Часть 1

Олимпиада: **Математика, 10 класс (1 часть)**

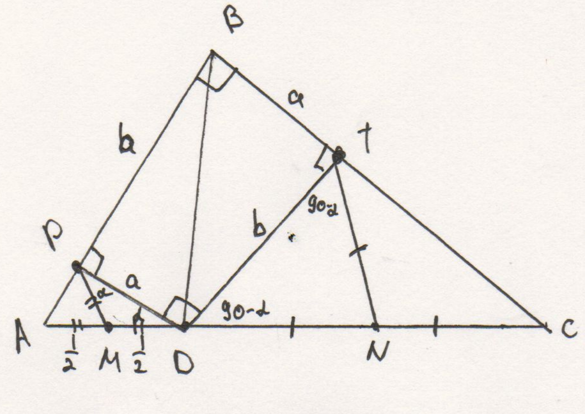
Шифр: **211005390**

ID профиля: **281550**

Вариант 11

Чистовик. Вариант 11

N 1



а) Проведем отрезки PD и TD. Т.к. BD – диаметр, а точки P и T принадлежат окружности, то $\angle BPD = \angle BTD = 90°$.

Тогда и $\angle APD = \angle CTD = 90°$ как смежные => $\triangle APD$ и $\triangle CTD$ – прямоугольн.

А тогда PM и TN – медианы в прямоугольн. $\triangle$ => $PM = AM = MD$ и ~~PN~~ $TN = DN = CN$.

Пусть $\angle PDA = \alpha$. Тогда и $\angle MPD = \alpha$ т.к. $\triangle PMD$ – р.б. => $\angle PMD = 180 - 2\alpha$

А т.к. $PM \parallel TN$, то $\angle PMD = 180 - \angle TND$ => $\angle TND = 180 - 2\alpha$ => т.к. $\triangle TND$ тоже равнобедренный, то $\angle NDT = \angle NTD = 90 - \alpha$.

Заметим, что $\angle ADC = 180° = \angle PDA + \angle PDT + \angle TDN = \alpha + 90 - \alpha + \angle PDT$ => $\angle PDT = 90°$ =>

=> $\angle ABC = 90°$ по сумме углов четырехугольника. (посмотрено)

б) Из пункта а) следует, что DPBT – прямоугольник => $PB = TD = b$, $PD = BT = a$. По теореме Пифагора в $\triangle BTD$: $a^2 + b^2 = 3$

По ~~др~~ доказанному $\overset{AM}{\|}MD = PM = \frac{1}{2}$ и $\overset{NC}{\|}DN = TN = 2$. => $DC = 4$, $AD = 1$. Запишем теоремы косинусов в $\triangle PMD$ и $\triangle DNT$:

$$a^2 = \frac{1}{4} + \frac{1}{4} - 2 \cdot \frac{1}{4} \cdot \cos(180 - 2\alpha) = \frac{1}{2} + \frac{1}{2}\cos 2\alpha \quad | \cdot 16$$

$$b^2 = 8 - 8\cos 2\alpha$$

~~$a^2 = 8,8...$~~ $16a^2 + b^2 = 16$

$$a^2 + b^2 = 3$$

$$a^2 = \frac{13}{15} \Rightarrow b^2 = \frac{32}{15} \Rightarrow$$

По теор. Пиф. в $\triangle APD$: $AP^2 = \frac{2}{15}$

в $\triangle DTC$: $TC^2 = \frac{208}{15}$ =>

$$\Rightarrow AB = \frac{\sqrt{32} + \sqrt{2}}{\sqrt{15}} = \frac{5\sqrt{2}}{\sqrt{15}} \text{ и } BC = \frac{\sqrt{208} + \sqrt{13}}{\sqrt{15}} = \frac{5\sqrt{13}}{\sqrt{15}} \Rightarrow S_{\triangle ABC} = \frac{AB \cdot BC}{2} = \frac{25\sqrt{26}}{30} = \frac{5\sqrt{26}}{6}.$$

Ответ: а) $\angle ABC = 90°$; б) $S_{\triangle ABC} = \frac{5\sqrt{26}}{6}$.

Чистовик Вариант 11

№2

$\sqrt{x+2}-\sqrt{3-x}+3=2\sqrt{6+x-x^2}$

$\begin{cases} x+2\geq 0 \\ 3-x\geq 0 \\ 6+x-x^2\geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow -2\leq x\leq 3$

$\sqrt{x+2}-\sqrt{3-x}=2\sqrt{6+x-x^2}-3$

$x+2+3-x-2\sqrt{6+x-x^2}=4(6+x-x^2)-12\sqrt{6+x-x^2}+9$

$5-2\sqrt{6+x-x^2}=4(6+x-x^2)-12\sqrt{6+x-x^2}+9$

$\sqrt{6+x-x^2}=t$

$5-2t=4t^2-12t+9$

$4t^2-10t+4=0$

$2t^2-5t+2=0$

$D=25-16=9$

$t_1=\frac{5+3}{4}=2$

$t_2=\frac{5-3}{4}=\frac{1}{2}$ $\Rightarrow \left[\begin{array}{l} \sqrt{6+x-x^2}=2 \\ \sqrt{6+x-x^2}=\frac{1}{2} \end{array}\right.$ $\left[\begin{array}{l} 6+x-x^2=4 \\ 6+x-x^2=\frac{1}{4} \end{array}\right.$ $\left[\begin{array}{l} x^2-x-2=0 \\ 4x^2-4x-23=0 \end{array}\right.$ $\left[\begin{array}{l} x=2 \\ x=-1 \\ 4x^2-4x-23=0 \end{array}\right.$

$4x^2-4x-23=0$

$D=16+16\cdot 23=16\cdot 24=64\cdot 6.$

$x_1=\frac{4+8\sqrt{6}}{8}=\frac{1+2\sqrt{6}}{2}$

$x_2=\frac{1-2\sqrt{6}}{2}.$

$\Rightarrow \begin{cases} \left[\begin{array}{l} x=2 \\ x=-1 \\ x=\frac{1+2\sqrt{6}}{2} \\ x=\frac{1-2\sqrt{6}}{2} \end{array}\right. \\ -2\leq x\leq 3 \end{cases}$

Сравним $\frac{1+2\sqrt{6}}{2} < 3$

$1+2\sqrt{6} < 6$

$2\sqrt{6} < 5$

$24 < 25$

$\Rightarrow x=\frac{1+2\sqrt{6}}{2}$ подходит

Сравним $\frac{1-2\sqrt{6}}{2} > -2.$

$1-2\sqrt{6} > -4$

$-2\sqrt{6} > -5$

$24 < 25$

$\Rightarrow x=\frac{1-2\sqrt{6}}{2}$ подходит $\Rightarrow x\in\left\{\frac{1-2\sqrt{6}}{2}; -1; 2; \frac{1+2\sqrt{6}}{2}\right\}.$

Ответ: $x\in\left\{\frac{1-2\sqrt{6}}{2}; -1; 2; \frac{1+2\sqrt{6}}{2}\right\}.$

2

Чистовик. Вариант 11

№3.

$$5a^2+12ax+4ay+8x^2+8xy+4y^2=0$$

$$a^2+4y^2+4x^2+4ay+4ax+8xy+4a^2+4x^2+8ax=0$$

$(a+2x+2y)^2+4(a+x)^2=0$. $\Rightarrow$ т.к. квадрат ≥ 0.

$\Rightarrow \begin{cases} a+x=0 \\ a+2x+2y=0 \end{cases}$ $\begin{cases} x=-a \\ 2y-a=0 \end{cases}$ $\begin{cases} x=-a \\ y=\frac{a}{2} \end{cases}$ $\Rightarrow$ Координаты точки $A\left(-a; \frac{a}{2}\right)$.

$$ax^2-2a^2x-ay+a^3+4=0$$

$a\neq 0$ иначе $4=0$ – неверно

$$y=x^2-2ax+a^2+\frac{4}{a}$$

$$x_0=\frac{2a}{2}=a$$

$y_0=a^2-2a^2+a^2+\frac{4}{a}=\frac{4}{a}$ $\Rightarrow$ Координаты точки $B\left(a; \frac{4}{a}\right)$.

Чтобы они были по разные стороны от прямой, нужно чтобы для одной точки $y>3x+4$, а для другой $y<3x+4$.

1) $\begin{cases} \frac{a}{2}>-3a+4 \\ \frac{4}{a}<3a+4 \end{cases}$ $\begin{cases} 4{,}5a>4 \\ 3a-\frac{4}{a}+4>0 \end{cases}$ $\begin{cases} a>\frac{40}{45} \\ \frac{3a^2+4a-4}{a}>0 \end{cases}$ $\begin{cases} a>\frac{8}{9} \\ \frac{3(a-\frac{2}{3})(a+2)}{a}>0 \end{cases}$ $\Leftrightarrow$

$\left.\begin{array}{l} a>\frac{8}{9} \\ \left.\begin{array}{l} a>\frac{2}{3} \\ -2<a<0 \end{array}\right] \end{array}\right\} \Leftrightarrow a>\frac{8}{9}$

2) $\begin{cases} \frac{a}{2}<-3a+4 \\ \frac{4}{a}>3a+4 \end{cases}$ $\begin{cases} a<\frac{8}{9} \\ a\in(-\infty;-2)\cup(0;\frac{2}{3}) \end{cases}$ $\Leftrightarrow$ $a\in(-\infty;-2)\cup(0;\frac{2}{3})$ $\Rightarrow$

Полный промежуток: $a\in(-\infty;-2)\cup(0;\frac{2}{3})\cup(\frac{8}{9};+\infty)$.

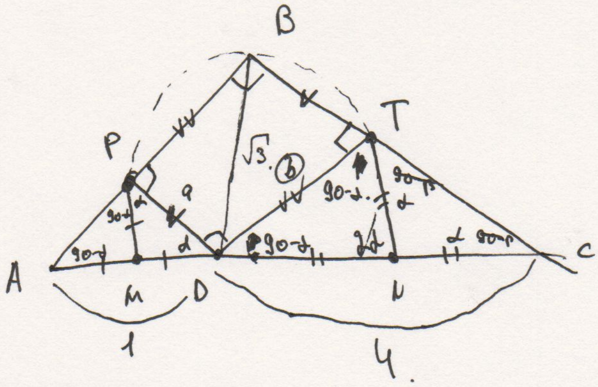
3

Ответ: $a\in(-\infty;-2)\cup(0;\frac{2}{3})\cup(\frac{8}{9};+\infty)$.

Черновик.

$5a^2+12ax+4ay+8x^2+8xy+4y^2=0.$

$\cancel{4a^2+12ax}$ $8xy$



4

6

$\boxed{12x^2}$

$2\sqrt{3}$

$3a^2+12ax+12x^2+2a^2+4ay+2y^2-\underline{4x^2}+8xy+2y^2$

$4a^2+12ax+9x^2+a^2+4ay+4y^2-x^2+8xy$

$(2a+3x)^2+(a+2y)^2-x^2+8xy=0$

$6a^2+12ax+6x^2-a^2+4ay-4y^2+2x^2+8xy+8y^2=0$

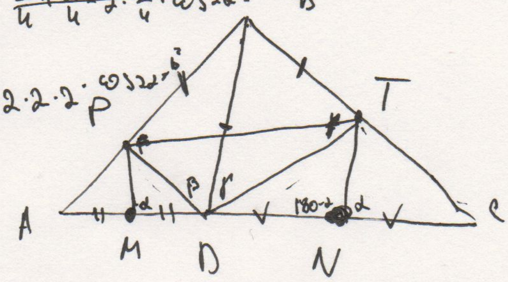
$6(a+x)^2-(a-2y)^2+2(x+2y)^2=0.$

$a^2+b^2=3.$

$\frac{1}{4}+\frac{1}{4}+2\cdot\frac{1}{4}\cdot\cos 2\alpha=a^2$

$\cancel{\frac{1}{4}+\frac{1}{4}-2\cdot\frac{1}{4}\cdot\cos 2\alpha=b^2}$

$4+4-2\cdot2\cdot2\cdot\cos 2\alpha=b^2$



$\sqrt{2}\cdot2\sqrt{2}\cdot2$

$\frac{1}{2}+\frac{1}{2}\cos 2\alpha=a^2$

$8-8\cos 2\alpha=b^2$

$8{,}5-7{,}5\cos 2\alpha=3.$

$\cos 2\alpha=\frac{55}{75}=\frac{11}{25}.$

$\frac{AB\cdot BC}{2}=\frac{25\sqrt{26}}{15}=\frac{5\sqrt{26}}{3}.$

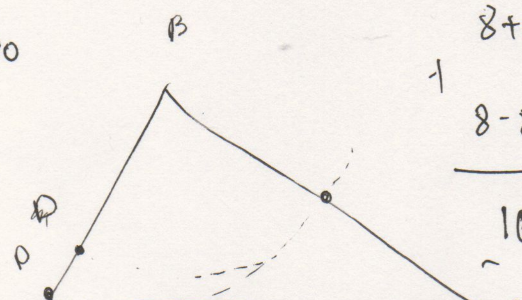
$a^2+4(a^2+3ax+ay+2x^2+2xy+y^2)$

$25(13+$

2

$150+30$

2



$8+8\cos 2\alpha=a^2\cdot16$

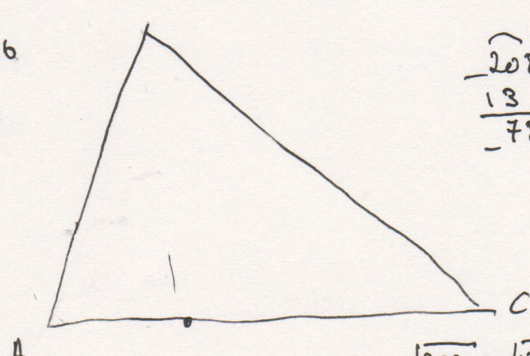
$8-8\cos\cos 2\alpha=b^2$

$16=16a^2+b^2$

$a^2+b^2=3$

$15a^2=13$

$a^2=\frac{13}{15}$ $b^2=\frac{32}{15}$



$208 \mid 13$

$13 \quad 16$

78

$BC=\frac{\sqrt{208}+\sqrt{13}}{\sqrt{15}}=\frac{5\sqrt{13}}{\sqrt{15}}$

$16\cdot15=$

$16-\frac{32}{15}=$

$AP^2=\frac{2}{15}$

$TC^2=\frac{208}{15}$

$AB=\cancel{\frac{\sqrt{2}+\sqrt{208}}{\sqrt{15}}}$ $BC=\frac{\sqrt{2}+\sqrt{32}}{\sqrt{15}}=\frac{5\sqrt{2}}{\sqrt{15}}$

Черновик

$\frac{1}{4}$ $(2x-1)(x^4+3x^2+2)=2x^5+6x^3+4x$

$32x^5+48x^3+16x-13$

$x+3x+2$

-1

-2 $2x^5+\cancel{4}\,3x^3+$ $2x^5+3x^3$

$\frac{5}{16}+\frac{1}{2}=\frac{13}{16}+\frac{13}{16}$

$\frac{1}{16}+\frac{3}{8}=\frac{3}{16}+\frac{11}{16}$ $\frac{1}{16}+\frac{3}{8}$

$\sqrt{x+2}-\sqrt{3-x}+3=2\sqrt{6+x-x^2}$

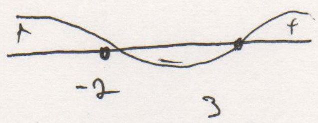
$x \geq -2$

$x \leq 3$

$-x^2+x+6\geq 0$

$x^2-x-6\leq 0$

$(x-3)(x+2)\leq 0$



$x+2+3-x-2\sqrt{6+x-x^2}=4(6+x-x^2)$.

$5-2\sqrt{6+x-x^2}=4(6+x-x^2)$

$5-t=t^2$

$t^2+t-5=0$,

$D=21$

$t_1=\frac{-1+\sqrt{21}}{2}$.

$\sqrt{x+2}-\sqrt{3-x}=2\sqrt{6+x-x^2}-3$

$\cancel{x}+2+3-\cancel{x}-2\sqrt{6+x-x^2}=4(6+x-x^2)-12\sqrt{6+x-x^2}+9$

$5-2t=4t^2-12t+9$

$4t^2-10t+4=0$

$2t^2-5t+2=0$

$D=25-4\cdot2\cdot2=9$

$t_1=\frac{5+3}{4}=2$ $\sqrt{6+x-x^2}=2$

$t_2=\frac{5-3}{4}=\frac{1}{2}$. $\sqrt{6+x-x^2}=\frac{1}{2}$

$2\sqrt{6+x-x^2}=t$

$6+x-x^2=4$

$6+x-x^2=\frac{1}{4}$.

$x^2-x-2=0$

$4x^2-4x-23=0$

$x=-1$

$x=2$

$D=16+16\cdot23=16(24)$

$16\cdot4$

$4\sqrt{6+x-x^2}=-1+\sqrt{21}$

$16(6+x-x^2)=1-2\sqrt{21}+21$

Черновик

$5a^2+12ax+4ay+8x^2+8xy+4y^2$

$2a^2+2y^2$

$a^2+4ax+4x^2$

$a\neq 0$

$4a^2+4x^2+$

$(a;\frac{4}{a})$

$y=x^2-2ax+a^2+\frac{4}{a}$

$2a.$

$(-a;\frac{a}{2})$

$(2a^2+2y^2+2x^2)$

a $\quad a^2-2a^2+a^2+\frac{4}{a}$

$2\sqrt{2}.$

$(a;\frac{4}{a}).$

$2\sqrt{2}$

$(\sqrt{2}a+\sqrt{2}y+\sqrt{2}x)^2=$

6

$=2a^2+2y^2+2x^2+4ay+4yx+4ax.$

$2a^2+4ay+2y^2 \quad +3a^2$

$\sqrt{3}^2\cdot\sqrt{2}^2$

$3a^2+2y^2+6x^2+4yx+8ax=$

$\sqrt{3}$ $\quad \sqrt{3}\cdot 2$

$3a^2+$

$\sqrt{2}$

$=a^2+2y^2+2x^2+$

$2(a+y)^2+ \quad 2(2x+y)^2+2a(a+6x)=0.$

$3a^2+4a-4$

$D=16+16\cdot 3=8^2$

$2(a+y)^2+3(a+2x)^2-4x^2+8xy=-4x(x+2y)$

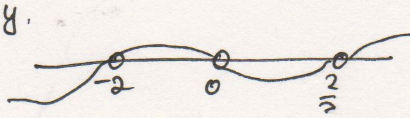
$\frac{-4+8}{6}=\frac{4}{6}=\frac{2}{3}$

$D=16+16\cdot 13=8^2$ $\quad -4x^2+8xy+2y^2=-2(2x^2-4xy-y^2)$ $\quad \frac{-4-8}{6}$ $\quad -2$

$a_1=\frac{-4+8}{6}=\frac{2}{3}$ $\quad a_2 \quad a_2=$

$D=16y^2+8y^2=24y^2$

$(2a+y+2x)=4a^2+y^2+4x^2+8ax+4ay+4xy.$



$a^2+3y^2+4x^2+4ax+$

$4(a^2+x^2+2ax)$

$(a+2y+2x)^2=a^2+4y^2+4x^2+4ay+4ax+8xy+4a^2+4x^2+8ax=$

$x=-a \quad 2y-a=0 \quad y=\frac{a}{2}.$ $\quad =(a+2y+2x)^2+4(a+x)^2=0$

Часть 2

Олимпиада: **Математика, 10 класс (2 часть)**

Шифр: **211005390**

ID профиля: **281550**

Вариант 11

Чистовик Вариант 11

№4

$$\begin{cases} \frac{4}{x^2+y^2} + x^2y^2 = 5 \\ x^4+y^4+3x^2y^2=20 \end{cases} \quad \begin{cases} \frac{4}{x^2+y^2} + x^2y^2 = 5 \\ (x^2+y^2)^2+x^2y^2=20 \end{cases}$$

Пусть $x^2+y^2=a \geq 0$
$x^2y^2=b \geq 0$

Тогда

$$\begin{cases} \frac{4}{a}+b=5 \\ a^2+b=20 \end{cases}$$

$$a^2-\frac{4}{a}=15$$

$$a^3-15a-4=0$$

$$(a-4)(a^2+4a+1)=0$$

$$a^2+4a+1=0$$

$$D=16-4=12$$

$$a_1=\frac{-4+2\sqrt{3}}{2}=-2+\sqrt{3}<0$$

$$a_2=-2-\sqrt{3}<0$$

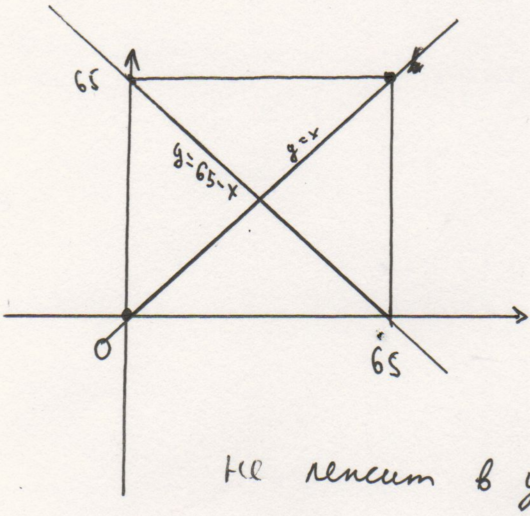
=> не подходят под условие замены => $a=4$ => $b=4$.

$$\begin{cases} x^2+y^2=4 \\ x^2y^2=4 \end{cases} \quad \begin{cases} x^2=4-y^2 \\ 4y^2-y^4=4 \end{cases} \quad \begin{cases} x^2=4-y^2 \\ (y^2-2)^2=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2=2 \\ y^2=2 \end{cases} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \begin{cases} x=\sqrt{2} \\ y=\sqrt{2} \end{cases} \\ \begin{cases} x=-\sqrt{2} \\ y=-\sqrt{2} \end{cases} \\ \begin{cases} x=\sqrt{2} \\ y=-\sqrt{2} \end{cases} \\ \begin{cases} x=-\sqrt{2} \\ y=\sqrt{2} \end{cases} \end{array}\right.$$

Ответ: $(\sqrt{2};\sqrt{2})$; $(-\sqrt{2};-\sqrt{2})$; $(\sqrt{2};-\sqrt{2})$; $(-\sqrt{2};\sqrt{2})$.

Чистовик Вариант 11

№5.

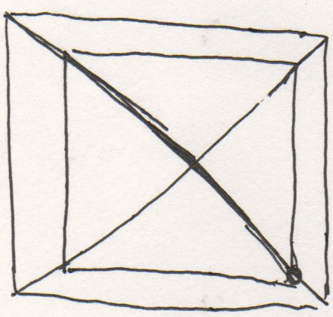


Т.к. мы не можем брать узлы с границы квадрата, то внутри узлов всего 64^2.

Т.к. квадрат имеет нечетную длину стороны и его вершины в узлах решетки, то точка пересечения диагоналей не лежит в узле решетки. (~~пр доко~~ Докажем по индукции:

База для квадрата 1×1 очевидно.

Пусть для k верно, в любом квадрате $2n-1 \times 2n-1$ где $n \le k$ пересечение не лежит в узле. $\nexists$ $2k+1 \times 2k+1$ квадрат. ~~Если~~ Возьмем внутри него



квадрат $2k-1 \times 2k-1$. Если в большом квадрате ~~центр~~ пересечение диагоналей (центр) лежат в узле, то и в маленьком тоже т.к. у них общий центр. Противоречие с предположением индукции => и в большом центр не в узле.

Это значит, что у диагоналей нет общих узлов.

Нам подходят варианты:

1) Обе точки на одной диагонали: $2 \cdot C_{64}^2$ (т.к. диагонали 2)

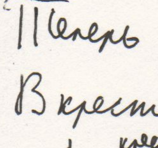
2) Точки на разных диагоналях: $C_{128}^2 - 128$ (ровно 128 вариантов, когда точки лежат на прямой || осям, т.к. точке 1 диагонали соответствует 2 варианта, а точек на диагон 64), ~~нуж~~ значит плохих вариантов $2\cdot64$) ~~это все плохие~~

3) Точка на диагонали и не на диагонали:

~~кол-во~~ Посчитаем для 1 диагонали: Кол-во способов выбрать точку с диагонали — 64.

2

Теперь нужно взять точку не лежащую на диагоналях и в кресте (чтобы условие выполнить).

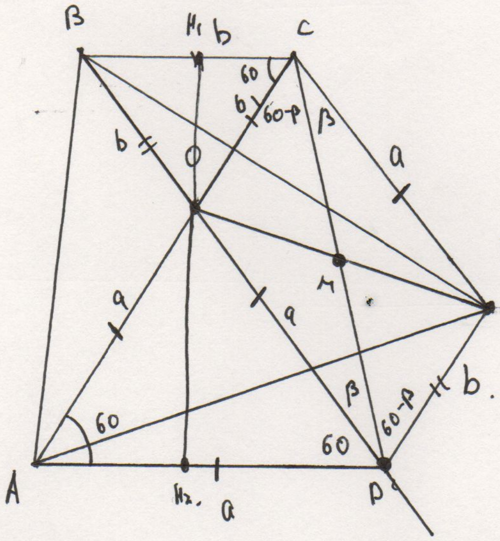


В кресте 127 точек, на диагоналях 128, значит всего плохих $128+127-3=252$ (т.к. мы посчитали исходную точку и пересечение креста с диагон. 2 раза). Значит таких вариантов $64(64^2-252)$, а для 2-х диаг. $128(64^2-252)$. Значит всего:

$2\cdot C_{64}^2 + C_{128}^2 - 128 + 128(64^2-252) = 64(63 + 64\cdot127) + 128(64^2-252) = 64(63+125+2\cdot64^2-504) = \boxed{504064}$

Чистовик Вариант 11

№6.



а) Т.к. $\triangle BOC$ и $\triangle AOD$ - правильные, то $\angle ACB = \angle CAD = 60^\circ \Rightarrow BC \parallel AD$.

Пусть сторона $\triangle BOC = b$, а $\triangle AOD = a$.

Тогда $AO = OD = AD = a$, $BO = OC = BC = b$.

Р. $\triangle COD$ и $\triangle BOA$:

1) $AO = OD = a$

2) $BO = OC = b$

3) $\angle BOA = \angle COD$ как верт.

$\Rightarrow \triangle COD = \triangle BOA$ по двум сторонам и углу между ними $\Rightarrow$

$\Rightarrow BA = CD$ как соот. элементы в $= \triangle$. $\Rightarrow$ ABCD - равнобокая трапеция.

Т.к. T симметрична O относительно ~~от~~ середины CD, ~~...~~ точки M, то $OM = MT$ и $CM = MD \Rightarrow OCTD$ - параллелограмм $\Rightarrow CT = OD = a$ и $CO = TD = b$

Пусть $\angle ODC = \beta$, тогда $\angle DCT = \beta$ как накрест лежащий. Тогда по теор. о сумме углов в $\triangle$ $\angle ACD = 60 - \beta$ и $\angle CDT = 60 - \beta$ как накрест. лежащий $\Rightarrow$

$\Rightarrow \angle BCT = \angle ADT = 60 + \beta + 60 - \beta = 120^\circ$

Запишем теоремы косинусов в $\triangle BCT$ и $\triangle ADT$; и $\triangle ABD$:

$a^2 + b^2 - 2ab\cos 120^\circ = a^2 + b^2 + ab = BT^2$

$a^2 + b^2 - 2ab\cos 120 = a^2 + b^2 + ab = AT^2$

$(a+b)^2 + a^2 - 2(a+b)a\cos 60 = 2a^2 + b^2 + 2ab - a^2 - ab = a^2 + b^2 + ab = AB^2$

$\Rightarrow AB = AT = BT \Rightarrow \triangle BAT$ правильный

ч.т.д.

б) $BC = b = 2$; $AD = a = 5$. Тогда $AB = BT = AT = \sqrt{39}$

Проведем высоту H_1H_2 через O. Тогда $OH_1 = b\sin 60^\circ = \sqrt{3}$, а $OH_2 = a\sin 60 = \frac{5\sqrt{3}}{2} \Rightarrow H_1H_2 = \frac{7\sqrt{3}}{2} \Rightarrow$

$\Rightarrow$ т.к. ABCD - трапеция $S_{ABCD} = \frac{(a+b)H_1H_2}{2} = \frac{49\sqrt{3}}{4}$

$S_{\triangle ABT} = \frac{1}{2} BT \cdot AT \cdot \sin 60 = \frac{1}{2} \cdot 39 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{39\sqrt{3}}{4}$

$\Rightarrow \boxed{\frac{S_{\triangle ABT}}{S_{ABCD}} = \frac{39}{49}}$

3

Черновик.

$$\begin{cases} \frac{4}{x^2+y^2} + x^2y^2 = 5 \\ x^4+y^4+3x^2y^2 = 20. \end{cases}$$

$$\frac{x^4y^2+y^4x^2+4}{x^2+y^2} = 5.$$

$$(x^2+y^2)^2 = 20 - x^2y^2$$

$$\frac{2}{x^2} + x^4 = 5$$

$$\frac{2}{x^2} = 1$$

$$\boxed{x = \pm\sqrt{2}}$$

$$x^4 = 4$$

$$x^2 = 2$$

$$D = 9y^4 - 4y^4 + 80 = 5(y^4+16)$$

$$x^2+y^2 = a$$

$$x^2y^2 = b.$$

$$\frac{4}{a} + b = 5$$

$$a^2 + b = 20$$

$a \geq 0$

$b \geq 0.$

$$a^2 - \frac{4}{a} = 15$$

$$a^3 - 4 = 15a$$

$$a^3 - 15a - 4 = 0.$$

$$a = 4 \quad (a-4)(a^2+4a+1) = 0.$$

	1	0	-15	-4
4	1	4	1	0

$16 - 4 = 12 =$

$$\frac{-4+2\sqrt{3}}{} < 0$$

< 0

$a = 4$

$b = 4.$ $\Rightarrow$ $x^2+y^2 = 4$

$x^2y^2 = 4.$

$$x^2 = 4 - y^2$$

$$(4-y^2)y^2 = 4$$

$$4y^2 - y^4 = 4$$

$$y^4 - 4y^2 + 4 = 0$$

$$(y^2-2)^2 = 0$$

$y = \sqrt{2}$

$y = -\sqrt{2}$ $\Rightarrow$

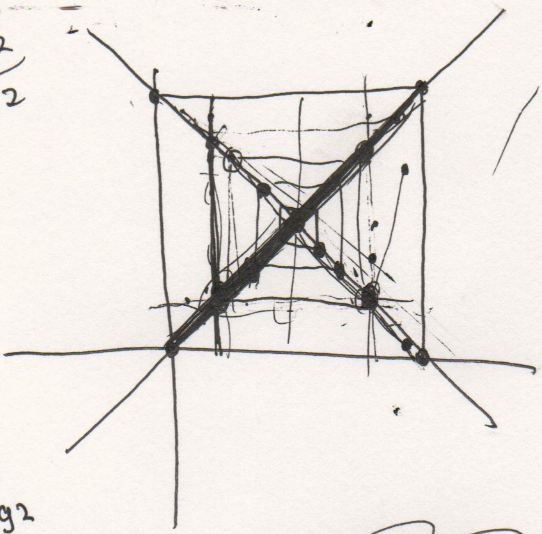
$x = \pm\sqrt{2} \Rightarrow$

$(\sqrt{2}; \sqrt{2})$ $(-\sqrt{2}; -\sqrt{2})$

$(\sqrt{2}; -\sqrt{2})$ $(-\sqrt{2}; \sqrt{2})$.

Черновик.

$\begin{array}{r} 4096 \\ \times\ 2 \\ \hline 8192 \end{array}$



$64 \cdot (64^2 - 128$

$188 + 8192 - 504 = 7876$

2^{13} $\quad 2048 \quad 64 \cdot 62.$

$1024 \quad 4096 \quad 8$

$\begin{array}{r} 8192 \\ +\ 188 \\ \hline 8380 \\ -\ 504 \\ \hline 7876 \\ \times\ 64 \\ \hline 31504 \\ 47256 \\ \hline 504064 \end{array}$

$64 \cdot 64$

$(64 \cdot 64 - 128 - 126)$

$\frac{27}{34} = \frac{28}{35} = \frac{4}{5}$

$5 + 6 + 6 + 10$

34

$12 + 15 = 27$

$64 \cdot (64^2 - 3)$

$64 \cdot 63 + 64 \cdot 127 - 128 + 128(64^2 - 252 =$

$64(63 + 125 + 2 \cdot 64^2 - 504) = 6$

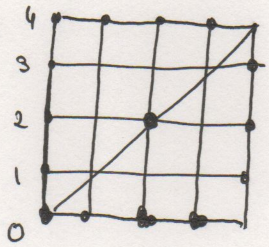
$\frac{64 \cdot 63}{2} \cdot 2 = 64 \cdot 63 + 64 \cdot 62 + 64 \cdot$

$2n-2$

6.

$2n-1$

$3 = 2n-4$



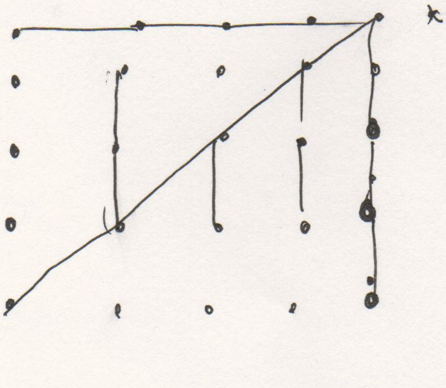
2^6

$\begin{array}{r} 4030 \\ \times\ 64 \\ \hline 16420 \\ 41800 \\ \hline 248220 \end{array}$

2^{12}

$\begin{array}{r} 3842 \\ +\ 188 \\ \hline 4030 \end{array}$

$2 \cdot C_{64}^2 + C_{128}^2 - 2 \cdot \cancel{64}\, 128 +$



$3 \cdot 3$

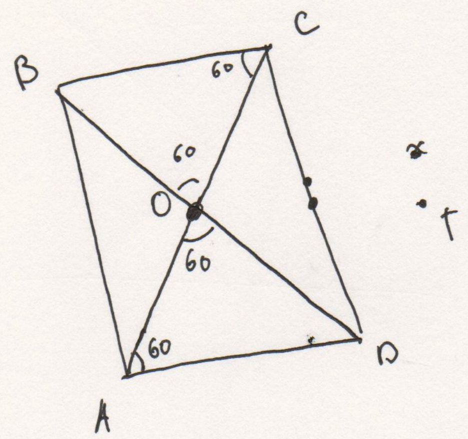
$64 \cdot (64^2 - 127)$

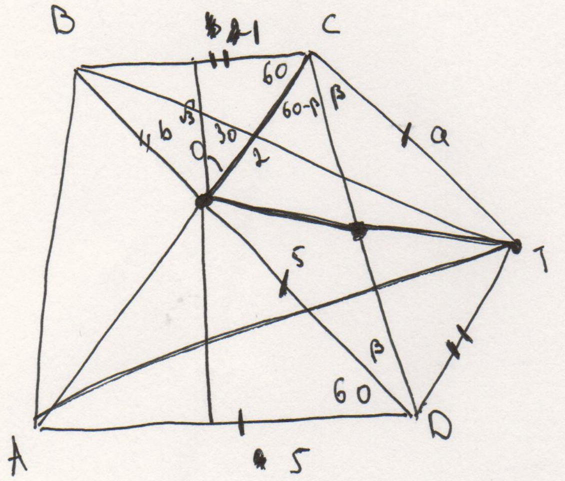
$2 C_{64}^2 + (C_{128}^2 - 128) + \cancel{64}\,128 (64^2 - 128 - 124)$

$64 \cdot 63 + \frac{\overset{64}{\cancel{128}} \cdot 127}{\cancel{2}_1} - 128 + 64^3 - \cancel{64 \cdot 2}\ 64 \cdot 254 = 64(63 + 127 - 2 + 64^2 - 254) =$

$= 64(188 + 4096 - 254) = 64(4030 =$

Черновик.





$a^2+b^2+a\cdot b=c^2.$

$a^2+a^2+b^2+2ab-ab=$

$25+4+10=39=\sqrt{39}.$

$\sqrt{3}$

$\frac{3{,}5\sqrt{3}\cdot 7}{2}$

$\frac{5\sqrt{3}}{2}$

$a^2+b^2+2ab+a^2-2(a+b)a\cos 60=$

$=2a^2+b^2+2ab-a^2-a$

$25+4+10=$