Часть 1

Олимпиада: **Математика, 10 класс (1 часть)**

Шифр: **211005995**

ID профиля: **122136**

Вариант 11

Чистовик №2

$\sqrt{x+2} - \sqrt{3-x} + 3 = 2\sqrt{6+x-x^2}$

Найдем ОДЗ: $\begin{cases} x+2 \geq 0 \\ 3-x \geq 0 \\ 6+x-x^2 \geq 0 \end{cases}$ $\begin{cases} x+2 \geq 0 \\ 3-x \geq 0 \\ (x+2)(3-x) \geq 0 \end{cases}$

Тогда получим, что $x \in [-2; 3]$

Пусть $\sqrt{x+2} = a, a \geq 0$ и $\sqrt{3-x} = b; b \geq 0$

Заметим, что $a^2 + b^2 = 5$

Тогда перепишем уравнение в виде:

$\begin{cases} a - b + 3 = 2ab \\ a^2 + b^2 = 5 \end{cases}$ $\begin{cases} a-b = 2ab - 3 & 1 \\ a^2 + b^2 = 5 & 2 \end{cases}$

Возведем в квадрат 1 получим:

$\begin{cases} a^2 - 2ab + b^2 = 4a^2b^2 - 12ab + 9 \\ a^2 + b^2 = 5 \end{cases}$ $\begin{cases} 4a^2b^2 - 10ab + 4 = 0 & 3 \\ a^2 + b^2 = 5 \end{cases}$

Из-за того, что $a \geq 0$ и $b \geq 0$, то $ab \geq 0$

Решим 3 относительно ab

$D_3 = 100 - 4 \cdot 4 \cdot 4 = 36$; тогда $ab = \frac{10 \pm 6}{8}$

получаем $ab = 2$ или $ab = \frac{1}{2}$.

Тогда мы получим совокупность из двух систем

$$\left[\begin{array}{l}\begin{cases}ab=2\\ a-b=2\cdot 2-3\end{cases} \quad (4)\\ \begin{cases}ab=\frac{1}{2}\\ a-b+3=2\cdot\frac{1}{2}\end{cases} \quad (5)\end{array}\right.$$

Чистовик №2 продолжение (2)

Рассмотрим систему 4:

$$\begin{cases}ab=2\\ a-b=+1\end{cases} \quad \begin{cases}b=\frac{2}{a}\\ a-\frac{2}{a}=+1 \mid \cdot a\neq 0\end{cases}$$

$$\begin{cases}b=\frac{2}{a}\\ a^2-a-2=0\end{cases};\ D=1+8=9;\ a=\frac{+1\pm 3}{2}$$

Подходит только $a=2$, так как $a=-1\leq 0$

Тогда $b=1$

получаем $\begin{cases}\sqrt{x+2}=2\\ \sqrt{3-x}=1\end{cases}$ откуда $x=2$.

Рассмотрим 5:

$$\begin{cases}ab=\frac{1}{2}\\ a-b=-2\end{cases} \quad \begin{cases}b=\frac{1}{2a}\\ a-\frac{1}{2a}=-2 \mid \cdot 2a\neq 0\end{cases} \quad \begin{cases}b=\frac{1}{2a}\\ 2a^2+4a-1=0\end{cases}$$

$D=16+8=24.$

$a=\frac{-4\pm 2\sqrt{6}}{4}=-1\pm\frac{\sqrt{6}}{2}$. Так как $-1+\frac{\sqrt{6}}{2}\geqslant 0$

то $a=-1+\frac{\sqrt{6}}{2}$, а значение $a=-1-\frac{\sqrt{6}}{2}$

не подходит так как оно меньше 0.

Докажем, что $-1+\frac{\sqrt{6}}{2}\geqslant 0$ $\quad -2 \vee -\sqrt{6}$ $\quad 4<6$

Продолжение на след стр.

Чистовик №2 продолжение ③

получим $\begin{cases} a = -1 + \frac{\sqrt{6}}{2} \\ b = \frac{1}{-2+\sqrt{6}} \end{cases}$

подставим $\begin{cases} \sqrt{x+2} = -1 + \frac{\sqrt{6}}{2} & ⑥ \\ \sqrt{3-x} = \frac{1}{-2+\sqrt{6}} & ⑦ \end{cases}$

Рассмотрим 6: возведем в квадрат так как правая часть положительна получим:

$x+2 = 1 - \sqrt{6} + \frac{6}{4}$; $x = \frac{1}{2} - \sqrt{6}$

проверим для этого подставим в 7.

$\sqrt{3 - \frac{1}{2} + \sqrt{6}} = \frac{1}{-2+\sqrt{6}}$ | в квадрат

$2,5 + \sqrt{6} = \frac{1}{10 - 4\sqrt{6}}$, $4(2,5+\sqrt{6})(2,5-\sqrt{6}) =$

$= 4 \cdot (6,25 - 6) = 1$

таким образом второй корень $x = \frac{1}{2} - \sqrt{6}$.

Ответ: $x = 2$ и $x = \frac{1}{2} - \sqrt{6}$.

Чистовик №3

(4)

Рассмотрим уравнение для т. A:

$5a^2+12ax+4ay+8x^2+8xy+4y^2=0$

Рассмотрим его относительно y:

$4y^2+y(8x+4a)+(8x^2+12ax+5a^2)=0$

$D=(8x+4a)^2-4\cdot4(8x^2+12ax+5a^2)=$

$=-64x^2-64a^2-128ax=-64(x^2+2ax+a^2)=$

$=-64(x+a)^2$

Так как по условию имеет решение, а $D\le0$, то имеет решения при $D=0$

Тогда $x_A=-a$.

найдем координату y_A при $D=0$: получим

$y_A=\dfrac{8x+4a}{-8}=-x-\dfrac{a}{2}=a-\dfrac{a}{2}=\dfrac{a}{2}$

Тогда координаты точки A $(-a;\dfrac{a}{2})$

~~на ем~~ но тогда уравнение для

т. A это $y_A=-\frac{1}{2}x_A$.

Продолжение на следующей странице.

211005995 (U122136 M1276478)

Чистовик №3 продолжение (5)

Рассмотрим уравнение параболы:

$ax^2 - 2a^2x - ay + a^3 + 4 = 0$

Тогда $ay = ax^2 - 2a^2x + a^3 + 4 \quad | : a \neq 0$

получим $y = x^2 - 2ax + a^2 + \frac{4}{a}$

Вершина данной параболы будет в

$x_B = \frac{2a}{2} = a$; тогда $y_B = a^2 - 2a^2 + a^2 + \frac{4}{a} = \frac{4}{a}$.

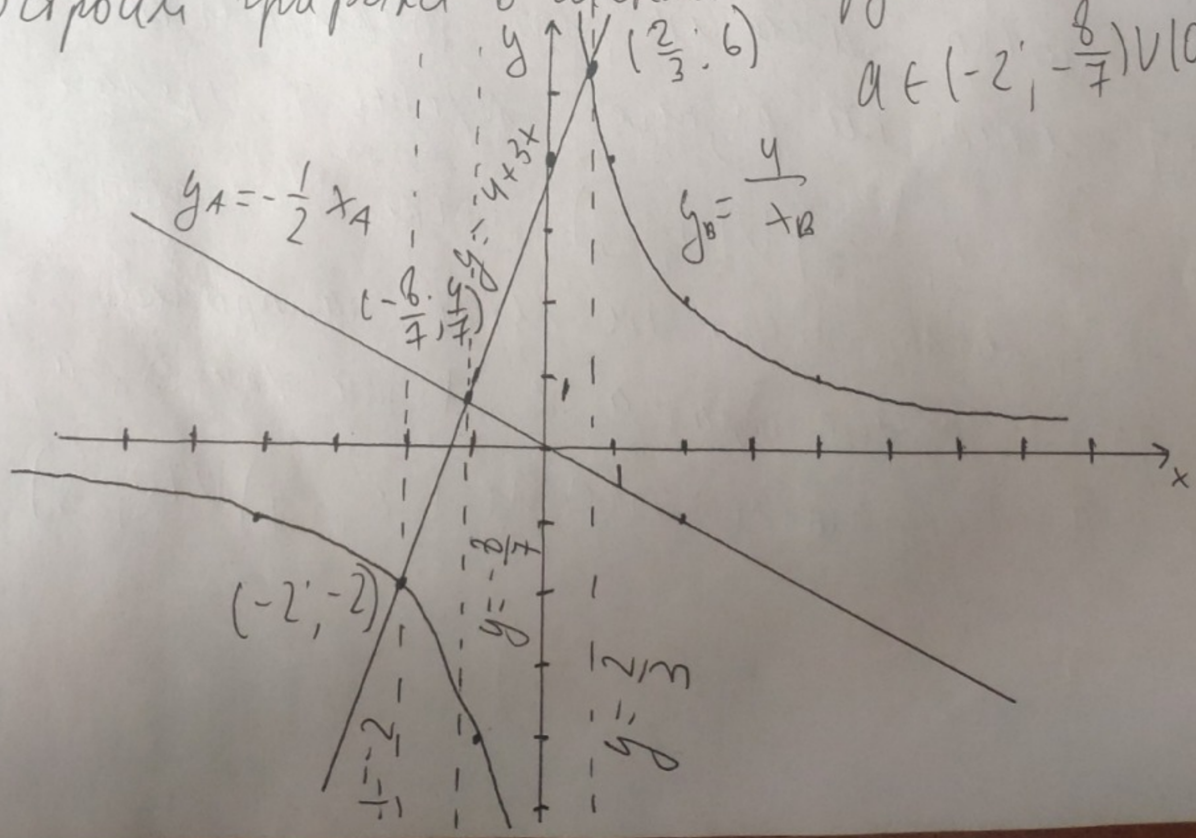
Получим координаты точки B $(a; \frac{4}{a})$

Тогда точка B задаётся уравнением

$y_B = \frac{4}{x_B}$.

Построим графики в системе координат:

$a \in (-2; -\frac{8}{7}) \cup (0; \frac{2}{3})$



Чистовик №3 продолжение

6

Найдем точки пересечения графиков

$y = 3x+4$ и $y_B = \frac{4}{x_B}$ для это приравняем

$y = y_B$ получим $3x+4 = \frac{4}{x}$ $| \cdot x \neq 0$

$3x^2+4x-4=0$; $D = 16+48 = 8$; $x = \frac{-4 \pm 8}{6}$

получаем $x = -2$ и $x = \frac{2}{3}$

Тогда точки пересечения будут $(-2; -2)$

и $(\frac{2}{3}; 6)$. Обозначены на графике

Теперь найдем пересечения графиков:

$y = 3x+4$ и $y_A = -\frac{1}{2}x_A$: $-\frac{1}{2}x = 3x+4$;

$x = -\frac{8}{7}$. Тогда точка пересечения: $(-\frac{8}{7}; \frac{4}{7})$.

проведем прямые $x = -\frac{8}{7}$ и $x = -2$ и $x = \frac{2}{3}$.

Тогда можно заметить, что точки A и B

будут лежать по разные стороны от прямой

при $x \in (-2; -\frac{8}{7}) \cup (0; \frac{2}{3})$. Точки выколоты так

как по условию точки не лежат на прямой.

но тогда вернемся обратно к a так как $x_B = a$,

а $x_A = -a$. Получаем ответ $a \in (-2; -\frac{8}{7}) \cup (0; \frac{2}{3})$

Ответ: $a \in (-2; -\frac{8}{7}) \cup (0; \frac{2}{3})$

211005995 (U122136 M1276478)

Чистовик №1

7

1) Заметим что $\angle DPB$ и $\angle BTD$ опираются на диаметр тогда они будут прямыми углами соответсвенно.

2) Из 1. ΔAPD и ΔDTC - прямоугольные

А PM и TN - соответсвенно их медианы будут

Ответ: $\angle ABC = 90^\circ$.

Черновик

$$4y^2 + 8xy + 4ay + (8x^2 + 12ax + 5a^2) = 0$$

$$y(8x + 4a)$$

$$D = 64x^2 + 64xa + 16a^2 - 4\cdot 4(8x^2 + 12ax + 5a^2) =$$

$$= 64x^2 + 64xa + 16a^2 - 128x^2 - 16\cdot 12ax - 80a^2 =$$

$$= -64x^2 + 16(4-12)ax - 64a^2 =$$

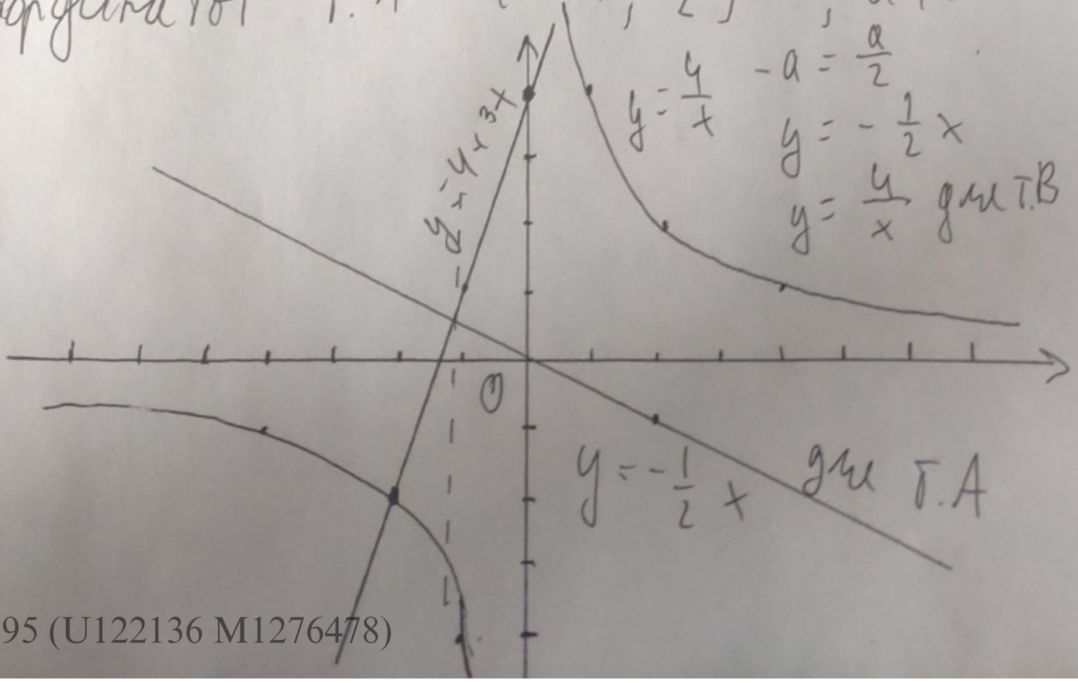
$$= -64x^2 - 64a^2 - 128ax = -64(x^2 + 2ax + a^2) =$$

$$= -64(x+a)^2$$

Решения только при $x_0 = -a$.

$$y = \frac{8x + 4a}{-8} = -x - \frac{a}{2} = a - \frac{a}{2} = \frac{a}{2}$$

координаты т. A $\left(-a; \frac{a}{2}\right)$; $a \neq 0$



Черновик №3

$$\begin{cases} 5a^2+12ax+4ay+8x^2+8xy+4y^2=0 \quad \text{т. } A \\ ax^2-2a^2x-ay+a^3+4=0 \quad \text{парабола вершина в точке } B \end{cases}$$

$a \neq 0$

Прямая $y=4+3x$

① $8x^2+8xy+12ax+4y^2+4ay+5a^2=0$

$4x^2+4xy+4x^2+12ax+y^2+3y^2+4ay+5a^2=0$

$(2x+y)^2+(2x+3a)^2+3y^2+4ay-4a^2=0$ $\quad +4a^2-4a^2$

$(2x+y)^2+(2x+3a)^2+$
$+y^2+4ay+2a^2-6a^2$
$+2y^2$

② $ax^2-2a^2x-ay+a^3+4=0$

$ay=ax^2-2a^2x+a^3+4$

$y=x^2-2ax+a^2+\frac{4}{a}$

$x_0=\frac{-b}{2a}=\frac{2a}{2}=a$

$y_0=a^2-2a^2+a^2+\frac{4}{a}=\frac{4}{a}$

Координаты $B\left(a;\frac{4}{a}\right)$

№2 Черновик

$\sqrt{x+2} - \sqrt{3-x} + 3 = 2\sqrt{6+x-x^2}$

$6+x-x^2 \geq 0$

$(x+2)(3-x) \geq 0$

$x \in [-2; 3]$

$- \quad + \quad -$

$-2 \quad 3$

$x+2 \geq 0$; $3-x \geq 0$

$x \leq 3$

$\sqrt{x+2} - \sqrt{3-x} + 3 = 2\sqrt{6+x-x^2}$

$\sqrt{x+2} - \sqrt{3-x} = 2\sqrt{6+x-x^2} - 3$ | в квадрат

$\cancel{x+2+3-x-2\sqrt{6+x-x^2} = 4(6+x-x^2)+9-12\sqrt{6+x-x^2}}$

пусть $\sqrt{x+2} = a$, а $\sqrt{3-x} = b$

$a \geq 0$ и $b \geq 0$

$a^2+b^2 = 5$

$\begin{cases} a-b+3 = 2ab \\ a^2+b^2 = 5 \end{cases}$ $\begin{cases} a-b = 2ab-3 \\ a^2+b^2 = 5 \end{cases}$

$a^2+b^2-2ab = 4a^2b^2+9-12ab$

$4a^2b^2 - 10ab + 4 = 0$

$D = 100 - 4\cdot4\cdot4 = 36$

$ab = \frac{10+6}{8} = 2$; $ab = \frac{10-6}{8} = \frac{1}{2}$

211005995 (U122136 M1276478)

Черновик

№2

$$\left[\begin{aligned} ab &= 2 \\ ab &= \frac{1}{2} \end{aligned}\right. \qquad \left[\begin{aligned} b &= \frac{2}{a} \\ b &= \frac{1}{2a} \end{aligned}\right.$$

$$\left[\begin{aligned} a-b &= 1 \\ a-b &= -2 \end{aligned}\right. \qquad a - \frac{2}{a} = 1 \,|\cdot a \neq 0; \quad a^2 - a - 2 = 0, \; D = 9 \;\; a = \frac{1+3}{2} = 2$$

$$a - \frac{1}{2a} = -2 \,|\cdot 2a \qquad 2a^2 + 4a - 1 = 0$$

$$D = 16 + 8 = 24$$

$$a = \frac{-4 + 2\sqrt{6}}{4} = -1 + \frac{\sqrt{6}}{2}$$

$a = 2; \; b = 1$

$a = -1 + \frac{\sqrt{6}}{2}; \; b = \frac{1}{-2+\sqrt{6}}$

1) $\begin{cases} \sqrt{x+2} = 2 \\ \sqrt{3-x} = 1 \end{cases}; \; x = 2$

2) $\sqrt{x+2} = -1 + \frac{\sqrt{6}}{2}$ $\qquad \sqrt{3 - 0{,}5 + \sqrt{6}} = \frac{1}{-2+\sqrt{6}}$

$\sqrt{2{,}5 + \sqrt{6}} = \frac{1}{-2+\sqrt{6}}$

$x + 2 = 1 - \sqrt{6} + \frac{6}{4}$

$x = -1 - \sqrt{6} + 1{,}5 = 0{,}5 - \sqrt{6}$ $\qquad 2{,}5 - \sqrt{6} = \frac{1}{4 - 4\sqrt{6} + 6}$

$2{,}5 - \sqrt{6} = \frac{1}{10 - 4\sqrt{6}} \,|\cdot$

$-1 - \sqrt{6} + 1{,}5 \vee 2$

$(2{,}5 - \sqrt{6})(10 - 4\sqrt{6}) =$

$-\sqrt{6} \vee 1{,}5$

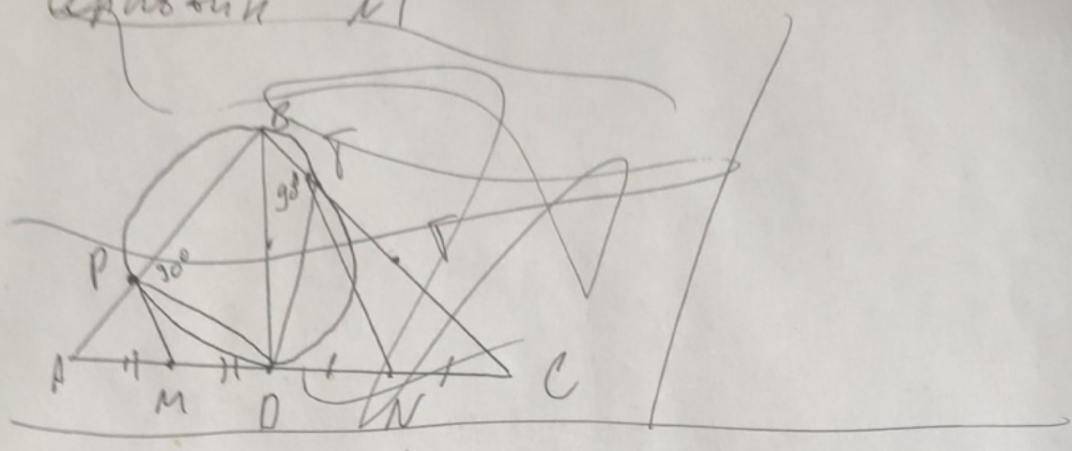
$= 25 - 10\sqrt{6} - 10\sqrt{6} + 24 =$

$= \cancel{49 - 20\sqrt{6}}$

Ответ: $\boxed{x = 2; \; x = 0{,}5 - \sqrt{6}}$

211005995 (U122136 M1276478)

Черновик №1



1) $\frac{4}{x} = \cancel{4x}\ 3x+4 \quad |\cdot x;\ x\neq 0$

$3x^2+4x-4=0 \quad D=16+48=64$

$x=\frac{-4+8}{6}=\frac{2}{3}$ При $a\in\left(0;\frac{2}{3}\right)$

$x=\frac{-4-8}{6}=-2$

2) $-\frac{1}{2}x=3x+4 \quad |\cdot 2$

$-x=6x+8 \qquad a\in\left(-2;-\frac{8}{7}\right)$

$x=-\frac{8}{7}$

Ответ: $a\in\left(-2;-\frac{8}{7}\right)\cup\left(0;\frac{2}{3}\right)$

211005995 (U122136 M1276478)

Часть 2

Олимпиада: **Математика, 10 класс (2 часть)**

Шифр: **211005995**

ID профиля: **122136**

Вариант 11

Чистовик

№4

$$\begin{cases} \dfrac{4}{x^2+y^2} + x^2y^2 = 5 \\ x^4+y^4+3x^2y^2 = 20 \end{cases}$$

Заметим, что $x^2 \geq 0$, $y^2 \geq 0$ тогда $x^2+y^2 \geq 0$ и $x^2y^2 \geq 0$.

Пусть $x^2+y^2 = b$, $b > 0$ строго так как стоит в знаменателе. А $x^2y^2 = a$, $a \geq 0$.

$x^4+y^4 = (x^2+y^2)^2 - 2x^2y^2 = b^2 - 2a$.

Получим систему тогда:

$$\begin{cases} \dfrac{4}{b} + a = 5 \\ b^2 - 2a + 3a = 20 \end{cases} \quad \begin{cases} \dfrac{4}{b} + a = 5 \\ - \\ b^2 + a = 20 \end{cases}$$

$b^2 - \dfrac{4}{b} = 15 \mid \cdot b \neq 0.$ $\quad b^3 - 15b - 4 = 0$

Заметим, что $b=4$ является корнем поделим на $b-4$, получим: $(b-4)(b^2+4b+1) = 0$

Рассмотрим $b^2+4b+1=0$; $D = 16-4 = 12$

$b = \dfrac{-4 \pm 2\sqrt{3}}{2} = -2 \pm \sqrt{3}$. но $\sqrt{3} < 2$. Тогда

подходит только $b=4$, так как $b > 0$.

211005995 (U122136 M1276479)

Чистовик №4 продолжение

②

Тогда $a = 5 - \frac{4}{4} = 4$

Тогда вернемся к замене и получим, что $\begin{cases} x^2y^2 = 4 \\ x^2 + y^2 = 4 \end{cases}$ $\begin{cases} y^2 = \frac{4}{x^2} \\ x^2 + \frac{4}{x^2} = 4 \quad | \cdot x^2 \neq 0 \end{cases}$

$x^4 - 4x^2 + 4 = 0$ $(x^2 - 2)^2 = 0$

Откуда $x^2 = 2$, тогда и $y^2 = 2$.

но это значит $y = \pm\sqrt{2}$, а $x = \pm\sqrt{2}$.

Таким образом мы получим 4 пары решений.

Ответ: $(\sqrt{2}; \sqrt{2})$; $(\sqrt{2}; -\sqrt{2})$; $(-\sqrt{2}; \sqrt{2})$; $(-\sqrt{2}; -\sqrt{2})$

Чистовик №5.

3

По условию у нас квадрат с вершинами в точках $(0; 0)$; $(0; 65)$; $(65; 0)$ и $(65; 65)$. Так как узлы которые лежат на границе брать нельзя, то это значит, что можно брать только узлы, которые внутри этого квадрата. Так как хотя бы один из этих узлов должен лежать на прямой $y=x$ или на прямой $y=65-x$. То первый узел будем выбирать принадлежащий данным прямым. Это можно сделать $64 \cdot 2$ способами, так как диагонали пересекаются не в одной точке, которая является узлом потому что $x=65-x$ $x=32,5$, а x - должен быть целым. А всю точек на диагонали принадлежащих узлам 64.

Вторую точку нужно выбрать, так чтобы прямая проходящая через узлы не была параллельна любой из координатных осей.

Чистовик №5

Соответственно, если у первого узла координаты $\cancel{(x;y)}$ $(a;d)$, то второй узел не может лежать на прямых $x=a$ и $y=d$ соответственно.

Так как всего ~~64~~ узлов из которых можно выбирать 64^2, то второй узел можно выбрать

$64^2 - 63\cdot 2 - 1$ ← потому что мы уже выбрали 1 узел.

↑ прямые $y=d$ и $x=a$

Но если мы так считаем, то из тех узлов которые принадлежат диагоналям каждую пару мы посчитали дважды, то мы должны вычесть $64\cdot 62$ узлов — это те которые образуют нужные пары, но принадлежат диагоналям (так как первую точку брали на диагонали)

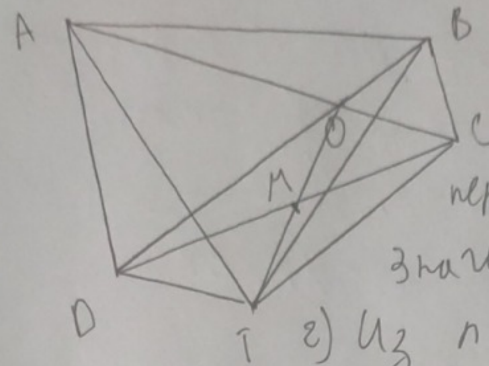
Тогда всего вариантов $S = 64\cdot 2(64^2-63\cdot 2-1) - 64\cdot 62 =$

$= 504\,064$

Ответ: $S = 504064$.

Чистовик №6

5



а) 1) В силу симметрии $OM = MT$, где т. M - середина DC.
$DM = MC$ (по условию)
Тогда диагонали точкой пересечения делятся пополам
Значит $DOCT$ - параллелограмм.

2) Из п.1 следует, что
$\Delta DOC = \Delta DTC$ - по трём сторонам.

3) $\angle AOD$ и $\angle DOC$ - смежные, но тогда
$\angle DOC = 180^\circ - 60^\circ = 120^\circ$, так как ΔAOD и ΔBOC - правильные по условию.

4) Из п.3 по свойству параллелограмма
$\angle TCO = 180^\circ - \angle OCT = 60^\circ$.

5) $OC = BC$ (по условию), тогда $BC = DT$ по п.1.
$\angle DTC = \angle DOC = 120^\circ$ но и $\angle TCB = \angle TCO + \angle OCB = 60^\circ + 60^\circ = 120^\circ$. А TC - общая сторона. Тогда
$\Delta DTC = \Delta TCB$ по двум сторонам и углу между ними. Это значит $BT = DC$.

6) $\angle AOB = \angle DOC$ (вертикальные)
$DO = AO$ и $OB = OC$ (по условию)
| $\Delta AOB = \Delta DOC$ по двум сторонам и углу между ними.

Чистовик

7) Из п. 5 и п. 6 получаем, что $DC = AB = BT$

8) Аналогично $\angle ADT = \angle ADO + \angle ODT = 60^\circ + 60^\circ =$
$= 120^\circ$.
тогда $\triangle ADT = \triangle DTC$; $AD = DO = TC$ и DT - общая
по двум сторонам и углу между ними.

9) но тогда из п. 8 $AT = DC = AB$.
С учетом п. 7 получаем $AT = AB = BT$
$\triangle ABT$ - правильный.

б) 1) $S_{ABCD} = S_{AOB} + S_{DOC} + S_{AOD} + S_{BOC}$

Из а: $S_{AOB} = S_{DOC} = \frac{AO \cdot OB \cdot \sin\angle AOB}{2} =$
$= \frac{2 \cdot 5 \cdot \sqrt{3}}{2 \cdot 2} = \frac{10\sqrt{3}}{4}$

$S_{AOD} = \frac{AD^2\sqrt{3}}{4} = \frac{25\sqrt{3}}{4}$, $S_{BOC} = \frac{BC^2\sqrt{3}}{4} = \frac{4\sqrt{3}}{4}$.

Тогда $S_{ABCD} = \frac{(25+4+20)\sqrt{3}}{4} = \frac{49\sqrt{3}}{4}$.

2) По теореме косинусов в $\triangle AOB$:
$AB^2 = AO^2 + BO^2 - 2\,AO \cdot BO \cdot \cos\angle AOB = AD^2 + BC^2 - 2AD \cdot BC \cdot \cos\angle AOB =$
$= 4 + 25 + 2 \cdot 2 \cdot 5 \cdot \frac{1}{2} = 39$.

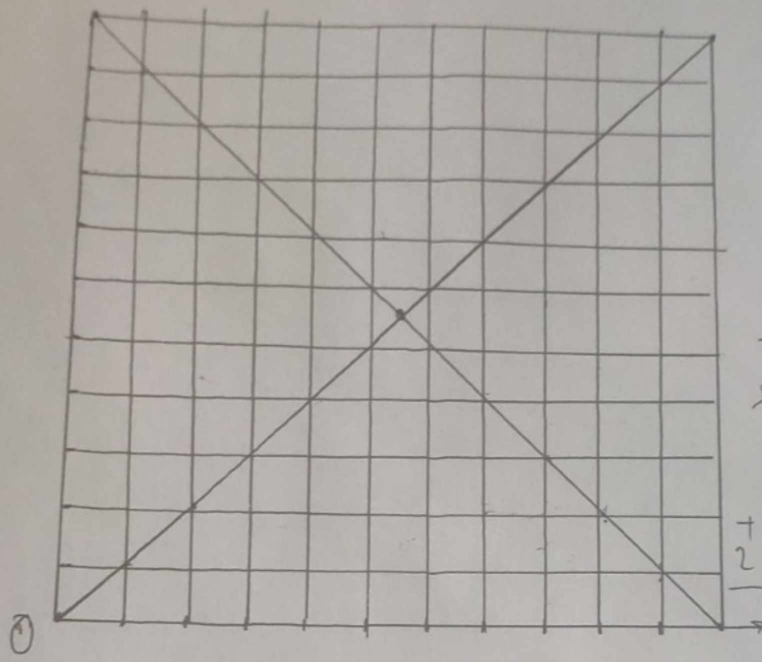
$S_{ABT} = \frac{AB^2\sqrt{3}}{4} = \frac{39\sqrt{3}}{4}$ Так как правильный $\triangle ABT$.

3) $\frac{S_{ABT}}{S_{ABCD}} = \frac{39\sqrt{3} \cdot 4}{4 \cdot 49\sqrt{3}} = \frac{39}{49}$ из п. 1 и п. 2

Ответ: $\frac{S_{ABT}}{S_{ABCD}} = \frac{39}{49}$.

211005995 (U122136 M1276479)

Черновик к 5.



$$
\begin{array}{r}
64 \\
\times\ 64 \\
\hline
256 \\
+\ 384\ \ \\
\hline
4096 \\
\times\ 64 \\
\hline
16384 \\
+\ 24576\ \ \\
\hline
262144
\end{array}
$$

$$\begin{cases} x = 10 \\ y = 11 - x \end{cases}$$

Первый узел можно выбрать $64 \cdot 2$ способами.

Второй узел ~~62·2+~~ 63

Внутри всего 64^2 точек.

Для второй $64^2 - 1 - 63 \cdot 2$

Всего $\dfrac{64 \cdot 2\,(64^2 - 63 \cdot 2 - 1)}{2} =$

$= 64^3 - 64 - 64 \cdot 63 \cdot 2 =$

$= 64\,(64^2 - 63 \cdot 2 - 1) = 255080 - 1 =$

$= 255079.$

~~Чистовик №4~~

$\frac{4}{x^2+y^2} + x^2 + y$

Черновик.

Черновик №4.

$$\begin{cases} \dfrac{4}{x^2+y^2} + x^2y^2 = 5 \\ x^4+y^4+3x^2y^2 = 20 \end{cases}$$

Пусть $x^4+y^2 = (x^2+y^2)^2 - 2x^2y^2 = б^2 - 2a$

$x^2y^2 = a$; $a \geq 0$, а $б = x^2+y^2$; $б > 0$

Тогда получим:

$$\begin{cases} \dfrac{4}{б} + a = 5 \\ б^2 - 2a + 3a = 20 \end{cases} \qquad - \begin{cases} \dfrac{4}{б} + a = 5 \\ б^2 + a = 20 \end{cases}$$

$б^2 - \dfrac{4}{б} = 15 \quad |\cdot б, \neq 0$

$б^3 - 15б - 4 = 0$

$(б-4)(б^2+4б+1) = 0$

$б^3 + 4б^2 + б - 4б^2 - 16б - 4 =$

$= б^3 - 15б - 4 = 0.$

$$\begin{array}{l|l} б^3 - 15б - 4 & б-4 \\ \hline -\; б^3 - 4б^2 & б^2 + 4б + 1 \\ \hline \cancel{-11б + 4} & \\ 4б^2 - 15б - 4 & \\ -\; 4б^2 - 16б & \\ \hline б - 4 & \\ -\; б - 4 & \\ \hline 0 & \end{array}$$

211005995 (U122136 M1276479)

$(b-4)(b^2+4b+1)=0$

$$\left[\begin{array}{l} b=4 \\ b^2+4b+1=0 \end{array}\right. \quad D=16-4=12$$

$$b=\frac{-4\pm2\sqrt{3}}{2}=-2\pm\sqrt{3}$$

Так как $b>0$, то подходит только $b=4$.

То тогда и $a=4$.

получаем

$$\begin{cases} x^2y^2=4 \\ x^2+y^2=4 \end{cases}; \quad \begin{cases} x^2y^2=4 \\ x^4+y^4=8 \end{cases} \quad (x^2+y^2)^2=16$$

$$\begin{cases} x^2y^2=4 \\ x^2+y^2=4 \end{cases} \quad y^2=\frac{4}{x^2} \quad x^2+\frac{4}{x^2}=4 \quad |\cdot x^2 \quad x^4-4x^2+4=0$$

$$(x^2-2)^2=0$$

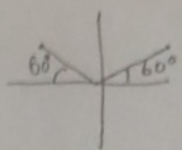
Откуда $x^2=2$. тогда $y^2=2$

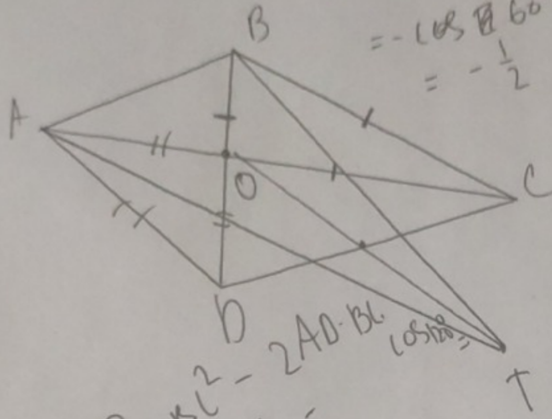
получаем $\boxed{(\sqrt{2};\sqrt{2}),(-\sqrt{2};\sqrt{2}),(\sqrt{2};-\sqrt{2}),(-\sqrt{2};-\sqrt{2})}$

211005995 (U122136 M1276479)

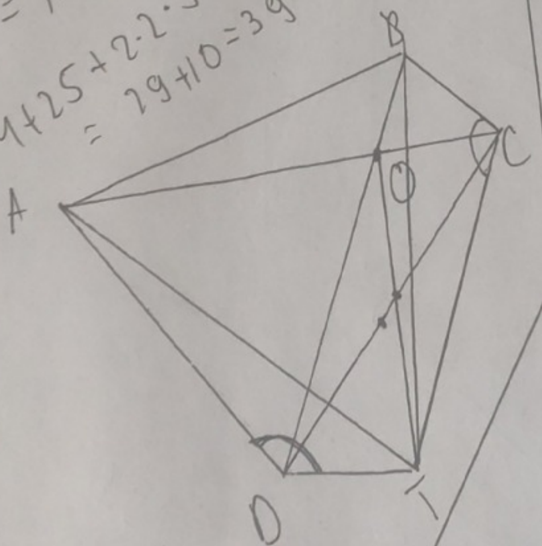
Черновик №6

$\cos 120^\circ = -\cos 60^\circ = -\frac{1}{2}$





$AB^2 = AD^2 + BC^2 - 2AD \cdot BC \cdot \cos 120^\circ = 4 + 25 + 2 \cdot 2 \cdot 5 \cdot \frac{1}{2} = 29 + 10 = 39$



$DT = BC = OB = BC$

$DO = TC = AO = AD$

$\angle DOC = \angle AOB$

$\triangle AOB = \triangle DOC$ по двум сторонам и углу между ними.

$S_{ABCD} = \frac{AD^2 \cdot \sqrt{3}}{4} + \frac{BC^2 \cdot \sqrt{3}}{4} + \left(\frac{AD \cdot BC \cdot \sin 120^\circ}{2}\right) \cdot 2$

$\angle DTC = \angle DOC$ + $\angle$ тогда $AT = BT = AB$

$\triangle ABT$ - правильный.

$$\boxed{S_{ABT} = \frac{AB^2 \cdot \sqrt{3}}{4} = \frac{39 \cdot \sqrt{3}}{4}}$$

211005995 (U122136 M1276479)

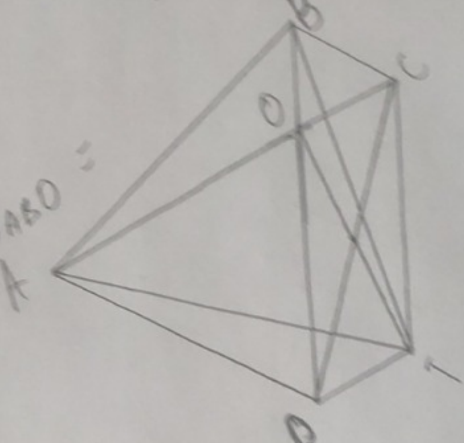
$S_{ABCD} = \frac{25\sqrt{3}}{4} + \frac{4\sqrt{3}}{4} + \frac{10\cdot\sqrt{3}}{2} =$

$= \frac{39\sqrt{3}}{4}$

Тогда $\frac{S_{ABCD}}{S_{ABT}} = \frac{1}{1}$

Ответ: 1 : 1

$\cos 120^\circ = \cos(\pi - 60) = \cos\pi \cdot \cos 60^\circ - \sin\pi \sin 60^\circ = -\cos 60^\circ$



$S_{ABCD} = S_{AOD} + S_{BOC} + 2S_{ABO} =$

$= \frac{AD^2\sqrt{3}}{4} + \frac{BC^2\sqrt{3}}{4} + \cancel{\frac{2AD\cdot BC\cdot \sin 120^\circ}{4}} =$

$= \frac{25\sqrt{3}}{4} + \frac{4\sqrt{3}}{4} + \frac{2\cdot 2\cdot 5\cdot\sqrt{3}}{2} =$

$= \frac{39\sqrt{3}}{4}$

$AB^2 = AD^2 + BC^2 - 2AD\cdot BC\cdot\cos 120^\circ =$

$= 25 + 4 + 10 = 39$

$S_{ABT} = \frac{39\sqrt{3}}{4}$