Часть 1

Олимпиада: **Математика, 10 класс (1 часть)**

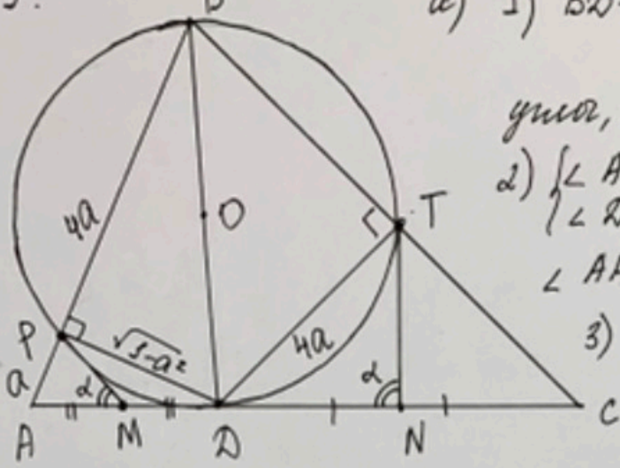
Шифр: **211005868**

ID профиля: **801802**

Вариант 11

Чистовик

Задача 1.



а) 1) BD-диаметр $\Rightarrow \begin{cases} \angle BPD = 90^\circ \\ \angle BTD = 90^\circ \end{cases}$ вписанные углы, опир. на диаметр.

2) $\begin{cases} \angle APD \text{ и } \angle BPD \\ \angle DTC \text{ и } \angle BTD \end{cases}$ – смежные $\Rightarrow$ в сумме $=180^\circ \Rightarrow$

$\angle APD = 90^\circ$; $\angle DTC = 90^\circ$

3) В 90°-ом треугольнике, медиана, проведённая к гипотенузе, равна половине гипотенузы $\Rightarrow$

$\begin{cases} \triangle APD: \ PM = AM = MD \\ \triangle DTC: \ TN = DN = NC \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \triangle DNT \text{ – равнобедр. с основанием } DT \Rightarrow \angle NDT = \angle NTD \\ \triangle DMP \text{ – равноб. с осн. } AP \Rightarrow \angle MDP = \angle MPD \end{cases}$

4) Сумма углов в треуг. $=180^\circ \Rightarrow \angle NDT = \angle NTD = \frac{180^\circ - \alpha}{2}$, где $\alpha = \angle DNT$

$\begin{cases} TN \parallel PM \\ AC \text{ - секущ.} \end{cases} \Rightarrow \angle AMP = \angle DNT = \alpha$ (внутренние накрест-лежащие)

$\angle MDP = \angle MPD = \cancel{180^\circ} \frac{\alpha}{2}$ ($\angle AMP$ - внешний $\triangle PMD \Rightarrow \angle AMP =$ сумме углов, не смежных с ним $= \angle MDP + \angle MPD = \alpha$)

5) $\angle PDT = 180^\circ - \angle MDP - \angle NDT = 180^\circ - \left(\frac{180^\circ - \alpha}{2}\right) - \frac{\alpha}{2} = 90^\circ$

7) Сумма углов в четырёхугольнике (выпуклом) $= 360^\circ \Rightarrow \angle ABC = 360^\circ - 90^\circ - 90^\circ - 90^\circ = 90^\circ$

б) 1) $\begin{cases} \angle DTC = \angle ABC = 90^\circ \\ BC \text{ - секущ.} \end{cases} \Rightarrow DT \parallel AB$

2) $\begin{cases} TN \parallel PM \\ DT \parallel AB \end{cases} \Rightarrow \angle APM = \angle DTN$ (углы между соответств. $\parallel$ прямыми)

3) $\begin{cases} \angle APM = \angle DTN \\ \angle PMA = \angle TND \end{cases} \Rightarrow \triangle APM \sim \triangle DTN \Rightarrow \frac{AP}{DT} = \frac{PM}{TN} = \frac{1}{4} \Rightarrow DT = 4AP$

4) PBTD - прямоуг. (все углы $=90^\circ$) $\Rightarrow$ параллелогр. $\Rightarrow PB = DT = 4AP$

5) Из теор. Пифагора $c^2 = \sqrt{a^2 + b^2}$ $\triangle APD$: $PD = \sqrt{AD^2 - AP^2} = \sqrt{(2PM)^2 - AP^2} = \sqrt{1 - AP^2}$

6) Из теор. Пифагора $\triangle PBD$: $BD^2 = BP^2 + PD^2 \Rightarrow 3 = 16a^2 + 1 - a^2 \Rightarrow a^2 = \frac{2}{15} \Rightarrow$ (AP=a) $\Rightarrow a = \sqrt{\frac{2}{15}}$

7) $S_{ABC} = \frac{1}{2} AB \cdot BC$ ($\angle B = 90^\circ$)

8) Из теор. Пифагора: $\triangle DTC$: $TC = \sqrt{DC^2 - DT^2} = \sqrt{16 - 16 \cdot \frac{2}{15}} = 4 \cdot \sqrt{\frac{13}{15}}$

9) $AB = AP + PB = 5a = 5\sqrt{\frac{2}{15}}$

10) $BC = BT + TC = \sqrt{1 - \frac{2}{15}} + 4\sqrt{\frac{13}{15}} = 5\sqrt{\frac{13}{15}}$

11) $S_{ABC} = \frac{1}{2} \cdot 5\sqrt{\frac{2}{15}} \cdot 5\sqrt{\frac{13}{15}} = \frac{25}{2} \cdot \frac{\sqrt{26}}{15} = \frac{5 \cdot \sqrt{26}}{6}$

Ответ: а) $\angle ABC = 90^\circ$ б) $S_{ABC} = \frac{5\sqrt{26}}{6}$

Чистовик

Задача 2.

$\sqrt{x+2} - \sqrt{3-x} + 3 = 2\sqrt{6+x-x^2}$ 1) $6+x-x^2=0$ $\left[\begin{array}{l} x_1=-2 \quad Пр: 6-2-4=6-6=0 \\ x_2=3 \quad Пр: 6+3-9=9-9=0 \end{array}\right.$

Значит можем разложить 2-х член на множители:

$6+x-x^2=-(x+2)(x-3)=(x+2)(3-x)$ Пр: $(x+2)(3-x)=-x^2-2x+3x+6=-x^2+x+6$

$\Downarrow$

$\sqrt{x+2}-\sqrt{3-x}+3=2\sqrt{(x+2)(3-x)}$ 2) $D(y)$: $\begin{cases} x+2\geq 0 \\ 3-x \geq 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x\geq -2 \\ x\leq 3 \end{cases}$

$\sqrt{x+2}-\sqrt{3-x}=2\sqrt{(x+2)(3-x)}-3$ (возводив в квадрат.)

$(x+2)+(3-x)-2\sqrt{-x^2+x+6}=4(-x^2+x+6)+9-12\sqrt{-x^2+x+6}$

$\sqrt{-x^2+x+6}=k,\ k\geq 0 \Rightarrow 5-2k=4k^2+9-12k \Rightarrow 4k^2-10k+4=0$ $\left[\begin{array}{l} k_1=2 \\ k_2=\frac{1}{2} \end{array}\right.$

$\sqrt{-x^2+x+6}=2 \Rightarrow -x^2+x+6=4 \Rightarrow x^2-x-2=0$ $\left[\begin{array}{l} x_1=-1 \\ x_2=2 \end{array}\right.$

$\sqrt{-x^2+x+6}=\frac{1}{2} \Rightarrow -x^2+x+6=\frac{1}{4} \Rightarrow 4x^2-4x-23=0$

$\frac{D}{4}=4+92=96=2^5\cdot 3$ $x_1=\frac{2+4\sqrt{6}}{4}$ $x_2=\frac{2-4\sqrt{6}}{4}\leq 0$

$\frac{2+4\sqrt{6}}{4} \vee 3 \Rightarrow 2+4\sqrt{6} \vee 12 \Rightarrow 4\sqrt{6} \vee 10 \Rightarrow 96<100 \Rightarrow$ уд.

$\frac{2-4\sqrt{6}}{4} \vee -2 \Rightarrow -4\sqrt{6} \vee -10 \Rightarrow 4\sqrt{6} > -10 \Rightarrow$ уд.

Пр: $x=-1$: $\sqrt{2-1}-\sqrt{3+1}+3=2$ $2\sqrt{6-1-1}=4$ $2\neq 4 \Rightarrow x\neq -1$

$x=2$: $\sqrt{2+2}-\sqrt{3-2}+3=4$ $2\sqrt{6+2-4}=4$ $4=4 \Rightarrow x=2$

$x=\frac{2-4\sqrt{6}}{4}$: $\sqrt{\frac{10-4\sqrt{6}}{4}}-\sqrt{\frac{10+4\sqrt{6}}{4}}+3=\frac{\sqrt{6}-2}{2}-\frac{\sqrt{6}+2}{2}+3=1$

$2\cdot\frac{\sqrt{6}-2}{2}\cdot\frac{\sqrt{6}+2}{2}=\frac{36-4}{2}=16\neq 1 \Rightarrow x\neq\frac{2-4\sqrt{6}}{4}$

Ответ: $x = 2$

x_1: $\sqrt{\frac{10+4\sqrt{6}}{4}}-\sqrt{\frac{10-4\sqrt{6}}{4}}+3=\frac{\sqrt{6}+2}{2}-\frac{\sqrt{6}-2}{2}+3=5$

$2\cdot\frac{\sqrt{6}-2}{2}\cdot\frac{\sqrt{6}+2}{2}=\frac{36-4}{2}=16$ $16\neq 5 \Rightarrow$ не уд.

Чистовик

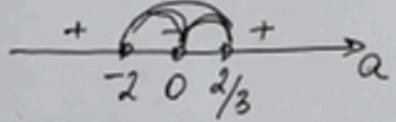
Задача 3. 1) $ax^2-2a^2x-ay+a^3+4=0 \Rightarrow y=x^2-2ax\cancel{-y}+a^2+\frac{4}{a} \Rightarrow$

т.к. $x_{вершина}=\frac{-b}{2k}$ $(kx^2+bx+c=y) \Rightarrow x_B=\frac{2a}{2}=a \Rightarrow$

$y_B=a^2-2a^2+a^2+\frac{4}{a}=\frac{4}{a}$

Определим положение точки B в зависимости от a:

если B выше прямой $y=3x+4 \Rightarrow y_B>3x_B+4 \Rightarrow \frac{4}{a}>3a+4 \Rightarrow 3a^2+4a-4<0$



$3a^2+4a-4=0$ $\Rightarrow a\in(-2;0)\cup(0;\frac{2}{3})$

$a_1=-2$ $a_2=\frac{2}{3}$

Если B ниже прямой: $a\in(-\infty;-2)\cup(\frac{2}{3};+\infty)$

2) $5a^2+12ax+4ay+8x^2+8xy+4y^2=0 \Rightarrow 4y^2+8x^2+8xy+4ay+12ax+5a^2=0$

~~Данное уравнение – уравнение окружности ⇒ для 1-го значения x соответствует 2 значения y ⇒ При A выше прямой будем рассматривать случай для меньшего y, а при ниже для большего (крайние случ.)~~

Решим относит. y: $4y^2+4y(2x+a)+(8x^2+12ax+5a^2)=0$

$\frac{D}{4}=4(4x^2+4ax+a^2)-4(8x^2+12ax+5a^2)=4(-4x^2-8ax-4a^2)=-16(x^2+2ax+a^2)=$

$=-16(x+a)^2 \Rightarrow$ т.к. решения есть лишь при $D\geq0$, то

$-16(x+a)^2\geq0$ $16(x+a)^2\leq0 \Rightarrow x_A=-a \Rightarrow y_A=\cancel{\frac{-4x_A-2a}{4}=-x_A-\frac{a}{2}}$

$4y^2+4y(a-2a)+(8a^2-12a^2+5a^2)=0$ $(2y-a)^2=0$ $y=\frac{a}{2} \Rightarrow$

$A(-a;\frac{a}{2}) \Rightarrow$ A выше прямой, при $y_A>3x_A+4$ $\frac{a}{2}>-3a+4 \Rightarrow$

$a>-6a+8 \Rightarrow a>\frac{8}{7}$

3) $\left[\begin{array}{l} \text{A выше, B ниже: } \begin{cases} a\in(-\infty;-2)\cup(\frac{2}{3};+\infty) \\ a\in(\frac{8}{7};+\infty) \end{cases} \Rightarrow a\in(\frac{8}{7};+\infty) \\ \text{A ниже, B выше: } \begin{cases} a\in(-2;0)\cup(0;\frac{2}{3}) \\ a\in(-\infty;\frac{8}{7}) \end{cases} \Rightarrow a\in(-2;0)\cup(0;\frac{2}{3}) \end{array}\right.$

Ответ: $a\in(-2;0)\cup(0;\frac{2}{3})\cup(\frac{8}{7};+\infty)$

$x+2+3-x-2\sqrt{\dots} = 4(\dots)+9-12\sqrt{\dots}$ $\quad \sqrt{\dots}=k$

$5-2k = 4k^2+9-12k$

$4k^2-10k+4=0$

$k_1=2$

A вверху

$\times\begin{array}{r}23\\4\\\hline 92\end{array}$

$96 = 2\cdot 48 = 2\cdot 2\cdot 3\cdot 2^3 = 2^5\cdot 3$

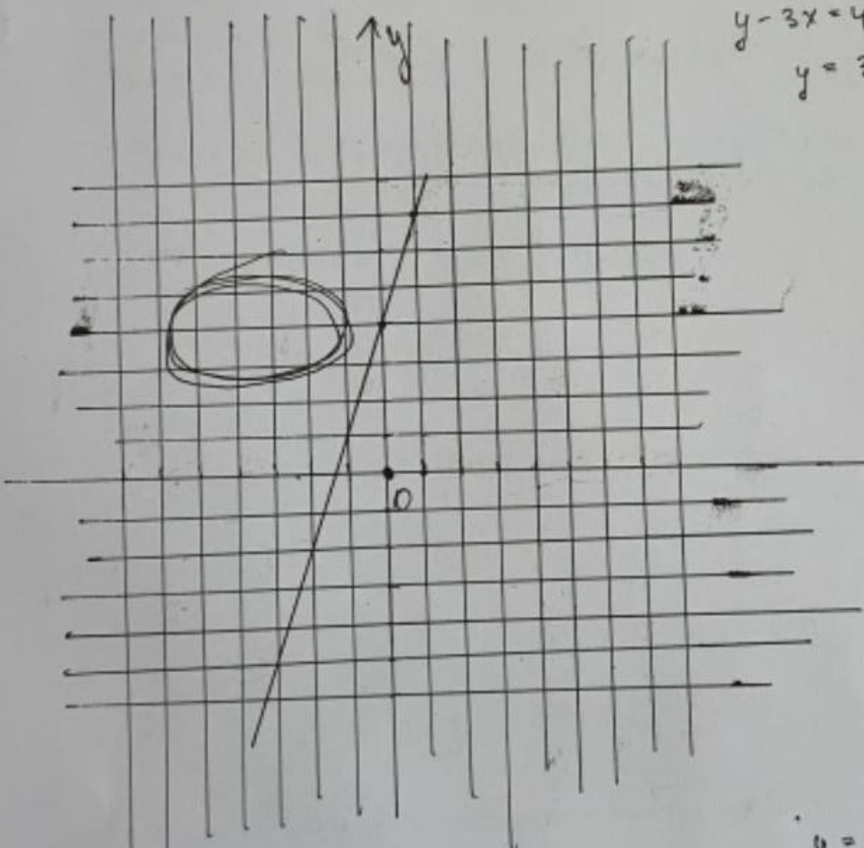
$\frac{D}{4} = 4(4x^2+a^2+4ax) - 4(8x^2+12ax+$

$= 4(-4x^2-11ax-a^2)$

$2+4\sqrt{6} \vee 12$

$4\sqrt{6} \vee 10 \qquad 16\cdot 6 \vee 100$

$y_1 = \frac{-\cancel{2}x-\cancel{a}a \pm \cancel{2}\sqrt{-4x^2-11ax}}{4}$



$y-3x=4$

$y=3x+4$

$5a^2+12ax+4ay+8x^2+8xy+$

$4y^2+8x^2+8xy+12ax+4$

$+5a^2$

$4y^2+4y(2x+a)+(8x^2+12a$

$ax^2-2a^2x-ay+a^3+4=0$

$X_B = \frac{2a^2}{2a} = a$

$y_B = a^3-2a^3-$

$y = x^2-2ax+a^2+\frac{4}{a}$

1) B - внизу

$X_B = \frac{2a}{2} = a$

$y < 3x+4$

$y_B = a^2-2a^2+a^2+\frac{4}{a} = \frac{4}{a}$

$\frac{4}{a} < 3a+4 \Rightarrow 3a^2+4a-4>0$

$a_1=-2 \quad a\in\left[-2;\frac{2}{3}\right)$ - B внизу

$a_2=\frac{2}{3} \quad a\in(-\infty;-2)\cup\left(\frac{2}{3};+\infty\right)$ - B вверху.

$4y^2-4ya+8x^2+12ax+5a^2$

$\frac{8}{7} \vee \frac{2}{3} \qquad 24 \vee 14$

$4y^2-4ay+a^2=0 \qquad (2y-a)^2=0 \qquad y=\frac{a}{2}$

нбз

$5a^2+12ax$ Черн.

$4xy$

$4y^2+8x^2+8xy+12ax+4ay+5a^2=0$ $4x^2$ $4x^2$

$2x$

$2y$ $y\cdot 4a = y\cdot 2a$

$y > \frac{-6x-3a+3\sqrt{-4x^2-11ax-a^2}}{4}+4$

$\cancel{-6x}$ $\frac{-2x-a+\sqrt{-4x^2-11ax-a^2}}{4} > \cancel{3x+4}$ $12x+16$

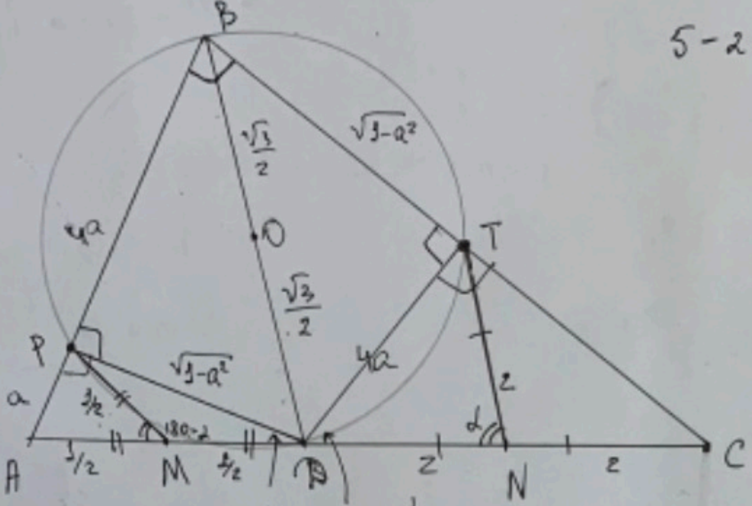
$\sqrt{-4x^2-11ax-a^2} < -14x+16+a$

$-14x-16-a>0$

-4

$y > 3x+4$

Черн.

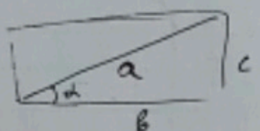


$\frac{\alpha}{2}$ $\quad 90-\frac{\alpha}{2}$ $\quad 180-90+\frac{\alpha}{2}-\frac{\alpha}{2}=90°$

$$5-2\sqrt{-x^2+x+6}=9+4\cdot(-x^2+x+6)-$$
$$-12\sqrt{-x^2+x+6}$$

$$\sqrt{-x^2+x+6}=k$$

$3-a^2$



$b\cdot c=$

$\frac{1}{2}a\cdot b\cdot\sin\alpha+\frac{1}{2}a\cdot c\cdot\cos\alpha=$

$=\frac{1}{2}a\cdot$

$$\sqrt{x+2}-\sqrt{3-x}+3=2\sqrt{6+x-x^2}$$

$$\sqrt{x+2}-\sqrt{3-x}+3=2\sqrt{(x+2)(x-3)}$$

$x^2-x-6=0$ $\quad x_1=-2$, $\quad x_2=3$

$x+2\geq 0$
$3-x\geq 0\Rightarrow x-3\leq 0$ $\Rightarrow (x+2)(x-3)\leq 0 \Rightarrow \begin{cases} x-3=0 \Rightarrow x=3 \\ x+2=0 \Rightarrow x=-2\end{cases}$

$\sqrt{5}+3=\cancel{4}0$

$-\sqrt{5}+3$

$a-b+3=2ab$ $\qquad a=\sqrt{x+2}$, $\; b=\sqrt{3-x}$ $\Rightarrow a-b$

$a=2ab-3+b$ $\qquad a^2=x+2$, $\; b^2=3-x$ $\; + \; a^2+b^2=5$

$a^2-b^2=2x-1$

$(a+b)^2-(a-b)^2=$ $\qquad a-b+3=2ab$

$=2a\cdot 2b=4ab$

$(a+b)^2=a^2+b^2+2ab$

$(a-b)(a+b)=2x-1$

$\sqrt{3}+2\sqrt{2}$ $\quad \sqrt{6}+2$ $\quad \frac{10+4\sqrt{6}}{4}$ $\quad \frac{2+4\sqrt{6}}{4}+2$

$2-1+3=2\sqrt{6+2-4}$ $\quad 4-2$ $\quad 1-2+3=2\cdot 2$ $\quad \sqrt{1}$

$\frac{-2-2}{2}=-2$

$\frac{36-4}{2}=$ $\quad 2\sqrt{5-1}$ $\quad 2\sqrt{6+}$

$\frac{\sqrt{6}-2}{2}\cdot\frac{\sqrt{6}+2}{2}$

211005868 (U801802 M1276812)

Часть 2

Олимпиада: **Математика, 10 класс (2 часть)**

Шифр: **211005868**

ID профиля: **801802**

Вариант 11

Чистовик

Задача 4. $\begin{cases} \frac{4}{x^2+y^2}+x^2y^2=5 \\ x^4+y^4+3x^2y^2=20 \end{cases}$ $x^2=a,\ a\geq 0$ $y^2=b,\ b\geq 0$ (a и b ≠ 0 одновр.) $\Rightarrow \begin{cases} \frac{4}{a+b}+ab=5 \\ a^2+b^2+3ab=20 \end{cases} \Rightarrow$

$\begin{cases} \frac{4}{a+b}+ab=5 \\ (a+b)^2+ab=20 \end{cases}$ $-$ $\Rightarrow (a+b)^2-\frac{4}{a+b}=15$, $a+b=k$, т.к $\begin{cases} a\geq 0 \\ b\geq 0 \end{cases} \Rightarrow k>0 \Rightarrow$

$k^2-\frac{4}{k}=15$ $\quad k^3-15k-4=0$ $\quad k_1=4$ Пр: $4^3-15\cdot 4-4=64-60-4=0$

$$\begin{array}{r|l} k^3-15k-4 & k-4 \\ \cline{2-2} -\ k^3-4k^2 & k^2+4k+1 \\ \hline 4k^2-15k-4 & \\ -\ 4k^2-16k & \\ \hline k-4 & \\ -\ k-4 & \\ \hline 0 & \end{array}$$

$\Rightarrow k^3-15k-4=(k-4)(k^2+4k+1)=0$

$k^2+4k+1=0$ $\quad \frac{D}{4}=4-1=3 \Rightarrow \left[\begin{array}{l} k_1=-2+\sqrt{3}<0 \\ k_2=-2-\sqrt{3}<0 \end{array} \right.$ - не уд.

$\Rightarrow k=4 \Rightarrow a+b=4 \Rightarrow \frac{4}{a+b}+ab=5 \Rightarrow ab=5-\frac{4}{a+b}=4$

$\begin{cases} ab=4 \\ a+b=4 \end{cases} \Rightarrow a=2;\ b=2$ (теорема Виетта) $\Rightarrow$

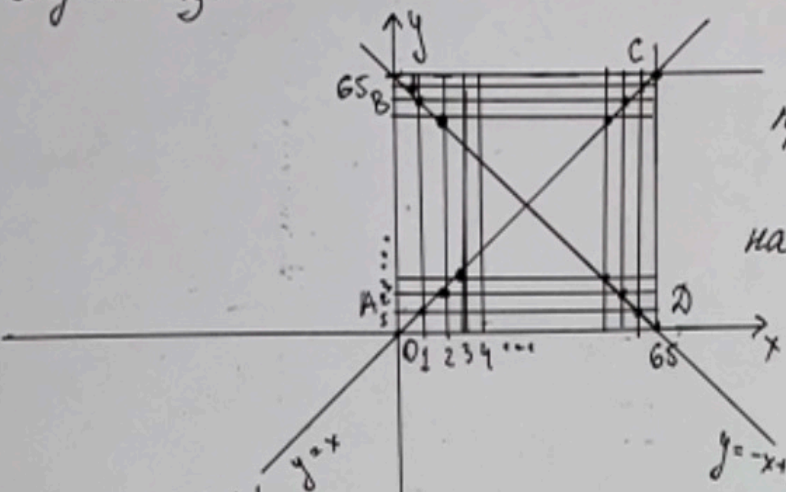
$\begin{cases} x^2=2 \\ y^2=2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x=\pm\sqrt{2} \\ y=\pm\sqrt{2} \end{cases}$

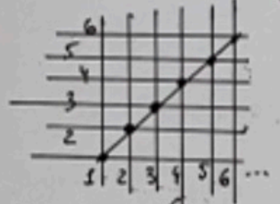
Ответ: $(\sqrt{2};\sqrt{2});(-\sqrt{2};\sqrt{2});(\sqrt{2};-\sqrt{2});(-\sqrt{2};-\sqrt{2})$

1

Чистовик

Задача 5.





1) Вершины квадрата $A(0;0)$ и $C(65;65)$ лежат на прямой $y = x$

Вершины $B(0;65)$ и $D(65;0)$ лежат на прямой $y = -x+65$ $\left(\begin{matrix}0+65=65\\ -65+65=0\end{matrix}\right)$

получаем данный рисунок.

2) Кол-во узлов, лежащих на диагонали данного квадрата (границы не включаем) $= 63$, т.к. кол-во вертикальных линий сетки в квадрате, включая границы $=65$ ($x = 65$ – крайняя стенка), границы всего 2 $\Rightarrow$ кол-во вертикальных линий сетки внутри квадрата $= 63$. Диагональ пересекает каждую вертикальную и горизонтальную линию в узле $\Rightarrow$ 63 узла.

3) Для каждого узла кол-во оставшихся узлов в квадрате одинаково и равно $(65-2)\cdot(65-2)-1 = 63^2-1$; 63 вертикальные линии, каждую пересекают 63 горизонтальные линии (1 линия – 63 узла $\Rightarrow$ 63 линии – 63^2 узла) $\Rightarrow$ всего узлов в квадрате $= 63^2$; 1 узел вычитаем (он уже занят.) $\Rightarrow$ После ~~постановки~~ выбора одного узла (на диагонали) остаётся 63^2-1 свободный узел.

4) Для любого узла кол-во узлов лежащих с ним на ~~одной~~ горизонтали (вертикали), а значит на одной прямой $\parallel Ox$ (Oy) $= 65-\overset{\text{границы}}{2}-\overset{\text{занят}}{1} = 62$ $\Rightarrow$ их выбирать нельзя $\Rightarrow$ кол-во узлов, которые можно выбрать $= (63^2-1) - 62\cdot 2 = 63^2-125$

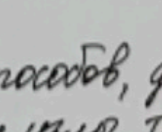
5) Способов выбрать два узла, один из которых $\in y = x \Rightarrow = \overset{\text{повторения}}{\frac{1}{2}}\cdot\underbrace{63}_{\text{выбираем узел} \in \text{пр.}}\cdot\overbrace{(63^2-125)}^{\text{выбир. 2-ого узла}}$

6) В силу симметрии (квадрат и его диагонали):

Кол-во способов для ($y = x$) = кол-во способов для ($y = -x+65$)

~~Диагонали имеют 1 точку пересечения $\Rightarrow$ из суммы способов для 2-х прямых вычитаем~~

Но, чтобы избежать повторений способов, для второй прямой необходимо учитывать ~~только~~ свободные узлы, только не лежащие на первой прямой. Иначе:



$\rightarrow$ повторение $\Rightarrow$

Чистовик

$\Rightarrow$ Способов для $(y=-x+65) = \frac{1}{2}\cdot 63 \cdot (\underbrace{63^2-1}_{\text{св. узла}} - \underbrace{61}_{\text{узлы} \in y=x} - \underbrace{62\cdot 2}_{\text{узлы на пр.} \parallel Ox(Oy)}) = 63\cdot(63^2-186)$

(их 63, но 2 мы уже взяли, т.к они лежали на $\parallel$ пр.)

(или = сумма)

7) Всего способов = сумма способов для этих прямых =

$= \frac{1}{2}\cdot 63\cdot(63^2-125) + \frac{1}{2}\cdot 63\cdot(63^2-186) = \frac{1}{2}\cdot 63\,(2\cdot 63^2-311) = \cancel{472815}\ 480501\cdot\frac{1}{2}$

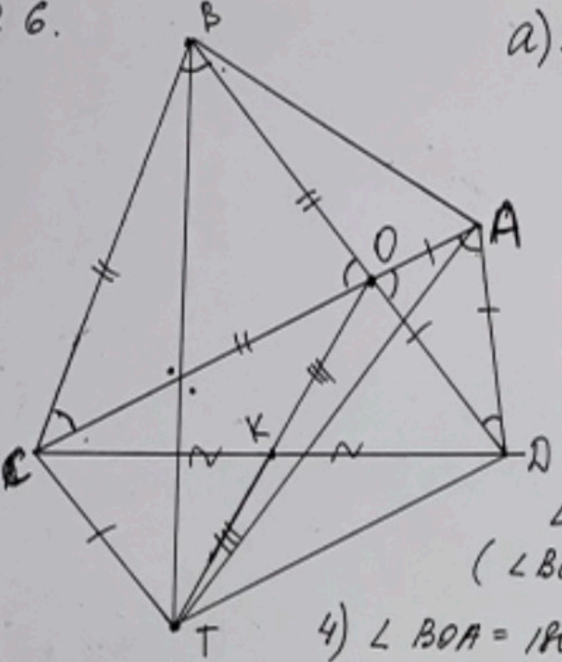
Ответ: $\cancel{\frac{472815}{2} = 236407{,}5}$ $\frac{480501}{2} = 240250{,}5$

Варианты для 2-х узлов мы перемножали, потому что „и" $\to$ „$\cdot$" умножен.

211005868 (U801802 M1276813)

Чистовик

Задача 6.



а) 1) $OT \cap CD = (\cdot)K$ K - сер. OT и CD => ~~ОК~~ ODTC - параллелограмм => $CT = OD$

2) AOD - правильный => $AO = OD = AD$

3) противоположные углы в параллелогр. $= 180°$ (в сумме) =>

$\angle OCT = 180° - \angle COD = \angle BOC = 60°$ ($\triangle BOC$ - правильный) =>

$\angle BCT = \angle BCO + \angle OCT = 60° + 60° = 120°$ ($\angle BCO = 60°$)

4) $\angle BOA = 180° - \angle BOC = 180° - 60° = 120°$

5) $\begin{cases} \angle BCT = \angle BOA = 120° \\ BC = BO \\ CT = AO \end{cases}$ => $\triangle BCT = \triangle BOA$ по I признаку =>

=> $\begin{cases} \angle CBT = \angle ABD \\ BT = AB \end{cases}$ => $\angle ABT = \angle DBC = 60°$ =>

$\triangle ABT$ - правильный.

б) 1) $\begin{cases} \angle CBD = \angle CAD \\ CD \text{ - общее основание углов} \end{cases}$ => CBAD - вписанный => $\angle ABD = \angle ACD$, как вписанные, опир. на одну хорду. => $\angle ABC = \angle DCB$. По аналогии $\angle BAD = \angle CDA$ => ABCD - трапеция

2) $S_{ABCD} = \frac{1}{2} \cdot AC \cdot BD \cdot \sin\angle COB = \frac{1}{2}(2+5)(2+5) \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{49\sqrt{3}}{4}$

3) Теорема косинусов $c^2 = a^2 + b^2 - 2ab\cos\alpha$, где α - угол между a и b => для $\triangle BCT$ => $BT^2 = CT^2 + BC^2 - 2BC \cdot CT \cdot \cos\angle BCT$ => $BT = \sqrt{25 + 4 + 2 \cdot 5 \cdot 2 \cdot \frac{1}{2}} = \sqrt{29 + 10} = \sqrt{39}$ $BT = AT = AB$

4) $\triangle ABT$ - правильный => $S_{ABT} = \frac{1}{2} \cdot BT^2 \cdot \sin 60° = \frac{\sqrt{3}}{4} \cdot 39$

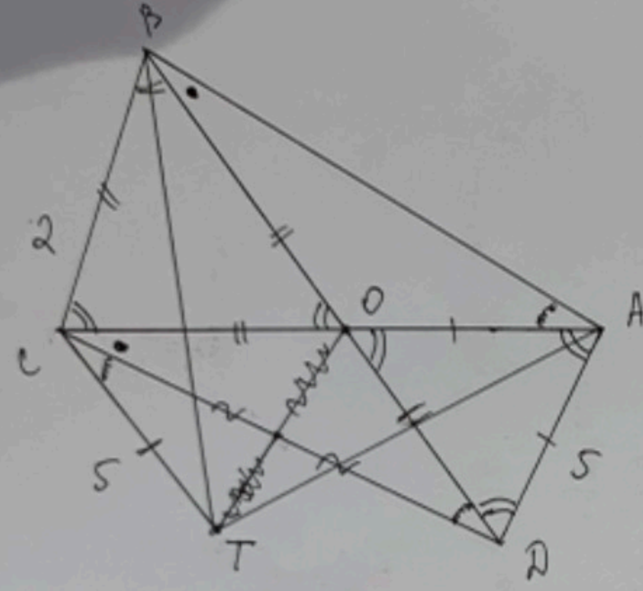
5) $\frac{S_{ABT}}{S_{ABCD}} = \frac{\frac{39\sqrt{3}}{4}}{\frac{49\sqrt{3}}{4}} = \frac{39}{49}$

Ответ: $\frac{S_{ABT}}{S_{ABCD}} = \frac{39}{49}$

211005868 (U801802 M1276813)

4

Чер.

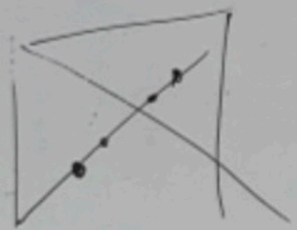


$$\times \begin{array}{r}63\\2\end{array}$$

$$\begin{array}{l}480501 \,|\, 2 \\ \ 240250{,}5\end{array}$$

−4
08
−8
05
−4
10
−10
10

$$\begin{array}{r}63\\ \times 63\\ \hline 189\\ 378\\ \hline 3969\end{array}$$

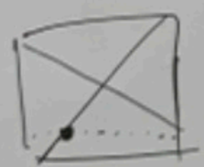


$472815 \,|\, 2$ $236407{,}5$
−4
12

$$\begin{array}{r}3969\\ \times 2\\ \hline 7938\\ -\ 311\\ \hline 7627\end{array}$$

$$\begin{array}{r}7627\\ \times 63\\ \hline 22881\\ 45762\\ \hline 480501\end{array}$$

Черновик



3 · 2 − 3

211005868 (U801802 M1276813)

$\frac{4}{x^2+y^2}+x^2y^2=5$

$x^4+y^4+3x^2y^2=20$

$\frac{4}{a+b}+ab=5$

$a^2+b^2+3ab=20 \Rightarrow (a+b)^2+ab=20$

$\frac{4}{a+b}+ab=5$ ↑ −

$(a+b)^2-\frac{4}{a+b}=15$

64 −

$(a+b)^3-15(a+b)-4=0$

$a+b=4$

$k^3-15k-4 \;|\; k-4$

$-\;k^3-4k^2 \quad\quad k^2+4k+1$

$4k^2$

$-\;4k^2-16k$

$k-4$

$\frac{D}{4}=4-1=3$

~~$k^3-15k-4=(k-4)($~~k

$k=-2\pm\sqrt{3} \Rightarrow k<0$ – не уд.

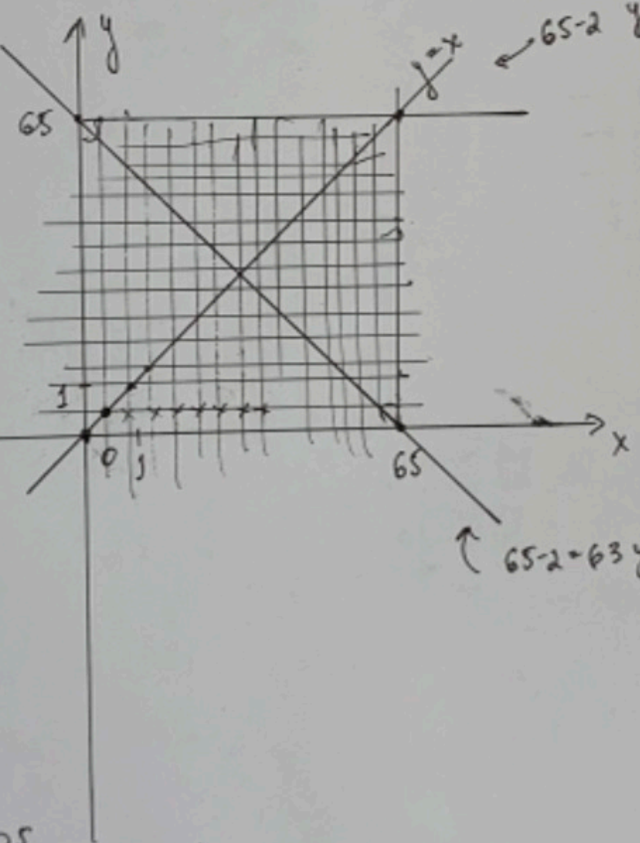
$a+b=x^2+y^2=4 \Rightarrow$

$1+ab=5 \Rightarrow ab=4$ $\quad a=2$

$a+b=4$ $\quad b=2$

124
+64
188

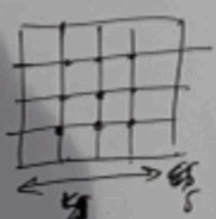
188
+125
313



$\begin{array}{r} 63 \\ \times\ 63 \\ \hline 189 \\ 378\ \ \\ \hline 3969 \end{array}$

$\begin{array}{r} 3969 \\ \times\ 2 \\ \hline 7938 \\ -\ 313 \\ \hline 7625 \end{array}$

$\begin{array}{r} 7505 \\ \times\ 63 \\ \hline 22515 \\ 45030\ \ \\ \hline 472815 \end{array}$



Черновик