Часть 1

Олимпиада: **Математика, 10 класс (1 часть)**

Шифр: **211006420**

ID профиля: **284712**

Вариант 11

Чистовик

1

N1

$\triangle ABC$

$D \in AC$

$\omega(O; \frac{BD}{2})$ - окр

BD - диам.; $\omega \cap AB = P$

$\omega \cap BC = T$

M - сер AD, N - сер DC

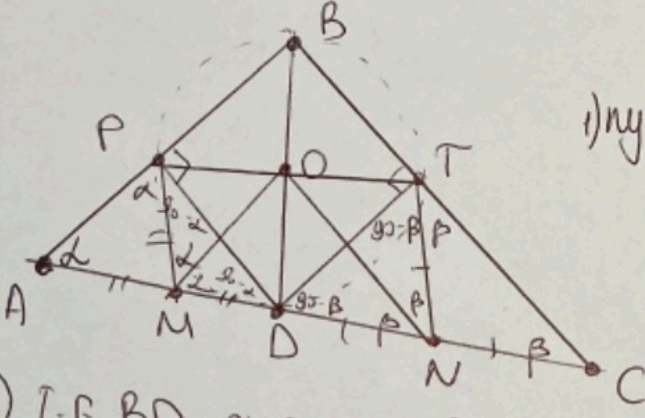
$PM \parallel TN$

---

1) $\angle ABC$ - ?

2) $MP = 0{,}5$; $NT = 2$; $BD = \sqrt{3}$

S_{ABC} - ?



1) пусть $\angle A = \alpha$, $\angle C = \beta$

2) т.к. BD - диам, а $P, T \in \omega$, то $\angle DPB = \angle DTB = 90^\circ$

3) пусть O - центр окр ω, тогда MO и ON - ср. лин $\triangle ABD$ и $\triangle DBC$ (ведь $BO = OD$; $DM = MA$; $DN = NC$)

$\Downarrow$ $BC \parallel ON$, $AB \parallel OM$

$\angle OND = \beta$; $\angle OMD = \alpha$

4) $\triangle DTC$: $\angle DTC = 90^\circ$; TN - мед. $\Rightarrow TN = DN = NC$

$\Rightarrow \triangle TNC$ - р/б $\Rightarrow \angle NCT = \angle NTC = \beta$

5) Аналогично $\angle PAM = \angle MPA = \alpha$ и $PM = AM = MD$

6) Также т.к. $BC \parallel ON$ $\angle NTC = \angle ONT = \beta$ (н/л)

т.к. $ON \parallel AB$ $\angle APM = \angle PMO = \alpha$

~~7) $\angle AMP = 180 - 2\alpha$ | т.к. $PM \parallel TN$, то $\angle$ (соотв.)~~

~~$\angle TNC = 180 - 2\beta$~~

7) $\angle PMD = \angle PMO + \angle OMD = 2\alpha$ | т.к. $PM \parallel TN$, то

$\angle TNC = 180 - 2\beta$ | $\angle PMD = \angle TNC$ (соот. углы)

$\Downarrow$

$2\alpha = 180 - 2\beta$

$\alpha + \beta = 90^\circ$

8) $\angle ABC = 180 - \alpha - \beta = 90^\circ$

№1

Чистовик

2

9) $PM=0{,}5 \Rightarrow$ из п. 4 и п. 5: $AM=MD=0{,}5$
$NT=2$
$DN=NC=2 \Rightarrow AC = 2AM+2NC = 1+4=\underline{\underline{5}}$

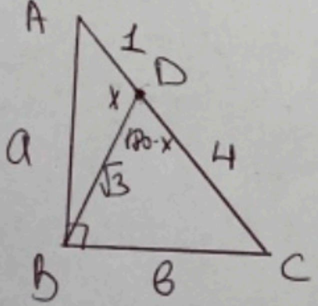
10) ~~$\angle MPD = \angle APD - \angle APM$~~ $= 90-\alpha$
~~$\angle NTD = 90-\beta$~~

11) ~~т.к. $NT=TC$ и $MP=MD$, то $\angle PDM = \angle MPD = 90-\alpha$~~
~~$\angle TDN = \angle NTD = 90-\beta$~~

12) ~~т.к. $\angle ABC = 90°$, то~~ $BTDP$ – прямоуг и $PT \cap BD = O$

13) ~~$MPOD$~~:

10)



$5^2 = a^2 + b^2 = 25$

ΔABD:
$a^2 = 1+3-2\cdot\sqrt{3}\cdot\cos x$

ΔBDC
$b^2 = 3+16-2\cdot\sqrt{3}\cdot 4\cdot\cos(180-x) =$
$= 19+8\sqrt{3}\cos x = 25-a^2$

$$\begin{cases} a^2 = 4-2\sqrt{3}\cos x \\ 25-a^2 = 19+8\sqrt{3}\cos x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4a^2 = 16-8\sqrt{3}\cos x \\ + \\ 25-a^2 = 19+8\sqrt{3}\cos x \end{cases}$$

$25+3a^2=35$

$b=\sqrt{\frac{75}{3}-\frac{10}{3}} = \sqrt{\frac{65}{3}} \Leftarrow a=\sqrt{\frac{10}{3}}$

11) $S_{ABC} = \frac{1}{2}AB\cdot BC = \frac{1}{2}ab = \frac{1}{2}\frac{\sqrt{650}}{3} = \frac{\sqrt{650}}{6} = \frac{5\sqrt{26}}{6}$

Ответ. а) $90°$
б) $\frac{5\sqrt{26}}{6}$

Чистовик

№2

③

$\sqrt{x+2}+\sqrt{3-x}+3=2\sqrt{6+x-x^2}$

ОДЗ:
$\begin{cases} x+2\geq 0 \\ -x+3\geq 0 \\ 6+x-x^2\geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow x\in[-2;3]$

1) $(x+2)(-x+3)=6+x-x^2$

2) пусть $x+2=a^2$

$-x-2=-a^2$ $\Rightarrow 6+x-x^2=a^2(5-a^2)$

$-x+3=5-a^2$

(из ОДЗ: $a^2\in[0;5]$
$a\in[-\sqrt5;+\sqrt5]$)

3) $a+\sqrt{5-a^2}+3=2a\sqrt{5-a^2}$

$(2a-1)\sqrt{5-a^2}=a+3$ $\nearrow 2$

~~$\frac{a+3}{2a-1}\geq 0$~~
~~$a\in(-\infty;-3]\cup[\frac12;+\infty)$~~
~~$a\in[\frac12;\sqrt5]$~~

$2a^4+2a^3-9a^2-7a+2=0$

Заметим, что $a=-1$ и $a=2$ явл. реш., тогда

$(a+1)(a-2)(2a^2+4a-1)=0$

$a_1=-1$
$a_2=2$ – подходят

$a_{3,4}=\frac{-4\pm\sqrt{16+8}}{4}=-1\pm\frac{\sqrt6}{2}\Rightarrow a_3=-1-\frac{\sqrt6}{2}$
$a_4=-1+\frac{\sqrt6}{2}$

~~4) Рассм $a=-1-\frac{\sqrt6}{2}\ \vee -\sqrt5$~~

~~$1+1{,}5-2\sqrt{1{,}5}\ \vee\ 5$~~

~~$2{,}5-2\sqrt{1{,}5}$~~

$2{,}5-\sqrt6\ \vee\ 5$

4) Рассм a_3 и a_4:

$a_3^2=2{,}5+\sqrt6$

$a_4^2=2{,}5-\sqrt6$

$\sqrt6<2{,}5\Rightarrow a_3^2<5$

$a_4^2>0$

$\Downarrow$

a_3 и a_4 подходят для ОДЗ

5) $x=a^2-2$:

$x_1=-1;\ x_2=2;\ x_3=0{,}5+\sqrt6;\ x_4=0{,}5-\sqrt6$

Ответ. x: $-1;\ 2;\ 0{,}5\pm\sqrt6$

211006420 (U284712 M1275832)

Чистовик

№3

$$5a^2+12ax+4ay+8x^2+8xy+4y^2=0 \quad : A$$

— окруж. $\Longleftrightarrow (\sqrt{2}y+\sqrt{2}a)^2+(\sqrt{4}y+\sqrt{2}x)^2+$
$+(\sqrt{6}x+\sqrt{6}a)^2=a^2$

$$ax^2-2a^2x-ay+a^3+4=0 \quad : \text{пар. с т. } B \text{ - вершина}$$

$a-?$; A и B по разн. стороны от $y=4+3x$

$\cancel{y=\frac{x}{2a}}$ $\quad y=x^2-2ax+\left(\frac{a^3+4}{a}\right)$

4

$x_0=\frac{-2a}{}$

$y_0=4a^2+4a^2+a^2+\frac{4}{a}=9a^2+\frac{4}{a}$) коорд т. B

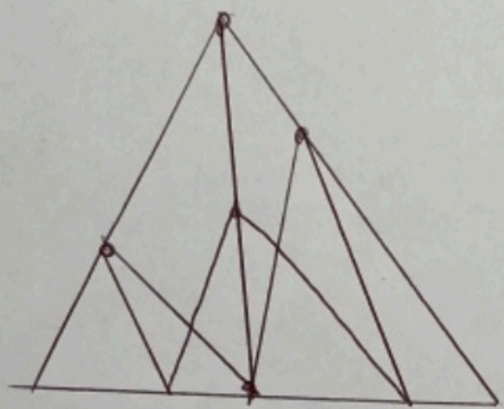
211006420 (U284712 M1275832)

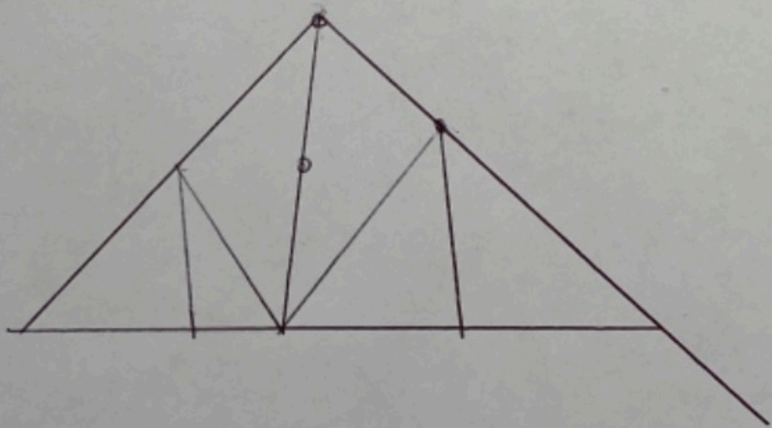
Черновик

$y = 3x - 4$

$5a^2 + 12ax + 4ay + 8x^2 + 8xy + 4y^2 = 0$

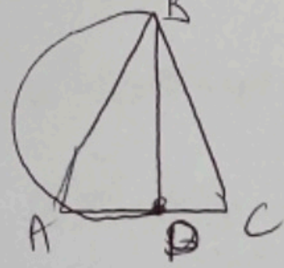
$ax^2 - 2a^2x - ay + a^3 + 4 = 0$

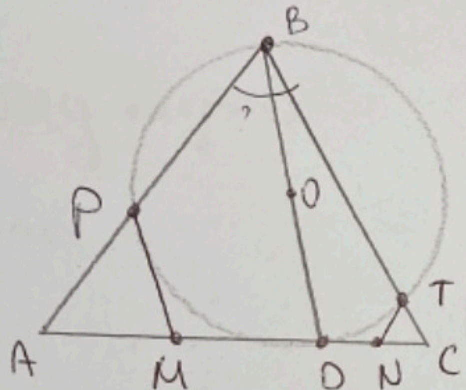


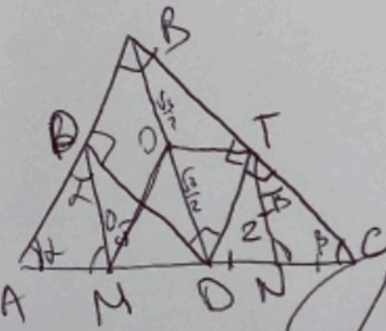


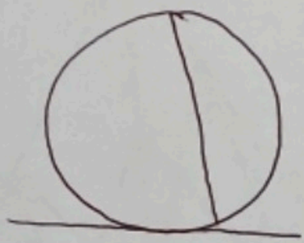
211006420 (U284712 M1275832)

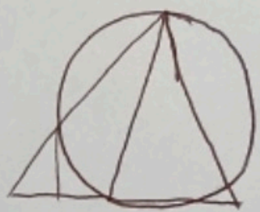
Черновик

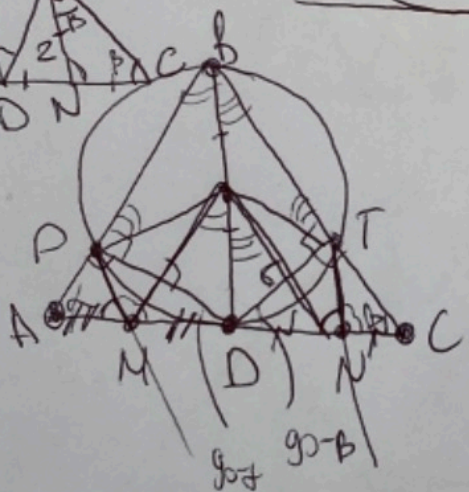


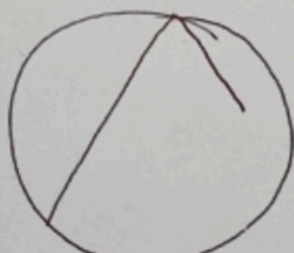


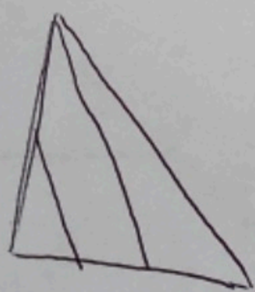


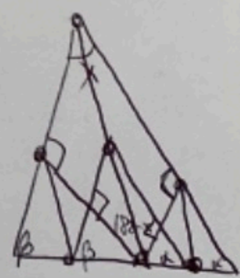


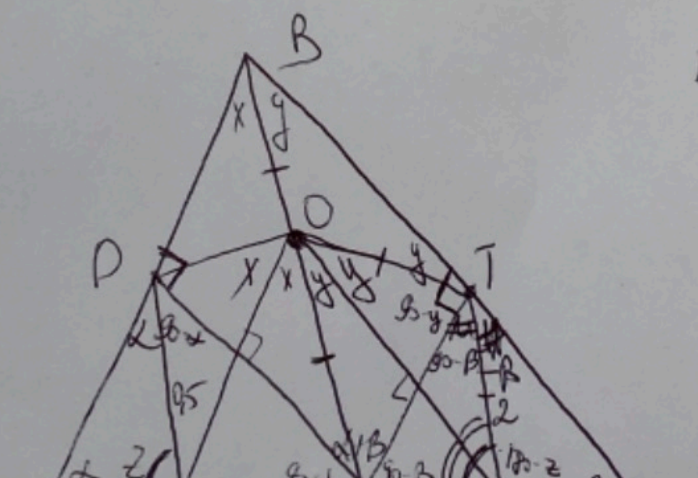


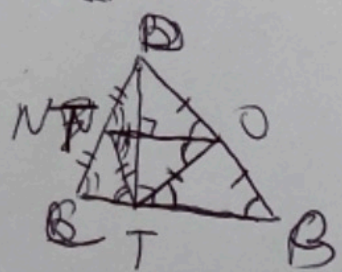












$z = 180 - 2\alpha$

$180 - z = 2\alpha$

$2\alpha + 2\beta = 180$

$\underline{\alpha + \beta = 90}$

211006420 (U284712 M1275832)

Черновик

$y=\frac{ax^2}{}$

$\frac{12}{4\sqrt2}=\frac{3}{\sqrt2}$ $2\sqrt2\cdot2\cdot\frac{3}{\sqrt2}$

$8x^2+12ax+\frac{9}{4}a^2+4y^2+4ay+a^2$ $+1{,}25a^2+ay$

$64\cdot6+64x-64x^2=4x^4-4x^3-67x^2+34x+289=0$

$64\cdot6=384$

$(a^2-a-2)(2a^2+4a-1)=$
$=2+\cancel{2a^4+2a^3-3a^2-4a^2}$

$4x^4-4x^3-3x^2-30x-95=0$

289, 384, 95

$x+2\geqslant0$
$3-x\geqslant0$
$(x+2)(3-x)\geqslant0$

$x\geqslant-2$
$x\leqslant3$

$\sqrt{x+2}-\sqrt{3-x}+3=2\sqrt{(x+2)(3-x)}$

$384-289=95=2a^4+2a^3-9a^2-7a+2$

$2a^4+4a^3-a^2-2a^3=4a^2+a-4a^2-8a+2$

$\cancel{x+2+3-x=5}$

$\sqrt{x+2}-\sqrt{3-x}+8=2\sqrt{(x+2)(3-x)}+x+2+3-x$

$x+2=a^2$

$-2\quad3$

$-x-2=-a^2$

$x+2:$
$[0;5]$

$-x-2+5=-a^2+5$

$\cancel{x}+3-x=5-a^2$

$\sqrt{x+2}-\sqrt{3-x}+8=(\sqrt{x+2}+\sqrt{3-x})^2$

$5-2\sqrt{(x+2)(3-x)}+\sqrt{x+2}-\sqrt{3-x}+3-5$

$(\sqrt{3-x}-\sqrt{x+2})^2=\sqrt{3-x}-\sqrt{x+2}+2$

$a-\sqrt{5-a^2}+3=2a\sqrt{5-a^2}$

$(\sqrt{3-x}+\sqrt{x+2})(\sqrt{3-x}-\sqrt{x+2}-1)=2$

$(2a+1)\sqrt{5-a^2}=a+3$

$\frac{a+3}{2a-1}\geqslant0$

$a=\frac{-4\pm\sqrt{16+8}}{2\cdot2}$

$1-2+3=2\sqrt{6-1-1}$

$(5-a^2)(4a^2+4a+1)=a^2+9+6a$

$+\quad-\quad+$ $-3\quad\frac12$ a

$\frac{-4\pm2\sqrt6}{4}$

$(-1+\sqrt{\frac32})^2=1{,}5+1-\frac{2\sqrt3}{\sqrt2}=2{,}5-\sqrt6$

$20a^2+20a+5-4a^4-4a^3-a^2-a^2-6a-9=0$

$a=2\Rightarrow x=2$
$a=-1\Rightarrow x=-1$

$(-1-\sqrt{\frac32})^2=(-(1+\sqrt{1{,}5}))^2=2{,}5+\frac{2\sqrt3}{\sqrt2}=2{,}5+\sqrt6$

$-4a^4-4a^3+18a^2+14a-4=0$

$a=-1\pm\frac{\sqrt6}{2}$

$2-2-9+7+2$

$\cancel{2<\sqrt6<3}$ $\sqrt6\vee2{,}5$
$6\vee6{,}25$
$<$

$2a^4+2a^3-9a^2-7a+2=0$

$\sqrt6<2{,}5\Rightarrow$

$32+16-36-14+2$

$a=2$

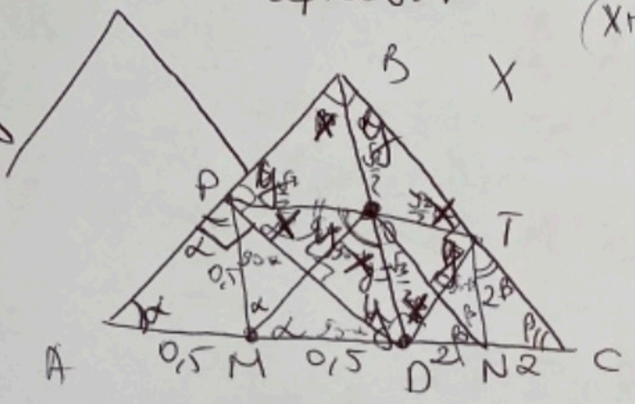
$(a-2)(2a^3+6a^2+3a-1)=0$

$(a-2)(a+1)(2a^2+4a-1)$

$2a^3+6a^2+3a-1\,|\,a+1$
$2a^3+2a^2$ | $2a^2+4a-1$
$4a^2+3a$
$4a^2+4a$
$-a-1$

$2a^4+2a^3-9a^2-7a+2\,|\,a-2$
$2a^4-4a^3$ | $2a^3+6a^2+3a-1$
$6a^3-9a^2$
$6a^3-12a^2$
$3a^2-7a$
$3a^2-6a$
$-a+2$

Черновик



$(x+y)^2 + (a+y)^2$ ~~y+2~~ $(2y+a)^2$

$x + 90 - \alpha$

$+$ $90 - \beta + 90 - x$

$180 + 90 - \alpha - \beta = 180$

$x+2 = a^2$

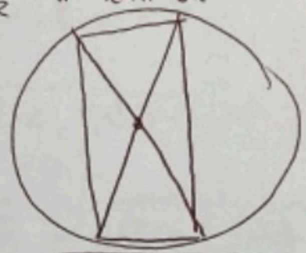
$2y^2+4ay+2a^2 \quad 2y^2+8xy+2x^2 \quad 2x^2+(2x+2y)^2 \quad +6x^2+12ax$

$y^2+4ay+4a^2 + -a^2 = -x-2$

$+x^2+12ax\ 16a^2 \quad -a^2+5=-x+3$

$(\sqrt2 y+\sqrt2 a)^2+(\sqrt2 y+\sqrt2 x)^2+(\sqrt6 x+\sqrt6 a)^2 - 6a^2 = a^2$

$a - b + 3 \quad 2\sqrt2 \cdot 3$



$(2a+1)\sqrt{5-a^2} = a+3$

$a - \sqrt{5-a^2} + 3 = 2a\sqrt{5-a^2}$

$(5-a^2)(4a^2+1+4a) = a^2+6a+9$

$20a^2+5+20a-4a^4-a^2-4a^3 = a^2+6a+9$

$\sqrt{x+2} - \sqrt{3-x} + 3 = 2\sqrt{6+x-x^2}$

a b

$18a^2+16a-4-4a^4-4a^3=0$

650 | 25
50 | 26
150

$2a^4+2a^3-9a^2-8a+2=0$

$x+2-3+x-2\sqrt{6+x-x^2} = 4(6+x-x^2)+9-12\sqrt{6+x-x^2}$

$10\sqrt{6+x-x^2} = 24+4x-4x^2+9-x+3-x-2$

$(x+2)(3-x) = 3x+6-x^2-2x = 6+x-x^2$

$a-b+3=2ab$

$16\sqrt{6+x-x^2} = 34+2x-4x^2$

$(2a+1)b = a+3$

$a-2ab-b=-3$

$b = \frac{a+3}{2a+1}$

$8\sqrt{6+x-x^2} = -2x^2+x+17$

$2^5+2^4-9\cdot2^2-8\cdot2+2$

$\frac{\sqrt{650}}{3}$

$b=\sqrt{25-\frac{10}{3}}=\frac{\sqrt{65}}{\sqrt3}$

$4a^2=16-y$

$x=2 \quad 25-a^2=19+y$

$32+16-36-16+2$

~~32-16-36~~

$\sqrt{3-x} = \sqrt{x+2}+3$

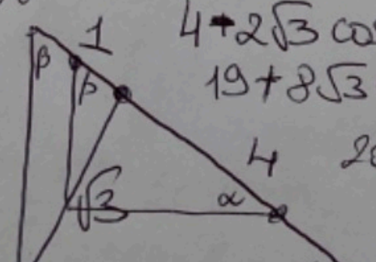
$5a^2-25=-35+30^2 \quad 3a^2=10 \Rightarrow a=\sqrt{\frac{10}{3}}$

$2-1+3=2\sqrt{6+2-4}$

$4+2\sqrt3\cos x = a^2 \quad 2\sqrt{x+2}+1$

$22=5a^2$

$19+8\sqrt3\cos x = b^2 = 25-a^2$



$20,6-4,4$

$\sqrt{x+2}\nearrow$

$\sqrt{3-x}\nearrow$

$25-4,4$

$a=\sqrt{\frac{22}{5}} \Rightarrow b^2=25-a^2=\sqrt{20,6}$

$(-2x^2+x+17)(-2x^2+x+17)=$

$=4x^4-2x^3-34x^2-2x^3+x^2+17x-34x^2+17x+17^2$

Часть 2

Олимпиада: **Математика, 10 класс (2 часть)**

Шифр: **211006420**

ID профиля: **284712**

Вариант 11

Чистовик

N4

$$\begin{cases} \frac{4}{x^2+y^2} + x^2y^2 = 5 \\ x^4+y^4+3x^2y^2=20 \end{cases}$$

1) пусть $x^2+y^2=a$ $(a \neq 0)$
$x^2y^2=b$

$\Updownarrow$

2) $$\begin{cases} \frac{4}{x^2+y^2} + x^2y^2 = 5 \\ (x^2+y^2)^2+x^2y^2=20 \end{cases} \Leftrightarrow - \begin{cases} \frac{4}{a}+b=5 \\ a^2+b=20 \end{cases}$$

$$\frac{4}{a}-a^2=-15$$

$$a^2-\frac{4}{a}-15=0$$

$$a^3-15a-4=0$$

Заметим, что $a=4$ - корень,

$$a^3-15a-4=(a-4)(a^2+4a+1)$$

3) $b_1=20-a_1^2=4$

$b_2=20-(4+3+4\sqrt{3})=$
$=13-4\sqrt{3}$

$b_3=20-(7-4\sqrt{3})=$
$=13+4\sqrt{3}$

$\Leftarrow$

$a_1=4$

$a_{23}=\frac{-4\pm\sqrt{16-4}}{2}=-2\pm\sqrt{3}$

$a_2=-2-\sqrt{3}=-(2+\sqrt{3})$

$a_3=-2+\sqrt{3}$

4) $b_1; a_1$:

$x^2+y^2=4$
$x^2y^2=4$ $\Rightarrow (4-y^2)y^2=4$

$$y^4-4y^2+4=0$$

$(y^2-2)=0 \Rightarrow y=\pm\sqrt{2}$

$x=\pm\sqrt{2}$

$(\sqrt{2};\sqrt{2})$
$(-\sqrt{2};-\sqrt{2})$
$(\sqrt{2};-\sqrt{2})$
$(-\sqrt{2};\sqrt{2})$

№4

5) $b_2; a_2$: Чистовик

2

$$x^2+y^2=-2-\sqrt{3}$$

$$x^2y^2=13-4\sqrt{3}=x^2(-2-\sqrt{3}-x^2)=-2x^2-\sqrt{3}x^2-x^4$$

$$x^4+x^2(2+\sqrt{3})+(13-4\sqrt{3})=0$$

$$\cancel{(x^2)_{12}=\frac{-2}{}}\quad D=7+4\sqrt{3}-4(13-4\sqrt{3})=$$

$$=-45+20\sqrt{3}$$

$$20\sqrt{3}\vee 45$$

$$\sqrt{3}\vee 2{,}25$$

$$\sqrt{3}<2{,}25$$

$$\Downarrow$$

$$20\sqrt{3}<45$$

$$\Downarrow$$

$$D<0$$

Для a_2 и b_2 нет решений

6) $b_3; a_3$:

$$x^2+y^2=\sqrt{3}-2$$

$$x^2y^2=13+4\sqrt{3}=x^2(\sqrt{3}-2-x^2)=-x^4+x^2(\sqrt{3}-2)$$

$$x^4+x^2(2-\sqrt{3})+13+4\sqrt{3}=0$$

$$D=7-4\sqrt{3}-4(13+4\sqrt{3})=-45-20\sqrt{3}<0$$

$$\Downarrow$$

Для a_3 и b_3 нет реш.

Ответ. $(\sqrt{2};\sqrt{2})$

$(-\sqrt{2};-\sqrt{2})$

$(-\sqrt{2};\sqrt{2})$

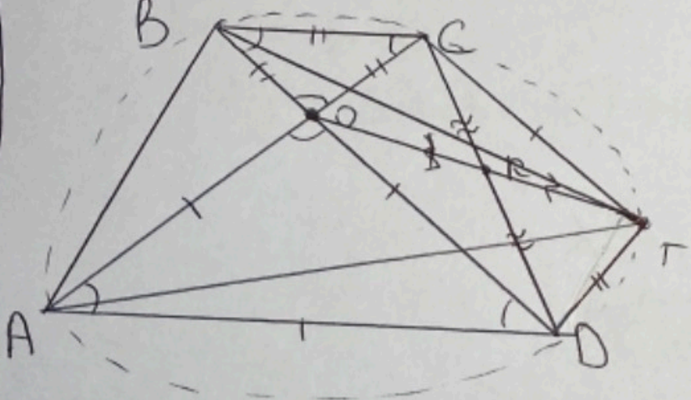
$(\sqrt{2};-\sqrt{2})$

Чистовик

№6

ABCD - выпукл. 4-угол
BD ∩ AC = O
△BOC и △AOD - р/с
K - сер CD
$S_K(O)=T$

а) △ABT - р/с
б) BC=2; AD=5
$\frac{S_{ABT}}{S_{ABCD}}$ - ?



3

△BOC и △AOD р/с
0) ∠CBO=∠BCO=∠BOC= =∠AOD=∠ODA=∠OAD=60°
BC=OC=OB; OA=OD=AD

1) Т.к. △BOC и △AOD - р/с, то ∠BCO = =∠OAD=60°
⇓
BC∥AD, т.к. равны н/л углы
⇓
ABCD - трапеция

2) △BOA=△COD по СУС: CO=BO; OD=OA; ∠BOA=∠COD (верт.)

ABCD - р/б трап. ⇐ AB=CD, ∠BAO=∠ODC ⇐

~~3) ∠BAD=∠OAD+∠BAO=∠ODA+∠ODC=∠ADC~~
⇓
~~ABCD - р/б трап.~~

3) Т.к. $S_K(O)=T$, то OK=KT, также CK=KD
△OKD=△TKC по СУС (и ∠OKD=∠TKC (верт))
⇓
OD=CT; ∠KOD=∠KTC ⇒ CT∥OD ⇒ OCTD - парал.

4) ∠COD = 180 - ∠BOC = 120° ⇒ ∠ACT=60°

5) Рассм. ACTD:
- OC∥TD ⇒ TD∥AC ⇒ ACTD - трап
- ∠TCA=60°=∠DAC ⇒ ACTD - р/б трап

6) ABCD - р/б трап ⇒ A, B, C, D - лежат на одной окр
ACTD - р/б трап ⇒ A, C, T, D - лежат на одной окр.
⇓
A, B, C, D, T - лежат на одной окр.

7) • ∠BAT=∠BDT, т.к. они опир. на ∪BCT
• ∠BDT=60° (т.к. OCTD - парал.) ⇒ ∠BAT=60°
• ∠BTA=∠BCA, т.к. опир на ∪AB
∠BCA=60° ⇒ ∠BTA=60°

№6 Чистовик (4)

8) $\angle BAT = \angle BTA = 60^\circ \Rightarrow \triangle ABT$ - р/с : $\angle ABT = 60^\circ$; $AB = BT = AT$

9) $S_{ABCD} = \frac{1}{2} d_1 \cdot d_2 \cdot \sin 60 = \frac{\sqrt{3}}{4} d_1 \cdot d_2$

$d_1 = BO + OD = BC + AD = 7$

$d_2 = CO + OA = BC + AD = 7$ $\Rightarrow S_{ABCD} = \frac{49\sqrt{3}}{4}$

10) $S_{ABT} = \frac{1}{2} AB^2 \cdot \sin 60 = \frac{AB^2\sqrt{3}}{4}$

11) $AB^2 = AO^2 + BO^2 - 2AO \cdot BO \cdot \cos 120 = AD^2 + BC^2 + AD \cdot BC =$

$= 25 + 4 + 10 = 39$

$\Downarrow$

$S_{ABT} = \frac{39\sqrt{3}}{4}$

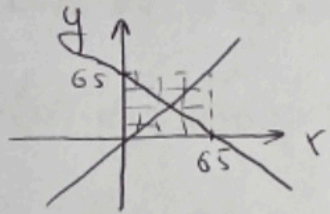
12) $\frac{S_{ABT}}{S_{ABCD}} = \frac{\frac{39\sqrt{3}}{4}}{\frac{49\sqrt{3}}{4}} = \frac{39}{49}$

Ответ. $\frac{39}{49}$

211006420 (U284712 M1275833)

Чистовик

№5



0) пусть n=65

5

1) Всего способов выбрать 2 узла:

$$X_1 = C^2_{(n-1)^2} = \frac{(n-1)^2!}{((n-1)^2-2)!\cdot 2!} = \frac{(n-1)^2((n-1)^2-1)}{2}$$

2) Найдем все ненужные случаи и вычтем из X_1:

2.1 • Число способов выбрать 2 узла на парал. прямой:

$$X_2 = \underbrace{2\cdot(n-1)}_{\text{число разл. рядов}}\cdot \underbrace{C^2_{n-1}}_{\text{число способов выбрать 2 узла в одном ряду}} = 2(n-1)\cdot\frac{(n-1)(n-2)}{2} = (n-1)^2(n-2)$$

2.2 • число способов выбрать 2 узла, оба из которых не лежат на $y=x$; $y=65-x$ (т.е. на диагоналях)

$(n-1)$ - узлов лежит на $y=x$

$(n-2)$ - других узлов лежит на $y=65-x$

$(2n-3)$ - общ. число узлов на диаг.

это число равняется:

$$X_3 = C^2_{(n-1)^2-2n+3} = \frac{((n-1)^2-2n+3)((n-1)^2-2n+2)}{2}$$

• Заметим, что случаи 2.1 и 2.2 пересекаются единожды в каждом ряду, т.е всего $X=2(n-1)$ раз

3) X_4 - ненужные случаи из X_1 (не подходящ. по усл.)

$$X_4 = X_2 + X_3 - X$$

4) $X_0 = X_1 - X_4 = X_1 - X_2 - X_3 + X$

X_0 - кол-во случаев

211096420 (L1284712 M1275833)

№5

Чистовик

6

$$X_0 = \frac{64^2\cdot(64^2-1)}{2} - 64^2\cdot 63 - \frac{(64^2-127)(64^2-128)}{2} + 2\cdot 64$$

$$X_0 = \frac{64^2(63\cdot 65-2\cdot 63)-(64^4+127\cdot 128-255\cdot 64^2)+256}{2} =$$

$$= \frac{64^2\cdot 63^2+255\cdot 64^2-64^4-127\cdot 128+256}{2} = \frac{64^2(63^2-64^2)+255\cdot 64^2}{2}$$

$$+\frac{-127\cdot 128+256}{2} = \frac{-64^2\cdot 127+64^2\cdot 255-127\cdot 128+256}{2} =$$

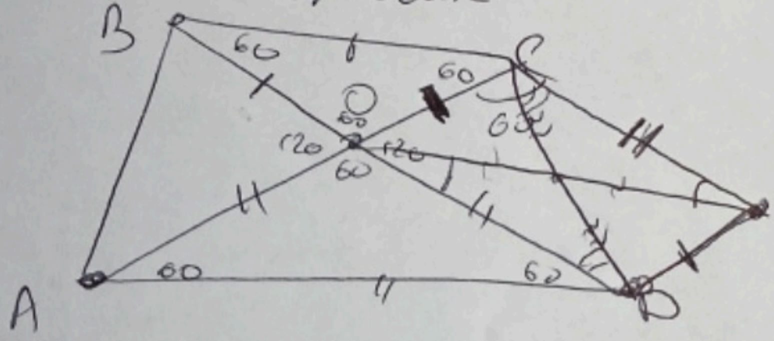
$$= \frac{64^2\cdot 128-127\cdot 128+2\cdot 128}{2} = \frac{128(64^2-125)}{2} = 64(64^2-125)$$

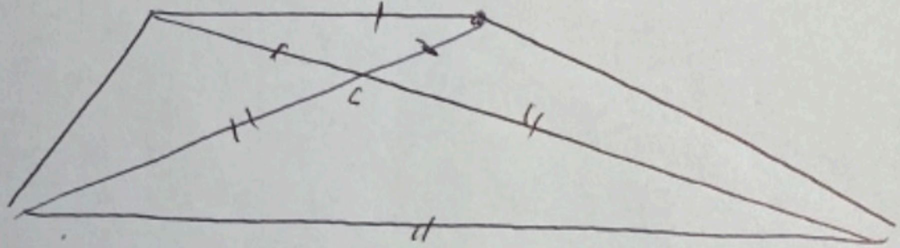
$$= 3971\cdot 64 = \underline{24144}$$

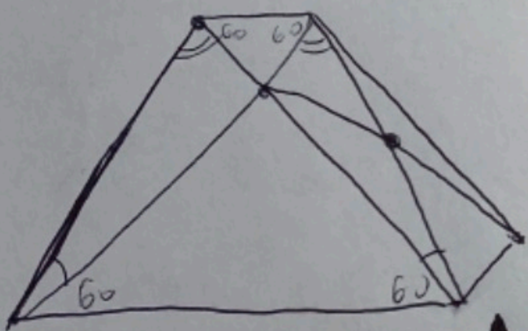
Ответ. 24144 способа

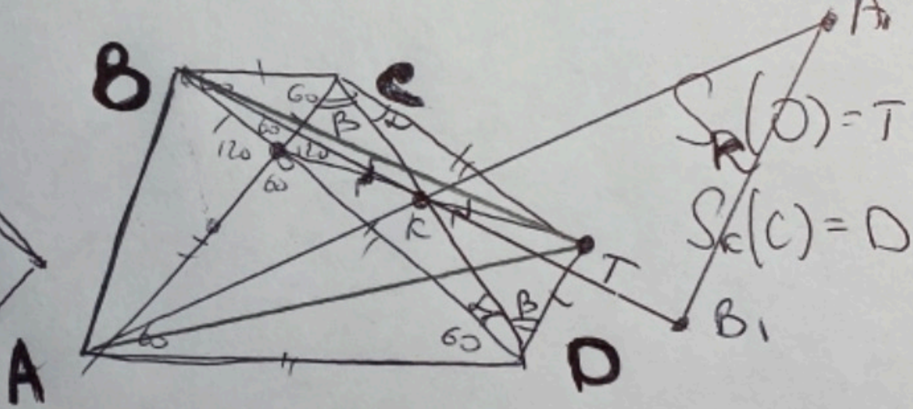
211006420 (U284712 M1275833)

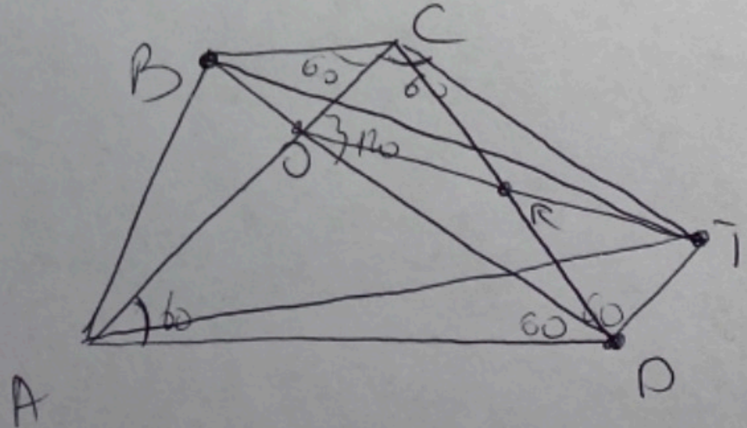
Черновик



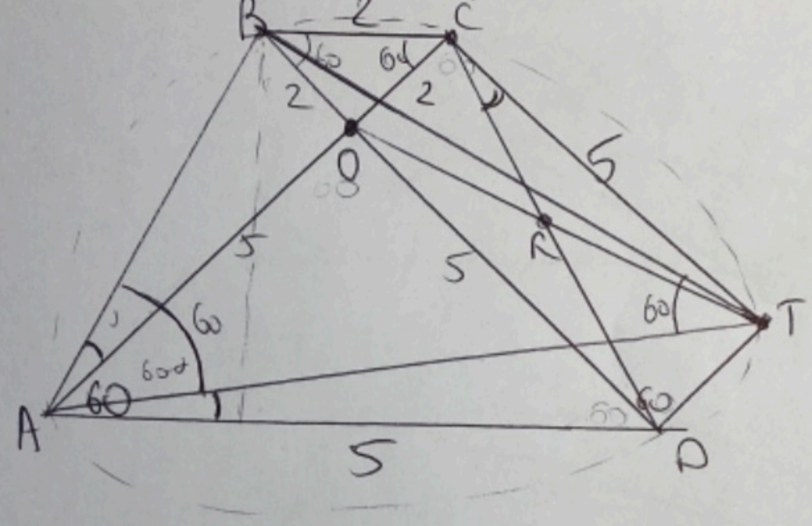








чернови



ABCD - впис
DTCA впис
⇓
ABCTD - впис

$AB = BT = AT = a$

$S_{ABT} = \frac{1}{2}a^2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$

$\frac{4\sqrt{3}}{4} + \frac{25\sqrt{3}}{4} = \frac{29\sqrt{3}}{4}$ $S_{ABCD} = \frac{1}{2} 7 \cdot 7 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{14\sqrt{3}}{4} = \frac{7\sqrt{3}}{2}$

$BT = 4 + 25 -$

$\begin{array}{r} 45 \\ \times 45 \\ \hline 225 \\ 180 \\ \hline 2025 \end{array}$

40

$1800 + \cancel{225}$ $400 \cdot 3 \vee -$

$1200 \vee 2025$

$$\frac{4}{(-\sqrt{2})^2 + (\sqrt{2})^2} + (-\sqrt{2})^2(\sqrt{2})^2$$

Черновик

$x^2+y^2=4$

$x^2y^2=4$

$x^2=\frac{4}{y^2}$

$\cancel{x^2-x^2y^2+y^2)}$

$\frac{4}{y^2}+y^2=4$

$\frac{1}{2}\cdot 2^2\cdot\frac{\sqrt3}{2}+\frac{1}{2}\cdot 25\frac{\sqrt3}{2}+\frac{1}{8}\frac{\sqrt3}{2}\cdot 10\cdot\frac{1}{8}\cdot 8=$

$y^4-4y^2+4=0$

$=\sqrt3+\frac{25\sqrt3}{4}+5\sqrt3=\frac{49\sqrt3}{4}$

$(y^2-2)^2=0$

$\frac{1}{2}\cdot 7\cdot 7\cdot\frac{\sqrt3}{2}=\frac{49\sqrt3}{4}$

$y=\pm\sqrt2$

$x^2=2 \Rightarrow x=\pm\sqrt2$

$x^2+y^2=\sqrt3-2$

$x^2y^2=7-4\sqrt3$

$x^2(\sqrt3-2-x^2)=7-4\sqrt3$

$\sqrt3x^2-2x^2-x^4=7-4\sqrt3$

$x^4+x^2(2-\sqrt3)+(7-4\sqrt3)=0$

при: $a=-2+\sqrt3$

$b=7-4\sqrt3$

нет реш.

$\Leftarrow$ $D=\cancel{4+3-4\sqrt3}(7-4\sqrt3)-28+16\sqrt3=$

$=12\sqrt3-21<0$

$7+4\sqrt3-4(7+4\sqrt3)$

$x^2+y^2=-2-\sqrt3$

$=-21-12\sqrt3<0$

$x^2y^2=7+4\sqrt3$

$x^2(-2-\sqrt3-\cancel{y^2})=7+4\sqrt3$

$x^4+x^2(2+\sqrt3)+7+4\sqrt3=0$

$1{,}73\times 12$

346

173

$20{,}76$

$144\cdot3 \vee 21^2$

432

21×21

21

42

441

$432\vee441$

211006420 (U284712 M1275833)

Черновик

$$\begin{cases} \frac{4}{x^2+y^2}+x^2y^2=5 \\ x^4+y^4+3x^2y^2=20 \end{cases}$$

$x^2+y^2=a$ $(\neq 0)$

$x^2y^2=b$

$\Leftrightarrow$ $(x^2+y^2)^2+x^2y^2=20$

$$\begin{cases} \frac{4}{a}+b=5 \\ \cancel{x^2} \; a^2+b=20 \end{cases}$$

$\frac{16}{25+b^2-10b}-b-20$

$a=\cancel{\frac{5-b}{1}}$ $\frac{4}{5-b}$ $(20+b)(25-10b+b^2)$

$16=500-200b+20b^2+25b-10b^2+b^3$

$\frac{4}{a}-a^2=-15$ $\quad \frac{4}{a}+a^2=25$

$a^3-25a^2+4=0$ $\quad b^3+10b^2-185b$

$a^3-15a-4=0$ $\quad \cancel{a^3=25a^2-4}$

$6\cdot 36+4=25\cdot 36$

$a^3-25a^2+4=0$ $\quad b=20-a^2$

$a^2(a^2-15)=4$

$a=4$ $\quad b=4$

$a=-2+\sqrt{3}$ $\quad 7-4\sqrt{3}$

$a=-2-\sqrt{3}$ $\quad 7+4\sqrt{3}$

$\cancel{a^3-25a+4=0}$

30-8

45-27

60-64

$\cancel{64}-$ $\cancel{36\cdot 6-25\cdot 6}$ $\quad 25\cdot 6-36\cdot 6$

$\cancel{64-100}$ $\quad 25\cdot 7-49\cdot 7$

$64-15\cdot 4-4=0$

$3+4-4\sqrt{2}$

$3+4+4\sqrt{3}$

$a^3-15a-4 \mid a-4$

$a^3-4a^2 \mid a^2$

$a^3+0-15a-4 \mid a-4$

$a^3-4a^2 \mid a^2+4a+1$

$4a^2-15a$

$4a^2-16a$

$a-4$

$a(a^2-25)=a(a-5)(a+5)$

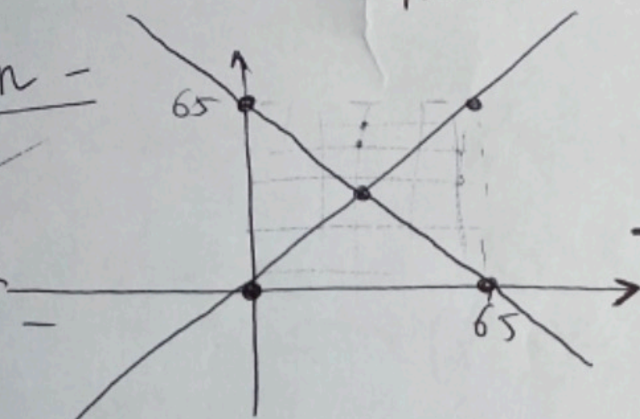
$\cancel{a(a-5)(a+5)=-4}$

$(5-a)(5+a)a=4$

$(a-4)(a^2+4a+1)=0$ $\quad a=\frac{-4\pm\sqrt{16-4}}{2}=\frac{-4\pm 2\sqrt{3}}{2}=-2\pm\sqrt{3}$

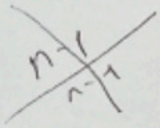
Черновик

$\frac{(n-1)^2(n-2)n}{2} -$



$\frac{64^2\cdot 63\cdot 05 - 2\cdot 64^2\cdot 63 -}{2}$

$- \frac{(64^4 - 64^2\cdot 255 + 127\cdot 128) + 256}{2}$

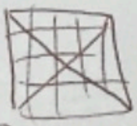


$\frac{64^2\cdot 63\cdot 65}{2} -$

$-63\cdot 64^2 -$

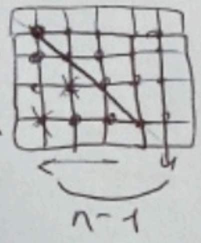
$-\frac{(64^2-127)(64^2-128)}{2}$

$+128$



$n-1+n-1-1=2n-3$

узлы не лежащие на диаг. $x\left((n-1)^2-2n+3\right)$ и



~~$64^2 63$~~ $\cdot 64^2\cdot 63 + 64^2\cdot 255$

$-64^4 - 127\cdot 128 - 256$

$N_0 = (n-1)^2$

$(n-1)(n-1)$

$\left(\frac{((n-1)^2-2n+3)((n-1)^2-2n+2)}{2}\right.$ $\cancel{64^2} \, 6$

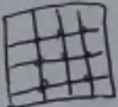
$x = \frac{((n-1)^2-2n+3)!}{(n-1)}$

$C^2_{64} = \frac{64^2!}{64^2_2!\cdot 2!} = \frac{\cancel{65\cdot 66}\ 64^2(64^2-1)}{2}$

$64^2(63^2-64^2+255)-128\cdot 129$

$\frac{(n-1)^2((n-1)^2-1)}{2} = \frac{(n-1)^2(n-2)n}{2}$

1 2 3 4 5

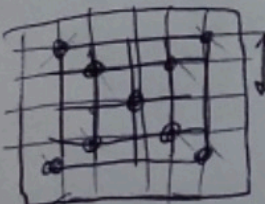


$\left(\frac{n-1}{2}\right)$ $2(n-1)$

всего сп. выбрать 2 узла

$64^2(255-127)-$

$-128\cdot 129$



$\frac{n-1}{2} - 1 = \frac{n-3}{2}$

$C^2_{2n-1} = \frac{(n-1)!}{(n-3)!\,2!}$

$\frac{64^2\cdot 28 - 128\cdot 129}{2}$

$\frac{(n-1)^2(n-2)}{}$ $(64+4)(64)$

$= \frac{(n-1)(n-2)}{2}$

95376 | 2
47688

способы выбрать 2 узла на парах прямых

47688

C $2(n-1)$

64
× 64
256
384
4096
127
3971

255
−127
28

64
× 64
256
384
4096
× 28
31968
7992
111888
16512

3971
× 64
15884
23826

128
× 129
1152
256
128
16512

$N = \frac{(n-1)^2(n-2)n}{2} - (n-1)^2(n-2) - \frac{((n-1)^2-2n+3)((n-1)^2-2n+2)}{4}$

$2(n-1)$

95376 / 2

254144

211006420 (U284712 M1275833)