Часть 1

Олимпиада: **Математика, 10 класс (1 часть)**

Шифр: **211005132**

ID профиля: **849785**

Вариант 11

5. Чистовик.

$$\sqrt{x+2}\left(\frac{1}{\sqrt{3-x}}-2\right)+\frac{3}{\sqrt{3-x}}-6+\overset{5}{\widetilde{6-1}}=0$$

$$\sqrt{x+2}\left(\frac{1}{\sqrt{3-x}}-2\right)+3\left(\frac{1}{\sqrt{3-x}}-2\right)=-5$$

$$\left(\frac{1}{\sqrt{3-x}}-2\right)\left(\sqrt{x+2}+3\right)=-5$$

$\sqrt{x+2}>0$

$\sqrt{x+2}+3>3 \Rightarrow \frac{1}{\sqrt{3-x}}-2<0$, т.к. $-5<0$

$1<2\sqrt{3-x}$

$1<4(3-x)$

$3-x>\frac{1}{4}$

$$\begin{cases} x<2\frac{3}{4}=2,5 \\ x>-2 \end{cases}$$

·) ~~пусть~~ $-5=5\cdot(-1) \Rightarrow \sqrt{x+2}+3=5$

$\sqrt{x+2}=2$

$x+2=4$

$x=2 \Rightarrow \frac{1}{\sqrt{3-2}}-2=1-2=-1 \Rightarrow$ подходит

один из корней $x=2$. - единственный

·) $\sqrt{x+2}+3=1$

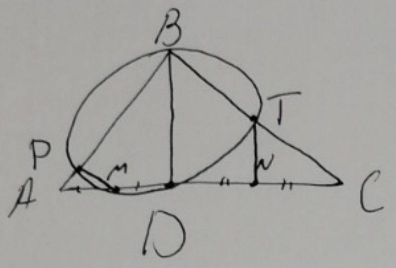
$\sqrt{x+2}=-2$ - не м/б

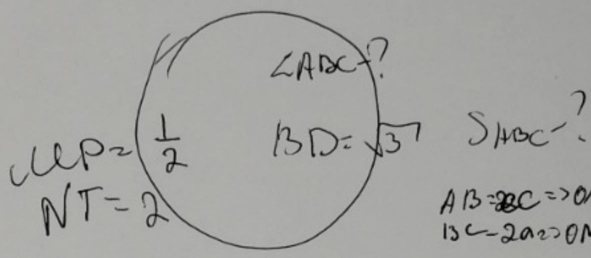
Ответ: $x=2$

211005132 (U849785 M1274714)

Черновик

1

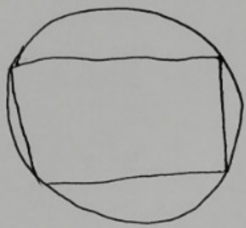


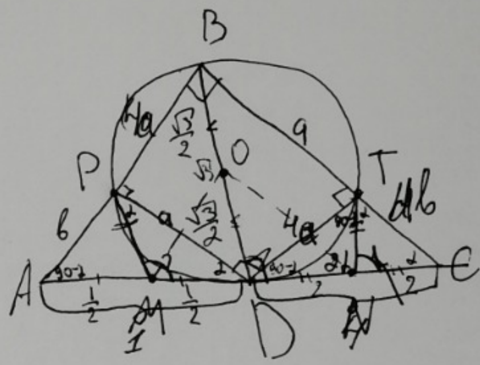


S_{ABC} ?

$AB = BC \Rightarrow OM = c$

$BC = 2a \Rightarrow ON = a$





$4(a^2+b^2) = 1$

$\angle 1 = \angle 2 = 180 - 2\angle$

~~$a^2+b^2=1$~~

~~$a^2+c^2=3$~~

~~$b^2+c^2-b^2=2$~~

$c^2+d^2=4$

$BC = \sqrt{3+16} = \sqrt{19}$

$AB = \sqrt{1+3} = 2$

$S_{ABC} = \frac{2\sqrt{19}}{2} = \sqrt{19}$

$a^2+b^2=1$

$a^2+16a^2=\sqrt{3}$

$16a^2+16b^2=16$

$17a^2 = 3$

$a = \sqrt{\frac{3}{17}}$

$b = \sqrt{1-a^2} = \sqrt{1-\frac{3}{17}} = \sqrt{\frac{14}{17}}$

S_A

$5b^2+5a^2=5$

$\frac{25ab}{2}$

$b^2+a^2=1$

$16b^2+a^2=3$

$15b^2=2$

$b^2=\frac{2}{15}$

$b=\sqrt{\frac{2}{1}}$

211005132 (U849785 M1274714)

3. Чистовик

1) $8x^2+4x(2y+3a)+5a^2+4ay+4y^2=0$

четный $D = 4(2y+3a)^2-8(5a^2+4ay+4y^2)=4(4y^2+12ay+9a^2)-40a^2-$

$-32ay-32y^2=-16y^2+16ay-4a^2=-(4y-2a)^2 \Big\} \Rightarrow$

Т.к. т.А - ед. => сущ. 1 корень

$\Rightarrow D=0=-(4y-2a)^2$

$4y-2a=0$

$4y=2a$

$2y=a \Rightarrow x = \frac{-b''}{2a} = \frac{-4(2y+3a)}{16} = \frac{-2y-3a}{4} = \frac{-a-3a}{4} = -a.$

$\Rightarrow y=\frac{a}{2}$

2) $ax^2-2a^2x-ay+a^3+4=0 \quad |:a$ (т.к. если $a=0$: $0-0-0+0+4=0$, $4\neq0$)

$\cancel{ax^2-2a^2x+a^3+4=ay}$

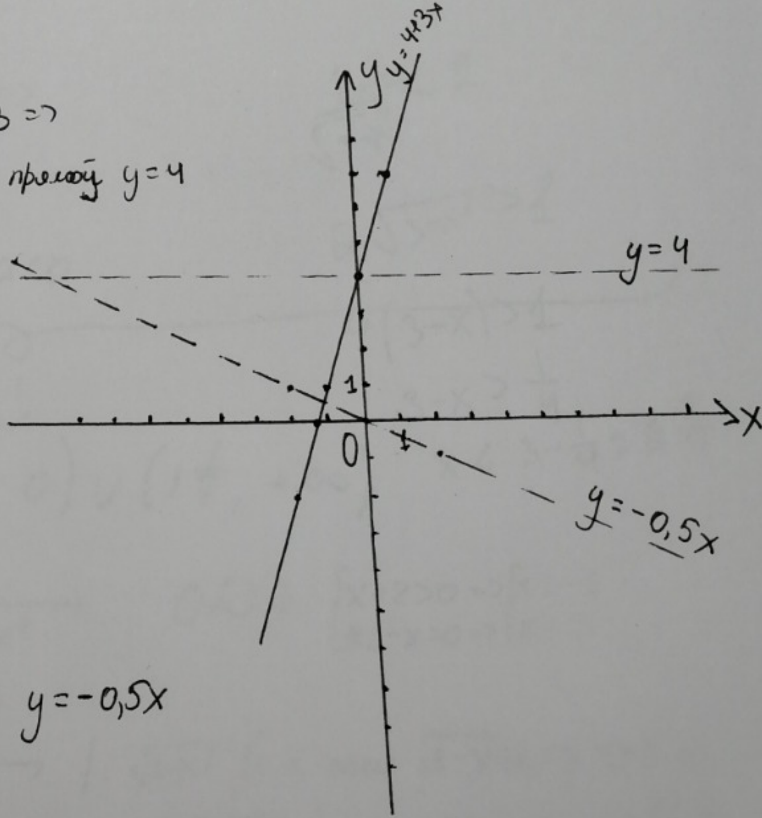
$x^2-2ax-y+a^2+4=0$

$x^2-2ax+a^2+4=y$

$x_0=\frac{2a}{2}=a$ - x для т.В =>

$\Rightarrow y_0=a^2-2a^2+a^2+4=4 \Rightarrow$ т.В $\in$ прямой $y=4$

3) $y=4+3x$ (изображена на графике)



н.ф.: $4+3x=0$

$3x=-4$

$x=-1\frac{1}{3}$

•) для точки А: $\left.\begin{array}{l} x=-a \\ y=\frac{a}{2} \end{array}\right\} \Rightarrow$

$\Rightarrow$ т. А $\in$ прямой вида $y=-0{,}5x$

4. Чистовик

тогда разберем 2 варианта:

1) т. A ниже $y=4+3x$
т. B выше $y=4+3x$

$\Downarrow$

~~ТО,5~~ для т.A:
$$\begin{cases} \text{для т.A: } -0,5x < 4+3x \\ \text{для т.B: } 4 > 4+3x \end{cases}$$

·) $3,5x+4>0$
$3,5x>-4$
$x > -\frac{4}{3,5} = -\frac{4}{1}\cdot\frac{10}{35} = \frac{-8}{7} = -1\frac{1}{7}$

·) $4>4+3x$
$3x<0$

$\Downarrow$

~~$-1\frac{1}{7}<x<0$~~
~~x=~~

$$\begin{cases} x>-1\frac{1}{7};\ -a=x \\ x<0;\ a=x \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} -a>-1\frac{1}{7} \\ a<0 \end{cases} \quad \begin{cases} a<1\frac{1}{7} \\ a<0 \end{cases} \Rightarrow \text{при } a<0$$

2) т. A - выше
т. B - ниже

$\Downarrow$

$$\begin{cases} -0,5x>4+3x \\ 4<4+3x \end{cases}$$

$$\begin{cases} 3,5x+4<0 \\ 3x>0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x<-1\frac{1}{7};\ x=-a \\ x>0;\ x=a \end{cases}$$

$$\begin{cases} -a<-1\frac{1}{7} \\ a>0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a>1\frac{1}{7} \\ a>0 \end{cases} \Rightarrow a>1\frac{1}{7}$$

$\frac{1}{\sqrt{3-x}} \leq 2$

$2\sqrt{3-x}>1$

$4(3-x)>1$

$3-x>\frac{1}{4}$

$x<3-\frac{1}{4}=2\frac{2}{4}$

$\Downarrow$

Ответ: при $a\in(-\infty;0)\cup(1\frac{1}{7};+\infty)$

Задача №2

$$\sqrt{x+2}-\sqrt{3-x}+3=2\sqrt{6+x-x^2}$$

ОДЗ: $\begin{cases} x+2>0 \Rightarrow \\ 3-x>0 \Rightarrow \end{cases} \begin{cases} x>-2 \\ x<3 \end{cases}$

$6+x-x^2=(3-x)(x+2)$

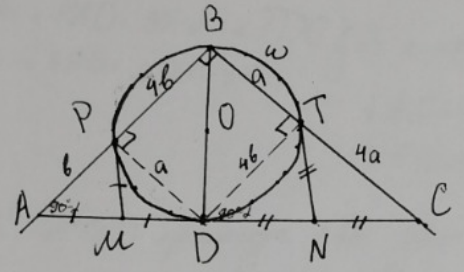
$$\sqrt{x+2}-\sqrt{3-x}+3=2\sqrt{(3-x)(x+2)}$$

$| : \sqrt{3-x}$ (т.к. если $\sqrt{3-x}=0 \Rightarrow x=3 \Rightarrow$
$\Rightarrow \sqrt{5}-0+3=0$ - не м/б)

$$\sqrt{\frac{x+2}{3-x}}-1+\frac{3}{\sqrt{3-x}}-2\sqrt{x+2}=0$$

1. Чистовик.

Задача №1.



Дано:
$\triangle ABC$
т. $D \in AC$
BD-диаметр ω-окр.
т. M-середина AD
т. N-середина DC
$PM \parallel TN$
а) Найти $\angle ABC$
б) $MP=\frac{1}{2}$; $NT=2$; $BD=\sqrt{3}$
Найти: S_{ABC}-?

Решение:

а) 1. Доп. постр.: PD и DT.

2. Рассмотрим ω:

$\left.\begin{array}{l} \cdot) BD\text{-диаметр} \\ \text{т. } P \in \omega \end{array}\right\} \Rightarrow \angle BPD = 90^\circ$ (~~лежит~~ опирает. на диаметр)

$\left.\begin{array}{l} \cdot) BD\text{-диаметр} \\ \text{т. } T \in \omega \end{array}\right\} \Rightarrow \angle BTD = 90^\circ$ (опирается на диаметр)

3. $\Rightarrow \triangle APD$ и $\triangle DTC$ - прямоуг.:

$\left.\begin{array}{l} AM = MD \text{ (по усл.)} \\ \cancel{DN=}\ DN = NC \text{ (по усл.)} \end{array}\right\} \Rightarrow PM$ и TN-мед. $\Big\} \Rightarrow \begin{array}{l} PM = MD = AM \\ TN = DN = NC \end{array}$

4. $\triangle PMD$-р/б $\Rightarrow$ ~~пусть~~ $\angle MPD = \angle PDM = \alpha \Rightarrow \angle PMD = 180^\circ - 2\alpha$

$PM \parallel TN \Rightarrow$ ~~∠PMD=∠TNC (соответ. ∠) ⇒ ∠TNC~~ $\angle PMD = 180^\circ - \angle TND \Rightarrow$ (одностор. $\angle$)

$\left.\begin{array}{l} \Rightarrow \angle TND = 180^\circ - \angle PMD = 180^\circ - 180^\circ + 2\alpha = 2\alpha \\ \triangle DTN\text{-р/б} \Rightarrow \angle TDN = \angle DTN \end{array}\right\} \Rightarrow \left.\begin{array}{l} \angle TDN = (180^\circ - 2\alpha)/2 = 90^\circ - \alpha \\ \angle DTC = 90^\circ \end{array}\right\} \Rightarrow$

$\left.\begin{array}{l} \Rightarrow \angle TCD = 180^\circ - 90^\circ - 90^\circ + \alpha = \alpha \\ \angle BAC = 180^\circ - 90^\circ - \angle PDA = 90^\circ - \alpha \end{array}\right\} \Rightarrow \angle ABC = 180^\circ - 90^\circ + \alpha - \alpha = 90^\circ$ ■

б) $\left.\begin{array}{l} 1.\ MP = AM = MD = \frac{1}{2} \text{ (из п.а)} \\ 2.\ TN = DN = NC = 2 \text{ (из п.а)} \end{array}\right\} \Rightarrow AD = 1;\ DC = 4$

2.

Чистовик

~~3. четырех-ик DPBT - вписанный (все т. лежат на ω) =>~~

~~=> ∠PDT = 180° ∠ABC = 90°~~

3. $\angle PAD = 90° - \alpha = \angle TDC$, $\angle APD = \angle DTC = 90°$ $\Rightarrow \triangle APD \sim \triangle DTC \Rightarrow \frac{AP}{DT} = \frac{PD}{TC} = \frac{AD}{DC} = \frac{1}{4}$

·) $AP = b \Rightarrow DT = 4b$

·) $PD = a \Rightarrow TC = 4a$

4. DPBT - прямоуг. (все углы = 90°) $\Rightarrow PB = DT = 4b$, $PD = BT = a$

5. Рассмотрим $\triangle BPD$ и $\triangle APD$: по т. Пифагора:

$$\begin{cases} a^2 + b^2 = 1 \\ 16 \cdot b^2 + a^2 = DB^2 = 3 \end{cases}$$

$16b^2 + a^2 - a^2 - b^2 = 3 - 1$

$15b^2 = 2$

$b^2 = \frac{2}{15}$

$b = \sqrt{\frac{2}{15}}$ (сторона > 0)

$a^2 = 1 - b^2 = 1 - \frac{2}{15} = \frac{13}{15}$

$a = \sqrt{\frac{13}{15}}$

$\Rightarrow S_{\triangle ABC} = \frac{AB \cdot BC}{2} = \frac{5b \cdot 5a}{2} = \frac{25 \cdot \sqrt{\frac{13}{15}} \cdot \sqrt{\frac{2}{15}}}{2} = \frac{25\sqrt{26}}{15 \cdot 2} = \frac{5\sqrt{26}}{6}$

Ответ: а) 90° б) $\frac{5\sqrt{26}}{6}$

Задача № 3

Т. А: $5a^2 + 12ax + 4ay + 8x^2 + 8xy + 4y^2 = 0$ (1)

Т. В - вершина параболы: $ax^2 - 2a^2x - ay + a^3 + 4 = 0$ (2)

Т. А и В по разные стороны от прямой $y - 3x = 4$

$y = 4 + 3x$ (3)

211005132 (U849785 M1274714)

$\sqrt{x+2} - \sqrt{3-x} + 3 = 2\sqrt{(3-x)(x+2)}$

$\sqrt{a} - \sqrt{b} + 3 = 2\sqrt{ab}$

$\cancel{\sqrt{a}+3}$ $(\sqrt{a} - \sqrt{b} + 3)^2 = 2ab$

$\cancel{\sqrt{a}}\ a - 2\sqrt{ab} + \cancel{b} + 6(\sqrt{a} - \sqrt{b}) + 9 = 2ab$

$\sqrt{a}(1 - 2\sqrt{b}) = \sqrt{b} - 3 -$

$\sqrt{\frac{x+2}{3-x}} - 1 + \frac{3}{\sqrt{3-x}} = 2\sqrt{x+2}$ $-2x+1 = 3-x$

$2\sqrt{x+2}\left(\frac{1}{\sqrt{3-x}} - 2\right) + \frac{3}{\sqrt{3-x}} - 6 \overset{+5}{=} 0$

$(3-x)^2 + (x+2)^2 = 9 - 6x + x^2 + x^2 + 4x + 4 =$

$= 13 + 2x^2 - 2x$

$3\left(\frac{1}{\sqrt{3-x}} - 2\right) = 0 - 5$

$\left(\frac{1}{\sqrt{3-x}} - 2\right)\left(\underbrace{\sqrt{x+2} + 3}_{>0}\right) = -5$

$\frac{1}{\sqrt{3-2}} - 2 < 1 - 2 = 1$

$\sqrt{x+2} + 3 = 5$

$\sqrt{x+2} = 2$

$x+2 = 4$

$x = 2$

③ Черновик

$2\sqrt{(3-x)(x+2)} + x+2+3-x \quad -x-2-3+x$

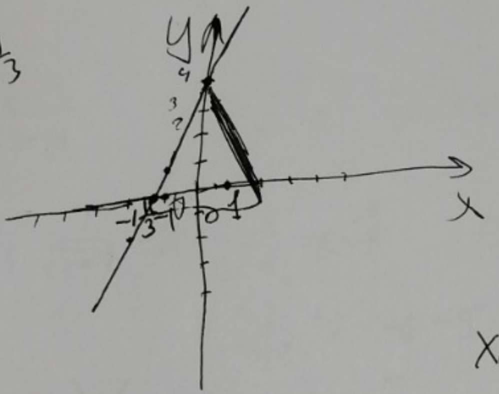
$(\sqrt{x+2}+\sqrt{3-x})^2 - 5 = \sqrt{x+2} - \sqrt{3-x} + 8$

$\begin{array}{r} 48 \\ -32 \\ \hline 16 \end{array}$

$3x+4=0$

$3x=-4$

$x=-\frac{4}{3}=-1\frac{1}{3}$



1) $5a^2+12ax+4ay+8x^2+8xy+4y^2=0$

A

2) $ax^2+2a^2x-ay+a^3+4=0$ –

– парабола в вершине B

$y=3x+4 \quad 3x=y-4$

$x_0=\frac{-b}{2a}=\frac{2a^2}{2a}=-a \quad x=\frac{y-4}{3}$

① $5a^2+\cancel{12ax}+8x^2+4y^2+4ay+\cancel{8xy}=0$

$8x^2+4x(3a+2y)+5a^2+4y^2+4ay=0$

$D=4(3a+2y)^2-8(5a^2+4y^2+4ay)=36a+24y+40a^2+32y^2+32ay=0$

~~$32y^2+8y(4a-3)+40a^2-6a=0$~~

$4(9a^2+12ay+4y^2)-40a^2-32y^2-32ay=0$

$-4a^2+16ay-16y^2=0$ $\quad a=2y$

$4a^2-16ay+16y^2=(2a-4y)^2=0 \quad 2a=4y$

$x=\frac{-4(3a+2y)}{16}=\frac{-12a-8y}{16}=\frac{-3a-2y}{4}=\frac{-4a}{a}$

$X=\frac{-2(3a+2y)\pm(2a-4y)}{8}=\frac{-6a-4y\pm(2a-4y)}{8}=$

$=\frac{-6a-4y+2a-4y}{8}\ \frac{-8y-4a}{8}=-y-0,5a; \ \frac{-6a-4y-2a+4y}{8}=-a$

(а) Черновик

③ т. В - выше
т. А - ниже

① т. В - ниже
т. А - выше.

$$\begin{cases} \cancel{a > \frac{y-4}{3}} \\ \cancel{-a < \frac{y-4}{3}} \Rightarrow a > \frac{4-y}{3} \end{cases}$$

$$2a > \frac{y-4+4-y}{3} = \frac{0}{3} = 0$$

$a > 0$

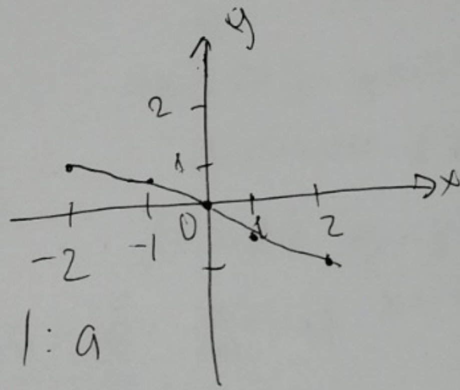
$a > |-|\frac{1}{3}|$

$a \in (-\infty$

$ax^2 - 2a^2x + a^3 + 4 = ay$

$x^2 - 2ax + a^2 + \frac{4}{a} = y$

$x_0 = \frac{-b}{2a} = \frac{2a}{2} = a.$



1 : a

② $x = a$

$y = a^2 - 2a^2 + a^2 + 4 = \cancel{ay} = 4$

④ $\cancel{x} = -a$

$5a^2 - 12a^2 + 4ay + 8a^2 - 8ay + 4y^2 = 0$

$a^2 - 4ay + 4y^2 = 0$

$(a - 2y)^2 = 0$

$a = 2y$

(2) Черновик

$3-x \geq 0 \quad x+2 \geq 0$
$x \leq 3 \quad x \geq -1$

$\sqrt{x+2} - \sqrt{3-x} + 3 = 2\sqrt{6+x-x^2}$ ОД $3 \geq x \geq 3$

$-x^2+x+6 = -(x^2-x-6) = -(x-3)(x+2) = \sqrt{(3-x)(x+2)}$

$D = 1+24 = 25$

$x = \frac{1 \pm 5}{2} = 3; -2$

$\sqrt{x+2} - \sqrt{3-x} + 3 = 2\sqrt{(3-x)}\sqrt{(x+2)}$

$x+2 = a^2$
$3-x = b^2$

$\cancel{|a| - |b| + 3 = |ab|}$

$\sqrt{x+2} + 3 = \sqrt{3-x}\left(2\sqrt{x+2} + 1\right)$

$\left(2\sqrt{x+2} + 1\right) - \sqrt{x+2} + 2 =$

$\left(2\sqrt{x+2} + 1\right) - \sqrt{3-x}\left(2\sqrt{x+2} + 1\right) = \sqrt{x+2} - 2$

$\left(2\sqrt{x+2} + 1\right)\left(1 - \sqrt{3-x}\right) = \sqrt{x+2} - 2$

$((3-x) + (x+2))^2 - 3 + x - x + 2$

$5^2 - 5 = 25 - 5 = 20$

$\sqrt{x+2} - \sqrt{3-x} = 17$

$x + 2 + 3 - x - 2\sqrt{6+x-x^2} = 17$

$-2\sqrt{(3-x)(x+2)} = 12$

$\sqrt{(3-x)(x+2)} = -6$?

Часть 2

Олимпиада: **Математика, 10 класс (2 часть)**

Шифр: **211005132**

ID профиля: **849785**

Вариант 11

Чистовик.

№ 5.

$\Rightarrow HD = \frac{(AD-BC)}{2} = \frac{5-2}{2} = 1,5.$

$\left.\begin{array}{l}\triangle CHA \text{ - прямоуг.} \\ \angle CAH = 60^\circ\end{array}\right\} \Rightarrow \angle ACH = 30^\circ \Rightarrow 2AH = AC = AO + OC = AD + BC = 7 \Rightarrow$

$\left.\begin{array}{l}\Rightarrow AH = 3,5 \Rightarrow CH = \sqrt{49 - 12,25} = \sqrt{35,75} \\ HD = 1,5\end{array}\right\} \Rightarrow$

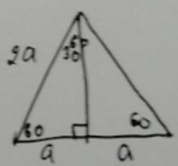
$\Rightarrow AB = CD = \sqrt{35,75 + 2,25} = \sqrt{38}$

$\left.\begin{array}{l}\triangle ABT \text{ - р/с} \Rightarrow S_{ABT} = \frac{(\sqrt{38})^2 \sqrt{3}}{2} = \frac{38\sqrt{3}}{2} \\ S_{ABCD} = \frac{(BC+AD)}{2} \cdot CH = 3,5 \cdot \sqrt{35,75}\end{array}\right\} \Rightarrow$

$\Rightarrow \frac{S_{ABT}}{S_{ABCD}} = \frac{\overset{19}{\cancel{38}}\sqrt{3}}{3,5\sqrt{35,75}}$

Ответ: б) $\frac{\overset{19}{\cancel{38}}\sqrt{3}}{3,5\sqrt{35,75}}$

·) S р/с △:



если сторона $= 2a$, то высота (мед) делит на равн. части $\Rightarrow a \Rightarrow$

$\Rightarrow$ высота $= \sqrt{4a^2 - a^2} = a\sqrt{3} \Rightarrow$

$\Rightarrow S = \frac{a\sqrt{3} \cdot 2a}{2} = a^2\sqrt{3}$

3. Чистовик.

Т.к. не считаем границу квадрата => внутри него будет 64^2 узлов.

На каждой из диагоналей лежит по 64 узла =>

=> на 2ух диагоналях $64\cdot 2$ узлов и -1, точка пересечения, которая считается дважды => 127 узлов => чтобы выбрать ~~точку~~ узел, который точно будет лежать на данных прямых есть ~~C_{64}^{127} вариантов~~ 127 вариантов.

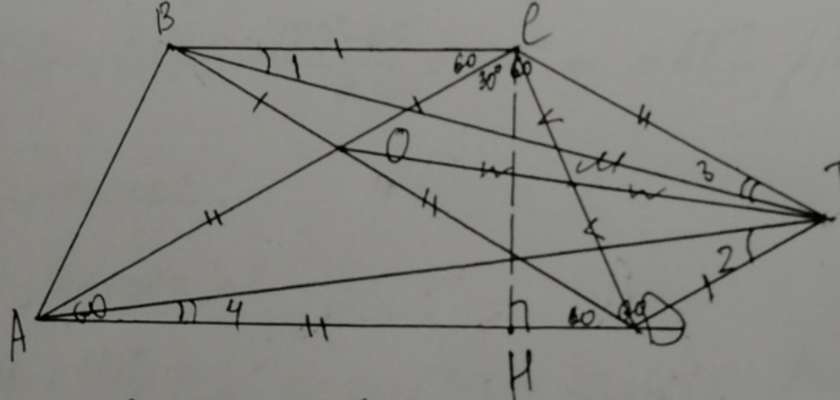
·) При выборе ~~то~~ узла, у на сразу же отлетают все варианты узлов стоящие с ним на одной вертикале и горизонтале (чтобы не противоречить условию)

В горизонтале и вертикале по 64 узла -1 (точка пересечения, являющаяся уже выбранным узлом) =>

=> чтобы выбрать второй узел остается $64^2 - 64\cdot 2 - 1 =$
$= 64^2 - 127 = 4096 - 127 = 3969$ => всего в способов выбрать два узла $3969\cdot 127$.

Ответ: $3969\cdot 127 = 504063$

Задача 6.



Дано:
ABCD - четырехуг-ик
BD∩AC в т. O
△BOC и △AOD - р/с
т. T симметр. т. O отн. т. M, где т. M - середина DC

а) Т.д. ABT - р/с
~~б) Найти~~

б) BC=2 Найти:
AD=5 $\frac{S_{ABT}}{S_{ABCD}}$

211005132 (U849785 M1274715)

Чистовик

4.

а) док-во:

1) Рассмотрим DOCT: DC и CT – диагонали; DC ∩ CT в т. M и делятся пополам } =>

=> DOCT – параллелограмм => OC = DT; OD = CT

2) $\triangle BOC$ – р/с => $\angle BCO = 60°$; $\triangle OAD$ – р/с => $\angle OAD = 60°$ } => $BC \parallel AD$ => ABCD – трап.

3) $\angle COD = 120°$ (внешний угол р/с △); DOCT – параллелограмм } => $\angle CTD = 120°$ => $\angle OCT = \angle ODT = 60°$

4) $\triangle BCT$ и $\triangle ADT$:

$BC = DT$, $CT = AD$, $\angle ADT = \angle BCT = 120°$ } => $\triangle BCT = \triangle ADT$ => $BT = AT$ => $\triangle ABT$ – р/б.

~~Из условия под буквой б видно, что ABCD – точно не параллелограмм => BO ≠ OD – всегда =>~~

~~=> ∠ CB~~

$\angle 1 = \angle 2$ (соответ. ∠)

$\angle 3 = \angle 4$ (соответ. ∠)

$\angle 1 + \angle 3 = 180° - 120° = 60°$ => $\angle 3 + \angle 2 = 60°$; $\angle CTD = \cancel{60}120°$ (выше) } => $\angle BTA = 60°$; $\triangle ABT$ – р/б } =>

=> $\angle TBA = \angle BAT = \frac{180° - 60°}{2} = 60°$ => $\triangle ABT$ – р/с ч.т.д.

б) Решение:

•) CH – высота

•) $\angle BOA = \angle COD$, $BO = OC$, $AO = OD$ } => $\triangle BOA = \triangle COD$ => $AB = CD$ => ABCD – р/б трап. } =>

Чистовик

1. Задача №4

$$\begin{cases} \dfrac{4}{x^2+y^2} + x^2y^2 = 5 \\ x^4+y^4+3x^2y^2 = 20 \end{cases}$$

Замена:

$$\begin{cases} x^2+y^2 = a \geq 0 \\ x^2y^2 = b \geq 0 \end{cases}$$ (т.к. квадрат числа ~~k^2 все~~ всегда >0)

$$x^4+y^4 = (x^2+y^2)-2x^2y^2$$

$$\begin{cases} \dfrac{4}{a} + b = 5 \quad (1) \\ a^2 - 2b + 3b = 20 \quad (2) \end{cases}$$

1) $\dfrac{4}{a} = 5 - b$

$\cancel{4 = 5a - ab}$

$\cancel{a(5-b) = 4}$

$\cancel{a = \dfrac{4}{5-b}}$

$4 = 5a - ab$

2) $a^2 + b = 20$

$b = 20 - a^2$

$\Downarrow$

$4 = 5a - a(20-a^2)$

$4 = 5a - 20a + a^3$

$a^3 - 15a - 4 = 0$

Т.к. коэффициент при наибольшей степени равен 1 => корни будут делителями свободного члена, т.е. 4:

при $a=1$: $1-15-4 \neq 0$ – п.к.

при $a=-1$: $-1+15-4 \neq 0$ – п.к.

при $a=2$: $8-30-4 \neq 0$ – п.к.

при $a=-2$: $-8+30-4 \neq 0$ – п.к.

при $a=4$: $64-60-4=0$ => по ...

$$a^3 - 0a^2 - 15a - 4 = 0$$

	1	0	−15	−4
4	1	4	1	0

$\Rightarrow a^3 - 15a - 4 = (a-4)(a^2+4a+1) = 0.$

$$\left[\begin{array}{l} a-4=0 \\ a^2+4a+1=0 \end{array}\right. \quad \left[\begin{array}{l} a=4 \\ a^2+4a+1=0 \quad (1) \end{array}\right.$$

2\.

Чистовик

$a^2+4a+1=0$

(четный) $D=4-1=3 \Rightarrow a=-2\pm\sqrt{3}$; $\cdot)\ -2-\sqrt{3}<0 \Rightarrow a\neq -2-\sqrt{3}$

$\cdot)\ 2>\sqrt{3}$

$2-\sqrt{3}>0 \quad |\cdot -1$

$-2+\sqrt{3}<0 \Rightarrow a\neq -2+\sqrt{3} \Rightarrow$

$\Rightarrow a=4 \Rightarrow b=20-a^2=20-16=4.$

Вернемся к замене:

$\begin{cases} x^2+y^2=4 \\ x^2y^2=4 \end{cases}$ $x^2=4-y^2$

$(4-y^2)y^2=4$

$4y^2-y^4=4$

$y^4-4y^2+4=0$

$(y^2-2)^2=0$

$y^2=2$

$y=\pm\sqrt{2} \Rightarrow x^2=4-2$

$x^2=2$

$x=\pm\sqrt{2}$

Ответ: $(\pm\sqrt{2}; \pm\sqrt{2})$

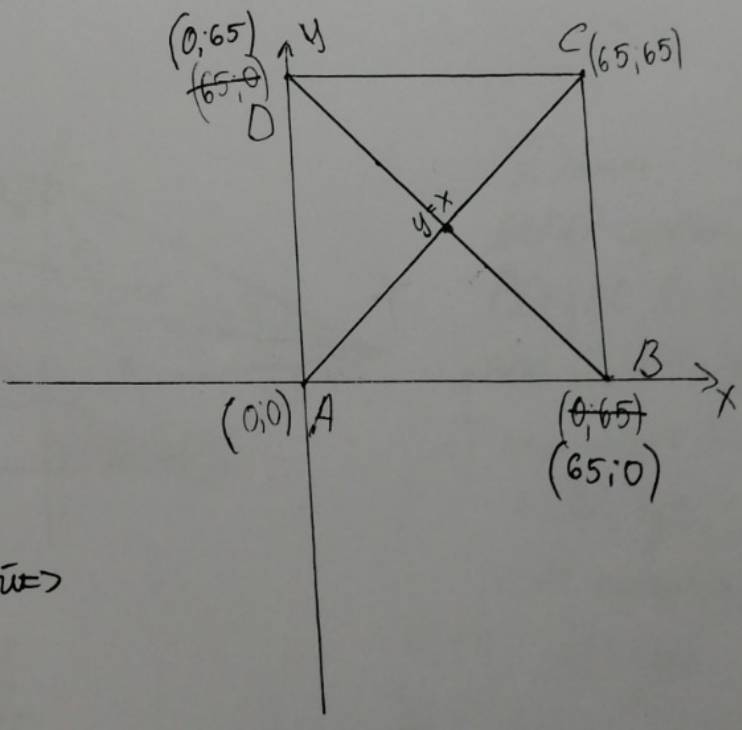
Задача 5.

т. $A(0;0)$

т. $D(0;65)$

т. $C(\cancel{0}65;65)$

т. $B(65;0)$



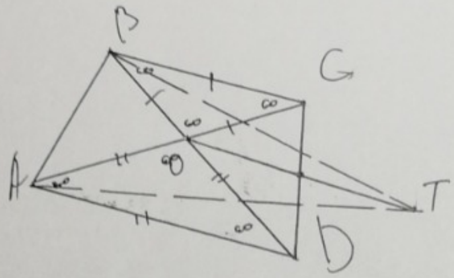
$\cdot)\ y=x$ – т.к. т. $C\in$ этой прямой $\Rightarrow$

$\Rightarrow y=x$ – диагональ

$\cdot)\ y=65-x$ – т.к. т. D и $B\in$ этой прямой $\Rightarrow$

$\Rightarrow y=65-x$ также диагональ

Черновик.

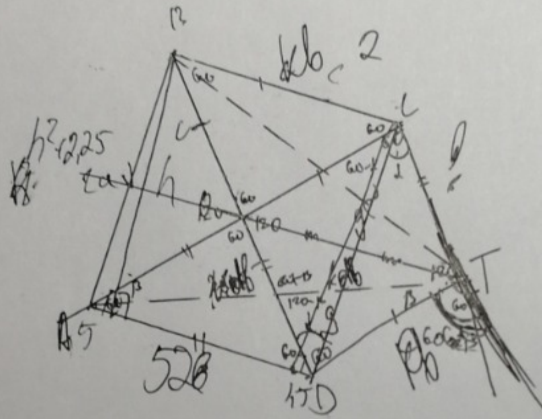


а) ABT – pl∆C

б) BC=2
AD=5

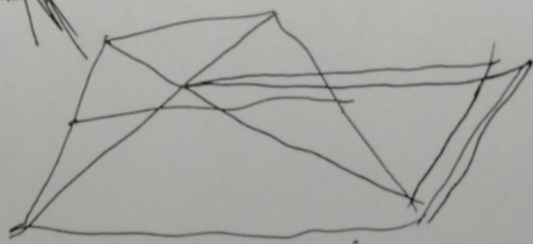
$\frac{S_{ABT}}{S_{ABCD}}$

BC∥AD



р/б трапеция

~~180-120~~

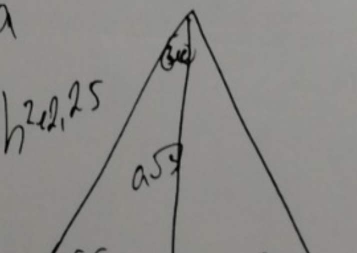


$\frac{(2+5)h}{2}$

BT= AT

60-2β=

2a



$4a^2-a^2=3a$

$\frac{a\sqrt{3}\cdot 2a}{2}=a^2\sqrt{3}$

$a=\frac{h^2+2,25}{2}$

$\cancel{(h^2+2,25)^2}\ \frac{2(h^2+2,25)\sqrt{3}}{7h}$

Черновик

① $\begin{cases} x^2+y^2=4 \\ x^2y^2=4 \end{cases}$

$x^2=4-y^2$

$4y^2-y^4=4$

$y^4-4y^2+4=0$

$\cancel{D=4-4=0}$

$(y^2-2)^2=0$

$y^2=2$

$y=\pm\sqrt{2}$

$x^2=4-2=2$

$x=\pm\sqrt{2}$

② $x^2+y^2=-2-\sqrt{3}$ - нет б

③ $x^2+y^2=-2+\sqrt{3}<0$ - нет б

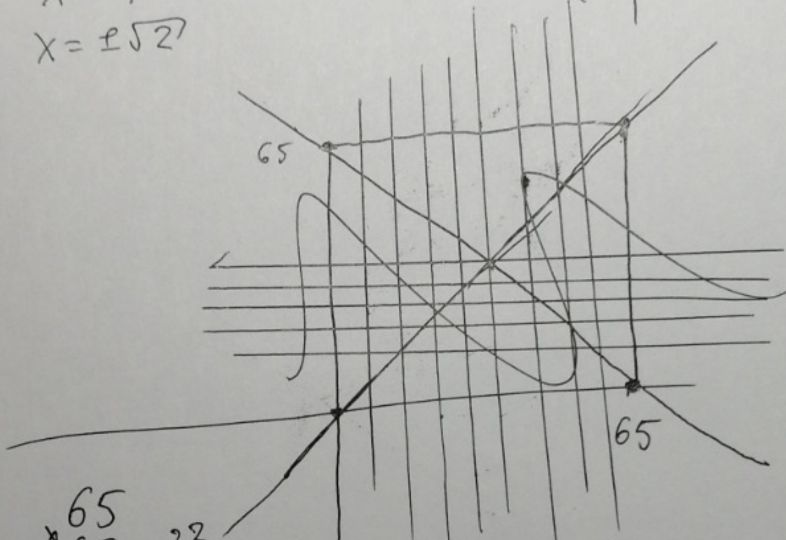
$4900-12{,}25=35{,}75$

$35{,}75+2{,}25=38{,}00$

$3{,}5 \times 3{,}5$: 175, 105, $12{,}25$

$1{,}5 \times 1{,}5$: 75, 15, $2{,}25$

75×75: 375, 515, 25



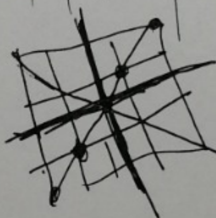
646×3969

3969×127: 27783, 7938, 3969, 504063

64^2

65×65

55×55: 275, 275, 3025

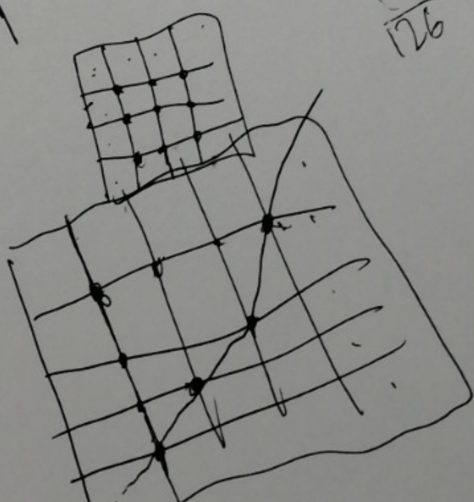


65×65

$64+64-1$

$64+64=128$

$63+63=126$



127

65

$380 \,|\, 35$

$-35 \quad 10$

300

$190 \,|\, 35$

$127(64^2-\cancel{65}-126)$

64×64: 256, 384, 4096

$4096-127=3969$

① Черновик

$$\begin{cases} \dfrac{4}{x^2+y^2} + x^2y^2 = 5 \\ x^4+y^4+3x^2y^2 = 20 \end{cases}$$

$x+y=a$
$xy=b$

$x^2+y^2=a$
$x^2y^2=b$

$$\begin{cases} \dfrac{4}{a^2-2b} + b^2 = 5 \quad (1) \\ (a^2-2b)^2 - 2b^2 + 3b^2 = 20 \quad (2) \end{cases}$$

2) $a^4 - \cancel{2}4a^2b + 4b^2 - 2b^2 + 3b^2 = 20$

$a^4 - 4a^2b + 5b^2 = 20$

1) $4 = (5-b^2)(a^2-2b)$

$4 = 5a^2 - 10b - a^2b^2 + 2b^3$

$$\begin{cases} \dfrac{4}{a} + b = 5 \\ a^2 - 2b + 3b = 20 \\ a^2 + b = 20 \end{cases}$$

$b = 20 - a^2$

$\cancel{\dfrac{16}{(5-b)^2} + b = 20}$

$\dfrac{4}{a} = 5 - b$ $\quad 4 = 5a - ab$

$a(5-b) = 4$ $\quad a = \dfrac{4}{5-b}$

$4 = 5a - a(20-a^2)$

$4 = 5a - 20a + a^3$

$a^3 - 15a - 4 = 0$

$1:\ 1-15-4 \neq 0$

$-1:\ -1+15-4 \neq 0$

$2:\ 8-30-4 \neq 0$

$-2:\ -8+30-4 \neq 0$

$4:\ 64-60-4 = 0$

	1	0	−15	−4
4	1	4	1	0

$(a-4)(a^2+4a+1) = 0$

$$\left[\begin{aligned} &a = 4 \Rightarrow b = 20-16 = 4 \\ &a^2+4a+1 = 0 \end{aligned}\right.$$

$D = 4-1 = 3 \Rightarrow a = -2 \pm \sqrt{3} \Rightarrow \left[\begin{aligned} &b = 20 - (-2-\sqrt{3})^2 = 20-4-4\sqrt{3}-3 = 13-4\sqrt{3} \\ &b = 20 - (-2+\sqrt{3})^2 = 20-4+4\sqrt{3}-3 = 13+4\sqrt{3} \end{aligned}\right.$

$2+\sqrt{3}$

② $\{x$