Часть 1

Олимпиада: **Математика, 10 класс (1 часть)**

Шифр: **211006340**

ID профиля: **93033**

Вариант 11

Чистовик – Беловик

№3. $5a^2+12ax+4ay+8x^2+8xy+4y^2=0$

Преобразуем:

$8x^2+(8y+12a)x+5a^2+4ay+4y^2=0$

$D=64y^2+192ay+144a^2-160a^2-128ay-128y^2=$

$=-16a^2+64ay-64y^2=-16(a-2y)^2\leq 0$

Значит, единственным будет решение при $D=0$, то есть $a-2y=0 \Rightarrow y=\frac{a}{2}$, иначе решений не будет.

Т.к. $y=\frac{a}{2}$, то

$5a^2+12ax+2a^2+8x^2+4ax+a^2=0$

$8x^2+16ax+8a^2=0$

$x^2+2ax+a^2=0$

$(x+a)^2=0 \Rightarrow x=-a \rightarrow$ это един. решение.

То есть точка A имеет координаты $(-a;\frac{a}{2})$

т.к. вершина параболы в нуле производной, то

Точка B:

$ax^2-2a^2x-ay+a^2+4=0$

$y=x^2-2ax+a+\frac{4}{a}$

$(y)'=2x-2a$

$2x-2a=0$

$x=a$, тогда $y=a^2-2a^2+a+\frac{4}{a}=-a^2+a+\frac{4}{a}$

То есть точка B имеет координаты $(a;-a^2+a+\frac{4}{a})$

Прямая $y=3x+4$ и точки $A(-a;\frac{a}{2})$, $B(a;-a^2+a+\frac{4}{a})$

Чтобы точки были по разные стороны нужно:

$$\left[\begin{array}{l}\begin{cases}\frac{a}{2}>-3a+4\\ -a^2+a+\frac{4}{a}<3a+4\end{cases}\\ \begin{cases}\frac{a}{2}<-3a+4\\ -a^2+a+\frac{4}{a}>3a+4\end{cases}\end{array}\right.$$

Чистовик

Решим $\frac{a}{2}=-3a+4$

$a=\frac{8}{7}$

2) $-a^2+a+\frac{4}{a}=3a+4$

$-a^2-2a+\frac{4}{a}-4=0$

$-a^3-2a^2-4a+4=0$

$(-a^3-2a^2-4a+4)'=-3a^2-4a-4<0 \Rightarrow$ значит корень ~~только~~ один.

При этом, корень больше 0, т.к $4>0$ и меньше $\frac{8}{7}$ т.к.

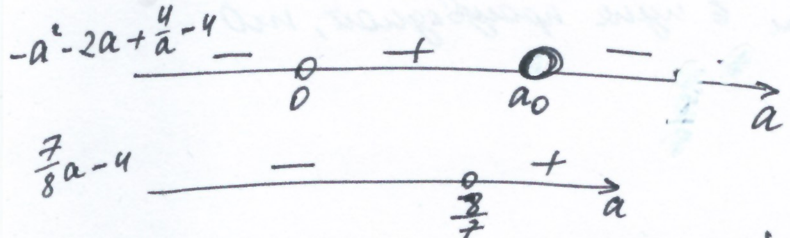
$-1-2-4+4<0$, а значит и

$-\left(\frac{8}{7}\right)^3-2\cdot\left(\frac{8}{7}\right)^2-4\left(\frac{8}{7}\right)+4<0$ т.к. убывает и $\frac{8}{7}>1$

Пусть a_0 — корень: $-a^3-2a^2-4a+4=0$, тогда

для функции $-a^2-2a+\frac{4}{a}-4=0$

По методу интервалов:



Значит $a\in(0;a_0)\cup(\frac{8}{7};+\infty)$

Ответ: при $a\in(0;a_0)\cup(\frac{8}{7};+\infty)$

чистовик

№2 | $\sqrt{x+2}-\sqrt{3-x}+3=2\sqrt{6+x-x^2}$, т.к. $6+x+x^2=(x+2)(3-x)$

ОДЗ: $\begin{cases} x+2\geq 0 \\ 3-x\geq 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x\geq -2 \\ x\leq 3 \end{cases} \Rightarrow x\in[-2;3]$ чистовик

3

Преобразуем выражение:

$\sqrt{x+2}-\sqrt{3-x}=2\sqrt{6+x+x^2}-3$

возведем обе части в квадрат:

$x+2+3-x-2\sqrt{(x+2)(3-x)}=$

$\underline{5}-2\sqrt{(x+2)(3-x)}=4(x+2)(3-x)+\underline{9}-2\cdot2\cdot3\sqrt{(3-x)(x+2)}$

$4-10\sqrt{(x+2)(3-x)}+4(x+2)(3-x)=0$

$2-5\sqrt{(x+2)(3-x)}+2(x+2)(3-x)=0$

Пусть $\sqrt{(x+2)(3-x)}=t$, тогда $t\geq 0$ и

$2-5t+2t^2=0$

$2t^2-5t+2=0$

$D=\cancel{\sqrt{25-4\cdot2\cdot2}}=25-4\cdot2\cdot2=25-16=9$

$t=\frac{5\pm3}{4}\Rightarrow \begin{matrix} t_1=2 \\ t_2=\frac{1}{2}\end{matrix}$

1 случ. $t_1=2$, тогда $\sqrt{(x+2)(3-x)}=2$ (возведем в квадрат)

$(x+2)(3-x)=4$

$6+x-x^2=4$

$2+x-x^2=0$

$x^2-x-2=0$

$(x-2)(x+1)=0$

$x_1=2$

$x_2=-1$

2 случ. $t_2=\frac{1}{2}$, тогда $\sqrt{(x+2)(3-x)}=\frac{1}{2}$ (возведем в квадрат

$(x+2)(3-x)=\frac{1}{4}$

$4(6+x-x^2)=1$

$4x^2-4x-23=0$

$D=16+4\cdot4\cdot23$

$x=\frac{1\pm\sqrt{26}}{2}$

$-2,04;\ 3,04.$

$x_1 = \frac{1+\sqrt{26}}{2} \approx 3,04 \to$ этот x не удовл. ОДЗ. Чистов

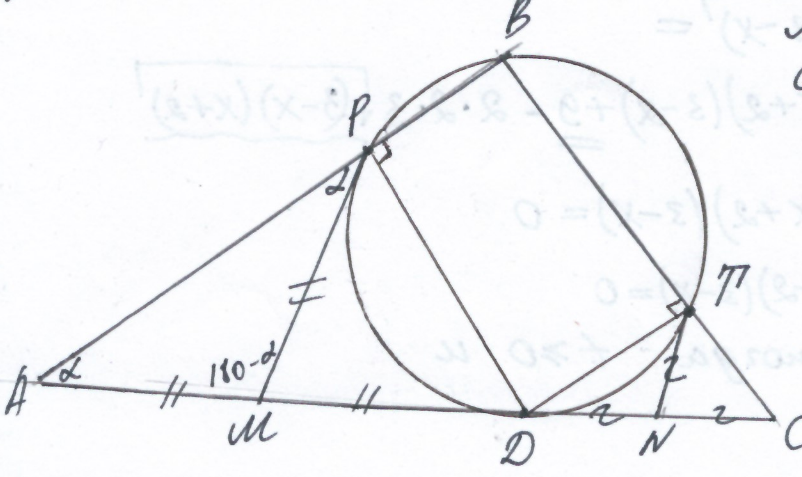
$x_2 = \frac{1-\sqrt{26}}{2} \approx -2,04 \to$ этот x не удовл. ОДЗ.

Тогда $x_1 = 2$; $x_2 = -1$

Ответ: 2 и -1.

№1. Дано

$PM \parallel TN$



т.к. точки P, B, T и D лежат на окружности, то PBTD – вписан, причем $\angle BTD = \angle BPD = 90°$ (как углы, опир. на диаметр)

т.к. $\angle BTD = \angle BPD = 90° \Rightarrow \triangle APD$ и $\triangle DT$[C] – п/у $\triangle$

Т.к. PM – медиана в прямоугольном $\triangle \Rightarrow AM = PM = MD$ (по св-ву медианы в п/у $\triangle$), тогда аналогично $DN = TN = N$[C]

Пусть $\angle A = \alpha$, $\angle C = \gamma$, тогда в $\triangle APM$:

$\cdot$ $AM = PM \Rightarrow \triangle APM$ – р/б $\triangle$ (по признаку равнобедренного $\triangle$) $\Rightarrow$
$= \angle A = \alpha = \angle PAM = \angle APM \Rightarrow \angle AMP = 180° - 2\alpha$ т.к. по сумме углов треугольника $\angle PAM + \angle APM + \angle AMP = 180° \Rightarrow \angle AMP =$
$= 180° - \angle APM - \angle PAM = 180° - 2\alpha$.

Пусть $\angle C = \gamma$, тогда в $\triangle TNC$:

$TN = NC \Rightarrow \triangle TNC$ – р/б $\Rightarrow \angle TNC = 180° - 2\gamma$ (аналогичные рассуждение) $\Rightarrow$ по сумме смежных углов $\angle DNT +$
$+ \angle TNC = 180° \Rightarrow \angle DNT = 180° - \angle TNC = 180° - (180° - 2\gamma) = 2\gamma$

Заметим, что $\angle AMP = \angle ANT$ (т.к. $PM \parallel TN$ и сек. AC) как соот. углы при паралл. прямых.

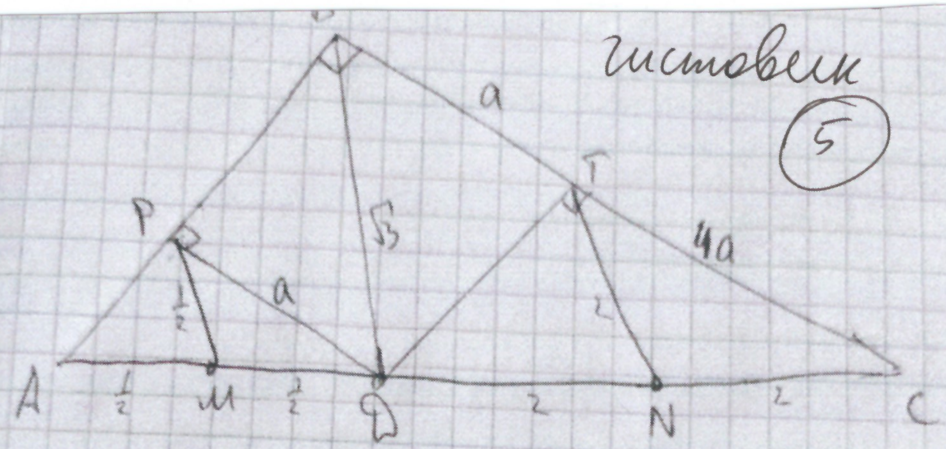
$180° - 2\alpha = 2\gamma \Rightarrow 180° = 2\alpha + 2\gamma \Rightarrow \alpha + \gamma = 90°$

Заметим, что $\angle ABC = 180° - \alpha - \gamma = 90°$

Ответ: $\angle ABC = 90°$

чистовик

5



$\triangle APD \sim \triangle DTC$

$\frac{PD}{TC} = \frac{1}{4}$, $PD = a$; $TC = 4a$

$DT = \sqrt{3 - a^2}$ – из т. Пифагора для $\triangle DTB$

$DT = \sqrt{16 - 16a^2}$ – из $\triangle DTC$

$3 - a^2 = 16 - 16a^2$

$15a^2 = 13$

$a = \sqrt{\frac{13}{15}}$; $DT = \sqrt{3 - \frac{13}{15}} = \sqrt{\frac{32}{15}}$

$S(ABC) = \frac{AB \cdot BC}{2} = \frac{5a \cdot \frac{5}{4} DT}{2} = \frac{25}{8} \sqrt{\frac{13 \cdot 32}{15}} =$

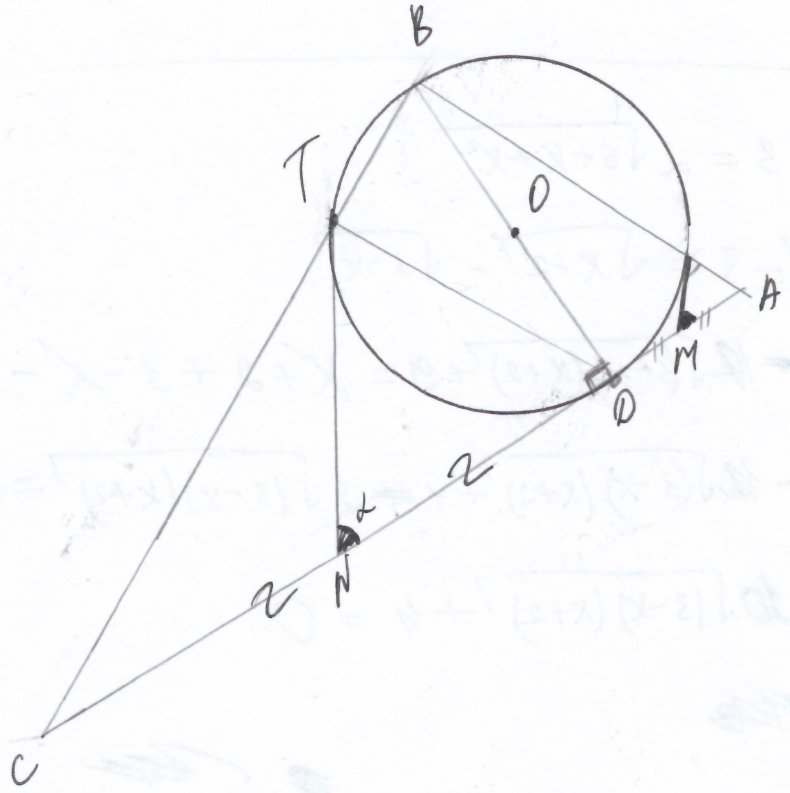
$= \frac{5}{2} \frac{\sqrt{26}}{3} = \frac{5\sqrt{26}}{6}$

Ответ: $\frac{5\sqrt{26}}{6}$

черновик

1 точка касания

1



$\sqrt{x+2} - \sqrt{3-x} + 3 = 2$ Черновик

1 корень – попуокр-ть

$\sqrt{x+2} - \sqrt{3-x} + 3 = 2\sqrt{6+x+x^2}$ 2г

$3 - x + x + 2 = 5$

$2\sqrt{x+2}\left(-\sqrt{3-x}+1\right) + \sqrt{3-x} + 1 = 0$

$\sqrt{x+2} - \sqrt{3-x} + 2 + 1 - 2\sqrt{(x+2)(3-x)} = 0$

$\sqrt{x+2}\left(2\sqrt{3-x}\right) + 1 - \sqrt{3-x} + \sqrt{x+2} = 0$

$2\sqrt{x+2}\left(1-\sqrt{3-x}\right)$

$\left(2\sqrt{x+2}+1\right)\left(1-\sqrt{3-x}\right) + \sqrt{x+2} = 0$

$\sqrt{t}-\sqrt{5-t}+3=2\sqrt{t(5-t)}$ Черновик 5

$\boxed{t=4} \to \boxed{x=2}$

$\cancel{t}-2\sqrt{t(5-t)}+5-\cancel{t}=4(t(5-t))-2\cdot3\cdot2\sqrt{t(5-t)}+9$

$\underline{\underline{5}}-2\sqrt{t(5-t)}=4(5t-t^2)-12\sqrt{t(5-t)}+\underline{\underline{9}}$

$-\sqrt{t(5-t)}=10t-2t^2-6\sqrt{t(5-t)}+2$

$10t-2t^2-5\sqrt{t(5-t)}+2=0$

$2(t^2-5t+1)=5\sqrt{t(5-t)}$

$2(t^2-5t+1)=25\cdot t(5-t)$

$2(t^2-5t+1)^2=25\cdot t(5-t)$

$2($

Часть 2

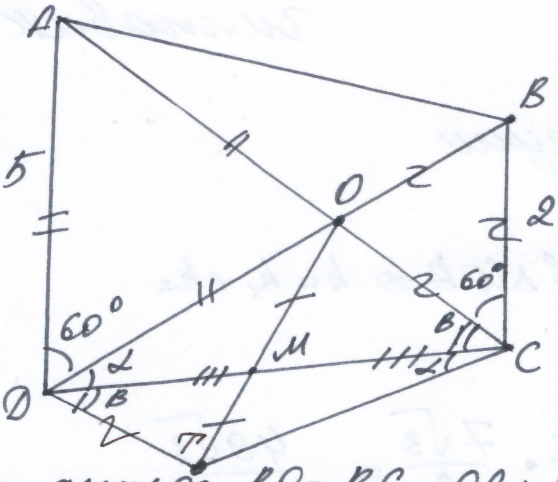
Олимпиада: **Математика, 10 класс (2 часть)**

Шифр: **211006340**

ID профиля: **93033**

Вариант 11

№3 | №6



чистовик

1

ABCD - р/б трапеция

т. к.

по усл. ΔAOD и ΔBOC - прав. $\Rightarrow$ по св-ву прав. Δ $AO = AD = OD$ и аналог. $BO = BC = OC$; тогда $\angle AOD = \angle BOC$ как вертик. углы, тогда т.к у правильных треугольников все углы равны, то $\angle CBO = \angle ODA$ это накрест/лежащие при BC и AD и секущей BD $\Rightarrow AD \parallel BC \Rightarrow$ ABCD - трапеция.

$\Delta AOB = \Delta ADC$ т.к $OD = AO$ и $OC = BO$ по св-ву правильн. ΔAOD и ΔBOC. Тогда в равных Δ соот. элементы равны $\Rightarrow AB = DC \Rightarrow$ трапеция ABCD - р/б

1) Т.к. T симметрична O от-но середины DC, то если M - середина DC, то $DM = MC$, $TM = OM$, DOCT - параллелограмм. (т.к в пар-ме диагонали точкой пересечения делятся пополам). $DT = OC \Rightarrow TC = DO$ (по св-ву пар-ма)

Пусть $\angle ODC = \angle DCT = \alpha$ (по св-ву равн. ΔDMO и ΔTMC), тогда $\angle OCD = \angle CDT = \beta$

Тогда $\alpha + \beta = \angle BOC$ (по с-ву смеж. углов) $= 60°$, т.к все углы в правильн. Δ равны $60°$.

Значит $\angle BCT = \angle ADT = 60° + \alpha + \beta = 120°$

Значит $\Delta AOB = \Delta TCB = \Delta ADT$

т.к. $AO = DO = TC$ и $\angle AOB = 120°$ (т.к. $\angle AOB$ - внеш. для ΔADO)

$\angle AOB = \angle BCT = 120°$; $BC = OB$ (по с-ву прав. Δ) $\Rightarrow \Delta AOB = \Delta TCB$ по 2 сторонам и углу.

для ΔADT рассуждения аналогичны.

Тогда $AB = BT = AT$ как соот. элем. равн. Δ

Но тогда ΔABT - правильный

ч т д

2) $AD=5$; $BC=2$ чистовик

(2)

Найдем высоту h трапеции

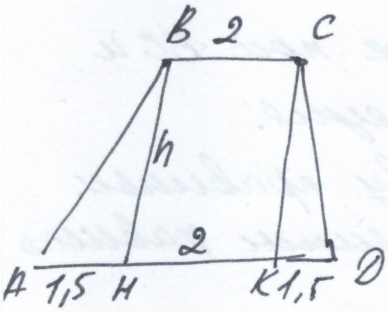
$$h=(5+2)\cdot\sin 60^\circ = \frac{7\sqrt{3}}{2}$$

(т.к. h_1 - высота в ΔAOD, h_2 - в $\Delta COB \Rightarrow h=h_1+h_2$

$h_1=5\cdot\sin 60^\circ$; $h_2=2\cdot\sin 60^\circ$)

$$S(ABCD)=\frac{1}{2}(AD+BC)\cdot h=\frac{7}{2}\cdot\frac{7\sqrt{3}}{2}=\frac{49\sqrt{3}}{4}$$

Найдем AB:



Пусть BH - высота, по св-ву высоты в трапеции $AH=\frac{AD-BC}{2}=\frac{7-5}{2}=1{,}5$

~~AB~~ (по теор. Пифагора для ΔABH):

$$AB=\sqrt{h^2+1{,}5^2}=\sqrt{\frac{9}{4}+\frac{147}{4}}=\sqrt{\frac{156}{4}}=\sqrt{39}$$

$$S_\Delta ABT=\frac{\sqrt{3}}{4}\cdot(AB)^2=\frac{1}{2}\cdot AB\cdot BT\cdot\sin 60^\circ=$$

$$=\frac{\sqrt{3}}{4}\cdot(AB)^2=\frac{\sqrt{3}}{4}\cdot 39=\frac{39\sqrt{3}}{4}$$

Тогда соотношение равно:

$$\frac{S_\Delta(ABT)}{S(ABCD)}=\frac{39\sqrt{3}}{4}:\frac{49\sqrt{3}}{4}=\frac{39\sqrt{3}}{4}\cdot\frac{4}{49\sqrt{3}}=\frac{39}{49}$$

Ответ: $\frac{39}{49}$

№1 4 чистовик

$$\begin{cases} \frac{4}{x^2+y^2} + x^2y^2 = 5 \\ x^4+y^4+3x^2y^2 = 20 \end{cases} \qquad x^2+y^2 \neq 0$$

3

Пусть $x^2 = a$, $y^2 = b$, тогда $a \geq 0$ и $b \geq 0$ и $a+b \neq 0$

$$\begin{cases} \frac{4}{a+b} + ab = 5 \quad (1) \\ a^2+b^2+3ab = 20 \quad (2) \end{cases}$$

Приравняем

$$\frac{16}{a+b} + 4ab = a^2+b^2+3ab$$

$$\frac{16}{a+b} = (a^2+b^2-ab)(a+b)$$

$$16 = a^3+b^3$$

Тогда $2^4 = a^3+b^3$

Заметим, что из $(1) \Rightarrow ab = 5 - \frac{4}{a+b}$

из $(2) \Rightarrow (a+b)^2 + ab = 20 \Rightarrow ab = 20-(a+b)^2$

Тогда пусть $t = (a+b)$, т.к. $a \geq 0$ и $b \geq 0 \Rightarrow t \geq 0$, т.к. $a+b \neq 0 \Rightarrow t > 0$

$ab = ab \Rightarrow 5 - \frac{4}{a+b} = 20-(a+b)^2 \Rightarrow 5 - \frac{4}{t} = 20 - t^2 \Rightarrow$

$\Rightarrow t^2 - \frac{4}{t} - 15 = 0 \quad / \cdot t$, т.к $t \neq 0$

$$t^3 - 15t - 4 = 0$$

Разложим на множители

$$(t-4)(t^2+4t+1) = 0$$

1 случай $t^2+4t+1=0$

$$t = \frac{-4 \pm \sqrt{16-4}}{2} = -2 \pm \sqrt{3}$$

$t_1 = -2-\sqrt{3}$, но $t > 0 \Rightarrow t_1$ не ~~явл.~~ подходит.

$t_2 = -2+\sqrt{3}$, но т.к. $\sqrt{3} < 2 \Rightarrow t_2$ также $< 0 \Rightarrow t_2$ не подход.

2 случай $t_3 = 4$, $t_3 > 0 \Rightarrow t = t_3 = 4$ подходит

Тогда т.к $t = 4$, то

$a + b = 4$

Т.к мы уже знаем, что

$a^3 + b^3 = 16 \Rightarrow (a+b)(a^2 - ab + b^2) = 16$ Чистовик

4

решим систему

$$\begin{cases} (a+b)(a^2 - ab + b^2) = 16 \\ a + b = 4 \end{cases} \Big| \Rightarrow a^2 - ab + b^2 = 4$$

$$\begin{cases} a^2 - ab + b^2 = 4 \\ a + b = 4 \end{cases} \Big| \Rightarrow (a+b)^2 - 3ab = 4 \Big| \Rightarrow 4^2 - 3ab = 4 \Rightarrow$$

$\Rightarrow 12 = 3ab \Rightarrow ab = 4$

Тогда $\begin{cases} ab = 4 \\ a + b = 4 \end{cases} \Big| \Rightarrow \begin{matrix} (b-4)(b) = -4 \\ a = 4 - b \end{matrix} \Big| \Rightarrow b^2 - 4b + 4 = 0 \Rightarrow$

$\Rightarrow (b-2)^2 = 0 \Rightarrow b = 2 \Rightarrow a + 2 = 4 \Rightarrow a = 2$

Тогда $x^2 = a = 2 \Rightarrow x = \pm\sqrt{2}$; $y^2 = b = 2 \Rightarrow y = \pm\sqrt{2}$

Ответ: $(+\sqrt{2}; +\sqrt{2})$; $(-\sqrt{2}; \sqrt{2})$; $(-\sqrt{2}; -\sqrt{2})$; $(+\sqrt{2}; -\sqrt{2})$

№5 ~~№2~~ Решим систему

$\begin{cases} y = x \\ y = 65 - x \end{cases} \Big| \Rightarrow 2x = 65 \Rightarrow$ нет решение в целых числах,

значит диагонали пересекаются не в узле клетки.

Посчитаем кол-во вариантов когда ровно одна точка выбрана на диагонали.

Всего $64 + 64 = 128$ способов выбрать такую точку.

Всего точек $= 64^2 = 4096$ ~~способов~~ точек, у которых одну диагональную мы выбрали, но, значит, мы не можем выбрать вторую точку диагональной, то есть остается

$(4096 - 128)$ точек.

Также мы не можем выбрать точку с такой же абсциссой ~~и~~ и ординатой. Значит, всего можно выбрать $(4096 - 128 - 63 - 63 + 2)$ точек

мы добавили 2, т.к. диагональные точки с той же

чистовик

№5(2) - продолжение

5

абсциссой или ординатой мы учли дважды).

Теперь $4096-128-126+26=3844$

всего же способов выбрать точки, чтобы ровно одна была на диагонали: $3844\cdot 128=492032$

Способов выбрать обе точки на диагоналях:

$\frac{128\cdot 125}{2}=8000$ (первую выберем 128 способами, а вторую можем 127, но, чтобы не было параллельности, нужно убрать еще 2 варианта)

Тогда всего способов:

$8000+492032=500032$

Ответ: 500032

Черновик

1

№4
$$\begin{cases} \dfrac{4}{x^2+y^2} + x^2y^2 = 5 \\ x^4 + y^4 + 3x^2y^2 = 20 \end{cases}$$

Пусть $a = x^2$; $b = y^2$

$$\begin{cases} \dfrac{4}{a+b} + ab = 5 \\ a^2 + b^2 + 3ab = 20 \end{cases}$$

$4 + ab(a+b) = 5(a+b)$

$\dfrac{16}{a+b} + 4ab = \cancel{4a^2 + 4b^2 + 12ab}$

$\dfrac{16}{a+b} = a^2 + b^2 + 3ab$

$\dfrac{16}{a+b} = a^2 + b^2 - ab$

$16 = (a^2 + b^2 - ab)(a+b)$

$16 = (a^2 - ab + b)(a+b)$

$16 = a^3 + b^3$

$x^2 + y^2 \neq 0$

$x^2 = -y^2$ $2 \cdot 2 \cdot 2$

$m^3 = b^3$

$x = 1$

$a = \sqrt[3]{15}$

$a^3 = 16 - b^3$

$a = \boxed{2 - b}$

1) $(2-b)^2 + b^2 + 3b(2-b) = 20$

$4 - 4b + b^2 + b^2 + 6b - 3b^2 = 20$

$-b^2 + 2b = 16$

плохой вариант

$b^2 - 2b + 16 = 0$

$b = \dfrac{2 \pm \sqrt{4 - 4 \cdot 16}}{2 \cdot a}$

Черновик

2

$$\frac{4}{a+b} = -5ab$$

$$4 = -5a^2b - 5b^2a$$

$$-4 = 5ab(a+b)$$

$$4 = -5ab(a+b)$$

$$a^2 + 3ab + b^2 - 20 = 0$$

$$\frac{-3b \pm \sqrt{9b^2 - 4(b^2-20)}}{2}$$

$$\boxed{\frac{-3b \pm \sqrt{5(b^2+4)}}{2}}$$

$$\frac{-3b \pm \sqrt{5b^2+4}}{2} = \quad -5b^2 \pm \sqrt{25}$$

$$9b^2 - 4b^2 + 20$$

$$5b^2 + 20$$

$$5(b^2+4)$$

$$5a^2b$$

$$a^2 \cdot 5b + a \cdot 5b^2 + 4 = 0$$

$$\frac{-5b^2 \pm \sqrt{25b^4 - 16 \cdot 5b}}{2 \cdot 10b}$$

$$\begin{cases} \frac{4}{a+b} + ab = 5 \\ a^2 + b^2 + 3ab = 20 \end{cases}$$

черновик

3

$$\frac{16}{a+b} + 4ab = a^2 + b^2 + 3ab$$

$$\frac{16}{a+b} = a^2 + b^2 - ab$$

$$16 = (a^2 - ab + b^2)(a+b)$$

$$\boxed{16 = a^3 + b^3} \qquad a = \sqrt[3]{16 - b^3}$$

Пусть тогда

$$\cancel{\sqrt[3]{(16-b^3)^2} + b^2 + 3\sqrt[3]{16-b^3}\cdot b = 20}$$

$$a^2 + b^2 + 3ab = 20$$

$$a^2 b + b^2 a = 5(a+b)$$

$$a^2 - a^2 b + b^2 - b^2 a + 3ab - 4 = 20 - 5(a+b)$$

$$a^2 + b^2 + 3ab = a^3 + b^3 + \frac{a^3}{4} + \frac{b^3}{4}$$

$$4a^2 + 4b^2 + 12ab = 4a^3 + 4b^3 + a^3 + b^3$$

$$a^2 - a^2 b + b^2 - b^2 a + 3ab - 24 + 5a + 5b = 0$$

$$a^2(1-b) + a(3b - b^2 + 5) + b^2 + 5b - 24 = 0$$

$$a = \frac{b^2 - 3b - 5 \pm \sqrt{}}{2a}$$

b^2

$(a+b)^2+ab=20$

$ab=\boxed{5-\frac{4}{a+b}}$

$ab=20-(a+b)^2$

$(a+b)^2-20=\frac{4}{a+b}-5$

$\boxed{t=a+b}$

$t^2-20=\frac{4}{t}-5 \quad /\cdot t$

$t^3-15t-4=0$

$t^3-15t-4=0$

$(t-4)$

$(t-4)(t^2+4t+1)=0$

$t=-2-\sqrt{3}$, $t=-2+\sqrt{3}$, $\boxed{t_3=4}$

$-3,7$ $\quad -0,26$

$\boxed{t=4}$

$\boxed{a+b=4}$

$a^3+b^3=16$

$a+b=4$

$\begin{cases} a^2-ab+b^2=4 \\ \boxed{a+b=4} \end{cases}$

$a^2+2ab+b^2=16$

$3ab=12$

$\boxed{ab=4}$

$ab=4 \Rightarrow$

$a+b=4 \Rightarrow a=4-b$

$b(4-b)=4$

$-b^2+4b-4=0$

$b^2-4b+4=0$

$(b-2)=0$

$\boxed{b=2}$

$\boxed{a=2}$

Проверочка

$\frac{4}{4}+4=5$

$4+4+12=20$

черновик

4