Часть 1

Олимпиада: **Математика, 10 класс (1 часть)**

Шифр: **211007709**

ID профиля: **800749**

Вариант 10

$\boxed{N2}$

$$\sqrt{x+3}-\sqrt{7-x}+4=2\sqrt{-(x^2-4x-21)}$$

$$x^2-4x-21=(x-7)(x+3)$$

$$\sqrt{x+3}-\sqrt{7-x}+4=2\sqrt{(7-x)(x+3)}$$

Замена: $\sqrt{x+3}=a\geq 0 \Rightarrow a^2=x+3$
$\sqrt{7-x}=b\geq 0 \Rightarrow b^2=7-x$ $\Big| \Rightarrow a^2+b^2=10$

$$\begin{cases} a-b+4=2ab & (1) \\ a^2+b^2=10 & (2) \end{cases}$$

(1) $a-2ab=b-4$

$a(1-2b)=b-4$

$a=\dfrac{b-4}{1-2b}$ – подставим в (2)

$$\frac{(b-4)^2}{(1-2b)^2}+b^2=10$$

$$\frac{b^2-8b+16}{4b^2-4b+1}+b^2-10=0.$$

$$\frac{b^2-8b+16+4b^4-4b^3+b^2-40b^2+40b-10}{4b^2-4b+1}=0.$$

$$\frac{4b^4-4b^3-38b^2+32b+6}{4b^2-4b+1}=0.$$

$$\frac{2b^4-2b^3-19b^2+16b+3}{4b^2-4b+1}=0.$$

$$2b^4-2b^3-19b^2+16b+3=0.$$

$\boxed{b=1 \text{ – корень}}$! $2\cdot 1^4-2\cdot 1^3-19\cdot 1^2+16\cdot 1+3=0$

$0=0.$

$$\begin{array}{l|l} 2b^4-2b^3-19b^2+16b+3 & b-1 \\ \hline -\ 2b^4-2b^3 & 2b^3-19b-3 \\ \quad\quad -19b^2+16b+3 & \\ \quad -\ -19b^2+19b & \\ \quad\quad\quad -3b+3 & \\ \quad\quad -\ -3b+3 & \\ \quad\quad\quad\quad 0 & \end{array}$$

211007709 (U800749 M1276034)

$$(b-1)(2b^3-19b-3)=0$$

$$\boxed{b=-3 - \text{корень}}$$

$$\begin{array}{l|l} 2b^3-19b-3 & b+3 \\ \hline -\ 2b^3+6b^2 & 2b^2-6b-1 \\ \quad -6b^2-19b-3 & \\ \quad -\ -6b^2-18b & \\ \qquad -b-3 & \\ \qquad -\ -b-3 & \\ \qquad\quad 0 & \end{array}$$

$$(b-1)(b+3)(2b^2-6b-1)=0$$

$$2b^2-6b-1=0.$$

$$D=36+8=44=4\cdot 11$$

$$b=\frac{6\pm 2\sqrt{11}}{4}=\frac{3\pm\sqrt{11}}{2}$$

$$\cancel{(b-1)(b+3)}$$

$$\left[\begin{array}{l} b=1 \quad (1) \\ b=-3 <0 - \text{не подходит т.к. } b\geq 0. \\ b=\dfrac{3+\sqrt{11}}{2} \quad (2) \\ b=\dfrac{3-\sqrt{11}}{2} <0 \ \text{не подходит т.к. } b\geq 0. \end{array}\right.$$

(1) $b=1$

$$\frac{b-4}{1-2b}=a$$

$$\frac{1-4}{1-2}=a$$

$$\frac{-3}{-1}=3=a$$

$$\begin{cases} a=3 \\ b=1 \end{cases} \quad \begin{cases} \sqrt{x+3}=3 \\ \sqrt{7-x}=1 \end{cases} \quad \begin{cases} x+3=9 \\ 7-x=1 \end{cases} \quad \begin{cases} x=6 \\ x=6 \end{cases} \quad \boxed{x=6}$$

(2) $b=\dfrac{3+\sqrt{11}}{2}$

$$a=\frac{b-4}{1-2b}=\frac{\frac{3+\sqrt{11}-8}{2}}{1-(3+\sqrt{11})}=\frac{-5+\sqrt{11}}{2(-2-\sqrt{11})}=\frac{-5+\sqrt{11}}{-4-2\sqrt{11}}=\frac{-3+\sqrt{11}}{2}$$

$$\begin{cases} a=\dfrac{\sqrt{11}-3}{2}>0 \\ b=\dfrac{3+\sqrt{11}}{2}>0 \end{cases} \quad \begin{cases} \sqrt{x+3}=\dfrac{\sqrt{11}-3}{2} \\ \sqrt{7-x}=\dfrac{\sqrt{11}+3}{2} \end{cases} \quad \begin{cases} x+3=\dfrac{10-3\sqrt{11}}{2} \\ 7-x=\dfrac{10+3\sqrt{11}}{2} \end{cases} \quad \begin{cases} x=\dfrac{4-3\sqrt{11}}{2} \\ x=\dfrac{4-3\sqrt{11}}{2} \end{cases} \quad \boxed{x=\dfrac{4-3\sqrt{11}}{2}}$$

③ ③ т.к. $1-2B$ у нас оказался в знаменателе, проверим не является ли он корнем.

$1-2B=0$

$2B=1$

$B=\frac{1}{2}$ $\sqrt{7-x}=\frac{1}{2}$

$7-x=\frac{1}{4}$

$x=\frac{28-1}{4}=\frac{27}{4}.$

$$\sqrt{\frac{27}{4}+3}-\sqrt{7-\frac{27}{4}}+4=2\sqrt{\left(7-\frac{27}{4}\right)\left(\frac{27}{4}+3\right)}$$

$$\sqrt{\frac{27+12}{4}}-\sqrt{\frac{28-27}{4}}+4=2\sqrt{\frac{1}{4}\cdot\frac{39}{4}}$$

$$\cancel{\sqrt{\frac{39}{4}}}-\frac{1}{2}+4=\cancel{\sqrt{\frac{39}{4}}}.$$

$x=\frac{27}{4}$

$4-\frac{1}{2}=0$ $\varnothing$. $\Rightarrow$ $\cancel{B=\frac{1}{2}}$ – не является корнем

Ответ: $x\in\left\{6;\ \frac{4-3\sqrt{11}}{2}\right\}.$

$x = \frac{4-3\sqrt{11}}{2}$

$\boxed{N3}$

1) ~~2x+5y=~~ $2x - y = 5$

$y = 2x - 5.$

x	0	1
y	-5	-3

2) $ax^2 - 2a^2x - ay + a^3 + 3 = 0.$

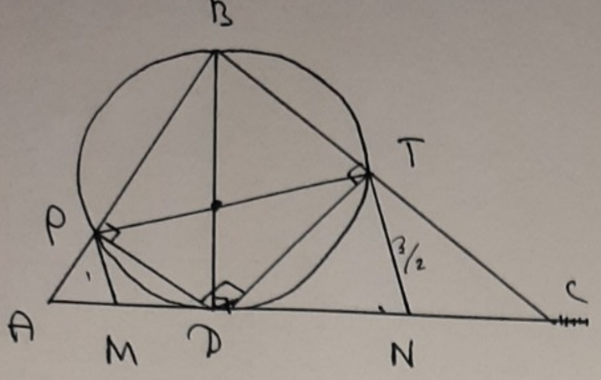
$ay = ax^2 - 2a^2x + a^3 + 3$

$y = x^2 - 2ax + a^2 + \frac{3}{a}$

$y = (x-a)^2 + \frac{3}{a}$

3) $5a^2 - 4ay + 8x^2 - 4xy + y^2 + 12ax = 0$

N1



1) Т.к. ~~BD~~ BD – диаметр,
D ∈ прямой AN ⇒
⇒ AN – касательная окр-сти с диаметром BD
⇒ $BD \perp AN$

2) Т.к. $\angle BPD$ – вписан и опирается на ~~дугу BD~~ диаметр BD ⇒ $\angle BPD = 90°$

3) Аналогично $\angle BTD = 90°$

4) Т.к. ~~КАРТАЛ~~
$MP \parallel TN$ ⇒ MPTN – трапец. ⇒ углы при боковых сторонах в сумме дают 180°
⇒ $\angle MPT + \angle MTP = 180°$

5) ⇒ ~~$\angle PDT = 90°$~~ PT – диаметр ⇒ $\underbrace{\angle PDT = 90° \Rightarrow \angle PBT = 90°}_{\text{как впис. углы, опирающиеся на диаметр.}}$
~~т.к.~~ .

⇒ $\angle ABC = 90°$

211007709 (U800749 M1276034)

$12ax$ 2 6.

$y^2-4xy-4ay$

$y^2-4ay+\cancel{2}\,4a^2$

$y(y-4x-4a)$

$(y-2a)^2+a^2+8x^2-4xy+12ax.$

$x^2\cancel{4}-4xy+y^2$

$4x^2-4xy+y^2$

$12ax=2\cdot2\cdot3ax$

$4x^2-12ax+9a^2$

$-4a^2$

$4x^2+4x^2+12ax+9a^2-4a^2-4ay-4xy+y^2=0.$

$4x^2-4xy$

$-(4a^2$

2.2.3

$4a^2+12ax+9x^2-x^2$

$a^2-x^2-4ay-4xy+y^2$

$a^2-4ay+4y^2-3y^2$

$5a^2-4ay+8x^2-4xy+y^2+12ax=0.$

$4a^2-4ay+y^2$

$a^2+8x^2-4xy+12ax=0.$

$\cancel{4(4x^2-xy+3ax)=0.}$

$a^2+12ax+8x^2-4xy=0.$

2.6.

211007709 (U800749 M1276034)

$$\frac{2\cdot 2^4}{3^4}-\frac{2\cdot 2^3}{3^3}-\frac{19\cdot 2^2}{3^2}+\frac{16\cdot 2}{3}+3=0.$$

$$\frac{2\cdot 16}{81}+\frac{16}{}$$

$$\frac{32}{81}-\frac{16}{27}-\frac{19\cdot 4}{9}+\frac{32}{3}+3=0.$$

$$2-2-19+16+3=0.$$

$$0-19+19=0.$$

$$\frac{32-30-18}{81}-\frac{40+36}{9}+\frac{96}{9}+3=0.$$

$$20+18$$

$$-\frac{16}{81}+\frac{20}{9}+3=0. \quad -\frac{2\cdot 2^3}{3^3}+\frac{19\cdot 2}{3}-3=0.$$

$$\frac{38\cdot 9}{3}=$$

$$=270.$$

$$\frac{180-16}{81}+3=0. \quad -\left(\frac{16+60+21}{27}\right)+$$

$$\emptyset$$

$$\frac{164}{81}+3\neq 0$$

$$-\frac{2}{27}+\frac{19}{3}-3=0.$$

$$\boxed{b=1}$$

$$2b^4-2b^3-19b^2+16b+3 \,\big|\, b-1$$

$$2b^3-19b-3$$

$$-\;2b^4-2b^3$$

$$-19b^2+16b$$

$$-\;-19b^2+19b$$

$$-3b+3$$

$$-\;-3b+3$$

$$0$$

$$\frac{18}{3}-3+\frac{1}{3}-\frac{2}{27}$$

$$\emptyset$$

$$2\cdot 3\cdot 3\cdot 3-19.$$

$$\underbrace{2\cdot 2}_{4}\cdot\underbrace{2\cdot 2}_{4}$$

$$-8b \quad -11b. \quad -117b$$

$$16- \quad -16-3$$

$$2b(b^2-4)$$

$$2b(b^2-1)$$

$$2b\left(b^2-\frac{4}{9}\right)$$

$$\frac{8}{9}b$$

$$-2$$

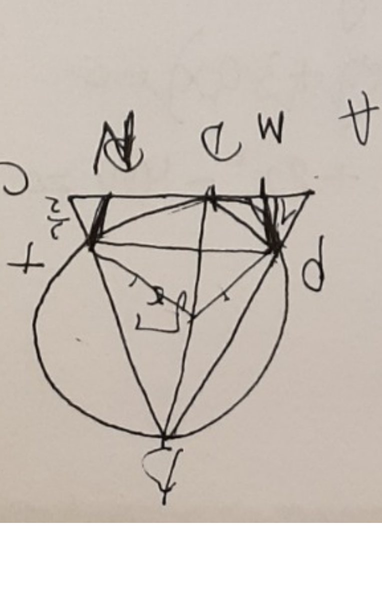
$$2b^3-2b$$

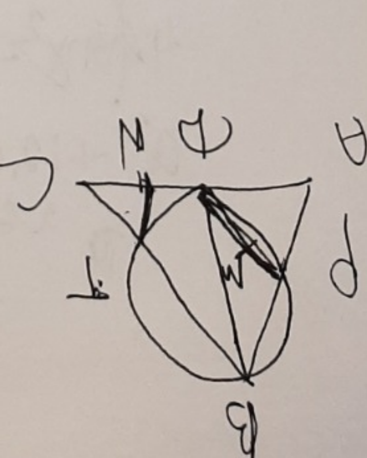
$$2b^3-4b$$

$$2b^3-8b-11b-3$$

$$2b^3-10b-9b-3$$

$$2b^3-$$





$5a^2-4ay+8x^2-4xy+y^2+12ax=0.$ 9 членов. рб.

$12ax=2\cdot2\cdot3ax$

$9a^2+12ax+4x^2$ $(3a+2x)^2$

$-4a^2$ $+4x^2$

$\cancel{y^2-4xy-4ay=-5a^2}.$

$2x-5=(x-a)^2+\frac{3}{a}$

$12ax=2\cdot6$ $36x^2$

$+36x^2-24x^2$

$x^2-2ax+a^2+\frac{3}{a}-2x+5=0.$

$x^2-2x(a+1)+a^2+\frac{3}{a}+5=0.$

$y^2-4xy+4x^2$ $(y-2x)^2$

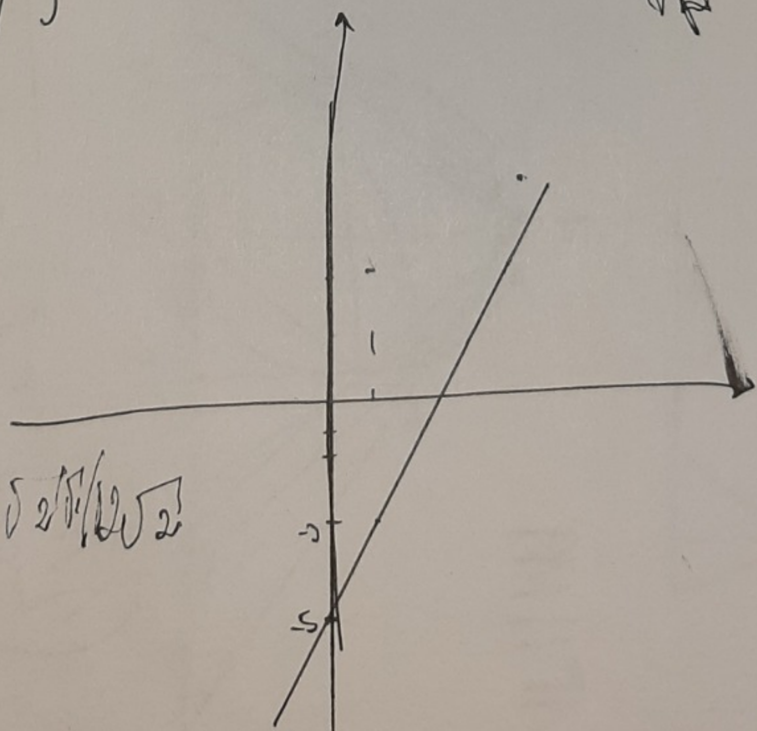
$9a^2+12ax+4x^2$ $(3a+2x)^2$

$-4a^2-4ay$

$-4a(a+y)$

$12ax$

a^2+9x^2



$-x^2$

$+a^2$ $4-\sqrt{2}$ $12\sqrt{2}$

$\sqrt{2}y+$

211007709 (U800749 M1276034)

$$Q = \frac{b-4}{1-2b}$$

$$(\sqrt{11}-3)^2 = 11 - 3\cdot 2\sqrt{11} + 9 = \frac{\cancel{3}20 - 6\sqrt{11}}{4} = \frac{10-3\sqrt{11}-6}{2}$$

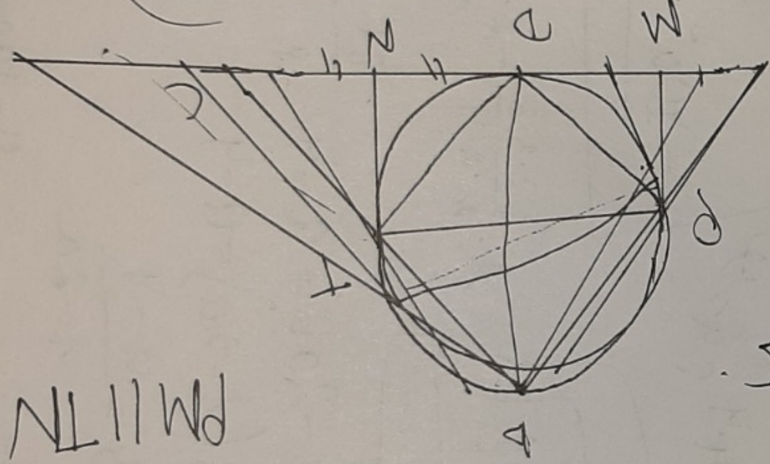
$4-3\sqrt{11}$

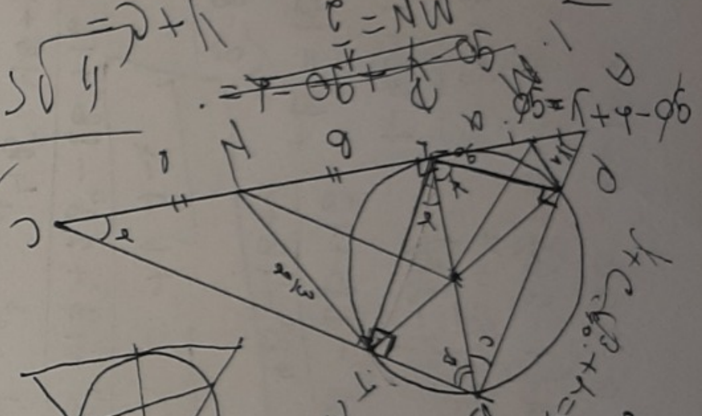
$$(\sqrt{11}+3)^2 = \frac{11+5+6\sqrt{11}}{4} = \frac{20+6\sqrt{4}}{4} = \frac{10+3\sqrt{4}}{2}$$

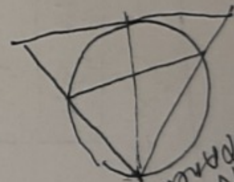
$$\frac{14-10-3\sqrt{4}}{2}$$

$\gamma+\alpha=$

$MN = \frac{c}{2}$







$x=$

$y = 2x-5$

$2x-y=5$

PM || TN

PT-диаметр

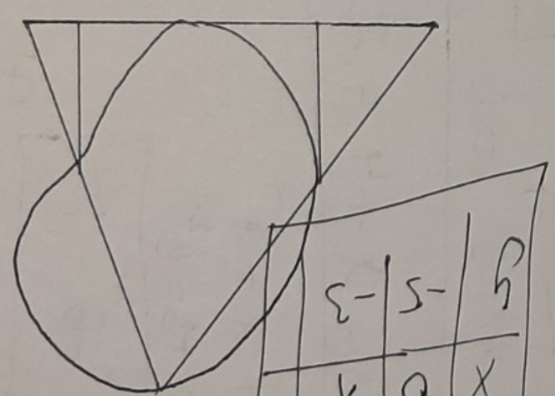
PM || TN

PMTN-трапец.

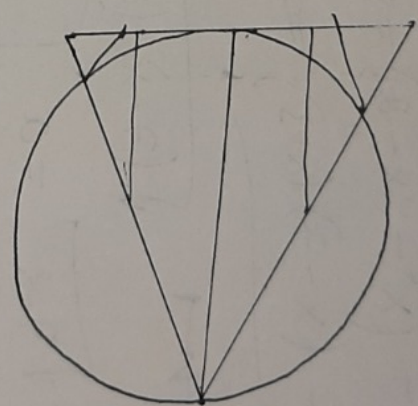
$\alpha+\beta=90$

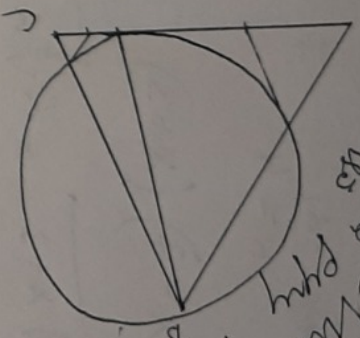
$\gamma+C+\beta+\alpha=180$

∠PBT опирается на дугу PDT



x	0	1
y	-5	-3





211007709 (U800749 M1276034)

$-x^2+4x+21=0.$

$x^2-4x-21=0.$

$\cdot = -21$ $\quad 7\cdot(-3)$

$+ = 4$

$(x-7)(x+3)$

$4+\sqrt{x+3} = 2\sqrt{21+4x-x^2} + \sqrt{7-x}$

$-(x^2-4x-21)=0.$

$-(x-7)(x+3)=0.$

$\sqrt{(7-x)(x+3)}=0.$

$\sqrt{7-x}=a$

$\sqrt{x+3}=b.$

$\boxed{b-a+4=2ab}$

$7-x=a^2$

$x+3=b^2$

$\boxed{a^2+b^2=10}$

$b-2ab=a-4$

$b(1-2a)=a-4$

$b=\dfrac{a-4}{1-2a}$

$\left(\dfrac{a-4}{1-2a}\right)^2+a^2=10$

$\dfrac{a^2-8a+16}{4a^2-4a+1}+4a$

$a-2ab=b-4$

$a(1-2b)=b-4$

$a^2=\left(\dfrac{b-4}{1-2b}\right)^2=\dfrac{b^2-8b+16}{1-4b+4b^2}=$

$\dfrac{b^2-8b+16}{4b^2-4b+1}+b^2=10.$

$\dfrac{b^2-8b+16+4b^4-4b^3+b^2}{4b^2-4b+1}=10$

$\dfrac{4b^4-4b^3+2b^2-8b+16-40b^2+40b-10}{4b^2-4b+1}=0.$

$\dfrac{4b^4-4b^3-38b^2+32b+6}{4b^2-4b+1}=0.$

$\boxed{2b^4-2b^3-19b^2+16b+3=0}$

$\dfrac{a^2-8a+16+4a^2-4a^3+a^2-}{}$

$\dfrac{-40a^2+40a-10}{}$

$4\cdot4\cdot2$ $\quad 8\cdot4=32$

$2\cdot\dfrac{3\cdot3\cdot3\cdot3}{2\cdot2\cdot4}-2\cdot\dfrac{9\cdot3}{2\cdot4}-\dfrac{19\cdot3\cdot3}{4}+\dfrac{16\cdot3}{2}+3=0.$

$\dfrac{81}{8}-\dfrac{27}{4}-\dfrac{171}{4}+\underbrace{24+3}_{27.}=0.$

$\dfrac{198}{4}=\dfrac{99}{2}$

$\dfrac{81-198\cdot2}{4}+27=0.$

$\dfrac{81-396}{4}+27=0.$

$\varnothing$

$19\times9=171$

$\dfrac{3-\sqrt{11}}{4}<0$

44

$171+27=198$

$198 : 2 = 99$

$198\times2=396$

$-76+$

Часть 2

Олимпиада: **Математика, 10 класс (2 часть)**

Шифр: **211007709**

ID профиля: **800749**

Вариант 10

№4

Часть 2
Чистовик №1

$$\begin{cases} \dfrac{6}{x^2+y^2} + x^2y^2 = 10 \\ x^4+y^4+7x^2y^2=81 \end{cases}$$

Замена: $\begin{cases} x^2+y^2 = a \geq 0 \\ x^2y^2 = b \geq 0 \end{cases}$

$$\begin{cases} \dfrac{6}{a} + b = 10 \quad (1) \\ a^2+5b=81 \end{cases}$$

(1) $\dfrac{6+ab-10a}{a}=0$

$a \neq 0 \Rightarrow x^2+y^2 \neq 0 \Rightarrow \begin{cases} x^2 \neq 0 \\ y^2 \neq 0 \end{cases} \begin{cases} x \neq 0 \\ y \neq 0 \end{cases}$

$6+ab-10a=0$

$ab=10a-6$

$b=\dfrac{10a-6}{a}$ – подставим в (2)

$a^2+\dfrac{5\cdot(10a-6)}{a}-81=0.$

$\dfrac{a^3-30+50a-81a}{a}=0$

$\dfrac{a^3-31a-30}{a}=0$

$a \neq 0$

$a^3-31a-30=0.$

$a=-1$ – корень

$$\begin{array}{r|l} a^3-31a-30 & a+1 \\ \cline{2-2} -(a^3+a^2) & a^2-a-30 \\ \hline -a^2-31a-30 & \\ -(-a^2-a) & \\ \hline -30a-30 & \\ -(-30a-30) & \\ \hline 0. & \end{array}$$

$(a+1)(a^2-a-30)=0.$

$\left[\begin{array}{l} a^2-a-30=0 \\ a=-1 \end{array}\right.$

ЧАСТЬ 2
ЧИСТОВИК №2

$D = 1 + 120 = 121$

$a = \frac{1 \pm 11}{2} = \left[\begin{array}{l} 6 \\ -5 \end{array}\right.$

$\left[\begin{array}{ll} a = 6 & \\ a = -5 & < 0 \Rightarrow \text{не подходит, т.к. } a \geq 0 \\ a = -1 & < 0 \Rightarrow \text{не подходит т.к. } a \geq 0. \end{array}\right.$

$\begin{cases} a = 6 \\ b = \frac{10a - 6}{a} \end{cases}$ $\begin{cases} a = 6 \\ b = \frac{60 - 6}{6} \end{cases}$ $\begin{cases} a = 6 \\ b = 9 \end{cases}$

$\begin{cases} x^2 + y^2 = 6 \\ x^2 y^2 = 9 \end{cases}$ $\begin{cases} x^2 = 6 - y^2 \\ (6 - y^2)(y^2) = 9 \end{cases}$ $(\star)$

$(\star)$ Замена: $y^2 = t$

$t(6 - t) = 9$

$-t^2 + 6t - 9 = 0$

$t^2 - 6t + 9 = 0.$

$D = 36 - 36 = 0.$

$(t - 3)^2 = 0$

$t = 3$

Обр. замена: $\begin{cases} y^2 = 3 \\ x^2 = 6 - 3 \end{cases}$ $\begin{cases} y^2 = 3 \\ x^2 = 3 \end{cases}$ $\left[\begin{array}{l} \begin{cases} y = \sqrt{3} \\ x = \sqrt{3} \end{cases} \\ \begin{cases} y = \sqrt{3} \\ x = -\sqrt{3} \end{cases} \\ \begin{cases} y = -\sqrt{3} \\ x = \sqrt{3} \end{cases} \\ \begin{cases} y = -\sqrt{3} \\ x = -\sqrt{3} \end{cases} \end{array}\right.$

Ответ: $(-\sqrt{3}; -\sqrt{3})$ $(-\sqrt{3}; \sqrt{3})$
$(\sqrt{3}; -\sqrt{3})$ $(\sqrt{3}; \sqrt{3})$

N 5

1) На каждой из прямых $x=y$ и $y=69-x$ по 68 точек
2) Центральная точка не лежит на узлах — у нее не целые координаты.
3) Всего точек внутри квадрата с целочисленными координатами $68 \times 68 = 4624$

Если мы берем одну из точек на прямой $y=x$, то горизонт. и вертикальн. прямая (т.е. два по 68) для второй точки не подходят, т.е вторую точку можем взять $67 \cdot 67$ способами

$\Rightarrow$ всего вариантов $68 \cdot 67 \cdot 67$ — для каждой из прямых

прямых две $\Rightarrow$ всего вариантов $68 \cdot 67 \cdot 67 \cdot 2$

4) Теперь из этого числа надо вычесть повторения. Мы дважды считали те точки, которые обе лежат на одной из прямых или одна на первой прямой и одна на второй прямой

5) Точки ~~которые~~ дважды лежат на одной из прямых

(т.к прямых 2)

$$\frac{2 \cdot C_{68}^{2}}{2} = 2 \cdot \frac{68!}{2 \cdot 66! \cdot 2!} = \frac{66! \cdot 2 \cdot 67 \cdot 68}{66! \cdot 2 \cdot 1 \cdot 2} = \frac{67 \cdot 68}{2} = 34 \cdot 67$$

6) Если две точки на разных прямых, то:

$$\frac{C_{136}^{2}}{2} = \frac{136!}{2 \cdot 134! \cdot 2!} = \frac{135 \cdot 136}{2 \cdot 2!} = \frac{135 \cdot 68}{2} = 34 \cdot 135$$

7) Получаем: $2 \cdot 68 \cdot 67 \cdot 67 - 34 \cdot 67 - 34 \cdot 135 =$

$= 34(2 \cdot 2 \cdot 67 \cdot 67 - 67 - 135) =$

$= 34(4 \cdot 4489 - 202) = 34(17956 - 202) =$

$= 17754 \cdot 34 = 603636$

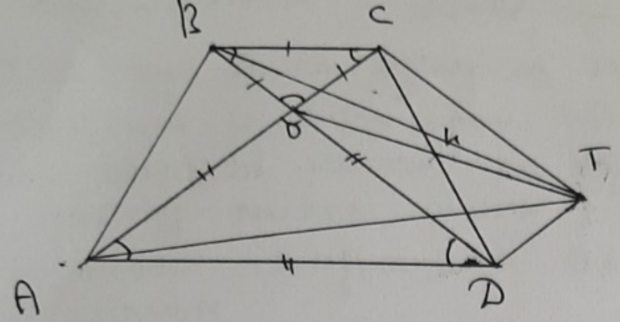
Ответ: 603636

ЧАСТЬ 2
ЧИСТОВИК N3

N6

чистовик N4

а)



1) $\triangle BOC$ и $\triangle AOD$ - правильные

$\Rightarrow \angle AOD = \angle ODA = \angle DAO = 60^\circ$
$\angle BOC = \angle OCB = \angle CBO = 60^\circ$

2) $\angle BOC = \angle AOD$ (как $\angle BCO = \angle OAD = 60$ накрест. лежащ.)

$\Downarrow$

$BC \parallel AD$; AC - секущ.

3) Т.к. точка T - симметрична т. O относительно CD $\Rightarrow$
$\Rightarrow OK = KT$ (K - точка пересеч. CD и OT)
$\Rightarrow CK = KD$

$\Downarrow$

CODT - параллелогр. (т.к. диагонали точкой пересеч. делятся пополам)

4) Т.к. $\angle BOC = 60^\circ \Rightarrow \angle COD = 120^\circ$

CODT - параллелогр $\Rightarrow \angle OCT = 180^\circ - \angle COD = 60^\circ$
$\angle OCT = \angle ODT = 60^\circ$

5) $\Rightarrow$ и из 4) и 1) $\angle BCT = \angle BCD + \angle OCT = 120^\circ$
$\angle ADT = 120^\circ$

6) $\triangle BCT$ и $\triangle ADT$:

$BC = CO = DT$
$AD = OD = CT$
$\angle ADT = \angle BCT = 120^\circ$

$\Rightarrow \triangle BCT = \triangle ADT$
$\Rightarrow BT = AT$.

7) Пусть $BC = a$
$AD = b$

по т. cos:
$BT^2 = BC^2 + CT^2 - 2 \cdot BC \cdot CT \cdot \cos 120^\circ$ (из $\triangle BCT$)
$AB^2 = BD^2 + AD^2 - 2 \cdot BD \cdot AD \cdot \cos 60^\circ$ (из $\triangle BDA$)

или: $BT^2 = a^2 + b^2 + 2 \cdot a \cdot b \cdot \cos 60^\circ = a^2 + b^2 + ab$
$AB^2 = (a+b)^2 + b^2 - 2(a+b) \cdot b \cdot \cos 60^\circ = a^2 + b^2 + ab$

$\Rightarrow AB = BT = AT$

что

$\Downarrow$

$\triangle ABT$ - прав

часть 2 Чистовик N5

б) $BC = 2$
$AD = 7$. $\frac{S_{ABT}}{S_{ABCD}}$ — ?

по т. cos

$AB^2 = BD^2 + AD^2 - 2 \cdot BD \cdot AD \cdot \cos 60^\circ = (BC+AD)^2 + AD^2 -$
$- 2(BC+AD) \cdot AD \cdot \frac{1}{2} = 9^2 + 49 - \cancel{2} \cdot 9 \cdot 7 \cdot \frac{1}{\cancel{2}} =$
$= 81 + 49 - 7 \cdot 9 = 120 + 10 - 63 = 60 + 7 = 67.$

$AB = \sqrt{67} = CD$ (т.к. трапеция ABCD – р/б, т.к. диагонали равны)

$S_{\triangle ABT} = \frac{1}{2} AB \cdot BT \cdot \sin 60^\circ = \frac{1}{2} \cdot AB^2 \cdot \sin 60^\circ = \frac{1}{2} \cdot 67 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} =$
$= \frac{67\sqrt{3}}{4}$

$S_{ABCD} = \cancel{2} \cdot S_{\triangle BCD} + S_{\triangle ABD} = 2 \cdot S_{\triangle COD} + S_{\triangle BOC} + S_{\triangle AOD} =$

~~$S_{\triangle BCD} = \frac{1}{2} BC \cdot CD \cdot \sin$~~

~~$S_{ABCD} = \frac{1}{2} BC \cdot BD \cdot \sin 60$~~

~~$S_{ABCD} = 2 \cdot \frac{1}{2} \cdot BC \cdot BD \cdot \sin 60^\circ = BC \cdot (BC + AD) \cdot \sin 60 =$~~
~~$= 2 \cdot 9 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 9\sqrt{3}$~~

$= \cancel{2} \cdot \frac{1}{\cancel{2}} \cdot CO \cdot OD \cdot \sin 120^\circ + \frac{1}{2} \cdot BC^2 \cdot \sin 60^\circ +$
$+ \frac{1}{2} \cdot AD^2 \cdot \sin 60^\circ = \frac{14\sqrt{3}}{2} + 2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} +$
$+ \frac{1}{2} \cdot 49 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 7\sqrt{3} + \sqrt{3} + \frac{49\sqrt{3}}{4} =$
$= 8\sqrt{3} + \frac{49\sqrt{3}}{4} = \frac{32\sqrt{3} + 49\sqrt{3}}{4} =$
$= \frac{81\sqrt{3}}{4}$

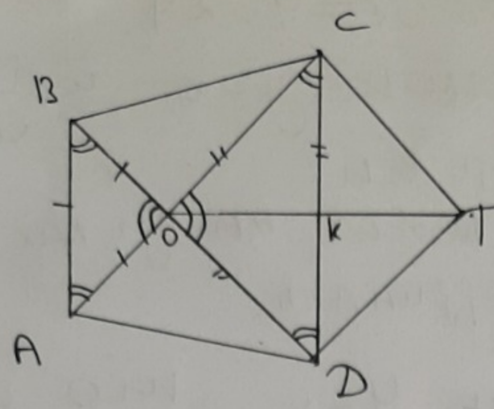
~~$\frac{S_{ABT}}{S_{ABCD}} = \frac{67\sqrt{3}}{4} : 9\sqrt{3} = \frac{67\sqrt{3}}{4 \cdot 9 \cdot \sqrt{3}} = \frac{67}{36}.$~~

~~Ответ: $\frac{67}{36}$.~~

$\frac{S_{ABT}}{S_{ABCD}} = \frac{67\sqrt{3}}{4} : \frac{81\sqrt{3}}{4} = \frac{67}{81}$

Ответ: $\frac{67}{81}$

N7



1) $\triangle ABO$ и $\triangle COD$ - правильные

$\Rightarrow \angle ABO = \angle BOA = \angle OAB = 60°$

$\angle COD = \angle ODC = \angle OCD = 60°$

2) $\angle DOC = \angle BOA$ (как накрест. леж.)

$\angle DCD = \angle BAO$

$\Rightarrow$ BA ∥ CD и AC - секущ

3) Т.к. т.Т симметрична т. O относительно CD $\Rightarrow$ $Ck = kT$

(k - точка пересечени CD и OT)

Т.к. $\triangle COD$ - р/ст. $\Rightarrow$ Ok - медиана; биссектр; высота

$\Rightarrow Ck = kD$.

4) Из 3) $\Rightarrow$ CODT - параллелограмм, т.к. диагонали ~~точками~~ точкой пересечени делятся пополам.

Черновик

Всего целочисленных: $68 \cdot 68 = 4624$.

На каждой из прямых $y = x$ и $y = 69 - x$ по 68 точек

центр. точка не лежит на узлах, у нее не целые координаты.

Если одну точку на $y = x$, то гориз. и вертик прямая (т.е. два по 68) через нее не подходят для второй точки, т.е. вторую точку можем взять $67 \cdot 67$ способ.

Итого $68 \cdot 67 \cdot 67$ – для одной => для двух $2 \cdot 68 \cdot 67 \cdot 67$.

$$68 \cdot 68 - 2 \cdot 68 = 68(68 - 2) = 66 \cdot 68$$

Черновик

$$\begin{array}{r} 68 \\ \times\, 68 \\ \hline 544 \\ 408 \\ \hline 4624 \end{array}$$

Черновик

$x^2+y^2=a$

$x^2y^2=6$.

$x^4+y^4+2x^2y^2$

$(x^2+y^2)^2=a^2$

первую

$$\begin{cases} \frac{6}{a}+b=10 \\ a^2+5b=81 \end{cases}$$

$5b=81-a^2$

$b=\frac{81-a^2}{5}$

$136 \mid 2$, -12, 68, 16

$4\cdot 4$.

$3\cdot 3$

$\frac{6}{a}+\frac{81-a^2}{5}=10$.

$\frac{a^3-31a-30}{a}=0$

$\frac{6-10a}{a}+\frac{81-a^2}{5}=0$.

$a\neq 0$.

$-1+31-30=0$

$a=-1$.

$\frac{6+ab-10a}{a}=0$.

$6+ab-10a=0$.

$b=\frac{10a-6}{a}$

$a^2+5b=81$

$a^2+\cancel{\frac{(10a-6)^2}{a^2}}+5\frac{10a-6}{a}=81$.

a^3-31a

$42+4$

42

$36+4$

$\frac{a^3+50a-30}{a}=81$

$\frac{a^3+50a-30-81a}{a}=0$.

$\frac{54}{6}$

$67 \times 67 = 469 + 402 = 4489$

$4489 \times 4 = 17.956$

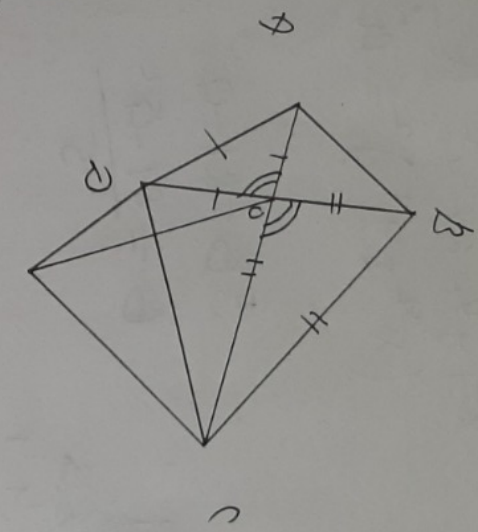
17754×34: 71016, 53262, 603636

$S \quad \frac{1}{2} BC \cdot CO \cdot \sin 60 + \frac{1}{2} BC \cdot AD \cdot \sin 120$

$\frac{\cancel{2} \cdot 2}{\cancel{2}} \frac{\sqrt{3}}{\cancel{2}} \qquad \frac{1}{\cancel{2}} \cdot \cancel{2} \qquad \frac{\sqrt{3}}{2}$

$\sqrt{3} + \frac{7 \cdot \sqrt{3}}{2} = \sqrt{3}\left(\frac{2+7}{2}\right) = \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot 9$

$5+5+5+7=22$



черновик