Часть 1

Олимпиада: **Математика, 10 класс (1 часть)**

Шифр: **211006190**

ID профиля: **140550**

Вариант 11

чистовик

2. $\sqrt{x+2}-\sqrt{3-x}+3=2\sqrt{6+x-x^2}$ $\qquad D(f): x\in[-2;3]$

Пусть $\sqrt{x+2}-\sqrt{3-x}=t$ $\qquad 6+x-x^2=(3-x)(x+2)$

Тогда $t^2=x+2+3-x-2\sqrt{6+x-x^2} \Rightarrow 2\sqrt{6+x-x^2}=5-t^2$

$t+3=5-t^2$

$t^2+t-2=0 \Rightarrow t=1$ или $t=-2$

• $t=1$

$\sqrt{x+2}-\sqrt{3-x}=1$

$x+2=(1+\sqrt{3-x})^2$

$x+2=1+3-x+2\sqrt{3-x}$

$x-1=\sqrt{3-x}$

$x^2-2x+1=3-x$

$x^2-x-2=0$

$x=2 \qquad x=-1$

Проверка:

$\boxed{x=2}$: $\sqrt{4}-\sqrt{1}+3=$

$=2\sqrt{4\cdot 1}$

$4=4$ И

$x=-1$:

$\sqrt{1}-\sqrt{4}+3=2\sqrt{4\cdot 1}$

$2=4$ Л

~~$x=\frac{1}{2}-\sqrt{6}$~~

~~$\sqrt{2,5-\sqrt6}-\sqrt{2,5+\sqrt6}+3=2\sqrt{(2,5+\sqrt6)(2,5-\sqrt6)}$~~

~~$\sqrt{2,5-\sqrt6}-\sqrt{2,5+\sqrt6}=-2$~~

~~$\sqrt{2,5-\sqrt6}+2=\sqrt{2,5+\sqrt6}$~~

~~$2,5-\sqrt6+4+4\sqrt{2,5-\sqrt6}=2,5+\sqrt6$~~

~~$4+4\sqrt{2,5-\sqrt6}=2\sqrt6$~~

~~$2+2\sqrt{2,5-\sqrt6}=\sqrt6$~~

~~$4+2,5-\sqrt6+4\sqrt{2,5-\sqrt6}=6$~~

~~$4\sqrt{2,5-\sqrt6}=\sqrt6-\frac12$~~

~~$40-16\sqrt6=6-\frac14$~~

• $t=-2$

$\sqrt{x+2}-\sqrt{3-x}=-2$

$(\sqrt{x+2}+2)^2=3-x$

$x+2+4+4\sqrt{x+2}=3-x$

$2x+3=-4\sqrt{x+2}$

$4x^2+9+12x=16x+32$

$4x^2-4x-23=0$

$D=16+4\cdot4\cdot23=16\cdot24$

$x_{1,2}=\frac{4\pm8\sqrt6}{8}$

$x_{1,2}=\frac12\pm\sqrt6$

Проверка:

• $x=\frac12+\sqrt6$:

$\sqrt{2,5+\sqrt6}-\sqrt{2,5-\sqrt6}+3=2\sqrt{(2,5+\sqrt6)(2,5-\sqrt6)}$

$\sqrt{2,5+\sqrt6}-\sqrt{2,5-\sqrt6}=2\sqrt{6,25-6}-3$

$\sqrt{2,5+\sqrt6}-\sqrt{2,5-\sqrt6}=-2$ — не верно, т.к.

$2,5+\sqrt6>2,5-\sqrt6$

$\Downarrow$

$\sqrt{2,5+\sqrt6}>\sqrt{2,5-\sqrt6} \Rightarrow \sqrt{2,5+\sqrt6}-\sqrt{2,5-\sqrt6}>0$

2

Чистовик.

2. продолжение

Проверка $x = \frac{1}{2} - \sqrt{6}$

$$\sqrt{2{,}5-\sqrt{6}} - \sqrt{2{,}5+\sqrt{6}} + 3 = 2\sqrt{(2{,}5-\sqrt{6})(2{,}5+\sqrt{6})}$$

$$\sqrt{2{,}5-\sqrt{6}} - \sqrt{2{,}5+\sqrt{6}} = -2$$ (Домножим на сопряженное

$$\frac{-2\sqrt{6}}{\sqrt{2{,}5-\sqrt{6}} + \sqrt{2{,}5+\sqrt{6}}} = -2$$

$$\sqrt{2{,}5-\sqrt{6}} + \sqrt{2{,}5+\sqrt{6}} = \sqrt{6}$$

$$5 + 2\sqrt{(2{,}5-\sqrt{6})(2{,}5+\sqrt{6})} = 6$$

$$5+1=6$$

И

Ответ: $x=2$; $x = \frac{1}{2} - \sqrt{6}$

211006190 (U140550 M1276354)

чистовик

3.

Найдём координаты точки B.

$ax^2-2a^2x-ay+a^3+4=0$

• $a=0$ $\Rightarrow 4=0$ ↯

• $a\neq 0$: поделим всё на a

$y=x^2-2ax+a^2+\frac{4}{a}$

$x_B=a$ $y_B=a^2-2a^2+a^2+\frac{4}{a}=\frac{4}{a}$ $B\left(a;\frac{4}{a}\right)$

Найдём координаты точки A

Для этого посмотрим на выражение как на квадратное относительно ~~хуя~~ x

$8x^2+x(8y+12a)+4ay+4y^2+5a^2=0$

$D=(8y+12a)^2-4\cdot 8(4ay+4y^2+5a^2)$

$64y^2+144a^2+192ay-128ay-128y^2-160a^2$

$D=-64y^2+64ay-16a^2$

$D=-(8y-4a)^2$ $\Rightarrow D\leq 0$ $D=0$, когда $y=\frac{a}{2}$

$x_{1,2}=\frac{-8y-12a\pm 0}{16}$

$x_{1,2}=-\frac{y}{2}-\frac{3}{4}a=-\frac{a}{4}-\frac{3}{4}a=-a \Rightarrow A\left(-a;\frac{a}{2}\right)$

Рассмотрим 2 случая:

1) A - под $y=3x+4$ B над $y=3x+4$:

$y\leq 3x+4$ $y\geq 3x+4$

$\Downarrow$

$\frac{a}{2}\leq -3a+4$ $\frac{4}{a}\geq 3a+4$ • $a\geq 0$

$4\geq 3a^2+4a$

$3,5a\leq 4$ $3a^2+4a-4\leq 0$ $D=16+16\cdot 3 = 64$

$a\leq\frac{8}{7}$ $x\in\left[-2;\frac{2}{3}\right]$ $x_1=-2$ $x_2=\frac{2}{3}$ $x_{1,2}=\frac{-4\pm 8}{6}$

4

Чистовик

3. продолжение.

2) A – под $y = 3x + 4$ B – под $y = 3x + 4$

$\frac{a}{2} \geq -3a + 4$ $\frac{4}{a} \leq 3a + 4$

$a \geq \frac{8}{7}$

Ответ: $a \in [-2; \frac{8}{7})$

211006190 (U140550 M1276354)

$\sqrt{x+2} + \sqrt{3-x} = -2$ $\quad \begin{array}{r} 32 \\ -9 \\ \hline 23 \end{array}$

$(\sqrt{x+2}+2)^2 = 3-x$

$3-x>0$

$x+2+4+4\sqrt{x+2} = 3-x$ $\quad x<3$

$2x+3 = -4\sqrt{x+2}$

$4x^2+9+12x = 16x+32$

$4x^2-4x-23=0$

$D = 16+4\cdot4\cdot23 = 16\cdot24$

$x_{1,2} = \frac{4\pm8\sqrt{6}}{8}$

$\cancel{2\sqrt{(3-x)(x+2)}=1}$

$4(3-x)(x+2) = 1$ $\quad \begin{array}{r} 25 \\ \times25 \\ \hline 125 \\ 50 \\ \hline 625 \end{array}$

$x_{1,2} = \frac{1\pm2\sqrt{6}}{2}$ $\quad \frac{1}{2}\pm\sqrt{6}$

$\cancel{\frac{1}{2}+\sqrt{6}<3}$

$\cancel{\frac{1}{2}-\sqrt{6}>-2}$

$\sqrt{2{,}5+\sqrt{6}} - \sqrt{2{,}5-\sqrt{6}} = -2$

$\sqrt{6}<2{,}5$

$6<6{,}25$

$\frac{2\sqrt{6}}{\sqrt{2{,}5+\sqrt{6}}+\sqrt{2{,}5-\sqrt{6}}}$

$\frac{1}{2}-\sqrt{6}>-2$

$\sqrt{6}<2{,}5$

211006190 (U140550 M1276354) $\sqrt{2{,}5-\sqrt{6}} - \sqrt{2{,}5+\sqrt{6}} = -2$

Черновик

$$x^2-x-6$$
$$(x-3)(x+2)$$

$$\sqrt{x+2}-\sqrt{3-x}+3=2\sqrt{(3-x)(x+2)}$$

$$D(f): x\in[-2;3]$$

$$(\sqrt{x+2}+\sqrt{3-x})^2=\cancel{x}+2+3-\cancel{x}-2\sqrt{(3-x)(x+2)}$$

$$5-2\sqrt{(3-x)(x+2)}$$

$$t+3=5-t^2$$

$$t^2+t-2=0$$

$$(t+2)(t-1)$$

$t=-2$ $t=1$

$$\sqrt{x+2}-\sqrt{3-x}=1$$

$$x+2=(1+\sqrt{3-x})^2$$

$$x+2=1+3-x+2\sqrt{3-x}$$

$$2x-2=2\sqrt{3-x}$$

$$x^2-2x+1=3-x$$

$$x^2-x-2=0$$

$$(x-2)(x+1)=0$$

2 $\cancel{-1}$

$$1-2+3=2$$

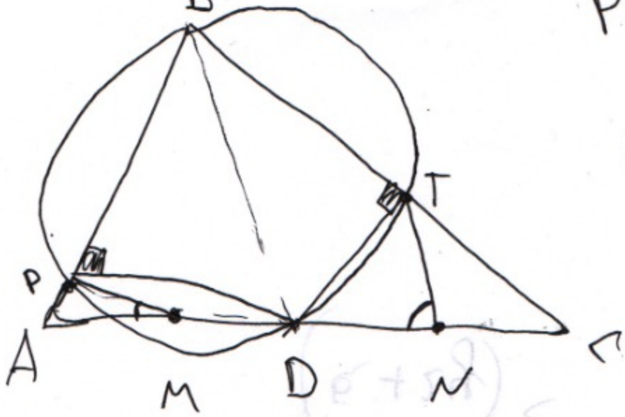
$$1-2+3=2\cdot 2$$

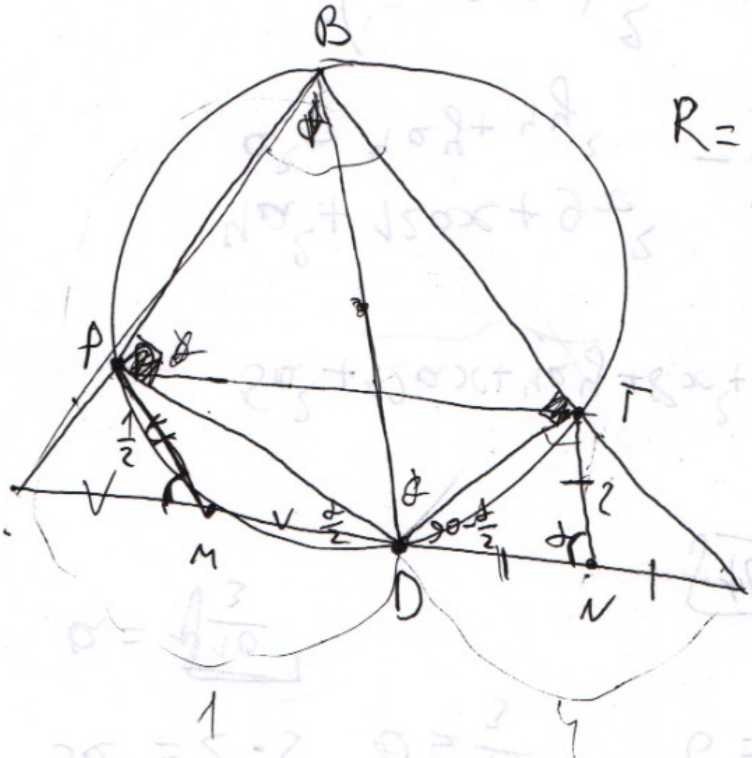
211006190 (U140550 M1276354)

РМШТИ

211006190 (U140550 M1276354)

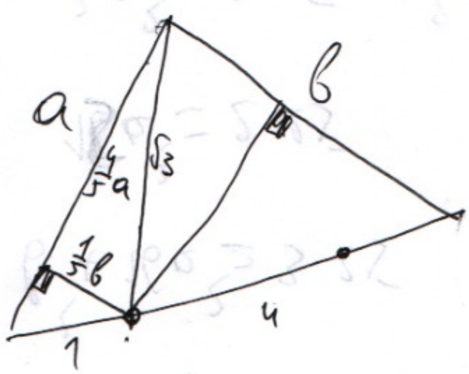
ABC-?

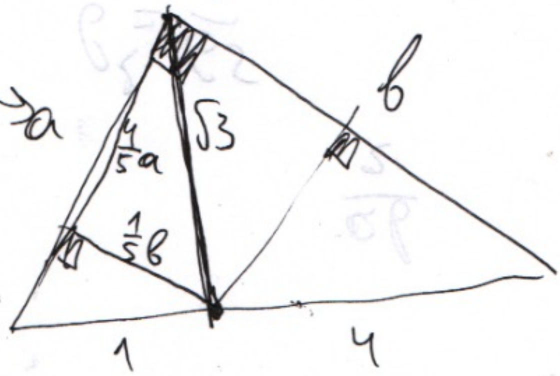




$R=\frac{\sqrt{3}}{2}$

S_{ABCD}-?





$$\begin{cases}\left(\frac{1}{5}b\right)^2+\left(\frac{4}{5}a\right)^2=3\\ a^2+b^2=25\end{cases}$$

черновик

$$\frac{-2\sqrt{6}}{\sqrt{2,5+\sqrt{6}}+\sqrt{2,5-\sqrt{6}}}=-2$$

$\sqrt{2,5+\sqrt{6}}+\sqrt{2,5-\sqrt{6}}=\sqrt{6}$

$$\sqrt{2,5+\sqrt{6}}+\sqrt{2,5-\sqrt{6}}=\sqrt{5+2\sqrt{6,25-6}}=\sqrt{6}$$

черновик

$$\begin{cases} a^2+b^2=25 \\ \left(\frac{1}{5}b\right)^2+\left(\frac{4}{5}a\right)^2=3 \end{cases}$$

$$\frac{b^2}{25}+\frac{16a^2}{25}=3$$

$$b^2+16a^2=3\cdot 25$$

$$15a^2=2\cdot 25$$

$$3a^2=2\cdot 5 \quad a^2=\frac{10}{3} \qquad b^2=\frac{65}{3}$$

$$\frac{ab}{2}$$

$$a=\sqrt{\frac{10}{3}}$$

$$\sqrt{\frac{10\cdot 65}{3\cdot 2}}=\frac{5\sqrt{26}}{6}$$

$$5a^2+\underline{12ax}+\cancel{4ay}+8x^2+8xy+4y^2=0$$

$$4a^2+12ax+9x^2$$
$$a^2+4ay+4y^2 \quad -x^2+8xy=0$$

$$(3x+2a)^2$$
$$(a+2y)^2 \; -$$

$$\begin{array}{r|l} 65 & 5 \\ \hline 5 & 13 \\ \hline 15 & \end{array}$$

211006190 (U140550 M1276354)

чернобик

$ax^2-2a^2x+a^3+4=ay$

$B(a;\frac{4}{a})$

$y=x^2-2ax+a^2+\frac{4}{a}$

$x_B=a$ $\quad a^2-2a^2+a^2.$

$y_B=\frac{4}{a}$

$y=3x+4$

$\times 12 \cdot 8 = 96$, $\times 96 \cdot 2 = 192$ $\quad 16 \times 8 = 128$

$5a^2+12ax+4ay+8x^2+8xy+4y^2=0$

$8x^2+\cancel{8}x(8y+12a)+4ay+4y^2+5a^2=0$ $\quad 192-128=64$

$D=(8y+12a)^2-4\cdot 8(4ay+4y^2+5a^2)$

$64y^2+144a^2+192ay-128ay+\cancel{64}y^2\mp 160a^2$ $-$

$-128y$

$-64y^2+64ay-16a^2$

$$x_{1,2}=\frac{-8y-12a\pm 4\sqrt{8ay-a^2}}{16}$$

$16+4\cdot 4$

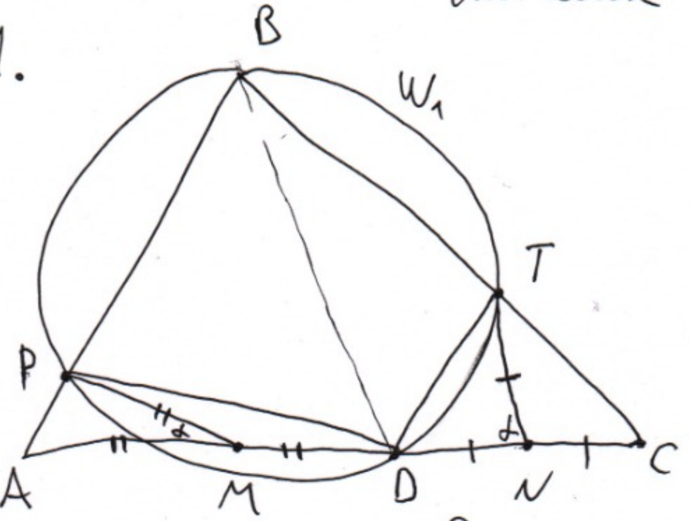
$64y^2-64ay-16a^2$ $\quad 4\le 3a^2+4a$

$(8y-4a)$ $\quad -(8y-4a)^2$ $\quad x_{1,2}=$

211006190 (U140550 M1276354)

Чистовик

1.



Дано:

$PM \parallel TN$, M, N – середины AD, CD

Найти:

а) $\angle ABC$ – ?

б) S_{ABC} – ?, если $MP = \frac{1}{2}$, $NT = 2$, $BD = \sqrt{3}$

Решение:

а) По св $\parallel$ прямых: $\angle TND = \angle AMP = \alpha$ ~~кор~~

По св впис. углов: $\angle BTD = 90^\circ$; $\angle BPD = 90^\circ$, т.к. опираются на диаметр BD окружности W_1

$\Downarrow$

По св прямоугольных ΔAPD и ΔDTC: $PM = AM = MD$; $TN = DN = CN$ (медиана равняется половине гипотенузы)

$\Downarrow$

По Т о Σ углов Δ; по св равноб Δ: $\angle NDT = 90^\circ - \frac{\alpha}{2}$

По св внешнего угла, по св равноб Δ: $\angle PDM = \frac{\alpha}{2}$

$\Downarrow$

$\angle PDT = 180^\circ - \angle PDM - \angle NDT = 90^\circ$

По св впис. четырёхугольника $PBTD$: $\angle ABC = 180^\circ - \angle PDT = 90^\circ$

б) Т.к. $AD = 2MP$, то $AD = 1$, аналогично $CD = 4$

Т.к. $\Delta PAD \sim \Delta BAC$ по 2 углам ($\angle A$ – общий, $\angle APD = \angle ABC = 90^\circ$), то по св подобных Δ: $\frac{AP}{PB} = \frac{PD}{BC} = \frac{AD}{AC}$ Пусть $AB = a$; $BC = b$,

тогда $PB = AB - AP = a - \frac{1}{5}a = \frac{4}{5}a$

$PD = \frac{1}{5}BC = \frac{1}{5}b$

По Т Пифагора из ΔBPD: $\frac{b^2}{25} + \frac{16a^2}{25} = 3$ По Т Пифагора из ΔABC: $a^2 + b^2 = 25$

$$\begin{cases} 16a^2 + b^2 = 75 \\ a^2 + b^2 = 25 \end{cases} \Rightarrow 15a^2 = 50 \quad a^2 = \frac{10}{3} \Rightarrow b^2 = \frac{65}{3}$$

$S_{ABC} = \frac{AB \cdot BC}{2} = \frac{ab}{2} \Rightarrow S_{ABC} = \frac{\sqrt{650}}{6} = \frac{5\sqrt{26}}{6}$

$\boxed{\text{Ответ: } \frac{5\sqrt{26}}{6}}$

1

Часть 2

Олимпиада: **Математика, 10 класс (2 часть)**

Шифр: **211006190**

ID профиля: **140550**

Вариант 11

чистовик

5: продолжение.

Также, я забыл указать, что может быть случай, когда ~~одна~~ два узла на одной прямой, но не в центре:

$$2\cdot\left(\frac{62\cdot61}{2}\right)=62\cdot61$$

Просуммируем:

$$60\cdot62+63^2-63\cdot2+1+62(63^2-63\cdot4+5)+62\cdot61$$

$$\parallel$$

$$62(60+63^2-63\cdot4+5+61)+63\cdot61+1$$

$$\parallel$$

$$62(63\cdot59+126)+63\cdot61+1$$

$$\parallel$$

$$62(63\cdot59+187)+62$$

$$\parallel$$

$$62(63\cdot59+188)$$

$$\parallel$$

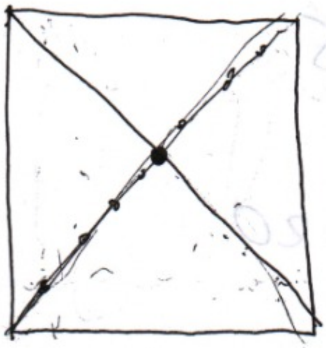
$$62(63\cdot62-1)$$

$$\begin{array}{r} \times\; 63 \\ 62 \\ \hline 126 \\ 378 \\ \hline 3906 \end{array} \qquad \begin{array}{r} \times\; 3905 \\ 62 \\ \hline 7810 \\ 23430 \\ \hline 242110 \end{array}$$

Ответ: 242110

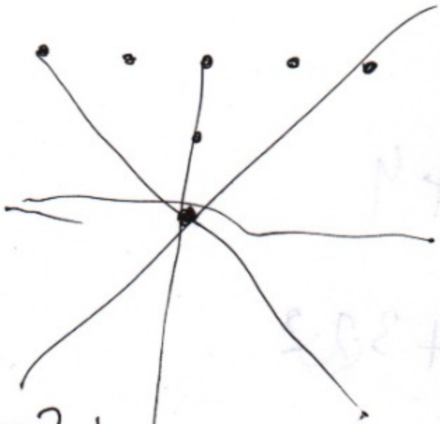
5

черновик



$\cancel{\frac{63 \cdot 63}{2}}$

$$\frac{63^2 \cdot (63^2-1)}{2}$$



$\cancel{63^2}$

$62(63^2-63-63+1-63+2)\cdot 2+$

$63\cdot 2-1$

126

$125+$ $\quad 63\cdot$

$62\cdot$

$62+62\cdot$

$125+62\cdot 60$

$63\cdot 61$

$62\cdot 61+61$

$63 \times 3 = 189$

63×62: 126, 378, 3906

$62\cdot 61+61$

390

211006190 (U140550 M1276355)

черновик.

$$\frac{4}{x^2+y^2}+x^2y^2=5$$

$$x^4+y^4+3x^2y^2=20$$

$$\frac{4}{a+b}+ab=5$$

$$(a+b)^2+ab=20$$

$$(a+b)^2-\frac{4}{(a+b)}=15$$

t $t>0$

$1+4$

$4+4+3\cdot2\cdot2$

$$(a+b)^3-15(a+b)-4=0$$

$$t^3-15t-4=0$$

~~16·4 − 15+1~~

~~6·4 − 6a~~

$$\begin{array}{l|l} t^3-15t-4 & t-4 \\ \underline{t^3-4t^2} & t^2+4t+1 \\ 4t^2-15t-4 & \\ \underline{4t^2-16t} & \\ t-4 & \end{array}$$

$$t^2+4t+1=0$$

$$D=16-4=12$$

$$x_{1,2}=\frac{-4\pm2\sqrt3}{2}$$

$$x_{1,2}=-2\pm\sqrt3$$

$\cancel{-2+\sqrt3<0}$

$$\begin{cases} a+b=4 \\ ab=4 \end{cases}$$

$a=4-b$

$4b-b^2=4$

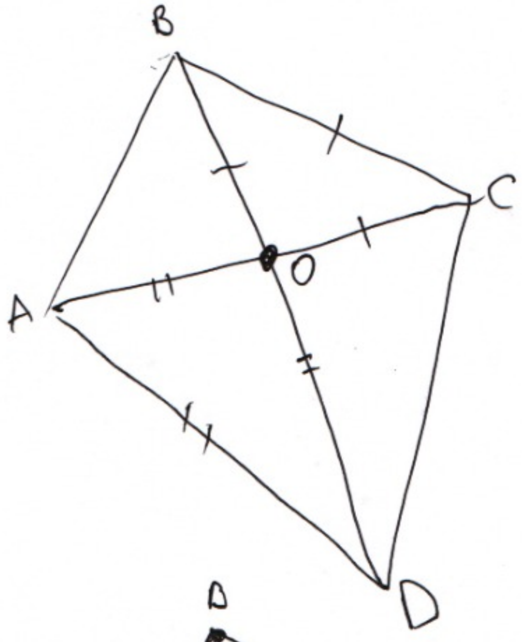
$b^2-4b+4=0$

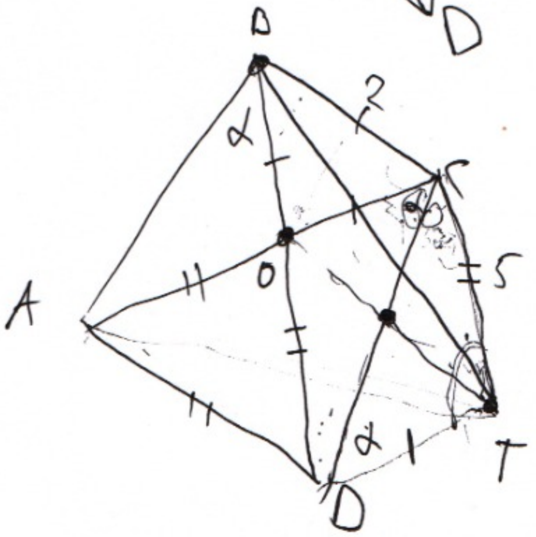
$\cancel{b=2}$

$\sqrt2$	$\sqrt2$
$-\sqrt2$	$\sqrt2$
$\sqrt2$	$-\sqrt2$
$-\sqrt2$	$-\sqrt2$

211006190 (U140550 M1276355)

чертеж.





$$S_{ABCD} = \frac{\frac{\sqrt{3}}{2} \cdot 7 \cdot (7}{2} = \frac{49\sqrt{3}}{4}$$

$$\frac{\frac{\sqrt{3}}{2} \cdot a^2}{2}$$

$$\cancel{\frac{2 \cdot 5 \cdot \sin 120^\circ}{2}}$$

$$x^2 = 4 + 25 - 20 \cdot \underbrace{\cos 120^\circ}_{-\frac{1}{2}}$$

$$x^2 = \underbrace{4 + 25 + 10}_{39}$$

$$\frac{39}{49}$$

$x = \sqrt{39}$ $\quad$ $\cancel{\frac{8\sqrt{13}}{4}}$ $\quad$ $\frac{\sqrt{3} \cdot 39}{4}$

чистовик

4. $\begin{cases} \frac{4}{x^2+y^2}+x^2y^2=5 \\ x^4+y^4+3x^2y^2=20 \end{cases}$

Вычтем из нижнего верхнее:

$$x^4+2x^2y^2+y^4-\frac{4}{x^2+y^2}=15$$

Замена: $t=x^2+y^2 \Rightarrow t>0$

$$t^2-\frac{4}{t}=15$$

$t^3-15t-4=0$ Заметим, что $t=4$ - корень

$64-60-4=0$ (И)

Тогда поделим на $t-4$

$$\begin{array}{l|l} t^3-15t-4 & t-4 \\ \underline{t^3-4t^2} & t^2+4t+1 \\ \quad 4t^2-15t-4 & \\ \quad \underline{4t^2-16t} & \\ \qquad t-4 & \\ \qquad \underline{t-4} & \\ \qquad 0 & \end{array}$$

$t^2+4t+1=0$

$D=16-4=12$

$t_{1,2}=\frac{-4\pm2\sqrt3}{2}$

$t_{1,2}=-2\pm\sqrt3$

$-2-\sqrt3<0$; $-2+\sqrt3<0$

$\sqrt3<2$

$3<4$ (И)

не подходят

$x^2+y^2=4$

$\Downarrow$

$x^2y^2=4$ (из I уравнения)

$x^2=4-y^2$

$\Downarrow$

$4y^2-y^4=4$ $(y^2-2)=0 \Rightarrow y^2=2 \Rightarrow x^2=2$ $\Rightarrow x=\pm\sqrt2$ $y=\pm\sqrt2$

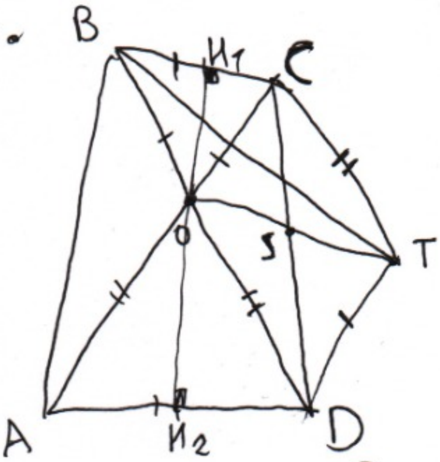
Ответ: $(\sqrt2;\sqrt2)$; $(-\sqrt2;\sqrt2)$; $(-\sqrt2;-\sqrt2)$; $(\sqrt2;-\sqrt2)$

211006190 (U140550 M1276355)

1

чистовик

6.



Дано: $\triangle BOC$, $\triangle AOD$ – правильные

T – симметрична O относительно середины CD

Д-ть

а) ABT – правильный

б) $\frac{S_{ABT}}{S_{ABCD}}$ – ?, если $BC = 2$; $AD = 5$

Решение:

I По св правильных $\triangle$: все стороны равны, все углы по 60°

$\Downarrow$

$\triangle BOA = \triangle COD$ по СУС ($CO = BO$; $DO = AO$; $\angle COD = \angle BOA$ как вертик.)

$\Downarrow$

$BA = CD$ как соотв.

II OCTD – параллелограмм по признаку ($OS = ST$ по построению, $CS = SD$)

$\Downarrow$

$CT \parallel BD$ по ~~признаку параллелогр~~ св параллелограмма $\Rightarrow$ по св $\parallel$ прямых:

$\angle TCO = \angle BOC = 60^\circ$ как накрест лежащие $\Rightarrow$

$\Rightarrow \angle BCT = 120^\circ$; по св параллелограмма: $\angle CTD = 180^\circ - \angle OCT = 120^\circ$

$\Downarrow$

$\triangle BCT = \triangle CTD$ по СУС (CT – общая; $DT = OC = BC$ по св параллелограмма; $\angle BCT = \angle CTD = 120^\circ$)

$\Downarrow$

$BT = CD$ как соотв

Аналогично покажем, что $AT = CD$, Также зная, что $BA = CD \Rightarrow$

$BA = BT = AT \Rightarrow \triangle ABT$ – правильный по признаку.

II $BC \parallel AD$ по признаку $\parallel$ прямых: $\angle BCA = \angle CAD = 60^\circ \Rightarrow$

$\Rightarrow$ ABCD – ~~равн~~ трапеция по признаку трапеции. $\Rightarrow S_{ABCD} = h \cdot \frac{BC + AD}{2}$

Опустим высоту OH_1 в $\triangle BOC$, тогда по Т о прямой $\perp$ одной из $\parallel$ прямых:

$OH_1 \perp AD$, пусть $OH_1 \cap AD = OH_2$ $\quad OH_1 = \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot OC$ (из $\triangle OH_1C$)

$OH_2 = \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot OD$ (из $\triangle OH_2D$) $\Rightarrow$

211006190 (U140550 M1276355)

$\Rightarrow H_1H_2 = \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot (OC + OD) = \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot 7 \Rightarrow S_{ABCD} = \frac{49\sqrt{3}}{4}$

2

чистовик.

6. Продолжение.

Найдём S_{ABT}.

По Т косинусов в $\triangle BCT$ (CT = OD по св параллелограмма)

$BT^2 = BC^2 + CT^2 - 2 \cdot BC \cdot CT \cdot \cos \angle BCT$

$BT^2 = 4 + 25 - 20 \cdot (-\frac{1}{2}) \Rightarrow BT^2 = 39$

$S_{ABT} = \frac{\sqrt{3}}{4} \cdot a^2$ – по формуле S правильного $\triangle$

$\Downarrow$

$S_{ABT} = \frac{39\sqrt{3}}{4}$

$\Downarrow$

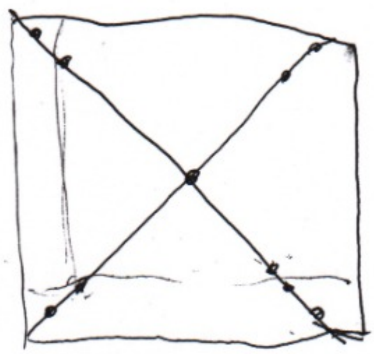
$$\frac{S_{ABT}}{S_{ABCD}} = \frac{39}{49}$$

Ответ: $\frac{39}{49}$

211006190 (U140550 M1276355)

5. Чистовик.

Заметим, что прямые $y=x$; $y=65-x$ – будут соответственно диагоналями нашего квадрата 65×65



Чтобы выбрать два нужных нам узла давайте разобьём задачу на 3 случая:

1) Первый узел – на одной прямой, второй – на второй (ни один не совпадает с центральным узлом

2) Один из узлов – центральный

3) Первый узел – на одной из прямых, второй вне прямых. (ни один не совпадает с центральным.

Решение:

1) Кол-во способов выбрать узел на ~~y~~ $=x$: 62 (65 без центра, крайних)

Кол-во способов на второй ($y=65-x$) $=60$ (65 без центра, крайних и без 2 точек при использовании которых образуется прямая || оси координат)

$\Downarrow$

$60\cdot62$

2) Помимо центрального узла нам подходят все клетки не лежащие на центральной горизонтали/вертикали $\Rightarrow$

$\Rightarrow 63^2-63\cdot2+1$

3) Выбрать первый узел: 62

Выбрать второй: $63^2\underbrace{-63-63+1}_{\text{без диагоналей}},\underbrace{-63-63+4}_{\text{без проведённых вертикали и горизонтали}}$

$62(63^2-63-63+5-63-63)$

Это нужно умножить на 2, т.к. первый – либо на 1 либо на 2 прямой

4