Часть 1

Олимпиада: **Математика, 10 класс (1 часть)**

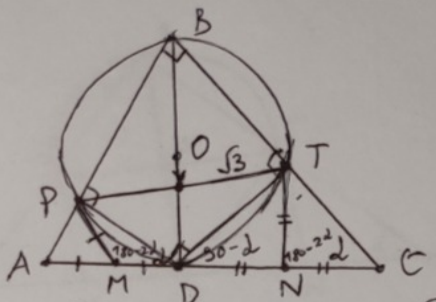
Шифр: **211005672**

ID профиля: **100965**

Вариант 11

Черновик

№1



$PM \parallel NT$ $\quad MP=\frac{1}{2},\ NT=2,\ BD=\sqrt{3}$

$180-90+\alpha-\alpha=90 \Rightarrow \angle ABC=90^\circ$

$AC=1+4=5$

$CD^2=CT\cdot CB$

$PD=\sqrt{\frac{1}{2}+2\cdot\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2}\cos 2\alpha}=\frac{\sqrt2}{2}\sqrt{1+\cos 2\alpha}$

$DT=\sqrt{8+2\cdot2\cdot2\cos 2\alpha}=2\sqrt2\sqrt{1-\cos2\alpha}$

$\cancel{AB=DT+\frac{\sqrt2}{2}\sqrt{1-\cos2\alpha}=\sqrt{1-\cos2\alpha}\left(\sqrt2\left(\frac{5}{2}\right)\right)=}$

$\cancel{=\frac{5\sqrt2}{2}\sqrt{1-\frac{11}{15}}=\frac{5\sqrt2\cdot2}{2\sqrt{15}}=\frac{5\sqrt2}{\sqrt{15}}}$

$\Rightarrow 3=\frac{1}{2}(1+\cos2\alpha)+8(1-\cos2\alpha)$

$3-\frac{1}{2}-8=\frac{1}{2}\cos2\alpha-8\cos2\alpha$

$8-3+\frac{1}{2}=7\frac{1}{2}\cos2\alpha$

$11=15\cos2\alpha \Rightarrow \cos2\alpha=\frac{11}{15}$

$\cos2\alpha=2\cos^2\alpha-1$

$\frac{26}{15}=2\cos^2\alpha \Rightarrow \cos\alpha=\sqrt{\frac{13}{15}}$

$BC=5\sqrt{\frac{13}{15}}$

$AB=\sqrt{25-\frac{25\cdot13}{15}}=\sqrt{\frac{25}{15}(15-13)}=\frac{5\sqrt2}{\sqrt{15}}$

$S=\frac{AB\cdot BC}{2}=\frac{5\sqrt{13}\cdot5\sqrt2}{\sqrt{15}\cdot\sqrt{15}\cdot2}=\frac{25\sqrt{26}}{15\cdot2}=\frac{5\sqrt{26}}{6}$

№2

$\sqrt{x+2}-\sqrt{3-x}+3=2\sqrt{6+x-x^2}$, $x\in[-2;3]$

$\sqrt{x+2}(1-2\sqrt{3-x})+(3-\sqrt{3-x})=0$

$x+2+3-x-2\sqrt{6+x-x^2}=4(6+x-x^2)+9-12\sqrt{6+x-x^2}$

$((x+2)(3-x)=3x+6-x^2-2x=6+x-x^2)$

$10\sqrt{6+x-x^2}=24+4x-4x^2+4$

$10\sqrt{6+x-x^2}=28+4x-4x^2$

$5\sqrt{6+x-x^2}=2(7+x-x^2)$

$5\sqrt{6+x-x^2}=2(6+x-x^2)+2$

$t=\sqrt{6+x-x^2}$

$5t=2t^2+2$

$2t^2-5t+2=0$

$x+11+6\sqrt{x+2}=$

В над при $a\in(-\infty;-2)\cup(0;\frac{2}{3})$

В под при $a\in(-2;0)\cup(\frac{2}{3};+\infty)$

$4y^2+4ay+a^2+9x^2+12ax+4a^2-x^2+8xy=0$

$(2y+a)^2+(3x+2a)^2=x^2-8xy$

№3

$5a^2+12ax+4ay+8x^2+8xy+4y^2=0$ – A

$ax^2-2a^2x-ay+a^3+4=0 \rightarrow y=x^2-2ax+a^2+\frac{4}{a}$

$x_{в.}=\frac{2a}{2}=a$

$y_{в.}=a^2-2a^2+a^2+\frac{4}{a}=\frac{4}{a}$

$B(a;\frac{4}{a})$

$y=3x+4$

$y>3x+4$ – над

$y<3x+4$ – под

$\frac{4}{a}=3a+4$

$0=3a^2+4a-4$

$D=16+48=64=8^2$

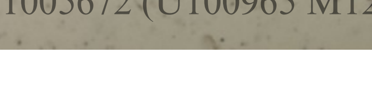
$a=\frac{-4\pm8}{6}$

$a_1=-2 \qquad a_2=\frac{2}{3}$

I. над – B, под – A

$3a-\frac{4}{a}+4<0$

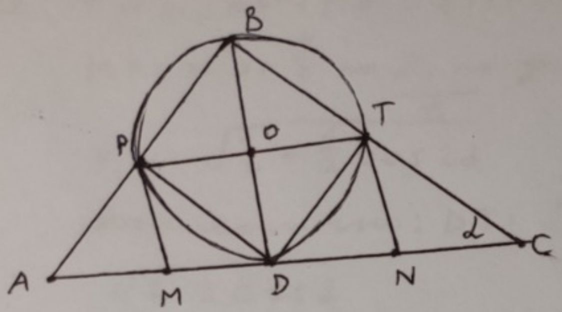
$\frac{(a+2)(a-\frac{2}{3})}{a}<0$



211005672 (U100965 M1276664)

Чистовик

№1



Дано: $\triangle ABC$, $D \in AC$, $w(O; \frac{1}{2}BD)$, $w \cap AB = P$, $w \cap BC = T$, $AM = MD$, $DN = NC$, $PM \parallel TN$, $MP = \frac{1}{2}$, $NT = 2$, $BD = \sqrt{3}$

Найти: $\angle ABC$, $S_{\triangle ABC}$

Решение:

I. Пусть O – середина BD => O – центр окружности

$\angle BCA = \alpha$

$\angle BPD = \angle BTD = 90^\circ$, т.к. углы опираются на диаметр

$\Downarrow$

$\angle APD = \angle CTD = 90^\circ$ по свойству смежн. углов

$\Downarrow$

PM и TN – медианы прямоуг. треугольников

$\Downarrow$

$AM = MP = MD$, $DN = NT = NC$ по свойству медианы прям. треугольн.

II. $\angle TCD = \alpha \Rightarrow \angle TDC = 90^\circ - \alpha$ по теореме о сумме углов в треугольн.

$\Downarrow$

$\angle DTN = \angle TDC = 90^\circ - \alpha$ по свойству равнобедр. треуг., по I

$\Downarrow$

$\angle DNT = 2\alpha$ по теореме о сумме углов в треугольн.

$PM \parallel NT$ по условию $\Rightarrow \angle AMP = \angle DNT$ по свойству параллельн. прямых, как соответств., секущая AC

$\Downarrow$

$\angle AMP = 2\alpha \Rightarrow \angle MAP = \angle APM = 90^\circ - \alpha$ по свойству равнобедр. треугол., по теореме о сумме углов в треуг.

$\Downarrow$

$\angle ABC = 180^\circ - \angle MAP - \angle BCA = 180^\circ - 90^\circ + \alpha - \alpha = 90^\circ$ по теореме о сумме углов в треуг.

III. $\triangle PBT$ – прямоуг. по II => центр описанной окружн. $\triangle PBT$ лежит на центре PT по свойству

$\Downarrow$

$PT \cap BD = O$

PBTD – прямоугольник по определ., по II

$\Downarrow$

$PD = BT$, $DT = PB$, $PT = BD = \sqrt{3}$ по свойствам прямоуг.

Чистовик

№1 (продолжение)

IV. $PD = \sqrt{MP^2 + MD^2 - 2MP \cdot MD \cos\angle PMD}$ по теореме косинусов

$MP = MD = \frac{1}{2}$ по I, по условию; $\angle PMD = 180^\circ - 2\alpha$ по свойству смежн. углов

$\Downarrow$

$PD = \sqrt{\frac{1}{2} + \frac{1}{2}\cos 2\alpha}$

Аналогично: $DT = \sqrt{DN^2 + NT^2 - 2DN \cdot NT \cos\angle DNT} =$

$= \sqrt{8 - 8\cos\alpha}$

V. $\angle PDT = 90^\circ$ по свойству прямоуг.

$\Downarrow$

$PT^2 = PD^2 + DT^2$ по теореме Пифагора

$3 = \frac{1}{2} + \frac{1}{2}\cos 2\alpha + 8 - 8\cos 2\alpha \Rightarrow \cos 2\alpha = \frac{11}{15}$

по IV

$\cos 2\alpha = 2\cos^2\alpha - 1 = \frac{11}{15} \Rightarrow \cos\alpha = \sqrt{\frac{13}{15}}$, т.к. α – острый, т.к. $\angle ABC = 90^\circ$

VI. $AC = AM + MD + DN + NC = 2PM + 2NT = 5$ по I, по условию

$\Downarrow$

$BC = AC \cdot \cos\alpha = 5\sqrt{\frac{13}{15}} \Rightarrow AB = \sqrt{25 - \frac{25 \cdot 13}{15}} = \frac{5\sqrt{2}}{\sqrt{15}}$ по теореме Пифагора

$S_{\triangle ABC} = \frac{AB \cdot BC}{2} = \frac{5\sqrt{13} \cdot 5\sqrt{2}}{15 \cdot 2} = \frac{5\sqrt{26}}{6}$ по формуле S прямоуг. треугольн.

Ответ: $\angle ABC = 90^\circ$, $S_{\triangle ABC} = \frac{5\sqrt{26}}{6}$.

Чистовик

№ 2

$\sqrt{x+2} - \sqrt{3-x} + 3 = 2\sqrt{6+x-x^2}$, $\begin{cases} x \geq -2 \\ x \leq 3 \end{cases} \Rightarrow x \in [-2; 3]$

$\sqrt{x+2} - \sqrt{3-x} = 2\sqrt{6+x-x^2} - 3 \quad \uparrow^2$

$x + 2 + 3 - x - 2\sqrt{6+x-x^2} = 4(6+x-x^2) + 9 - 12\sqrt{6+x-x^2}$

$10\sqrt{6+x-x^2} = 4(6+x-x^2) + 4$

$5\sqrt{6+x-x^2} = 2(6+x-x^2) + 2$

$t = \sqrt{6+x-x^2}$, $t \geq 0$

$5t = 2t^2 + 2$

$2t^2 - 5t + 2 = 0$

$(2t^2 - 4t) - (t - 2) = 0$

$(2t - 1)(t - 2) = 0$

$t = \frac{1}{2} \qquad t = 2$

$\sqrt{6+x-x^2} = \frac{1}{2} \quad \uparrow^2$

$x^2 - x - 5\frac{3}{4} = 0$

$4x^2 - 4x - 23 = 0$

$D = 16 + 23 \cdot 16 =$
$= 24 \cdot 16$

$x = \frac{4 \pm 4\sqrt{24}}{8}$

$x = \frac{1 \pm 2\sqrt{6}}{4}$

$\sqrt{6+x-x^2} = 2 \quad \uparrow^2$

$6 + x - x^2 = 4$

$x^2 - x - 2 = 0$

$(x^2 + x) - (2x + 2) = 0$

$(x+1)(x-2) = 0$

$x = -1 \qquad x = 2$

Проверка:

• $x = -1$

$\sqrt{1} - \sqrt{4} + 3 = 2\sqrt{6-1-1}$

$2 = 4$ Л

• $x = 2$

$\sqrt{4} - \sqrt{1} + 3 = 2\sqrt{6+2-4}$

$4 = 4$ И

• $x = \frac{1-2\sqrt{6}}{4}$

$\sqrt{\frac{1-2\sqrt{6}+8}{4}} - \sqrt{\frac{12-1+2\sqrt{6}}{4}} + 3 =$

$= 2\sqrt{\frac{(9-2\sqrt{6})(11+2\sqrt{6})}{16}}$

$\frac{\sqrt{9-2\sqrt{6}}}{2} - \frac{\sqrt{11+2\sqrt{6}}}{2}$

$-2 < \frac{1+2\sqrt{6}}{4} < 3$

$-8 < 1+2\sqrt{6} < 12$

$-9 < 2\sqrt{6} < 11$

$0 < 24 < 121$

$-2 < \frac{1-2\sqrt{6}}{4} < 3$

$-8 < 1-2\sqrt{6} < 12$

$-9 < -2\sqrt{6} < 11$

$-11 < 2\sqrt{6} < 9$

$0 < 24 < 81$

Ответ: ~~$x = -1$;~~ $x = 2$; $x = \frac{1 \pm 2\sqrt{6}}{4}$.

211005672 (U100965 M1276664)

Чистовик

№3

$ax^2-2a^2x-ay+a^3+4=0$, $a\neq 0$, т.к. парабола

$y=x^2-2ax+a^2+\frac{4}{a}$

$x_{в.}=\frac{2a}{2}=a \Rightarrow y_{в.}=a^2-2a^2+a^2+\frac{4}{a}=\frac{4}{a}$

$B(a;\frac{4}{a})$

При $y>3x+4$ точка находится над прямой,

при $y<3x+4$ точка находится под прямой

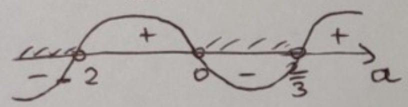
• B над прямой

$\frac{4}{a}>3a+4$

$\frac{3a^2+4a-4}{a}<0$

$\frac{(3a^2+6a)-(2a+4)}{a}<0$

$\frac{(3a-2)(a+2)}{a}<0$



$a\in(-\infty;-2)\cup(0;\frac{2}{3})$

• B под прямой

$a\in(-2;0)\cup(\frac{2}{3};+\infty)$

Часть 2

Олимпиада: **Математика, 10 класс (2 часть)**

Шифр: **211005672**

ID профиля: **100965**

Вариант 11

Черновик

$$\frac{64\left((64^2-1-63-63)+(64^2-64-63-63)\right)}{2}$$
$$=32(2\cdot 64^2-4\cdot 63-65)$$

$$32\left((64^2-1-63-63-62)+\right.$$
$$\left.+(64^2-64-63-63-62)\right)=$$
$$=32(2\cdot 64^2-4\cdot 63-65-$$
$$-2\cdot 62)$$

№4

$$\begin{cases}\frac{4}{x^2+y^2}+x^2y^2=5\\ x^4+y^4+3x^2y^2=20\end{cases}$$

$$\begin{cases}(x^4+y^4+2x^2y^2)+x^2y^2=20\\ \frac{4}{x^2+y^2}+x^2y^2=5\end{cases}$$

$a=x^2+y^2$ $\quad b=x^2y^2$

$\boxed{a_1=4 \quad a_2=\sqrt{3}+2}$ $\quad \boxed{b_1=4 \quad b_2=13-4\sqrt{3}}$

$a_3=\sqrt{3}-2$ $\quad 13-4\sqrt{3}>0$

$a_3<0$ $\quad 4\sqrt{3}<13$

$\Downarrow$ $\quad 48<169$

$\varnothing$

$7+4\sqrt{3}+b=20$

$b=20-7-4\sqrt{3}$

$b=13-4\sqrt{3}$

$$\begin{array}{r}\times 7813\\ 64\\ \hline 31252\\ +46878\\ \hline 480032\end{array}$$

$\cancel{x^2+2xy+y^2-2xy=4}$

$\cancel{(x+y)^2-2xy=4}$

$\cdot\ \cancel{xy=2}$ $\quad \cdot\ \cancel{xy=2}$

$\cancel{x+y=2\sqrt{2}}$ $\quad \cancel{x+y=0}$

$\cancel{x+y=-2\sqrt{2}}$

$$\begin{cases}x^2+y^2=4\\ x^2y^2=4\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x^2=4-y^2\\ (4-y^2)y^2=4\end{cases}$$

$$\begin{cases}a^2+b=20\\ \frac{4}{a}+b=5\end{cases}$$

$a^2-20=\frac{4}{a}-5$

$a^3-15a-4=0$

$a=4$

$$\begin{array}{l|l}a^3-15a-4 & a-4\\ \underline{a^3-4a^2} & a^2+4a+1\\ \quad 4a^2-15a-4 & \\ \quad \underline{4a^2-16a} & \\ \qquad a-4 & \\ \qquad \underline{a-4} & \\ \qquad\ 0 & \end{array}$$

$(a^2+4a+1)(a-4)=$

$\cancel{=a^3+4a^2+a-4a^2-16a-4}$

$a^2+4a+1=0$

$D=16-4=12$

$a=\frac{-4\pm2\sqrt{3}}{2}$

$a=-2\pm\sqrt{3}$

$$\begin{array}{r}\times 128\\ 64\\ \hline 512\\ +768\\ \hline 8192\end{array}$$

$17\cdot2=34$

$$\begin{array}{r}\times 63\\ 4\\ \hline 252\end{array}$$

$$\begin{array}{r}+252\\ 127\\ \hline 379\end{array}$$

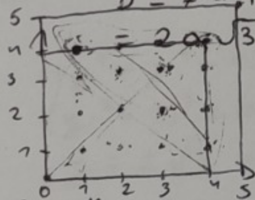
$$\begin{cases}x^2=\sqrt{3}+2-y^2\\ (\sqrt{3}+2-y^2)y^2=13-4\sqrt{3}\end{cases}$$

$(\sqrt{3}+2)y^2-y^4-13+4\sqrt{3}=0$

$y^4-(\sqrt{3}+2)y^2+(13-4\sqrt{3})=0$

$D=7+4\sqrt{3}-52+16\sqrt{3}=$

$=20\sqrt{3}-45<0$ $\quad \varnothing$



диаг.: $64+64$

всего: $64\cdot64$

$4y^2-y^4-4=0$ $\quad y^4-4y^2+4=0$

$8\cdot(16-1-6)=$ $\quad (y^2-2)=0$

$=8\cdot9=72$ $\quad y=\pm\sqrt{2}$

$x=\pm\sqrt{2}$

$(\sqrt{2};\sqrt{2})$ $\quad (-\sqrt{2};-\sqrt{2})$

$128\cdot$

$(64\cdot64)-1-63-63$

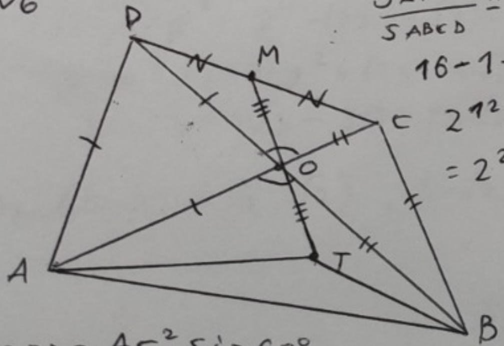
№6

$\frac{S_{\triangle ATB}}{S_{ABCD}}=\frac{39\sqrt{3}\cdot2}{4\cdot49\sqrt{3}}=\frac{39}{98}$

$16-1-3-3$

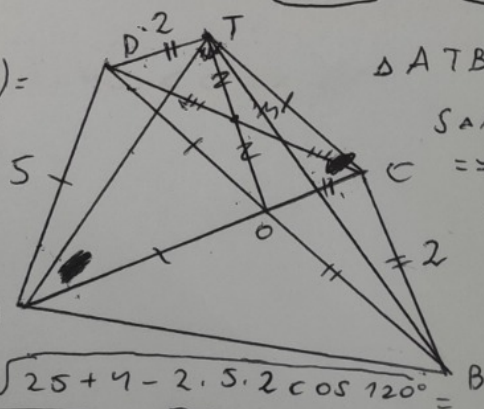
$2^{12}\cdot(2^{12}-1)=$

$=2^{24}-2^{12}$



$S_{ABCD}=AC^2\sin60^\circ=$

$=\frac{\sqrt{3}}{2}\cdot49=\frac{49\sqrt{3}}{2}$



$\triangle ATB$ – прав.

$S_{\triangle ATB}=$

$=\frac{\sqrt{3}}{4}\cdot39=$

$=\frac{39\sqrt{3}}{4}$

$$\begin{array}{r}-8192\\ 379\\ \hline 7813\end{array}$$

$AT=\sqrt{25+4-2\cdot5\cdot2\cos120^\circ}=$

$=\sqrt{29+10}=\sqrt{39}$

211005672 (U100965 M1276665)

Чистовик

№4

$$\begin{cases} \dfrac{4}{x^2+y^2} + x^2y^2 = 5 \\ x^4+y^4+3x^2y^2 = 20 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \dfrac{4}{x^2+y^2} + x^2y^2 = 5 \\ \underbrace{x^4+2x^2y^2+y^4}_{(x^2+y^2)^2} + x^2y^2 = 20 \end{cases}$$

Замена: $a = x^2+y^2$, $b = x^2y^2$, $b \geq 0$, $a > 0$

$$\begin{cases} \dfrac{4}{a} + b = 5 \\ a^2 + b = 20 \end{cases} \Rightarrow -\frac{4}{a} + 5 = 20 - a^2$$

$$a^3 - 15a - 4 = 0$$

$a = 4$ $(64 - 60 - 4 = 0)$

$$\begin{array}{r|l} a^3 - 15a - 4 & a - 4 \\ \hline -(a^3 - 4a^2) & a^2 + 4a + 1 \\ 4a^2 - 15a - 4 & \\ -(4a^2 - 16a) & \\ a - 4 & \\ -(a - 4) & \\ 0 & \end{array}$$

$a^2 + 4a + 1 = 0$

$D = 16 - 4 = 12$

$a = \dfrac{-4 \pm 2\sqrt{3}}{2}$

$a = -2 \pm \sqrt{3}$

$a_1 = 4$ $\quad a_2 = \sqrt{3} - 2$ $\quad a_3 = \sqrt{3} + 2$

$a_2 < 0$

$$\left[\begin{array}{l} \begin{cases} a_1 = 4 \\ b_1 = 20 - 16 \end{cases} \\ \begin{cases} a_2 = \sqrt{3} + 2 \\ b_2 = 20 - 7 - 4\sqrt{3} \end{cases} \end{array} \right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{ll} \begin{cases} a_1 = 4 \\ b_1 = 4 \end{cases} & (1) \\ \begin{cases} a_2 = \sqrt{3} + 2 \\ b_2 = 13 - 4\sqrt{3} \end{cases} & (2) \end{array} \right.$$

(1) $\begin{cases} x^2 + y^2 = 4 \\ x^2y^2 = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 = 4 - y^2 \\ (4 - y^2)y^2 = 4 \end{cases}$

$4y^2 - y^4 = 4$

$(y^2 - 2)^2 = 0$

$y = \pm\sqrt{2} \Rightarrow \left[\begin{array}{l} (\sqrt{2}; \sqrt{2}) \\ (-\sqrt{2}; -\sqrt{2}) \end{array} \right.$

(2) $\begin{cases} x^2 + y^2 = \sqrt{3} + 2 \\ x^2y^2 = 13 - 4\sqrt{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 = \sqrt{3} + 2 - y^2 \\ (\sqrt{3} + 2 - y^2)y^2 = 13 - 4\sqrt{3} \end{cases}$

$(\sqrt{3} + 2)y^2 - y^4 - (13 - 4\sqrt{3}) = 0$

$y^4 - (\sqrt{3} + 2)y^2 + (13 - 4\sqrt{3}) = 0$

$D = 7 + 4\sqrt{3} - 52 + 16\sqrt{3} = 20\sqrt{3} - 45 < 0 \Rightarrow \varnothing$

Ответ: $(\sqrt{2}; \sqrt{2})$, $(-\sqrt{2}; -\sqrt{2})$.

Чистовик

№5

Каждая диагональ состоит из 64 узлов, а всего узлов внутри квадрата $64 \cdot 64$

Пусть левый верхний узел имеет номер 1, правый нижний – 2, правый верхний – 3, левый нижний – 4.

Тогда 1 узел можно соединить со всеми узлами, кроме: самого себя, 63 узлами правее и 63 узлами ниже $\Rightarrow (64^2-1-63-63)$ – способов для 1 узла.

Двигаясь по диагонали $y = 65 - x$, для каждого следующего узла будет на 1 способ меньше, тогда узел под номером 2, так же как и 1 можно соединить со всеми, кроме: себя, 63 узлами левее, 63 узлами выше и 63 узлами по диагонали $y = 65 - x \Rightarrow (64^2-64-63-63)$ – способов для 2 узла

Чтобы посчитать диагональ $y = 65 - x$ воспользуемся формулой суммы прогрессии:

$$S = \frac{64\left((64^2-1-63-63)+(64^2-64-63-63)\right)}{2} = 32(2\cdot 64^2 - 4\cdot 63 - 65)$$

Аналогично 3 узел можно соединить со всеми, кроме: себя, 63 узлами левее, 63 узлами ниже, 62 узлами на диагонали $y = 65 - x$ (Эти способы уже были) (62, т.к. остальные 2 левее на горизонтали и ниже по вертикали)

$$S' = \frac{64\left((64^2-1-63-63-62)+(64^2-64-63-63-62)\right)}{2} =$$

$$= 32(2\cdot 64^2 - 4\cdot 63 - 65 - 2\cdot 62)$$

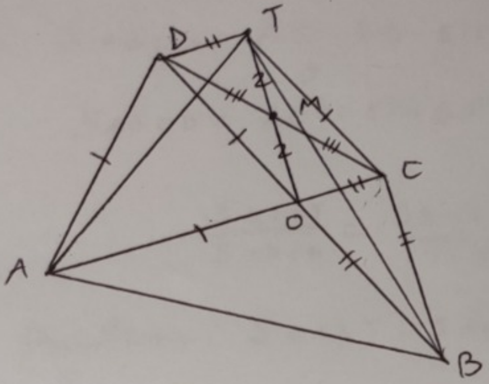
$$S + S' = 32(4\cdot 64^2 - 8\cdot 63 - 2\cdot 65 - 2\cdot 62) = 64(2^{13} - 2^2\cdot 63 - 127) =$$

$$= 64(8192 - 379) = 64 \cdot 7813 = 480032$$

Ответ: 480032.

Чистовик

№ 6



Дано: $ABCD$ – четырёхуг., $AC \cap BD = O$, $\triangle BOC$ и $\triangle AOD$ – прав., M – серед. CD, T – симметр. O, относ. M, $BC = 2$, $AD = 5$

Д-ть: $\triangle ABT$ – правильный

Найти: $S_{\triangle ABT} : S_{ABCD}$

Решение:

I. Я $\triangle DMO$ и $\triangle CMT$:

1) $DM = MC$ по условию 2) $TM = MO$ по свойству симметрии

3) $\angle DMO = \angle CMT$ по свойству вертик. углов

⇓

$\triangle DMO = \triangle CMT$ по СУС $\Rightarrow DO = TC$ как соответств.,

$\angle ODM = \angle TCM \Rightarrow DO \parallel TC$ по признаку параллел. прямых, как накрест лежащ.

⇓

$DTCO$ – параллелограмм по признаку

⇓

$DT = OC$, $DT \parallel OC$

II. $\angle DOC = 120°$, т.к. $\angle AOD = 60°$ по свойству равностор. треугол. по свойству смежн. углов

⇓

$\angle ODT = 60°$ по свойству параллелограмма

⇓

$\angle ADT = 60° + 60° = 120°$, т.к. $\angle ADO = 60°$

~~Аналогично~~: $\angle OCT = 60° \Rightarrow \angle BCT = 120°$

III. Я $\triangle ADT$, $\triangle TCB$ и $\triangle AOB$:

1) $AD = TC = AO$ по I, по опред. равност.

2) $DT = BC = BO$ по I, по опред. равност.

3) $\angle ADT = \angle TCB = \angle AOB = 120°$ по II, по свойству смежн. углов

⇓

$\triangle ADT = \triangle TCB = \triangle AOB$ по СУС $\Rightarrow AT = TB = AB$ как соответ.

⇓

$\triangle ATB$ – правильный по определ.

IV. $S_{\triangle ATB} = \frac{\sqrt{3}}{4} AT^2$ по формуле площади равностор. треуг.

$AT^2 = AD^2 + DT^2 - 2\,AD \cdot DT \cos\angle ADT$ по теореме косинусов

⇓

$AT^2 = 29 + 10 = 39$ по I, по условию, по II

⇓

$S_{\triangle ATB} = \frac{39\sqrt{3}}{4}$

Чистовик

№6 (продолжение)

V. $S_{ABCD} = AC \cdot BD \cdot \sin\angle AOD$ по формуле площади четыр.

$S_{ABCD} = AC^2 \cdot \sin 60° = (AO + OC)^2 \sin 60° = \frac{49\sqrt{3}}{2}$ по условию,

по определ. равностор. треуг.

$$\frac{S_{\triangle ABT}}{S_{ABCD}} = \frac{39\sqrt{3} \cdot 2}{4 \cdot 49\sqrt{3}} = \frac{39}{98} \text{ по } \overline{IV}$$

Ответ: $S_{\triangle ABT} : S_{ABCD} = 39 : 98$.

211005672 (U100965 M1276665)