Часть 1

Олимпиада: **Математика, 10 класс (1 часть)**

Шифр: **211007742**

ID профиля: **861282**

Вариант 10

Чистовик

1) а) ω – окружность, построенная на BD как на диаметре
$P, T \in \omega \Rightarrow BTDP$ – описанный четырехугольник
BD – диаметр $\Rightarrow \angle BPD = \angle BTD = 90°$

$\angle APD$ – смежный углу $DPB \Rightarrow \angle APD = 180 - \angle DPB = 180 - 90 = 90°$
PM – медиана $\triangle APD$, т.к. $AM = MD$ по условию
PM – медиана в прямоугольном $\triangle$ $(\angle APD = 90°) \Rightarrow PM = \frac{1}{2} AD = AM = MD$

аналогично $\triangle DTC$ – прямоугольный и TN – медиана $TN = \frac{1}{2} CD = DN = NC$

т.к. $PM \parallel TN$, то $\angle PMD = \angle TNC$, как соответственные. Пусть $\angle PMD = \angle TNC = \alpha$
~~$\angle DCT = 180$~~ $\triangle TNC$ – равнобедр $(TN = NC) \Rightarrow \angle CTN = \angle TCN = \frac{180 - \angle TNC}{2} = \frac{180 - \alpha}{2}$
$\angle TDC = 180 - \angle DTC - \angle DCT = 180 - 90 - \frac{180 - \alpha}{2} = \frac{\alpha}{2}$

$\triangle APM$ – равнобедр. $(PM = AM) \Rightarrow \angle PAM = \angle APM = \frac{180 - \angle AMP}{2} = \frac{\angle PMD}{2} = \frac{\alpha}{2}$

$\angle TDC = \angle PAM$ при прямых AB и DT и секущей $AD \Rightarrow AB \parallel DT$
т.к. $AB \parallel DT \Rightarrow \angle ABC = 180 - \angle BTD = 180 - 90 = 90°$

Ответ: $90° = \angle ABC$

б) т.к. $PB \parallel TD$ по доказанному, $BTD = 90° \Rightarrow PBTD$ – прямоугольник
Пусть $BT = PD = a$, $BP = TD = b$

$$BD^2 = BP^2 + PD^2$$
$$(\sqrt{5})^2 = a^2 + b^2$$
$$a^2 + b^2 = 5$$

$\triangle DTN$:
по теореме косинусов:
$DT^2 = DN^2 + TN^2 - 2\,DN \cdot TN \cdot \cos(\angle TND)$ $(TN = DN,\ \angle TND = 180 - \angle TNC)$

$$b^2 = 2 \cdot \left(\frac{3}{2}\right)^2 - 2 \cdot \left(\frac{3}{2}\right)^2 \cdot \cos(180 - \alpha)$$

$$b^2 = \frac{9}{2} + \frac{9}{2} \cdot \cos\alpha$$

$\triangle PDM$:
$PD^2 = PM^2 + MD^2 - 2 \cdot PM \cdot MD \cdot \cos(\angle PMD)$ $(PM = MD)$

$$a^2 = 2 - 2 \cdot \cos\alpha$$

211007742 (U861282 M1273301)

Чистовик

② $\sqrt{x+3} - \sqrt{7-x} + 4 = 2\sqrt{(x+3)(7-x)}$

ОДЗ: $\begin{cases} x+3 \geq 0 \\ 7-x \geq 0 \\ 21+4x-x^2 \geq 0 \end{cases}$ $\begin{cases} x \geq -3 \\ x \leq 7 \end{cases}$

$\left.\begin{array}{l} y=\sqrt{x+3} \text{ - возрастающая функция} \\ y=-\sqrt{7-x} \text{ - возрастающая} \\ y=4 \text{ постоянна} \end{array}\right\} \Rightarrow y=\sqrt{x+3}-\sqrt{7-x}+4$ возрастает

$y = 2\sqrt{21+4x-x^2}$ возрастает на промежутке $[-3;2]$ и убывает на промежутке $[2;7]$

$\Rightarrow \sqrt{x+3} - \sqrt{7-x} + 4 = 2\sqrt{21+4x-x^2}$ имеет одно решение на промежутке $[2;7]$, а на промежутке $[-3;2]$ может иметь несколько решений

Подбором мы находим решение $x=6$:

$\sqrt{6+3} - \sqrt{7-6} + 4 = 2\sqrt{(6+3)(7-6)}$

$3-1+4 = 2\cdot\sqrt{9\cdot 1}$

$6=6$

$y = 2\sqrt{(x+3)(7-x)}$ на промежутке $[-3;2]$:

$y_{min}=0 \qquad y_{max}=10$

$y=\sqrt{x+3} - \sqrt{7-x} + 4$ на промежутке $[-3;2]$:

$y_{min} = 4-\sqrt{10} \qquad y_{max}=4$

$4-\sqrt{10} \leq 2\sqrt{(x+3)(7-x)} \leq 4$

$16+10-8\sqrt{10} \leq -4x^2+16x+84 \leq 16$

$\cancel{-x^2+4x+}$

$6,5-2\sqrt{10} \leq -x^2+4x+21 \leq 4$

Чистовик

1

$$\begin{cases} a^2+b^2=5 \\ b^2=\frac{9}{2}+\frac{9}{2}\cos\alpha \\ a^2=2-2\cos\alpha \end{cases} \qquad \begin{cases} a^2+b^2=5 \\ a^2+b^2=\frac{9}{2}+\frac{9}{2}\cos\alpha+2-2\cos\alpha \end{cases}$$

$$5=\frac{13}{2}+\frac{5}{2}\cos\alpha$$
$$10=13+5\cos\alpha$$
$$5\cos\alpha=-3$$
$$\cos\alpha=-\frac{3}{5}$$

$$a^2=2-2\cdot\cos\alpha=2-2\cdot\left(-\frac{3}{5}\right)=\frac{16}{5}$$

$\underline{a=\frac{4}{\sqrt5}}$ — $a=-\frac{4}{\sqrt5}$, но $a>0$, т.к. это длина

$$b^2=\frac{9}{2}+\frac{9}{2}\cdot\cos\alpha=\frac{9}{2}+\frac{9}{2}\cdot\left(-\frac{3}{5}\right)=\frac{9}{5}$$

$\underline{b=\frac{3}{\sqrt5}}$ — $b=-\frac{3}{\sqrt5}$, но $b>0$, т.к. это длина

$\triangle CNT$:

$$CT^2=TN^2+CN^2-2\cdot TN\cdot CN\cdot\cos(\angle TNC)=2\cdot\frac{9}{4}-2\cdot\frac{9}{4}\cdot\cos\alpha=\frac{9}{2}-\frac{9}{2}\cdot\left(-\frac{3}{5}\right)=\frac{36}{5}$$

$CT=\frac{6}{\sqrt5}$ — $CT=-\frac{6}{\sqrt5}$, но $CT>0$

$\triangle APM$:

$$AP^2=AM^2+MP^2-2\cdot AM\cdot MP\cdot\cos(\angle AMP)=2+2\cos\alpha=2+2\cdot\left(-\frac{3}{5}\right)=\frac{4}{5}$$

$AP=\frac{2}{\sqrt5}$ — $AP=-\frac{2}{\sqrt5}$, но $AP>0$

$$AB=AP+PB=AP+b=\frac{2}{\sqrt5}+\frac{3}{\sqrt5}=\frac{5}{\sqrt5}=\sqrt5$$

$$BC=BT+TC=a+CT=\frac{4}{\sqrt5}+\frac{6}{\sqrt5}=\frac{10}{\sqrt5}=2\sqrt5$$

$$S_{ABC}=\frac{AB\cdot BC\cdot\sin(\angle ABC)}{2}=\frac{\sqrt5\cdot2\sqrt5\cdot1}{2}=5$$

Ответ: $5=S_{ABC}$

Черновик

$\sqrt{x+3}-\sqrt{7-x}+4=2\sqrt{21+4x-x^2}$ ≠ $\cancel{a=b+4}$

$(x+3)(7-x)=-x^2+4x+21$

$a=\sqrt{x+3}$

$b=\sqrt{7-x}$

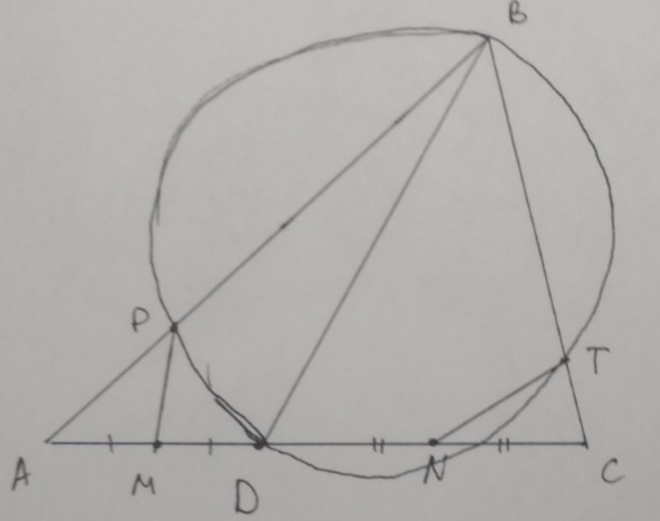
$a^2+b^2=x+3+7-x=10$

$a-b+4=2ab$

$a^2-b^2=x+3-(7-x)$

$a-b+a^2+b^2-6=2ab$

$(a-b)^2=-a+b+6$



$a+4=2ab+b$

$a+2+2=b(2a+1)$

$\sqrt{x+3}+4=2\sqrt{21+4x-x^2}+\sqrt{7-x}$

$x+3+16+8\sqrt{x+3}=7-x+4\cdot 21+8x-2x^2+4(7-x)\sqrt{x+3}$

$\sqrt{x+3}\,(8-28+4x)=7-x+84+8x-2x^2-x-3-16$

$\sqrt{x+3}\,(4x-20)=-2x^2+6x+72$

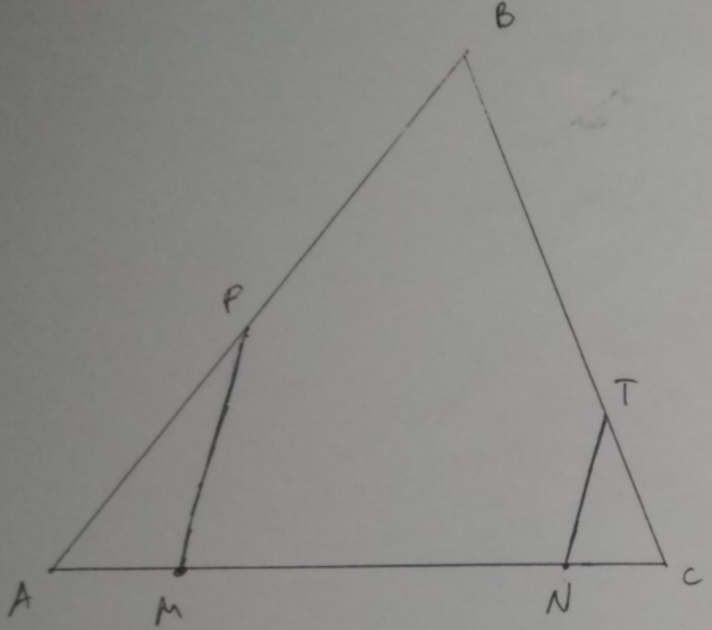
$\sqrt{x+3}\,(2x-10)=-x^2+3x+36$

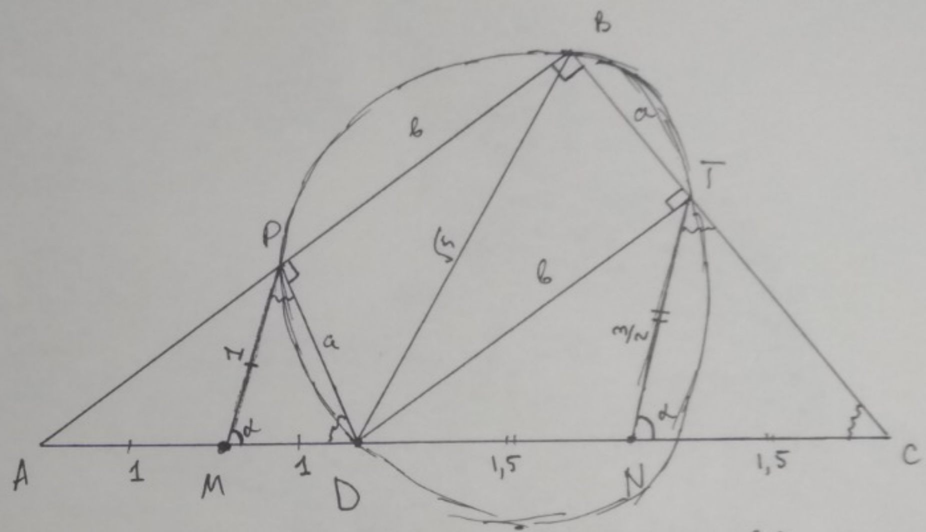
$D=9+4\cdot 36=$

$9+120+24=$

33

черновик





$a - b + 4 = 2ab$

$2ab + b - a = 4$

$4a^2b^2 + b^2 + a^2 - 4a^2b + 4ab^2 - 2ab = 16$

$\dots + 4ab(b-a) - 2ab = 16$

$2ab(2b - 2a + 1) = 16$

$a^2 = 2 - 2\cdot\cos\alpha = 2 + 2\cdot\frac{3}{5} =$

$= \frac{10+6}{5} = \frac{16}{5}$

$b^2 = 4{,}5\cdot\left(1 - \frac{3}{5}\right) = \frac{9}{2}\cdot\frac{2}{5} = \frac{9}{5}$

$a = \frac{4}{\sqrt5}$ $\quad b = \frac{3}{\sqrt5}$

$CT^2 = 3^2 - b^2 = 9 - \frac{9}{5} = \frac{45-9}{5} = \frac{36}{5}$

$CT = \frac{6}{\sqrt5}$

$AP^2 = 2^2 - a^2 = 4 - \frac{16}{5} = \frac{20-16}{5} = \frac{4}{5}$

$AP = \frac{2}{\sqrt5}$

$a^2 + b^2 = 5$

$b^2 = \frac{9}{4} + \frac{9}{4} - 2\cdot\frac{9}{4}\cdot\cos(180 - \alpha) =$

$= 2\cdot\frac{9}{4} + 2\cdot\frac{9}{4}\cdot\cos\alpha =$

$\frac{9}{2} - \frac{27}{10} = \frac{45-27}{10} = \frac{18}{10} = \frac{9}{5}$ $\quad = 4{,}5(1 + \cos\alpha)$

$a^2 = 1 + 1 - 2\cdot\cos\alpha = 2 - 2\cdot\cos\alpha$

$2 - 2\cos\alpha + 4{,}5 + 4{,}5\cos\alpha = 5$

$6{,}5 + 2{,}5\cos\alpha = 5$ $\quad 10$

$13 + 5\cos\alpha = 10$

$\cos\alpha = -\frac{3}{5}$

Черновик

$[-3;2]$ -2 -1 0 1

$\sqrt{x+3}-\sqrt{7-x}+4=2\sqrt{x+3}\cdot\sqrt{7-x}$

$1-3+4=2\cdot\sqrt{1\cdot 3}$

$\sqrt{2}-\sqrt{6}+4$

$2\cdot\sqrt{6}$

$\sqrt{x+3}-\sqrt{7-x}+14=x+3+7-x+2\sqrt{x+3}\cdot\sqrt{7-x}$

$\sqrt{1}-2\sqrt{2}+4=2\sqrt{2\cdot 8}$

$-\sqrt{2}$

$\sqrt{x+3}-\sqrt{7-x}+14=\left(\sqrt{x+3}+\sqrt{7-x}\right)^2$

$a-b+4=2ab$

$a^2+b^2+a-b+5=2ab+a^2+b^2+1$

$(a+\frac{1}{2})^2+(b-\frac{1}{2})^2+4{,}5=(a+b)^2$

$\cancel{x>3}$ $x+3+16-7+x+8\sqrt{x+3}-8\sqrt{7-x}-2\sqrt{x+3}\sqrt{7-x}=4(x+3)(7-x)$

$2x+12+8\sqrt{x+3}-8\sqrt{7-x}-2\sqrt{x+3}\sqrt{7-x}=-4x^2+16x+84$

$4x^2-14x-72=2\sqrt{x+3}\sqrt{7-x}+8\sqrt{7-x}+8\sqrt{x+3}$

$2x^2-7x+36=\sqrt{x+3}\sqrt{7-x}+4\sqrt{7-x}-4\sqrt{x+3}$

$a-b+4=2ab$ $\quad 7\geq x\geq -3$

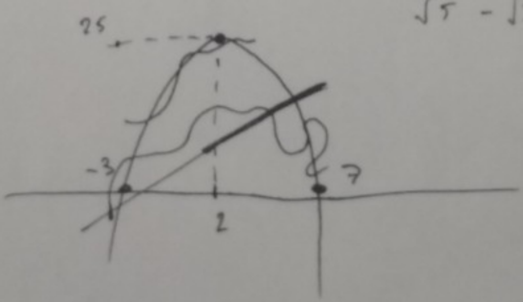
$\sqrt{x+3}\nearrow$

$5a^2-4ay+8x^2-4xy+y^2+12ax=0$

$-\sqrt{7-x}\nearrow$

$\sqrt{5}-\sqrt{5}+4=4$

$4=\text{const}$



$2\sqrt{21+4x-x^2}$

$16+84=100$

$2;\ 25$

$0-\sqrt{4}+4=+2$

$a^2+b^2+16-2ab-8b+8a=4a^2b^2$

$\sqrt{10}+4$

$(a^2+8a+16)+(b^2-8b+16)=\left(4a^2b^2+2ab+\frac{1}{4}\right)$

$-x^2+4x+17=0$

16 $\quad$ 32 $\quad$ -16 $\quad$ $\frac{1}{4}$ $\quad$ $-\frac{1}{4}$

$x^2-4x-17=0$

$(a+4)^2+(b-4)^2=\left(2ab+\frac{1}{4}\right)^2+15\frac{3}{4}$

$D=16+40+28=40+44=84$

211007742 (U861282 M1273301)

Часть 2

Олимпиада: **Математика, 10 класс (2 часть)**

Шифр: **211007742**

ID профиля: **861282**

Вариант 10

Черновик

(2) (5)

$y = x$ и $y = 69 - x$ — диагонали они пересекаются не в узле сетки (т.к. $x = 69 - x$, $2x = 69$ не имеет целочисленных корней)

1. Мы посчитаем кол-во способов выбрать два узла так, чтобы они удовлетворяли условию и только один из них лежал на диагонали

$$\Big(\overbrace{68^2}^{\text{всего узлов}} - \underbrace{68 \cdot 2}_{\text{узлы на диагоналях}} - \overbrace{66 \cdot 2}^{\text{исключаем узлы, находящиеся в одной строке или одном столбце с выбранной клеткой, не лежащ. уже выбран.}}\Big) \cdot \underbrace{68 \cdot 2}_{\text{кол-во клеток на двух диагоналях}}$$

2. Мы посчитаем кол-во способов выбрать 2 узла, чтобы оба лежали на диагоналях и удовлетворяли условию

кол-во узлов на диагоналях

$$\big(68 \cdot 2 - \underbrace{1}_{\text{клетка, которую мы взяли}} - \underbrace{2}_{\text{в одном столбце или строке с выбр.}}\big) \cdot 68 \cdot 2 : \underset{\text{т.к. мы посчитали два раза каждую пару узлов}}{2}$$

Кол-во способов выбрать $= (68^2 - 68 \cdot 2 - 66 \cdot 2) \cdot 68 \cdot 2 + (68 \cdot 2 - 1 - 2) \cdot 68 \cdot 2 : 2 =$

$= \cancel{68^2} - (68 \cdot 66 - 66 \cdot 2) \cdot 68 \cdot 2 + (68 \cdot 2 - 3) \cdot 68 = (66^2 \cdot 2 + 68 \cdot 2 - 3) \cdot 68$

66×66: 396, 396, 4356

$4356 \times 2 = 8712$

$68 \times 2 = 136$

$136 - 3 = 133$

$8712 + 133 = 8845$

8845×68: 70760, 53070, 601460

Ответ: 601460 способов

Чистовик

③ (6)

а) $\triangle BOC$ и $\triangle AOD$ - правильные $\Rightarrow \angle AOD=\angle ODA=\angle DAO=\angle BCO=\angle COB=\angle OBC=60^\circ$ и

$AO=OD=AD$, $BC=CO=OB$

т.к. $\angle ADB=\angle ACB$, то $ABCD$ - вписанный четырехугольник

Пусть M - середина CD. Тогда по условию O симметрична T относительно $M \Rightarrow$

$OM=MT$

т.к. $OM=MT$ и $CM=MD \Rightarrow OCTD$ - параллелограмм $\Rightarrow \angle CTD=\angle COD$

M-точка пер. диагоналей $OCTD$

$\angle COD = 180-\angle COB = 180-60=120^\circ \Rightarrow \angle CTD=120^\circ$

$\angle CTD=120^\circ$, $\angle DBC=60^\circ \Rightarrow \angle CTD+\angle DBC=180^\circ$ и $CBDT$ - вписанный четырехугольник

Т.к. окружности, описанные около $ABCD$ и $BCTD$ имеют 3 общие точки $\Rightarrow$ они совпадают и все точки A,B,C,T,D лежат на одной окружности

Площадь равностороннего $\triangle$ со стороной a

h-высота и медиана $\Rightarrow$

$h^2=a^2-\left(\frac{a}{2}\right)^2=a^2-\frac{a^2}{4}=\frac{3a^2}{4}$

$h=\frac{a\sqrt{3}}{2}$

$S_\triangle=\frac{a\cdot h}{2}=\frac{a\cdot a\sqrt{3}}{2\cdot 2}=\frac{a^2\sqrt{3}}{2}$

$\angle ATB=\angle ACB=60^\circ$, опирающая на $\smile AB$

$\angle ACT=180-\angle COD=60^\circ$, т.к. $OCTD$ - паралл.

$\angle ABT=\angle ACT=60^\circ$, опираются на $\smile AT$

$\angle ABT=\angle ATB=60^\circ \Rightarrow \triangle ABT$ - правильный

б) $BC=2$ $AD=7$

$AB^2=AO^2+OB^2-2AO\cdot OB\cdot\cos(\angle AOB)=AD^2+BC^2+2\cdot AD\cdot BC\cdot\cos(\angle BOC)=7^2+2^2+2\cdot 7\cdot 4\cdot\frac{1}{2}=$

$=67$

$\triangle AOB=\triangle DOC$ по двум сторонам и углу между ними ($\angle AOB=\angle BOC$ как вертикальный)

$\Rightarrow AB=CD$ и $ABCD$ - равнобедр. трапеция ($AD\parallel BC$, т.к. $\angle CBO=\angle ADB$ и они накрест лежащие)

т.к. $ABCD$ - равнобедр. трапеция, то проведем высоту BH и $AH=\frac{AD-BC}{2}=\frac{5}{2}$

$BH^2=AB^2-AH^2=67-\frac{25}{4}=\frac{268-25}{4}=\frac{243}{4}=\frac{3^4}{4}\cdot 3$

$BH=4{,}5\sqrt{3}$

$S_{ABT}=\frac{AB^2\sqrt{3}}{4}$, т.к. $\triangle ABT$ - равноб.

$S_{ABCD}=\frac{BC+AD}{2}\cdot BH$

$\frac{S_{ABT}}{S_{ABCD}}=\frac{AB^2\sqrt{3}\cdot 2}{4\cdot 9\cdot BH}=\frac{67\cdot 2\sqrt{3}}{4\cdot 9\cdot 4{,}5\sqrt{3}}=\frac{67}{9^2}=\frac{67}{81}$

Ответ: $\frac{67}{81}=\frac{S_{ABT}}{S_{ABCD}}$

Чистовик

1 (4)

$$\begin{cases} \dfrac{6}{x^2+y^2} + x^2y^2 = 10 \\ x^4+y^4+7x^2y^2 = 81 \end{cases}$$

$a = x^2+y^2$

$b = x^2y^2$

$$\begin{cases} \dfrac{6}{a} + b = 10 \\ a^2 + 5b = 81 \end{cases}$$

$$\begin{cases} b = 10 - \dfrac{6}{a} \\ a^2+5b=81 \end{cases}$$

$a^2 + 5\left(10 - \dfrac{6}{a}\right) = 81$

$a^2 + 50 - \dfrac{30}{a} = 81$

$a^2 - 31 - \dfrac{30}{a} = 0$

$a^3 - 31a - 30 = 0$

$(a-6)(a^2+6a+5) = 0$

$(a-6)(a+5)(a+1) = 0$

$a = 6$ или $a = -1$ или $a = -5$

$x^2+y^2 = -1$ нет решений, т.к. $x^2+y^2 \geq 0$

$x^2+y^2 = -5$ нет решений, т.к $x^2+y^2 \geq 0$

$a = 6$

$b = 10 - \dfrac{6}{a} = 10 - \dfrac{6}{6} = 9$

$$\begin{cases} x^2+y^2 = 6 \\ x^2y^2 = 9 \end{cases} \quad \begin{cases} x^2 = 6-y^2 \\ x^2y^2 = 9 \end{cases}$$

$(6-y^2)y^2 = 9$

$6y^2 - y^4 = 9$

$y^4 - 6y^2 + 9 = 0$

$(y^2-3)^2 = 0$

$y^2 - 3 = 0$

$y = \pm\sqrt{3}$

$x^2 = 6 - y^2 = 6 - 3 = 3$

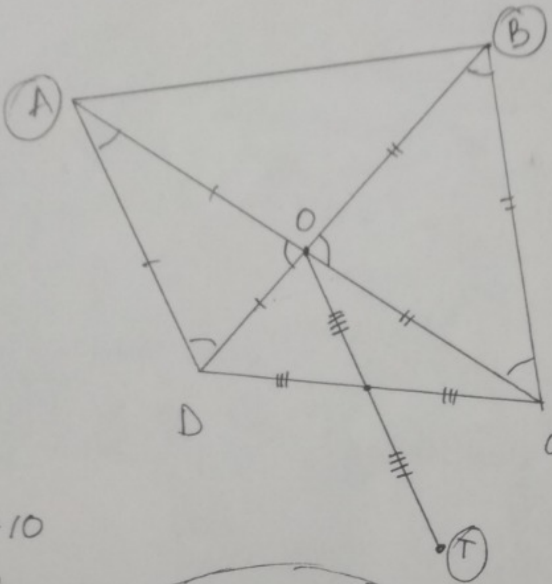
$x = \pm\sqrt{3}$

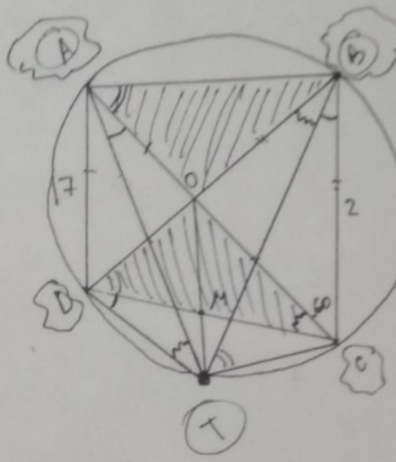
Ответ: $(\sqrt{3}; \sqrt{3})$; $(\sqrt{3}; -\sqrt{3})$; $(-\sqrt{3}; \sqrt{3})$; $(-\sqrt{3}; -\sqrt{3})$

Черновик

$66^2 \cdot 68 \cdot 2 + 133 \cdot 68$

$(66^2 \cdot 2 + 133) \cdot 68$





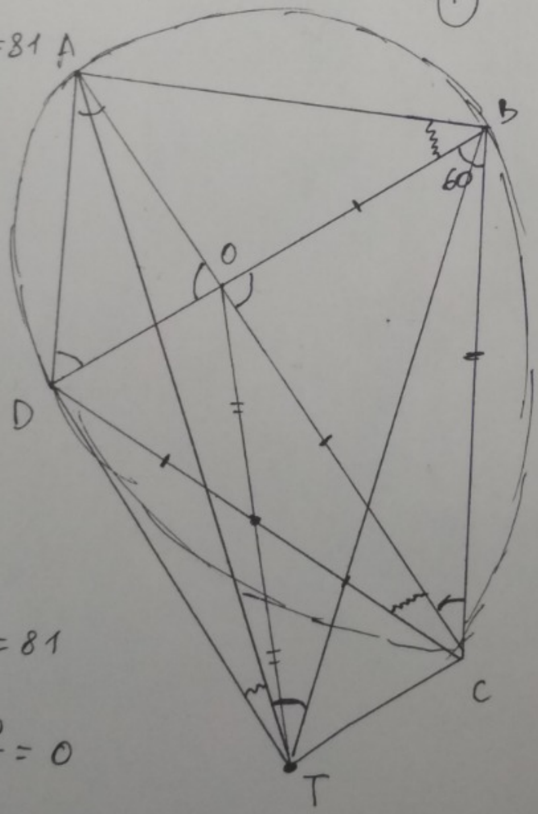
$a = x^2 + y^2$

$b = x^2 y^2$

$\begin{cases} \frac{6}{a} + b = 10 \\ a^2 - 2b + 7b = 81 \end{cases}$

$\begin{cases} \frac{6}{a} + b = 10 \\ a^2 - 5b = 81 \end{cases}$

BC = 2 AD = 7



$\angle COD = 180$

$\angle CTD = \angle COD$, т.к. паралл. $\Rightarrow$

$\angle CTD = 120°$

$\angle CTD + \angle CBD = 180$

$T \in \omega$ $AB = a$

$b = 10 - \frac{6}{a}$

$a^2 - 50 + \frac{30}{a} = 81$

$a^2 - 131 + \frac{30}{a} = 0$

$a^3 - 131a + 30 = 0$

$\cancel{216 + 30}$

$1000 - 1310 + 30$

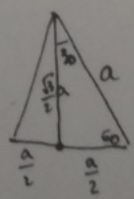
2 5 6 15

$\cancel{125 - 131 \cdot 5}$

$\cancel{\times 225 \cdot 15 = 1125 + 225 = 3375}$

$\cancel{\times 131}$

$\frac{S_{ABT}}{S_{ABCD}} =$



$\frac{a}{2} \cdot \frac{\sqrt{3}a}{2} = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$

S_{ABT}

$S_{ABCD} = \sqrt{(9+a)^2(7+2a)(2+2a)} =$

$= \sqrt{(81 + 18a + a^2)(4a^2 + 18a + 14)}$

$\frac{\frac{67^2 \cdot \sqrt{3}}{4} \cdot 2}{9 \cdot 4{,}5\sqrt{3}} = \frac{67^2\sqrt{3}}{9 \cdot 9 \cdot \sqrt{3}} = \frac{67}{81}$

черновик

$\frac{6}{a}+b=10$

$ab-10a+6=0$

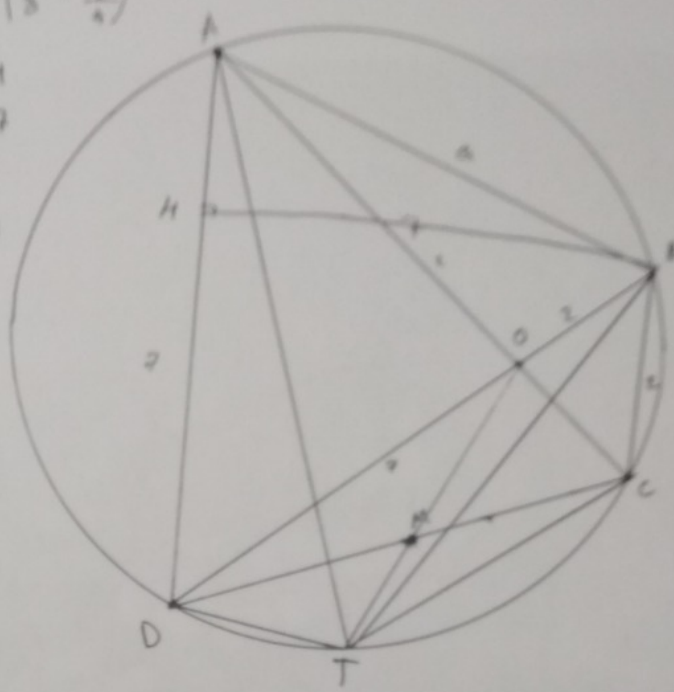
$a(b-10)=-6$

$a=-\frac{6}{b-10}$

1	4
2	7
3	8
6	9

$36+45=81$

$\frac{36}{b^2-20b+100}=81+5b$



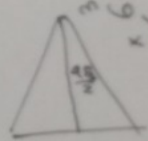
h

$S_{ABCD}=\frac{2+7}{2}\cdot h$

$S_{ABT}=\frac{a^2\sqrt{3}}{4}$

ABCD - равноб. трапеция

BH - высота $\quad BH=h$

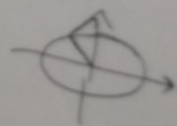


$AH=\frac{AD-BC}{2}=\frac{5}{2}$

$a^2=\frac{25}{4}+h^2$

$\frac{\frac{4h^2+25}{4}\sqrt{3}}{4}=\frac{(4h^2+25)\sqrt{3}}{16}$

$S_{ABCD}=S_{BOC}+S_{AOD}+2S_{AOB}$ (т.к. $S_{AOB}=S_{COD}$)



$AB^2=2^2+7^2-2\cdot2\cdot7\cdot\cos120=4+49+28\cdot\frac{1}{2}=53+14=67$

$$\begin{array}{r} 592416 \\ +\ 9044 \\ \hline 601460 \end{array}$$

$$\begin{array}{l|l} a^3-31a-30 & a-6 \\ \hline a^3+6a^2 & a^2+6a+5 \\ \hline 6a^2-31a-30 & \\ 6a^2-36a & \\ \hline 5a-30 & \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 67 \\ \times\ 4 \\ \hline 268 \end{array}$$

$243=3^5$

$$\begin{array}{r} 4356 \\ \times\ 68 \\ \hline 34848 \\ 26136 \\ \hline 296208 \\ \times\ 2 \\ \hline 592416 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 133 \\ \times\ 68 \\ \hline 1064 \\ 798 \\ \hline 9044 \end{array}$$

$36-31-5$

Черновик

$$\begin{cases} \dfrac{6}{x^2+y^2} + x^2y^2 = 10 \\ x^4+y^4+7x^2y^2 = 81 \end{cases}$$

$$6 + x^4y^2 + x^2y^4 = 10x^2 + 10y^2$$

$a = x^2 \quad b = y^2$

$$\begin{cases} \dfrac{6}{a+b} + ab = 10 \\ a^2+b^2+7ab = 81 \end{cases} \qquad \begin{cases} 6 + a^2b + ab^2 - 10a - 10b = 0 \\ a^2+b^2+7ab = 81 \end{cases}$$

$$a^2 + 7b\cdot a + b^2 - 81 = 0$$

$$D = 49b^2 - 4b^2 + 4\cdot 81 = 45b^2 + 324$$

$$a = \frac{-7b \pm \sqrt{45b^2+324}}{2}$$

$$b\cdot a^2 + (b^2-10)\cdot a + 6 - 10b = 0$$

$$D = (b^2-10)^2 - 4(6-10b)\cdot b = b^4 - 20b^2 + 100 + 40b^2 - 24b = b^4 + 20b^2 + 100 - 24b$$

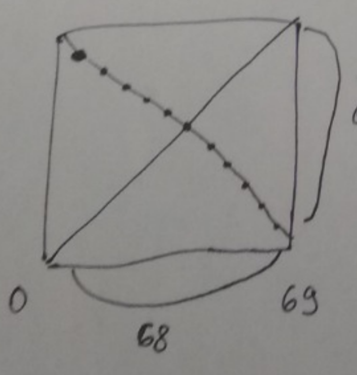
$$a = \frac{-b^2 + 10 \pm \sqrt{b^4 + 20b^2 + 100 - 24b}}{2b}$$

$$\cancel{\frac{6}{x^2+y^2} + \frac{x^4+y^4-81}{7} = 10}$$

$\cancel{42 -}$

$$x^2y^2 = \frac{81 - x^4 - y^4}{7}$$

$$(x^2+y^2)^2 = 81 - 5x^2y^2$$



$69 - x = x$

не в узле

1 точка на диагонали:

$$\Big(68^2 - \underbrace{68\cdot 2}_{\text{диагонали}} - \underbrace{66\cdot 2}_{\text{строка и столбец (2 на диаг)}}\Big)\cdot 68\cdot 2$$

Обе точки на диагонали:

$$\frac{\Big(68\cdot 2 - \underbrace{1}_{\text{сама точка}} - \underbrace{2}_{\text{столб. и строка}}\Big)\cdot 68\cdot 2}{2} = (68\cdot 2 - 3)\cdot 68$$

3