geq 0\\ 3-x\geq 0\\ 6+x-x^2\geq 0\end{cases}$ $\begin{cases} x\geq -2\\ x\leq 3\\ (x+2)(x-3)\leq 0\end{cases}$ $x\in[-2;3]$

Т.к. $2\cdot\sqrt{6+x-x^2}\geq 0$, то

$\sqrt{x+2}-\sqrt{3-x}+3\geq 0$

$\sqrt{x+2}+3\geq\sqrt{3-x}$

Обе части неравенства неотрицательны, возведём нер-во в квадрат:

$x+2+9+6\cdot\sqrt{x+2}\geq 3-x$

$6\cdot\sqrt{x+2}\geq -8-2x$

$3\sqrt{x+2}\geq -4-x$ Т.к. $3\sqrt{x+2}\geq 0$, то при $-4-x<0$ (, т.е. $x>-4$) нер-во верно для $\forall x\in D_f$, $f(x)=\sqrt{x+2}$

При $x\leq -4$ выр-е не имеет смысла $D_f=[-2;+\infty)$

$\sqrt{x+2}-\sqrt{3-x}+3=2\cdot\sqrt{6+x-x^2}$

$\sqrt{x+2}-\sqrt{3-x}=2\cdot\sqrt{6+x-x^2}-3$ возведём рав-во в квадрат

$x+2+3-x-2\sqrt{6+x-x^2}=4(6+x-x^2)+9-12\sqrt{6+x-x^2}$

$10\sqrt{6+x-x^2}=4(6+x-x^2)+4$

$5\sqrt{6+x-x^2}=2(6+x-x^2)+2$

$25(6+x-x^2)=4(6+x-x^2)^2+4+8(6+x-x^2)$

~~6+x~~ Сделаем замену: $6+x-x^2=a$

$25a=4a^2+4+8a$

$4a^2-17a+4=0$

$(4a-1)(a-4)=0$

$a_1=4$ $a_2=\cancel{4}\,\frac{1}{4}$

При $a=4$: $6+x-x^2=4$

$x^2-x-2=0$

$(x-2)(x+1)=0$

$x=2$, $x=-1$

входят в ОДЗ

При $a=\frac{1}{4}$: $6+x-x^2=\frac{1}{4}\ |\cdot 4$

$4x^2-4x-23=0$

$D=4^2+4^2\cdot 23=4^2\cdot 24=$

$=8^2\cdot 6=(8\sqrt{6})^2$

$x_{1,2}=\frac{4\pm 8\sqrt{6}}{8}$

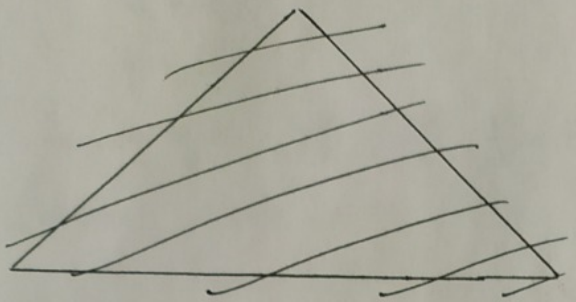
Проверим, входят ли эти значения в ОДЗ: $\underset{\sqrt{4}}{2}<\sqrt{6}<\underset{\sqrt{6,25}}{2,5}$

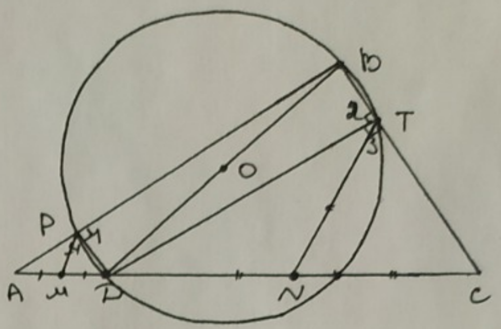
$x_1=\cancel{6}\,\frac{4+8\sqrt{6}}{8}=\frac{1}{2}+\sqrt{6}$ $2,5<x_1<3$ - входит в ОДЗ

$x_2=\frac{1}{2}-\sqrt{6}$ $-2<x_2<-1,5$ - входит в ОДЗ

Ответ: $x=\frac{1}{2}-\sqrt{6}$, $x=-1$, $x=2$, $x=\frac{1}{2}+\sqrt{6}$.

Задача N 1.





Дано: $\triangle ABC$
$D \in AC$
ω, BD - диаметр
$\omega \cap AB = P$
$\omega \cap BC = T$
M - середина AD $PM \parallel TN$
N - середина DC

Найти: а) $\angle ABC$
б) если $MP = \frac{1}{2}$, $NT = 2$, $BD = \sqrt{3}$, то S_{ABC} - ?

Решение:

а) 1. Четырехугольник $PDTB$ - вписанный, значит $\angle BPD \equiv \angle 1$, $\angle BTD \equiv \angle 2$, $\angle 1 + \angle 2 = 180°$, но $\angle 1$ и $\angle 2$ опираются на диаметр, значит, $\angle 1 = \angle 2 = 90°$
$\angle DTC \equiv \angle 3$ - смежный с $\angle 2$ => $\angle 3 = 90°$ => $\triangle APD$ - прямоугольный
$\angle APD \equiv \angle 4$ - смежный с $\angle 1$ => $\angle 4 = 90°$ => $\triangle DTC$ - прямоугольный

2. т. M - середина гипотенузы AD $\triangle ADT$, след-но, $PM = AM = DT$
Аналогично, $DN = TN = NC$

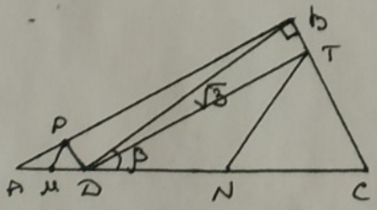
3. т.к. $PM \parallel TN$, то $\angle PMD = \angle TNC$ (как соотв. углы). Пусть $\angle PMD = \angle TNC = 2\alpha$

4. $\triangle AMP$ - р/б, $PM = MA$, $\angle PMD$ - внешн., след-но, $\angle PMD = \angle MAP + \angle APM = 2\alpha$, но $\angle MAP = \angle APM$ => $\angle MAP = \angle APM = \alpha$
Аналогично, $\angle TDN = \angle ATN = \alpha = \angle MAP = \angle APM$

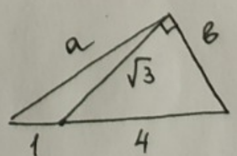
5. $\angle PAD + \angle PDA = 90° = \angle PAM + \angle PDA = \angle MAP + \angle PDA = \angle TDN + \angle PDA = 90°$ =>
=> $\angle PDT = 90°$ $(180° - \angle PDA - \angle TDN)$

6. Во вписанном четырехугольнике $PBTD$ $\angle PBT + \angle PDT = 180°$, $\angle PBT \equiv \angle ABC = 180° - \angle PDT = 90°$

б)



1. По доказанному ранее, $PM = AM = DT = 0{,}5$, $DN = TN = NC = 2$
Тогда $AD = 1$, $DC = 4$
Пусть $AB = a$, $BC = b$



Запишем Т. Пифагора для $\triangle ABC$:
$a^2 + b^2 = 25$

Запишем Т. косинусов для $\triangle ABD$ и $\triangle DBC$:
$\triangle DBC$: $b^2 = 3 + 16 - 8\sqrt{3} \cdot \cos\beta$
$\triangle ABD$: $a^2 = 3 + 1 + 2\sqrt{3} \cdot \cos\beta$ $(\cos(180° - \beta) = -\cos\beta)$ $| \cdot 4$, $+$

$$\begin{cases} b^2 + 4a^2 = 35 \\ b^2 + a^2 = 25 \end{cases}$$

Часть 2

Олимпиада: **Математика, 10 класс (2 часть)**

Шифр: **211006704**

ID профиля: **281352**

Вариант 11

Чистовик

Задача №4.

$$\begin{cases} \frac{4}{x^2+y^2} + x^2+y^2 = 5 \\ x^4+y^4+3x^2y^2 = 20 \end{cases}$$

Совершим замену: $x^2+y^2=a$ $x^2y^2=в$

Тогда система уравнений принимает вид:

$$\begin{cases} \frac{4}{a} + в = 5 \\ a^2 + в = 20 \end{cases} \quad -$$

$$a^2 - \frac{4}{a} = 15$$

$$a^3 - 15a - 4 = 0$$

Подберём корень $a=4$, тогда

$$\begin{array}{r|l} a^3 - 0a^2 - 15a - 4 & a-4 \\ \cline{2-2} -\ a^3 - 4a^2 \qquad\qquad & a^2+4a+1 \\ \hline 4a^2 - 15a \quad & \\ -\ 4a^2 - 16a \quad & \\ \hline a - 4 & \\ -\ a - 4 & \\ \hline 0 & \end{array}$$

$(a-4)(a^2+4a+1)=0$

$a_1=4$, $a^2+4a+1=0$

$D = 16-4 = (2\sqrt{3})^2$

$a_{2,3} = -2 \pm \sqrt{3}$ - не соотв. усл-ю, т.к.

$$a \geqslant 0 \quad (x^2+y^2 \geq 0+0 = 0)$$

Т.е. остаётся единственный корень для $a=4$

Тогда

$в = 20 - a^2 = 20 - 16 = 4$. Произведём обратную замену

$$\begin{cases} x^2+y^2=4 \\ x^2y^2=4 \end{cases}$$

$x^2 = 4-y^2$

$4y^2 - y^4 - 4 = 0$

$y^4 - 4y^2 + 4 = 0$

$(y^2-2)^2 = 0$

$y^2 = 2$

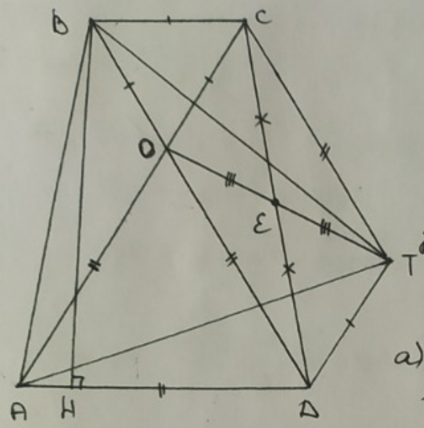
$y = \pm\sqrt{2}$, Тогда

$x = \pm\sqrt{4-y^2} = \pm\sqrt{2}$

Ответ: $(-\sqrt{2}; -\sqrt{2})$, $(-\sqrt{2}; \sqrt{2})$, $(\sqrt{2}; -\sqrt{2})$, $(\sqrt{2}; \sqrt{2})$.

Чистовик Лист 2

Задача № 6.



Дано: чет-к ABCD - выпуклый

$AC \cap BD = O$

$\triangle BCO$ - р/с, $\triangle AOD$ - р/с

т.T симм. т.O отн. середины E CD

а) Д-ть: $\triangle ABT$ - правильный (р/с)

б) Найти: $\dfrac{S_{ABT}}{S_{ABCD}}$, если $BC = 2$, $AD = 5$

а) Док-во:

1. Т.к. $\triangle BOC$ - правильный, то $\angle B = \angle C = \angle O_1 = 60°$ аналогично, т.к. $\triangle AOD$ - правильный, то $\angle A = \angle O = \angle D = 60°$ => $BC \parallel AD$ ($\angle CBD = \angle BDA$ — накрест лежащие при секущей BD) => ABCD - трапеция.

2. ∡ $\triangle BOA$ и $\triangle COD$:
   а) $BO = CO$
   б) $AO = DO$
   в) $\angle BOA = \angle COD$

   След-но, $\triangle BOA = \angle COD$ (по I признаку), значит, $BA = CD$ => ABCD - р/б трапеция.

3. Проведём CT и DT. OCTD - параллелограмм (т.к. $CE = ED$, $OE = ET$, что следует из симметрии), значит, $OC \parallel TD$, $OC = TD$, $OD = CT$, $\angle OCT = \angle ODT$,
~~Рассм. △OCD и △TDC: OD = CT, OC = TD, CD - общая => △OCD = △TDC (по III признаку), значит,~~
$\angle COD = \angle CTD$, $CT \parallel OD$

4. $OC \subset AC$, но $OC \parallel TD$ => $AC \parallel TD$ => ACTD - трапеция, причем $AD = OD = CT$ => => ACTD - р/б трап. => $\angle CTD = \angle ADT$.

   Аналогично, BCTD - р/б трапеция, => $\angle BCT = \angle DTC = \angle ADT = \angle DOC$.

5. ∡ $\triangle BCT$, $\triangle TDA$, $\triangle COD$: $BC = TD = CO$, $CT = DA = OD$, $\angle BCT = \angle TDA = \angle COD$, след-но, $\triangle BCT = \triangle TDA = \triangle COD$ (по II признаку), значит, $BT = TA = CD$, но $CD = BA$ => $AB = BT = TA$ => $\triangle ABT$ - р/с, т.е. правильный.

б) Решение:

1. ∡ $\triangle BOA$: $\angle O = 180° - \angle BOC = 180° - 60° = 120°$ (угол р/с тр-ка)

   По т. косинусов:

   $BA^2 = BO^2 + OA^2 - 2BO \cdot OA \cdot \cos 120°$

   $BA^2 = 4 + 25 - 2 \cdot 2 \cdot 5 \cdot \frac{1}{2} = 19$

   $BA = \sqrt{19}$

Тогда $S_{ABT} = \frac{a^2\sqrt{3}}{4} = \frac{19\sqrt{3}}{4}$ Чистовик, лист 3

2. В трап. $ABCD$ опустим высоту BH. Т.к. $ABCD$ – р/б трап., то
$AH = \frac{AD - BC}{2} = 1,5$

Из $\triangle AHB$: по Т Пифагора:

$AH^2 + BH^2 = AB^2$

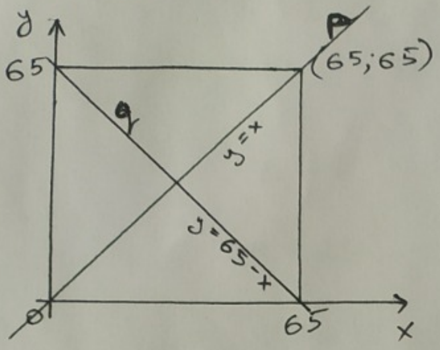
$BH = \sqrt{AB^2 - AH^2} = \sqrt{19 - 2,25} = \sqrt{16,75} = \frac{\sqrt{67}}{2}$

$S_{ABCD} = \frac{(AD + BC)}{2} \cdot BH = \frac{7 \cdot \sqrt{67}}{4}$

$\frac{S_{ABT}}{S_{ABCD}} = \frac{19\sqrt{3}}{7\sqrt{67}}$

Ответ: $\frac{S_{ABT}}{S_{ABCD}} = \frac{19\sqrt{3}}{7\sqrt{67}}$

Задача 5.



∀ точку A на прямой q:

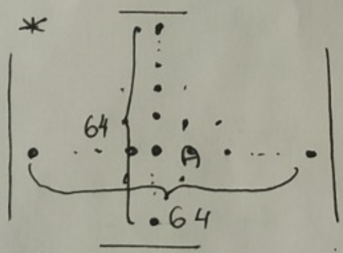
A(a; b)

Ей в соответствие должна быть найдена точка (узел) B(c; d), причем c ≠ a, d ≠ b (усл-е того, что AB ∦ OY и AB ∦ OX)

Всего внутри ~~кв~~ кв-та со стороной 65 64×64 узла. Поскольку c ≠ a, d ≠ b, то мы можем „вычеркнуть" из возможных узлов 2 прямые вида x = a и y = b, на которых будет в сумме (63+63+1)* 127 точек, т.е. этой точке в соответствие могут быть поставлены 4096 − 127 = 3969 точек. Всего ~~точек~~ узлов на прямой q 64, значит в первом случае возможны 64 · 3969 вариантов.

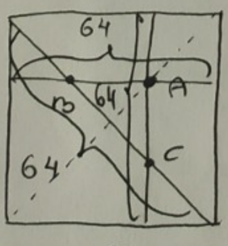
Второй случай — прямая y = x — рассматривается аналогично, но теперь на прямой 63 нерассмотренные точки и соединять точку прямой p с прямой q не надо (все такие возможности уже рассмотрены), тогда каждая точка может быть соединена с (4096 − 64 − 63 − 62)** другими, а всего их 63, т.е. имеем еще 3907 · 63 варианта

*



— но т. A считается тут 2 раза, поэтому 127

**



A, B, C считаются 3 раза, поэтому 189

Тогда всего: 64 · 3969 + 63 · 3907 = 500157

Ответ: 500157

$$\begin{cases} \dfrac{4}{x^2+y^2} + x^2y^2 = 5 \\ x^4+y^4+3x^2y^2 = 20 \end{cases}$$

$a = x^2+y^2$ $\quad$ $в = x^2y^2$

$$\begin{cases} \dfrac{4}{a} + в = 5 \\ a^2 + в = 20 \end{cases}$$

$$a^2 - \frac{4}{a} - 15 = 0$$

$$a^3 - 4 - 15a = 0$$

$$a^3 - 15a - 4 = 0$$

$$\cancel{\begin{array}{l|l} a^3 - 15a - 4 & a-4 \\ a^3 - 4a & a^2 - 11 \\ \hline -11a - 0 & \end{array}}$$

$$64 - 60 - 4 = 0$$

$$(a-4)(a^2+4a+1) = 0$$

$$\begin{array}{l|l} a^3 - 0a^2 - 15a - 4 & a-4 \\ \underline{a^3 - 4a^2} & a^2+4a+1 \\ \quad 4a^2 - 15a & \\ \quad \underline{4a^2 - 16a} & \\ \qquad a - 4 & \\ \qquad \underline{a - 4} & \\ \qquad\quad 0 & \end{array}$$

$a = 4$ $\qquad$ $D = (2\sqrt{3})^2$

$$a = -2 \pm \sqrt{3}$$

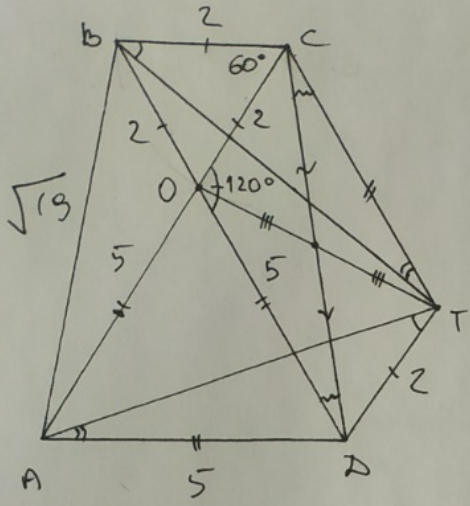
$$в = 4$$

$$\begin{cases} x^2+y^2 = 4 \\ x^2y^2 = 4 \end{cases} \qquad x^2 = 4 - y^2$$

$$4y^2 - y^4 - 4 = 0$$

$$y^4 - 4y^2 + 4 = 0$$

$$y^2 = 2$$



ACTD – р/б трап. (AC ∥ TD, CT = AD) $\Rightarrow \angle ADT = \angle CTD =$
$= \angle COD = 120°$

$CD = AB = 4 + 25 - 20\cos 120 = 29 - 10 =$
$= 19$

$$S_{ABT} = \frac{a^2\sqrt{3}}{4} = \frac{361\sqrt{3}}{4}$$

$$19^2 = a^2 + 1{,}5^2$$

$$a = \sqrt{19^2 - 1{,}5^2} = \sqrt{361 - 2{,}25} =$$

$$= \sqrt{358{,}75} = \frac{\sqrt{1435}}{2} =$$

$3 + 1671 = 67$

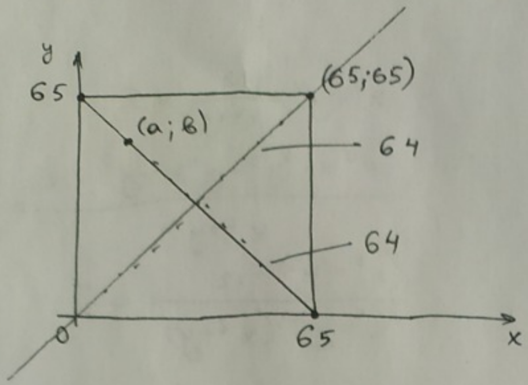
$1435 = 5 \cdot 7 \cdot 41$

$$\begin{array}{r} \times\ 358\cancel{4} \\ 4 \\ \hline 1432 \end{array}$$

$$S = 3{,}5 \cdot \frac{\sqrt{1435}}{2} = \frac{7\sqrt{1435}}{4}$$

$$\frac{S_{ABT}}{S} = \frac{361\sqrt{3}}{7\sqrt{1435}}$$

№ 5.



(c, d), $c \neq a$, $d \neq в$

$64^2 = 2^{12} = 4096$.

$4096 - 63 - 63 =$

$= 3970 - 1 = 3969$

64 варианта

$64 \cdot 3969 +$

+

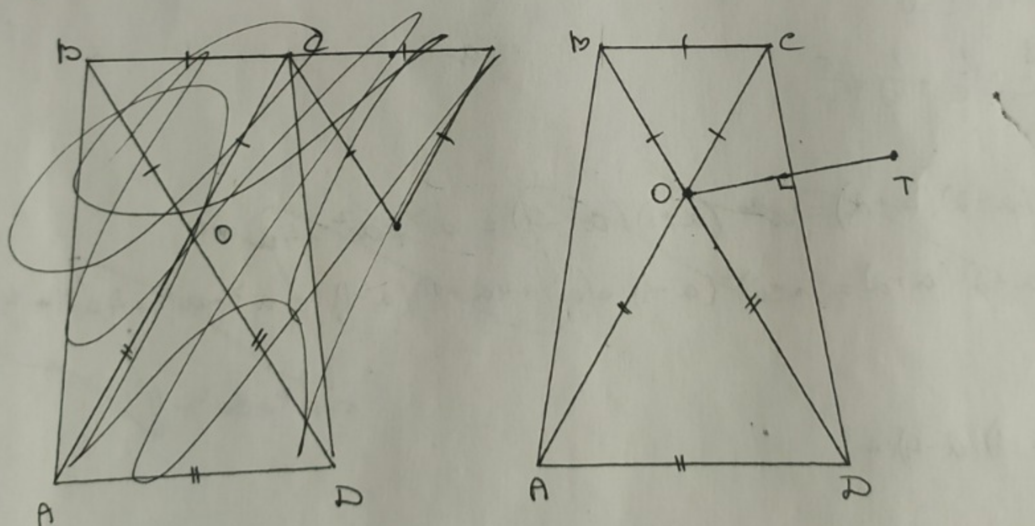
$63 \cdot (4096 - 63 \cdot 3) = 63 \cdot 4096 - 63^2 \cdot 3$

Всего ~~63·4096 + 64·3969~~

~~21~~ 189

$3907 \cdot 63 + 3969 \cdot 64$ =

№ 6.



$$\begin{array}{r} 3969 \\ +\ 3907 \\ \hline 7876 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \times\ 7876 \\ 63 \\ \hline 23628 \\ 47256 \\ \hline 496188 \\ +\ 3969 \\ \hline 500157 \end{array}$$

211006704 (U281352 M1275047)

№ 4.

Черновик

$$\begin{cases} \frac{4}{x^2+y^2}+x^2y^2=5 \\ x^4+y^4+3x^2y^2=20 \end{cases}$$

$x^2+y^2=a$

$x^2y^2=b$

$$x^4+y^4-\frac{12}{x^2+y^2}=5$$

$$\frac{x^6+x^4y^2+y^4x^2+y^6-12}{x^2+y^2}=5$$

$$\frac{(x^8-y^8)-12}{(x^2-y^2)(x^2+y^2)}=5$$

$$\frac{(x^8-y^8)-12}{x^4-y^4}=5$$

$$\begin{cases} \frac{4}{a}+b=5 \\ a^2+b=20 \end{cases}$$

$$a^2-\frac{4}{a}=15$$

$$a^3-15a-4=0$$

$-1 \; -2 \; -2$

1 1 -4 $\quad$ -1 1 4

-1 -1 -4

~~1 2 -2~~ $\quad$ ~~-1 2 2~~

$(a-c)(a-d)(a-e)=$ ~~a^2-ea^2~~ $a^3-ea^2-da^2+ade-ca^2+cae+acd-cde=$

$=a^3+a^2(-e-d-c)+a(de+ce+cd)-cde=0$

$x^8-y^8-5(x^4-y^4)-12=$
$=0$

$e+d+c=0$

$de+ce+cd=15$

$cde=4$

$a(a^2-15)-4=0$

a

$e+d+c=0$

$\frac{1}{c}+\frac{1}{e}+\frac{1}{d}=\frac{15}{4}$

~~$(a+1)(a-2)(a+2)=$ a^3 $(a+1)(a^2-4)=a^3+a^2-4a-4$~~

~~$(a-1)(a+2)(a+2)=(a+2)^2(a-1)=(a^2+4a+4)(a-1)=a^3-a^2+4a^2-4a+4a-4=$~~

~~$=a^3+3a^2-4$~~

$(a+1)(a+1)(a-4)=$

$$\frac{(x^8-y^8)}{(x^4-y^4)}-\frac{12}{x^2+y^2}=5$$