Часть 1

Олимпиада: **Математика, 10 класс (1 часть)**

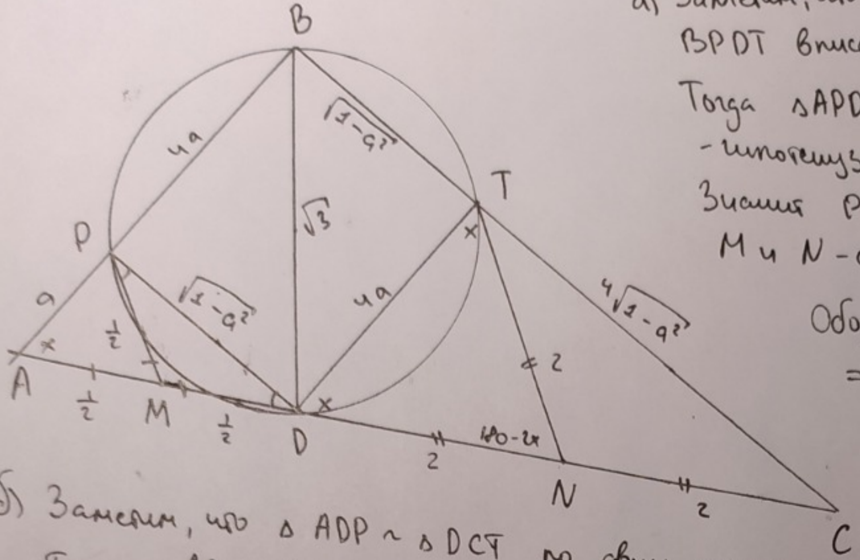
Шифр: **211005196**

ID профиля: **806291**

Вариант 11

Чистовик ①

Задача 1.



а) Заметим, что $\angle BPD = \angle BTD = 90°$, т.к. четырехугольник $BPDT$ вписанный, а BD - диаметр.

Тогда $\triangle APD$ и $\triangle DTC$ прямоугольные, где AD и DC - гипотенузы

Значит $PM = AM = DM$ и $TN = DN = CN$, т.к. M и N - середины AD и DC соответственно

Обозначим $\angle PAD = x$. Тогда $\angle PDA = 90° - x = \angle DPM$, а также $\angle PMD = 2x$

Тогда, т.к. $PM \parallel TN \Rightarrow \angle TND = 180° - 2x$, откуда $\angle TDN = \angle DTN = x$

Тогда $\angle PDT = 180° - \angle PDA - \angle TDC = 180° - (90 - x) - x = 90°$

Тогда $\angle ABC = 360° - \angle BPD - \angle BTD - \angle PDT = 90°$

Ответ: $\angle ABC = 90°$

б) Заметим, что $\triangle ADP \sim \triangle DCT$ по двум углам

Тогда $\frac{AD}{DC} = \frac{AP}{DT} = \frac{PD}{TC} = \frac{2PM}{2TN} = \frac{1}{4}$

Пусть $AP = a$. Тогда по т. Пифагора $PD = \sqrt{1-a^2}$.

Из подобия $\Rightarrow$ $DT = 4a$ и $TC = 4\sqrt{1-a^2}$

Зная, что все углы четырехугольника $PBTD$ равны $90°$ $\Rightarrow$ это прямоугольник, откуда $BP = DT = 4a$ и $PD = BT = \sqrt{1-a^2}$

Воспользуемся т. Пифагора для $\triangle BPD$:

$(4a)^2 + (\sqrt{1-a^2})^2 = (\sqrt{3})^2$

$16a^2 + 1 - a^2 = 3$

$15a^2 = 2$

$a^2 = \frac{2}{15}$

$a = \sqrt{\frac{2}{15}}$

Зная, что $\angle ABC = 90° \Rightarrow S_{ABC} = \frac{AB \cdot BC}{2} = \frac{5a \cdot 5\sqrt{1-a^2}}{2} = \frac{5 \cdot \sqrt{\frac{2}{15}} \cdot 5\sqrt{\frac{13}{15}}}{2} = \frac{25\sqrt{\frac{26}{15^2}}}{2} = \frac{25\sqrt{26}}{30} = \frac{5}{6}\sqrt{26}$

Ответ: $\frac{5}{6}\sqrt{26}$

211005196 (U806291 M1278520)

Чистовик ②

Задача 2.

$\sqrt{x+2} - \sqrt{3-x} + 3 = 2\sqrt{6+x-x^2}$

ОДЗ: $x \geq -2$ $\quad$ $6+x-x^2 = (x+2)(-x+3)$
$x \leq 3$

$x \in [-2; 3]$

$3 + \sqrt{x+2} = 2\sqrt{6+x-x^2} + \sqrt{3-x}$

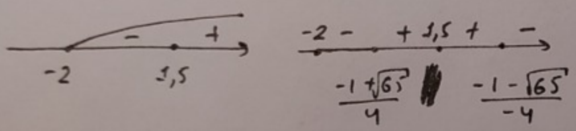
Возведем обе части в квадрат, т.к. обе из них больше нуля.

$9 + 6\sqrt{x+2} + x + 2 = 24 + 4x - 4x^2 + 3 - x + 4(3-x)\sqrt{x-2}$

$11 + x + 6\sqrt{x+2} = 27 + 3x - 4x^2 + 4(3-x)\sqrt{x-2}$

$(4x-6)\sqrt{x+2} = 16 + 2x - 4x^2$

$(2x-3)\sqrt{x+2} = -2x^2 + x + 8$



1) $x \in \left[1{,}5; \frac{-1-\sqrt{65}}{4}\right]$

2) $x \in \left[-2; -\frac{1+\sqrt{65}}{4}\right]$

$(4x^2 + 9 - 12x)(x+2) = 4x^4 + x^2 + 64 + 16x - 32x^2 - 4x^3$

$4x^3 + 9x - 12x^2 + 8x^2 + 18 - 24x = 4x^4 - 4x^3 - 31x^2 + 16x + 64$

$4x^3 - 4x^2 - 15x + 18 = 4x^4 - 4x^3 - 31x^2 + 16x + 64$

$0 = 4x^4 - 8x^3 - 27x^2 + 31x + 46$

~~схема~~ Горнера

	~~4~~	~~8~~	~~-33~~	~~+31~~	46
~~1~~	~~4~~	~~12~~	~~-21~~	~~10~~	~~56~~
~~-1~~	~~4~~	~~4~~	~~-37~~	~~6~~	~~40~~
~~2~~	~~4~~	~~16~~	~~-1~~	~~29~~	~~≠0~~
~~-2~~	~~4~~	~~0~~	~~-33~~	~~25~~	~~-4~~

~~схема~~ Горнера

	~~4~~	~~-8~~	~~27~~	~~31~~	46
~~1~~	~~4~~	~~12~~	~~-23~~	~~8~~	~~≠0~~
~~-1~~	~~4~~	~~4~~	~~-35~~	~~70~~	~~70~~
~~2~~	~~4~~	~~16~~	~~3~~	~~25~~	
~~1~~	~~4~~	~~12~~	~~-15~~	~~16~~	~~≠0~~
~~-1~~	~~4~~	~~4~~	~~-31~~	~~62~~	~~≠0~~
~~2~~	~~4~~	~~16~~	~~5~~	~~41~~	~~≠0~~
~~-2~~	~~4~~	~~0~~	-27		
1	4	-4			

схема Горнера

	4	-8	-27	31	46
1	4	-4	-31	0	≠0
-1	4	-12	-15	46	0

$(x+1)(4x^3 - 12x^2 - 15x + 46)$

	4	-12	-15	46
2	4	-4	-7	≠0
-2	4	-20	25	≠0

далее проверяем корни вида $\frac{\text{делитель } 46}{\text{делитель } 4}$

проверяем их принадлежность к промежуткам 1 и 2

Ответ: -1

211005196 (U806291 M1278520)

$(x+2)(4x^3-12x^2+8x+31)=0$

$(x+2)(4x(x^2-3x-2)+31)=0$

$4x(x^2-3x-2)+31=0$

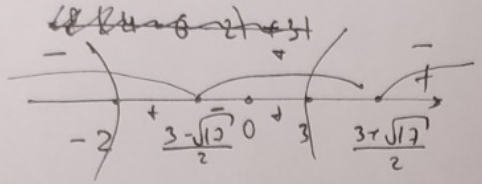
$x_{1,2}=\frac{3\pm\sqrt{17}}{2}$ $\qquad \frac{3+\sqrt{17}}{2}>3$

x^2-3x-2 черновик

$D=9+8=17$

~~$(x+2)(x-5)$~~

	4	8	-33	19	46
1	4	12	-21	2	
-1	4	4	-37	56	
2	4	16	-1	17	
-2	4	0	-33		



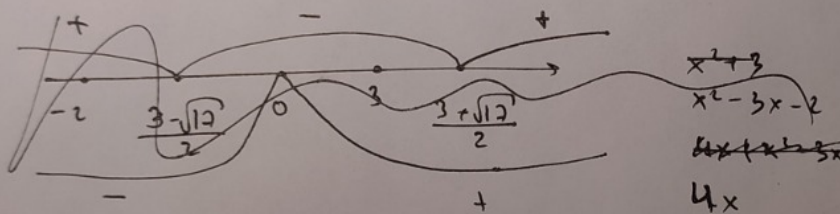
$0 \quad \frac{3-\sqrt{17}}{2}$

$4\cdot\frac{3-\sqrt{17}}{2}$

$6-2\sqrt{17}\quad(-2)$

-12

$\begin{array}{r} 64 \\ -18 \\ \hline 46 \end{array}$



~~x^2+3~~

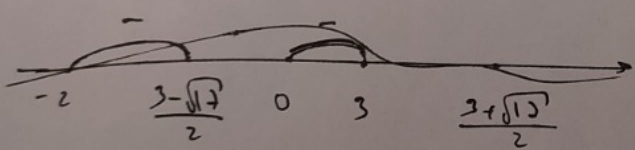
x^2-3x-2

~~$4x(x^2-3x-2)$~~

$4x$

$4x = x^2-3x-2$

$0 = x^2-7x-2$



$-2 \qquad \frac{3-\sqrt{17}}{2}$

2,25 - 2 - 4,5

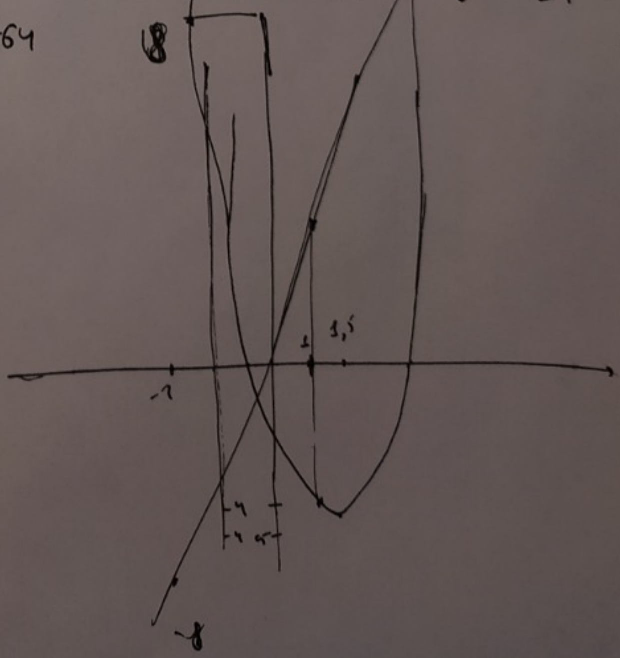
~~$4\cdot(-2)\cdot(4+6-2)=-8$~~

$4\cdot(-2)\cdot(4+6-2)=-8\cdot 8=-64$

$4\cdot 3/-2=\cancel{-32}\ -24$

4 $\quad$ -12 $\quad$ -8 $\quad$ 31 $\quad$ -6,5

-4,25



$\sqrt{x+2} - \sqrt{3-x} + 3 = 2\sqrt{6+x-x^2}$ Мерковић

$\sqrt{x+2} - \sqrt{3-x} + 3 = 2\sqrt{(x+2)(3-x)}$

$3 = 2\sqrt{x+2}\cdot\sqrt{3-x} - \sqrt{x+2} + \sqrt{3-x}$

$\cancel{9 = 2\sqrt{6}\,2\sqrt{3}-}$

$\cancel{9 = 4(x+2)(3-x) + (x+2) + (3-x) - 4(x+2)\sqrt{3-x} + 4(3-x)\sqrt{x+2} - 2\sqrt{x+2}\sqrt{3-x}}$

$\cancel{9 =}\ (\sqrt{x+2}+1)(\sqrt{3-x}) + (\sqrt{3-x}+1)(\sqrt{x+2}) = 3$

$(\sqrt{3-x}-1)(\sqrt{x+2}+1) + 1 + \sqrt{(3-x)(x+2)} = 3$

$\cancel{3-x+1-2\sqrt{3-x}}$

$\cancel{(4-x-2\sqrt{3-x})(3+x+2\sqrt{x+2}) + (3-x)(x+2)}$

$\frac{-1\pm\sqrt{65}}{-4}$ $\qquad \frac{-9-x}{-4}$

$\frac{-1-8-x}{-4} < 3$

$x+2+3-x+9-6\sqrt{3-x}+6\sqrt{x+2}-2\sqrt{x+2}\sqrt{3-x} = 24+4x-4x^2$

$\frac{-1+8+x}{-4} > -2$

$14-6\sqrt{3-x}+6\sqrt{x+2}-2\sqrt{x+2}\sqrt{3-x} = 24+4x-4x^2$

$-3\sqrt{3-x}+3\sqrt{x+2}-\sqrt{x+2}\sqrt{3-x} = 10+4x-4x^2$

$\cancel{6-12+4x\sqrt{x+2}}$

$(\sqrt{x+2}-3)(\sqrt{3-x}+3) = 1+4x-4x^2$

$(4x-6)\sqrt{x+2} = 16+2x-4x^2$

$(\sqrt{x+2}-3)(\sqrt{3-x}+3) = (1+2x)^2$

$x(x-1)(x-2) + \frac{31}{4} = 0$

$x+2+9+6\sqrt{x+2} = 24+4x-4x^2+3-x+4(3-x)\sqrt{x+2}$

$x+11+6\sqrt{x+2} = 27+3x-4x^2+4(3-x)\sqrt{x+2}$

$-8\cdot-3\cdot-4$

$2\sqrt{x+2} = 16+2x-4x^2$

$\sqrt{x+2} = 8+x-2x^2$

$\cancel{4x(x+1)(}$

$x+2 = 64+x^2+4x^4+16x-32x^2-4x^3$

$4x(x-1)(x-2)+31$

8, -2, 0, 1, 2, 3; $-$, $+$, $-$, $+$

$0 = 4x^4-4x^3-32x^2+15x+62$

$(x+2)(4x^3-12x^2-8x+31)$

	4	-4	-32	15	62
1	4	0	-32	-17	≠0
-1	4	-8	-16	31	31
2	4	4	-16	-17	≠0
-2	4	-12	-8	31	0

$x\in[-2;3]$

$x(4x^2-12x+8)+31$

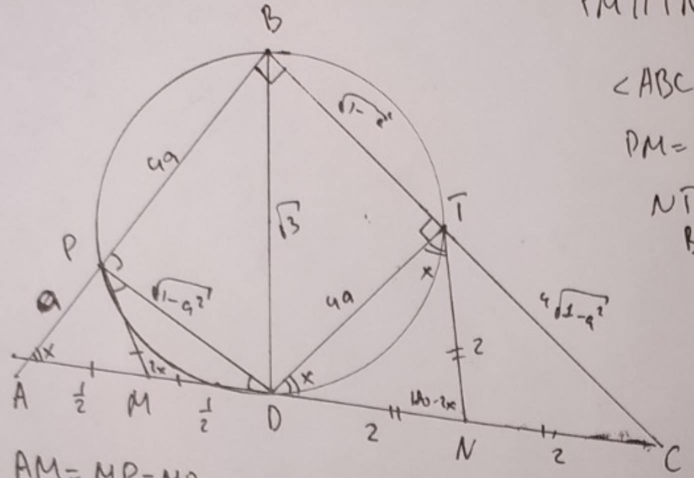
$4x(x^2-3x+2)+31$

	4	-12	-8	31
$\frac{1}{2}$	4	-10	-13	≠0
$-\frac{1}{2}$	4	-14	-1	≠0
$\frac{31}{2}$	4	50	$25\cdot31\cdot8$	≠0
$-\frac{31}{2}$	4	-74	$31\cdot74$	

	4	-12	-8	31
$\frac{1}{4}$	4	-11	$-\frac{43}{4}$	≠0
$-\frac{1}{4}$	4	-13	$-\frac{19}{4}$	≠0
$\frac{31}{4}$	4	19	$\frac{31\cdot19-32}{4}$	≠0
$-\frac{31}{4}$				

Черновик

$PM \parallel TN$



$\angle ABC - ?$ $\boxed{=90^\circ}$

$PM = \frac{1}{2}$

$NT = 2$

$BD = \sqrt{3}$

$S_{ABC} - ? = \frac{5}{6}\sqrt{26}$

$AM = MP = MD$

$DN = NT = NC$

$AC = 5$

$) = 90 - x$

$\Rightarrow AB \parallel DT \Rightarrow \angle ABC = \angle DTC = 90^\circ$

$\cancel{16a^2 + 16(1-a^2)}$

$16a^2 + 1 - a^2 = 3$

$15a^2 = 2$

$a^2 = \frac{2}{15}$

$a^2 + n^2 = 1$

$n^2 = 1 - a^2$

$n = \sqrt{1-a^2}$

$16a^2 + 1 - a^2 = 3$

$15a^2 = 2$

$a^2 = \frac{2}{15}$

$a = \sqrt{\frac{2}{15}}$

$5a \cdot 5\sqrt{1-a^2} =$

$= 25 \cdot a \cdot \sqrt{1-a^2}$

$25 \cdot a \cdot \sqrt{\frac{13}{15}}$

$25 \cdot \sqrt{\frac{2}{15}} \cdot \sqrt{\frac{13}{15}} = 25 \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot 13}{15^2}} = 25 \cdot \frac{\sqrt{26}}{15}$ $\frac{5}{3}\sqrt{26}$

$\sqrt{x+2} - \sqrt{3-x} + 3 = 2\sqrt{6+x-x^2}$

ОДЗ: $x \geq -2$

$x \leq 3$

$6 + x - x^2 > 0$

$x_{1,2} = -2 \quad 3$ $\quad x \in (-2; 3)$

$3 = 2\sqrt{(x+2)(3-x)} - \sqrt{x+2} + \sqrt{3-x}$

$3 = 2\sqrt{ab} - \sqrt{a} + \sqrt{b}$

$3 = \cancel{2\sqrt{a}}\ 2 \cdot \sqrt{a} \cdot \sqrt{b} - \sqrt{a} + \sqrt{b}$

$\cancel{2\sqrt{a}}$ $(\sqrt{a}+1)(\sqrt{b}-1)$

$2 - \cancel{2}\sqrt{ab} = (\sqrt{a}+1)(\sqrt{b}-1)$

$\sqrt{x+2} - \sqrt{3-x} + 3 = 2\sqrt{(x+2)(3-x)}$

$\cancel{a - b + 3 = 2\sqrt{ab}}$ $\quad a > 0$, $b > 0$

a^2

$\cancel{a - b - 2\sqrt{ab} = -3}$

$3 = \cancel{2\sqrt{ab} + b - a}$

$9 =$

$\cancel{a^2 + b^2 + 9 - 6b + 6a - 2ab = 4ab}$

211005196 (U806291 M1278520)

Часть 2

Олимпиада: **Математика, 10 класс (2 часть)**

Шифр: **211005196**

ID профиля: **806291**

Вариант 11

Чистовик 1

Задача 4

$$\begin{cases} \frac{4}{x^2+y^2} + x^2y^2 = 5 \\ x^4+y^4+3x^2y^2 = 20 \end{cases}$$

Обозначим $x^2+y^2=a$
$x^2y^2=b$
$a, b > 0$

$$\begin{cases} \frac{4}{a} + b = 5 \\ a^2-2b+3b=20 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \frac{4}{a} + b = 5 \\ a^2+b=20 \end{cases}$$

$$\begin{cases} b = 5-\frac{4}{a} \\ a^2+5-\frac{4}{a}=20 \end{cases}$$

$$\begin{cases} b = 5-\frac{4}{a} \\ a^3-15a-4=0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} b = 5-\frac{4}{a} \\ (a-4)(a^2+4a+1)=0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} b = 5-\frac{4}{a} \\ (a-4)\left(a-\frac{-4+2\sqrt{3}}{2}\right)\left(a-\frac{-4-2\sqrt{3}}{2}\right)=0 \end{cases}$$

$a_1=4 \Rightarrow b=1$

$\left.\begin{array}{l} a_2=-2+\sqrt{3} \\ a_3=-2-\sqrt{3} \end{array}\right)$ не удовлетворяют $a>0$

$$\begin{cases} x^2+y^2=4 \\ x^2y^2=1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x^2=4-y^2 \\ x^2y^2=1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x^2=4-y^2 \\ (4-y^2)y^2=1 \end{cases}$$

$(4-y^2)y^2=1$

Введем замену $t=y^2$
$t>0$

$(4-t)t=1$

$t^2-4t+1=0$

$t_{1/2}=\frac{4\pm2\sqrt{3}}{2}$

$t_1=2+\sqrt{3}>0$

$t_2=2-\sqrt{3}>0$

$t_1=2+\sqrt{3}=y^2$

$y=\pm\sqrt{2+\sqrt{3}}$

$x^2=4-2-\sqrt{3}$

$x^2=2-\sqrt{3}$

$x=\pm\sqrt{2-\sqrt{3}}$

$t_2=2-\sqrt{3}=y^2$

$y=\pm\sqrt{2-\sqrt{3}}$

$x^2=4-2+\sqrt{3}$

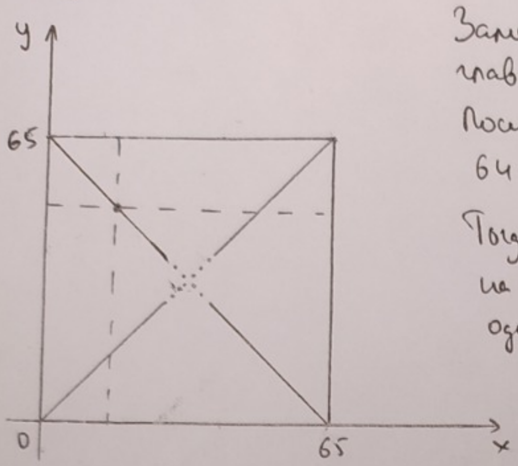
$x=2+\sqrt{3}$

$x=\pm\sqrt{2+\sqrt{3}}$

Ответ:
$\sqrt{2+\sqrt{3}}$ и $\sqrt{2-\sqrt{3}}$
$\sqrt{2+\sqrt{3}}$ и $-\sqrt{2-\sqrt{3}}$
$-\sqrt{2+\sqrt{3}}$ и $\sqrt{2-\sqrt{3}}$
$-\sqrt{2+\sqrt{3}}$ и $-\sqrt{2-\sqrt{3}}$
$\sqrt{2-\sqrt{3}}$ и $\sqrt{2+\sqrt{3}}$
$\sqrt{2-\sqrt{3}}$ и $-\sqrt{2+\sqrt{3}}$
$-\sqrt{2-\sqrt{3}}$ и $\sqrt{2+\sqrt{3}}$
$-\sqrt{2-\sqrt{3}}$ и $-\sqrt{2+\sqrt{3}}$

Чистовик 2

Задача 5



Заметим, что прямые вида $y=x$ и $y=65-x$ являются главными диагоналями нашего квадрата.

Посчитаем кол-во узлов сетки на этих двух диагоналях: $64+64=128$

Тогда, чтобы хотя бы один из выбранных узлов лежал на одной из прямых $y=x$ или $y=65-x$, мы выбираем один узлов из 128 узлов, лежащих на ~~диагона~~ диагоналях

Далее рассмотрим два случая:

1) Второй узел выбирается среди узлов на диагоналях
2) Второй узел выбирается среди узлов не лежащих на диагоналях

1) На диагоналях не выбранных нами узлов осталось 127. ~~[illegible]~~ Заметим, что из этих 127 нам не будут подходить ровно два узла, что получаются пересечением диагонали и параллельной стороне прямой, ~~лежащей~~ проходящей через первый выбранный узел. Таким образом мы можем выбрать любой из 125 узлов. Значит всего способов выбрать два узла на диагоналях это $128\cdot125$. Но заметим, что если поменять порядок выбора, мы получим такую же пару узлов $\Rightarrow$ каждая пара посчитана 2 раза $\Rightarrow$ кол-во способов $\frac{128\cdot125}{2}$.

2) Узнаем кол-во узлов внутри нашего квадрата: 64^2

Кол-во узлов, не лежащих на диагоналях: $64^2-64-64=63^2-1$

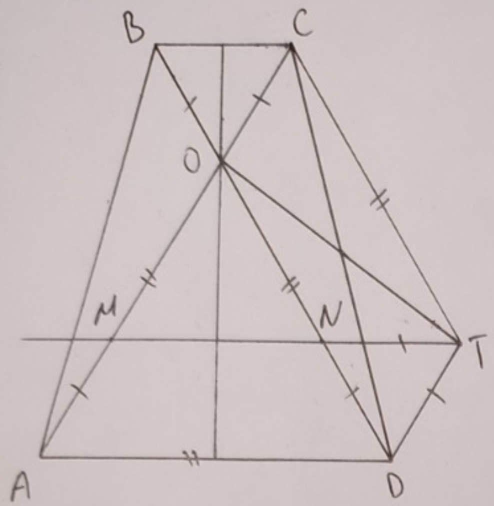
Заметим, что не все узлы из 63^2-1 нам подходят. Мы не можем брать узлы, лежащие на прямых параллельных сторонам и проходящих через первый выбранный узел. Таким образом у нас отпадают $(64-2)+(64-2)$. Т.к. каждая прямая параллельная стороне, пересекает ~~[illegible]~~ каждую диагональ по одному узлу и содержит всего 64 узла. Значит мы можем выбирать из $63^2-1-62-62=62\cdot64-2\cdot62=62^2$ узлов. Тогда всего способов будет $128\cdot62^2$. Заметим, что ~~[illegible]~~ поменяв порядок выбора мы получим такую же пару, но т.к. именно первый узел мы выбираем на диагоналях, каждый случай посчитан ровно 1 раз.

Значит всего способов это $\frac{128\cdot125}{2}+128\cdot62^2=64\cdot125+64\cdot2\cdot62^2=64(125+2\cdot62^2)$

$=64(2\cdot62+1+2\cdot62^2)=64(124\cdot63+1)$

Никовик ③

Задача 6



Зная, что $\triangle AOD$ и $\triangle BOC$ правильные, получаем, что $ABCD$ – р/б трапеция, где $BC \parallel AD$ и $AB = CD$

$BC \parallel AD$ т.к. $\angle BCA = \angle DAC = 60°$

$AB = CD$ из равенства $\triangle BOA$ и $\triangle COD$ т.к.

$BO = OC$

$AO = OD$

$\angle BOA = \angle COD = 120°$

Проведем через T прямую, параллельную AD. Пусть эта прямая пересекает OA и OD в точках M и N соответственно.

Заметим, что $OCTD$ – параллелограмм, т.к. точки O и T симметричны относительно середины CD. $\Rightarrow OD \parallel CT$ и $OC \parallel DT$; $OC = DT$ и $OD = CT$

Заметим, что $BCTN$ – параллелограмм, т.к. $BC \parallel NT$ и $BN \parallel CT \Rightarrow BN = CT$ и $BC = NT$

Заметим, что $AMTD$ – параллелограмм, т.к. $AM \parallel DT$ и $TM \parallel AD \Rightarrow AM = DT$ и $AD = MT$

Скажем, что параллелограммы $OCTD$, $BCTN$ и $AMTD$ равны между собой, т.к имеют равные стороны и углы по $60°$.

Тогда $AT = BT$ т.к оба отрезка являются большими диагоналями в равных параллелограммах

Заметим также, что и $CD = AT = BT \Rightarrow AT = BT = AB \Rightarrow \triangle ABT$ – правильный

Зная, что $BC = 2$ и $AD = 5$ можем посчитать площади $\triangle BOC$, $\triangle AOD$, $\triangle BOA$ и $\triangle COD$

$$S_{BOC} = \frac{OB \cdot OC \cdot \sin\angle BOC}{2} = \frac{2 \cdot 2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}}{2} = \sqrt{3}$$

$$S_{AOD} = \frac{OA \cdot OD \cdot \sin\angle AOD}{2} = \frac{5 \cdot 5 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}}{2} = \frac{25}{4}\sqrt{3}$$

$$S_{BOA} = S_{COD} = \frac{OB \cdot OA \cdot \sin\angle BOA}{2} = \frac{2 \cdot 5 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}}{2} = \frac{5}{2}\sqrt{3}$$

$$\Rightarrow S_{ABCD} = \sqrt{3} + \frac{25}{4}\sqrt{3} + \frac{5}{2}\sqrt{3} + \frac{5}{2}\sqrt{3} = \frac{49}{4}\sqrt{3}$$

По т. косинусов для $\triangle BOA$ найдем BA:

$$AB = \sqrt{OB^2 + OA^2 - 2\cos\angle BOA \cdot OB \cdot OA} = \sqrt{4 + 25 + 2 \cdot 5} = \sqrt{39} = \sqrt{3} \cdot \sqrt{13}$$

Тогда $$S_{ABT} = \frac{AT \cdot BT \cdot \sin\angle ATB}{2} = \frac{\sqrt{39} \cdot \sqrt{39} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}}{2} = \frac{39}{4}\sqrt{3}$$

$$\Rightarrow S_{ABT} / S_{ABCD} = \frac{\frac{39}{4}\sqrt{3}}{\frac{49}{4}\sqrt{3}} = \frac{39}{49}$$

$$\begin{cases} \frac{4}{x^2+y^2} + x^2y^2 = 5 \\ x^4+y^4+3x^2y^2 = 20 \end{cases}$$ $x^2+y^2 \neq 0$

$4 + x^4y^2 + x^2y^4 = 5x^2+5y^2$

$x^4+y^4+3x^2y^2 = 25x^2+25y^2-5x^4y^2-5x^2y^4$

$x^4+y^4+5(x^2+y^2)(x^2y^2)+3x^2y^2-25(x^2+y^2)=0$

$x^2+y^2=a$
$x^2y^2=b$

$a^2-2b+5ab+3b-25a=0$

квадратное уравнение относ. a:

~~$a^2+a(5b-25)+b=0$~~

~~$a_2 = \ldots$~~

$a^2+a\cdot 5(b-5)+b=0$

$$a_{1,2} = \frac{\pm\sqrt{25(b-5)^2-4b}+5(5-b)}{2}$$

$25(b^2+25-10b)-4b$

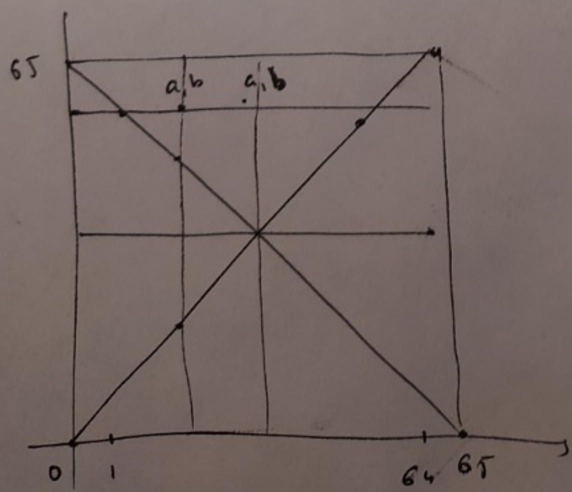
$$a_{1/2} = \frac{\pm\sqrt{25b^2+625-254b}+25-5b}{2}$$

$$x^2+y^2 = \frac{\sqrt{25x^4y^4+625-254x^2y^2}+25-5x^2y^2}{2}$$

$\sqrt{25x^4y^4+625-254x^2y^2}+25-5x^2y^2-2x^2-2y^2=0$

$62+6^2$

~~62~~
1241



62^2 63^2

~~64·64~~
64^2 узлов внутри
$-64-64+1$
$64^2-2\cdot 64+1$
$(64-1)^2$
63^2
(64^2-1).

черновик

$4 + x^2y^2(x^2+y^2)=5(x^2+y^2)$
$(x^2+y^2)^2+x^2y^2=20$

№4

$(x^2+y^2)^2+x^2y^2 = 25(x^2+y^2)-5x^2y^2(x^2+y^2)$

$a^2+b=25a-5ab$

$\frac{4}{a}+b=5$

$a^2 \cancel{-2a}+b=20$

$b=5-\frac{4}{a}$

$a^2+5-\frac{4}{a}=20$

$a^3+5a-4=20a$

$a^3-15a-4=0$

b^2-4ac
$16-4=12$
$2\sqrt{3}$

1 0 −15 4

~~$a=$~~

$(a-4)(a^2+4a+1)$

$(a-4)\left(a-\frac{-4+2\sqrt{3}}{2}\right)\left(a-\frac{-4-2\sqrt{3}}{2}\right)$

$a=4$ $b=\cancel{1}$
$a>0$ ~~$a=-2+\sqrt{3}$~~ $b=$
~~$a=-2-\sqrt{3}$~~

$a=4$
$b=1$

$x^2+y^2=4$
$x^2y^2=1$

$x^2=4-y^2$

$(4-y^2)y^2=1$

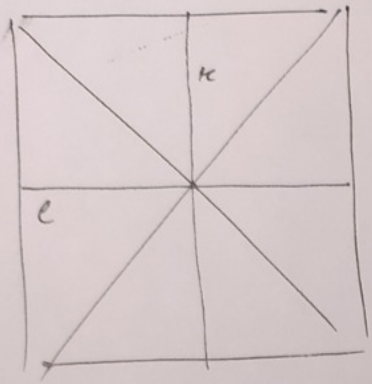
$y^2=t$ $t>0$

$-t^2+4t-1=0$
$t^2-4t+1=0$

$\frac{4\pm 2\sqrt{3}}{2}=$
$=2\pm\sqrt{3}$

Черновик

№6



~~Внутри 64^2 узлов~~

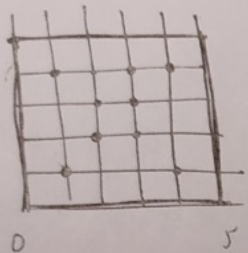
~~без диагоналей 63^2~~

~~выбираем 63^2~~

~~$63^2 -$~~

~~64^2~~ 63^2-1

$64-2$



4^2-4-4

3^2+1

$$\frac{(63^2-1)\left(63^2-2-(64-2)-(64-2)\right)}{2}$$

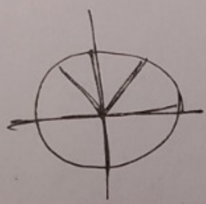
$$=(63^2-1)(63^2-126)/2$$

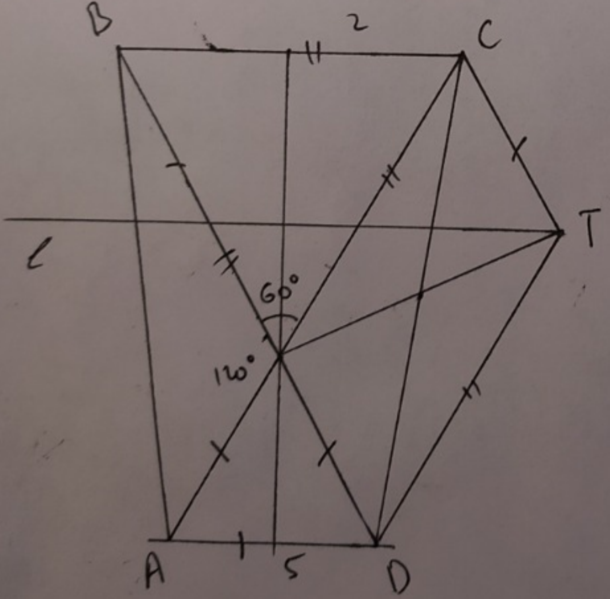
$$(63^2-1)(63^2-2\cdot 63)/2$$

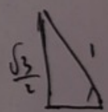
$$(63^2-1)(62^2-1)/2$$

$$(63+1)(63-1)(62+1)(62-1)/2$$

$$64\cdot 62\cdot 63\cdot 61/2$$





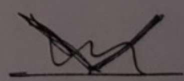


$BC=2$

$AD=5$

$ABT \,/\, ABCD$

$\frac{25}{4}=6{,}25$



~~$S_{BOC}=\frac{2\cdot 2\cdot \sin 60^\circ}{2}$~~

$$S_{BOC}=\frac{OB\cdot OC\cdot \sin 60^\circ}{2}=\frac{\frac{\sqrt3}{2}\cdot 2\cdot 2}{2}=\sqrt3$$

$$S_{AOD}=\frac{OA\cdot OD\cdot \sin 60^\circ}{2}=\frac{5\cdot 5\cdot \frac{\sqrt3}{2}}{2}=6{,}25\cdot\sqrt3$$

$$S_{AOB}=S_{DOC}=\frac{2\cdot 5\cdot \sin 120^\circ}{2}=\frac{5\sqrt3}{2}$$

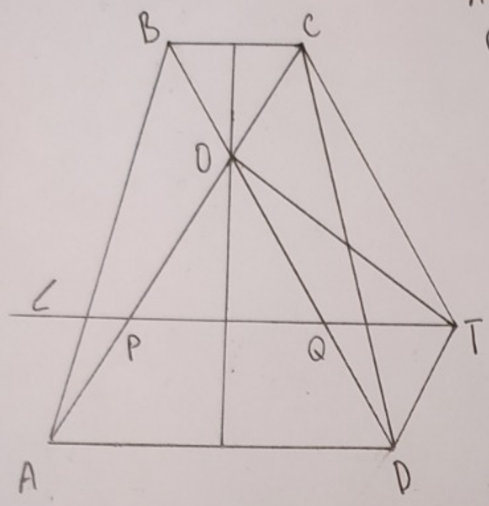
$$S_{AOB}+S_{DOC}=5\sqrt3=12{,}25\cdot\sqrt3$$

~~64+64~~

128

~~Чистовик~~ черновик

Задача 6



Зная, что $\triangle AOD$ и $\triangle BOC$ равносторонние, получаем, что $ABCD$ – равнобедренная трапеция, где $BC \parallel AD$ и $AB = CD$

($BC \parallel AD$ т.к. $\angle BCA = \angle DAC = 60^\circ$)

($AB = CD$ т.к. $\triangle BOA = \triangle COD$ т.к. $BO = OC$
$OA = OD$
$\angle BOA = \angle COD = 120^\circ$)

Проведем через точку T прямую, параллельную AD. Пусть эта прямая пересекает OA и OD в точках P и Q соответственно.

Сразу скажем, что $BCTQ$ – параллелограм, т.к. точки O и T симметричны относительно середины CD.

Рассмотрим ~~[illegible]~~ четырехугольник $APTD$. Заметим, что это параллелограмм, т.к. $PT \parallel AD$ и $AP \parallel DT$. Теперь заметим, что параллелограммы $APTD$ и $CODT$ равны, т.к.

$AP = DT = CO$; $PT = AD = OD = CT$; $\angle PAD = \angle PTD = 60^\circ$

$\angle COD = \angle CTD = 120^\circ \Rightarrow \angle OCT = \angle ODT = 60^\circ$

Заметим, что

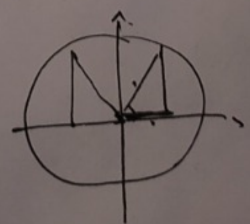
$\frac{3 \cdot 13}{7 \cdot 7}$

$5\sqrt{3}$

$6\sqrt{3}$

$\frac{25}{4}\sqrt{3}$ $\quad \frac{24}{4} + \frac{25}{4}\sqrt{3}$

$= \frac{45}{4}\sqrt{3}$



$AB^2 =$

$\cos 120$

$25 +$

$\frac{35 \cdot \frac{\sqrt{3}}{7}}{2}$

$3\sqrt{13}$